

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

на правах рукописи

Меняйлова Мария Анатольевна

**ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ  
НА ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва - 2012

Работа выполнена на кафедре вычислительных методов факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук,  
ассистент Буничева Анна Яковлевна

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор Крылов Андрей Серджевич

доктор физико-математических наук,  
заведующий отделом  
Жуков Виктор Тимофеевич

Ведущая организация: Институт автоматизации проектирования РАН

Защита состоится " 26 " сентября 2012 г. в 15 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 501.001.43 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, 2-й учебный корпус, факультет ВМиК, ауд. 685.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке факультета ВМиК Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан " " \_\_\_\_\_ 2012 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 501.001.43,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Захаров Е.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Математическое моделирование кровообращения привлекает внимание многих исследователей. Это связано с тем, что роль сердечно-сосудистой системы первостепенна в жизни человека. Кроме того, экспериментальные исследования процессов гемодинамики достаточно трудоемки и дорогостоящи. В этих условиях вычислительный эксперимент становится важным и необходимым инструментом исследования сложных и разнообразных гемодинамических процессов.

Основы физиологии течения крови в сердечно-сосудистой системе и ее математического описания связаны с именами У. Гарвея, Л. Эйлера, Д. Бернулли, Ж. Пуазейля. К середине XX века были сформулированы основные принципы функционирования и регуляции кровообращения, систематизированы сведения о физиологических закономерностях. В этой связи следует отметить работы авторов А.С. Guyton, С.Г. Caro, Т.Д. Pedley. Развитие вычислительной техники обусловило новый этап в математическом моделировании системы кровообращения человека. Систематическое изложение актуальных проблем и методов математического моделирования гемодинамики содержится, в частности, в работах таких ученых, как С.А. Регирер, В.А. Лищук, А.С. Холодов<sup>1</sup>, М.С. Leaning, L. Formaggia<sup>2</sup>, S.J. Sherwin и др. Математические методы описания течения крови с точки зрения классической гидродинамики и теории упругости, аналитические методы их исследования и основные направления математических исследований в гемодинамике можно найти в сборниках<sup>3,1</sup>.

К настоящему моменту разработано значительное количество математических моделей системы кровообращения. Моделируется как сердечно-сосудистая система в целом, так и ее отдельные участки. В основу любой модели положены физические законы, описывающие течение крови по сосудам. Одним из способов классификации математических моделей системы кровообращения является пространственная размерность

---

<sup>1</sup>Холодов А.С. Некоторые динамические модели внешнего дыхания и кровообращения с учетом их связности и переноса веществ // Компьютерные модели и прогресс медицины. - М.: Наука, 2001. - с. 127-163.

<sup>2</sup>Formaggia L., Quarteroni A., Veneziani A. The circulatory system: from case studies to mathematical modeling // Complex Systems in Biomedicine. - Milan: Springer Verlag, 2006. - P. 243-287.

<sup>3</sup>Гидродинамика кровообращения / ред. Регирер С.А. - М.: Мир, 1971. - 270 с.

задачи. Существуют подробно описанные двух<sup>4</sup>- и трехмерные<sup>5</sup> модели отдельных участков системы кровообращения. Недостатком большинства многомерных моделей является большой объем вычислений и сложность применения модели ко всей системе в целом. Для конструктивного описания сердечно-сосудистой системы необходимы упрощения физической модели, основанные на выделении основных свойств и закономерностей кровотока. Иными словами, модель должна быть достаточно простой в применении и, в то же время, передавать первостепенные свойства и закономерности реального объекта. Ввиду этого, большое распространение получили модели с одномерной пространственной координатой (M. Zasek, S.A. Berger, S.J. Sherwin и др.).

Большое место в математических моделях гемодинамики занимает математическое описание работы сердца как значимого элемента сердечно-сосудистой системы. Построено и используется большое количество моделей сердца – от имитационных и простейших одномерных до подробных трехмерных. Проблема построения таких полноразмерных моделей состоит как в трудности расчета трехмерных гидродинамических процессов в сложной области, так и в необходимости учитывать и воспроизводить разнообразные факторы, влияющие на работу сердца: нервные, гуморальные, рефлекторные и другие механизмы (C.G. Caro, B.A. Лищук, С.А. Регирер, Y.-C. Fung, C.S. Peskin, M.S. Leaning и др.).

На факультете вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова под руководством профессора А.П. Фаворского сформировалось научное направление по математическому моделированию гемодинамики. В течение ряда лет в тесном сотрудничестве с факультетом фундаментальной медицины МГУ ведутся работы по математическому моделированию кровеносной системы человека. В результате этих исследований предложена достаточно эффективная комплексная математическая модель, на базе которой создан программный комплекс CVSS (CardioVascular System Simulation). С помощью этой системы программ решаются актуальные задачи гемодинамики: математическое моделирование гемодинамики замкнутой системы кровообращения с уче-

---

<sup>4</sup>Chakravarty S., Mandal P.H. A nonlinear two-dimensional model of blood flow in an overlapping arterial stenosis subjected to body acceleration // Math. Comput. Modelling. - 1996. Vol. 24. No. 1. - P. 43-58.

<sup>5</sup>Perktold K., Resell M., Peter R.O. Three-Dimensional Numerical Analysis of pulsatile Flow and Wall Shear Stress in Carotid Artery Bifurcation // J. Biomechanics. - 1991. Vol. 24. No. 6. - P. 409-420.

том влияния резистивных сосудов, моделирование регуляционной функции почки, церебрального кровообращения и др.<sup>6</sup>

Новой и актуальной проблемой математического моделирования гемодинамики является получение достоверной физиологической картины функционирования системы кровообращения в условиях гравитационных перегрузок. Этой задаче и посвящена данная диссертация. Для описания всей сердечно-сосудистой системы с учетом гравитационного воздействия формулируется нелокальная математическая квазиодномерная модель гемодинамики<sup>7</sup> на графе эластичных сосудов с дополнительными соотношениями в вершинах графа. В работе для воспроизведения реакции сердца на гравитационную нагрузку модифицирована согласованная модель работы сердца<sup>8</sup>. Работа сердца моделируется заданием краевых условий, например, на входе потока крови в сердце может задаваться давление как функция гравитационной нагрузки, а на выходе потока крови из сердца – периодическая функция, представляющая собой зависимость потока крови от времени. Рассмотрено девять пространственных положений тела человека относительно гравитационного поля. Для этих положений получены распределения основных параметров кровотока. Результаты численного моделирования кровотока в условиях гравитационного воздействия могут найти широкое применение в различных областях. Например, при моделировании любого ускоренного перемещения тела человека, в том числе, для оценки порогов выносливости летчиков-испытателей. Это означает, что выбранная тема является актуальной и практически важной.

**Цель и задачи работы.** В работе рассматриваются задачи, подчиненные главной цели: развитию методов математического моделирования и программ для компьютерного моделирования сердечно-сосудистой системы человека.

---

<sup>6</sup>Кошелев В.Б., Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Математические модели квази-одномерной гемодинамики. Методическое пособие. - М.: МАКС Пресс, 2010. - 116 с.

<sup>7</sup>Абакумов М.В., Гаврилюк К.В., Есикова Н.Б., Кошелев В.Б., Лукшин А.В., Мухин С.И., Соснин Н.В., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Математическая модель гемодинамики сердечно-сосудистой системы. Препринт - М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, № 104, 1996. - 25 с.

<sup>8</sup>Лукшин В.А., Мухин С.И., Соколова Т.В., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Математическое моделирование церебральной гемодинамики в квазипериодическом режиме. Препринт - М.: МАКС Пресс, 2003. - 20 с.

При этом были поставлены следующие задачи:

1. Построение комплексной модели большого круга кровообращения в условиях гравитационных перегрузок. Изучение уравнения состояния, соответствующего свойству сосудов поддерживать дозвуковой характер течения крови в системе. Численное моделирование нагнетательной функции сердца для учета его реакции на гравитационные перегрузки.
2. Разработка и построение серии пространственно-согласованных графов большого круга кровообращения, соответствующих различным положениям тела человека относительно гравитационного поля. Проведение численных экспериментов на графах с учетом механизмов компенсации гравитационной нагрузки.

Научные цели диссертации включают разработку методов решения нелинейных дифференциальных уравнений гемодинамики, пополнение компьютерного кода CVSS новыми функциональными возможностями, проведение расчетных исследований системы кровообращения с моделями-имитаторами работы сердца человека под воздействием гравитации.

**Методика исследований.** В задаче численного моделирования сердечно-сосудистой системы используется значительный арсенал методов вычислительной математики. Применяются математические методы на основе численного решения нелинейной системы нестационарных дифференциальных уравнений в частных производных. Используются неявные разностные схемы, численно решаются дискретные уравнения.

**Научная новизна работы.** Диссертационная работа содержит решение актуальной научной проблемы создания средств математического моделирования движения крови с имитацией работы сердца и компенсирующих элементов в условиях гравитационных перегрузок. В диссертации развита вычислительная модель, алгоритмы и программы для исследования гемодинамики, протестированы средства математического моделирования в широком диапазоне параметров. С помощью расчетных исследований показано, что комплексная модель сердечно-сосудистой системы с имитацией работы сердца правильно отражает основные гемодинамические процессы в условиях гравитационных перегрузок.

Основными новыми элементами в диссертации являются следующие.

1. Рассмотрено и исследовано семейство уравнений состояния, отвечающих свойству сосудов поддерживать дозвуковой характер течения крови с учетом гравитационного воздействия.
2. Предложена и исследована модель работы сердца с гравитационной регуляцией, поддерживающая кровенаполнение сердца в условиях гравитационных перегрузок.
3. Разработана и построена серия пространственно-согласованных графов большого круга кровообращения, соответствующих различным положениям тела относительно гравитационного поля.
4. На основе построенной модели работы сердца с гравитационной регуляцией проведены расчетные исследования в зависимости от положения человека при различных значениях гравитационной нагрузки. Установлено существенное влияние положения человека на нормальное функционирование сердечно-сосудистой системы.

**Значимость работы.** Показана возможность моделирования упруго-механических свойств сосудов с помощью выбора уравнения состояния. Предложена модель работы сердца с гравитационной регуляцией, которая может быть использована для построения модели полнофункциональной сердечно-сосудистой системы. Проведенные расчетные исследования на серии пространственно-согласованных графов подтверждают существенное влияние положения человека на нормальное функционирование сердечно-сосудистой системы. Практическая ценность работы обусловлена возможностью использовать разработанный математический аппарат для исследования особенностей кровотока в условиях многократных гравитационных перегрузок.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались на различных конференциях и семинарах, в том числе на:

- VI Научной конференции «Тихоновские чтения», 24-27 октября 2006 г., Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова;
- International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2006), Crete, Greece, 15-19 September, 2006;
- International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering, Liege, Belgium, 2008.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 5 печатных работ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Объем диссертации составляет 122 страницы, включая 38 рисунков, 7 таблиц и список литературы, содержащий 75 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** приводится обзор литературы по теме диссертации, обосновывается актуальность и практическая значимость работы, излагается краткое содержание работы, формулируются результаты, которые выносятся на защиту.

**Первая глава** диссертации посвящена формулировке физико-математической модели кровообращения с учетом гравитации.

**В первом параграфе** формулируется математическая модель гемодинамики для одного сосуда с учетом описанных в данном параграфе упрощений физической модели.

В основу математического описания движения крови положены законы сохранения массы и импульса. Сосуды считаются достаточно протяженными по сравнению с их поперечными размерами, что позволяет использовать квазиодномерное приближение.

Движение крови в изолированном сосуде в квазиодномерном приближении описывается системой двух дифференциальных уравнений гемодинамики, которая замыкается алгебраическим соотношением:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(US)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{U^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = -8\pi\nu \frac{U}{S} + k_g \cdot g_0 \cdot \cos\phi, \quad (2)$$

$$S = S(P). \quad (3)$$

Здесь  $x$  – локальная пространственная координата, в качестве которой выбрана длина дуги вдоль оси сосуда:  $0 \leq x \leq L$ , где  $L$  – длина сосуда;  $t$  – время,  $S(x, t)$  – площадь поперечного сечения сосуда,  $U(x, t)$  – скорость движения крови вдоль оси сосуда,  $P(x, t)$  – давление крови в кровеносном сосуде,  $\rho$  – плотность крови ( $\rho = const$ ),  $\nu$  – кинематическая вязкость

крови,  $k_g$  – коэффициент гравитационной нагрузки ( $0 < k_g \leq 1$ ) или перегрузки ( $k_g > 1$ ),  $g_0$  – ускорение свободного падения,  $\phi$  – угол между осью сосуда и направлением вектора ускорения свободного падения.

Уравнения (1), (2) представляют собой законы сохранения массы и количества движения. Третье уравнение системы (3) (уравнение состояния) выражает зависимость площади поперечного сечения  $S$  от давления  $P$  и отражает упруго-механические свойства сосудов. Важным условием, которое обеспечивает гиперболичность системы, является монотонность функции  $S(P)$ :  $dS/dP \geq 0$ .

**Во втором параграфе** выписывается характеристическая форма уравнений гемодинамики в инвариантах Римана и показывается, что исходная система (1)-(3) имеет гиперболический тип и два семейства характеристик<sup>9</sup>.

**В третьем параграфе** проводится подробное обсуждение модельных уравнений состояния с точки зрения их возможности соответствия свойству сосудов поддерживать дозвуковой характер течения крови в системе при увеличении гравитационной нагрузки. Предлагаются три различные формы уравнений состояния.

Первая форма уравнения состояния имеет вид:

$$S(P) = \begin{cases} S_{min}, & P \leq P_{min}, \\ S_* + \chi(P - P_*), & P_{min} < P < P_{max}, \\ S_{max}, & P \geq P_{max}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $S_{min}$  и  $S_{max}$  – минимальное и максимальное значение площади поперечного сечения,  $[P_{min}, P_{max}]$  – характерный промежуток изменения давления,  $\chi = const$ .

Вторая форма уравнения состояния имеет вид:

$$S(P) = \begin{cases} \sqrt{S_{min}^2 + a\lambda e^{\lambda(P-P_*)}}, & P < P_*, \\ \sqrt{S_{max}^2 - b\omega e^{-\omega(P-P_*)}}, & P \geq P_*. \end{cases} \quad (5)$$

---

<sup>9</sup>Абакумов М.В., Ашметков И.В., Есикова Н.Б., Кошелев В.Б., Мухин С.И., Соснин Н.В., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П., Хруленко А.Б. Методика математического моделирования сердечно-сосудистой системы // Математическое моделирование. - 2000. Т. 12. № 2. - с. 106-117.

Параметры  $a$ ,  $b$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$  находятся исходя из требования непрерывности функции  $S(P)$  и производной  $dS/dP$  при  $P = P_*$ .

Третья форма уравнения состояния имеет вид:

$$S(P) = \begin{cases} S_{min} + A/(P_{max} - P)^\alpha, & P < P_*, \\ S_{max} - B/(P - P_{min})^\beta, & P \geq P_*. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь числа  $\alpha$ ,  $\beta > 0$  – входные параметры программы. Параметры  $A$  и  $B$  находятся исходя из требования непрерывности функции  $S(P)$  и производной  $dS/dP$  при  $P = P_*$ .

Проведенный в работе анализ позволяет заключить, что из предложенных уравнений состояния третья форма (6) является оптимальной при численном моделировании гемодинамики в условиях гравитации.

**В четвертом параграфе** обсуждается переход от модели гемодинамики для одного сосуда к модели большого круга кровообращения. Система уравнений гемодинамики (1) - (3) дополняется при этом условиями сопряжения и краевыми условиями, имитирующими работу сердца.

В параграфе рассматриваются и кратко описываются два модельных графа сосудов. Первый модельный граф<sup>10</sup> в самых общих чертах отражает строение системы кровообращения. Для первого модельного графа в случае стационарного течения выписывается точное решение, которое используется для верификации численного решения. Второй модельный граф<sup>11</sup> (см. рис. 1) более подробно описывает большой круг кровообращения. Для моделирования гравитационного воздействия на графах выделено несколько уровней в качестве опорных:  $A$  – уровень виллизиева круга,  $B$  – уровень сердца,  $C$  – абдоминальный уровень,  $D$  – уровень таза. Предполагается, что каждая вершина имеет свой уровень по высоте, и эта высота не зависит от пути, по которому можно прийти от вершины с номером 0 (уровень сердца) до рассматриваемой вершины. В работе проводится построение соответствующего графа.

---

<sup>10</sup>Буничева А.Я., Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Исследование эволюции параметров течения в системе кровообращения под воздействием гравитационных нагрузок. Препринт - М.: МАКС Пресс, 2003. - 18 с.

<sup>11</sup>Буничева А.Я., Лукшин В.А., Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Численное исследование гемодинамики большого круга кровообращения. Препринт - М.: МАКС Пресс, 2001. - 21 с.

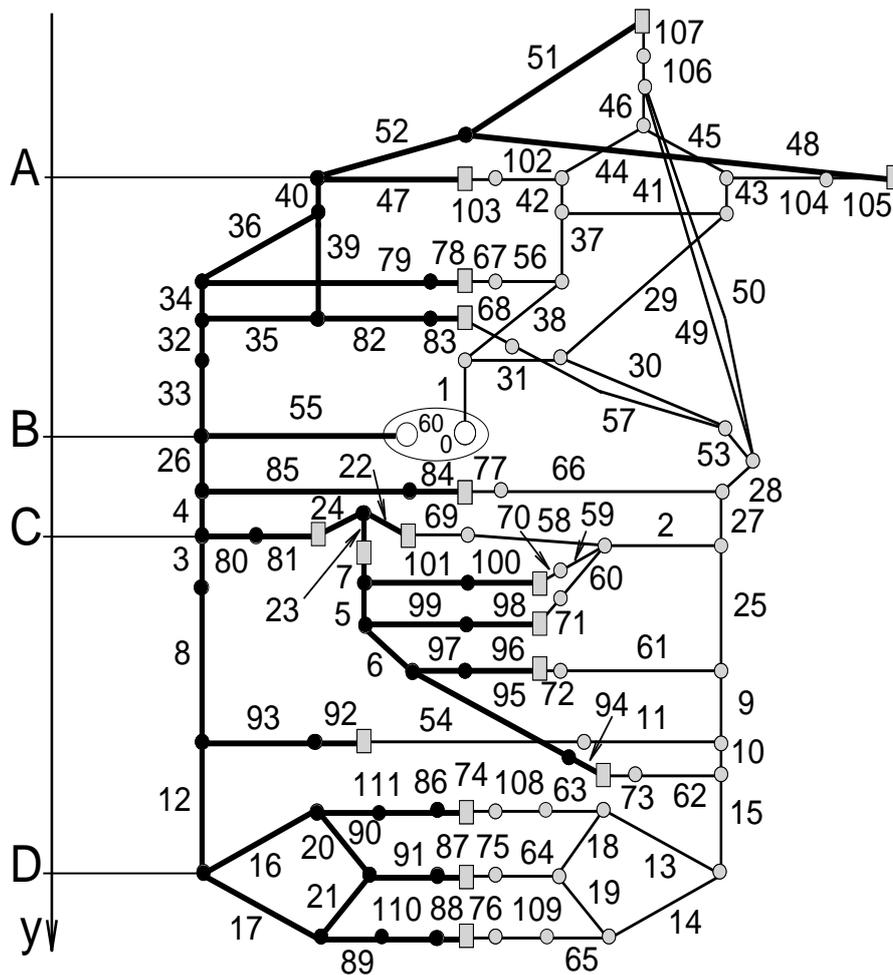


Рис.1. Второй модельный граф кровеносной системы.

В параграфе также обсуждаются краевые условия, моделирующие работу сердца и необходимые для связанности задачи на модельном графе сосудов. За основу берется модель двухкамерного сердца, перекачивающего фиксированный объем крови, заключенный в большом круге кровообращения. В диссертации рассматриваются две модификации модели работы сердца: модель с гравитационной регуляцией и модель без гравитационной регуляции. Модели различаются постановкой граничных условий на входе потока крови в сердце. В обеих моделях на выходе потока крови из сердца задается периодическая функция сердечного выброса:

$$q(\tau_s, \tau_d, t) = \begin{cases} Q_{CB} \cdot (4t - 3t^2/\tau_s)/\tau_s^2, & 0 \leq t \leq \tau_s, \\ q_{min}, & \tau_s < t \leq \tau_d. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $\tau_s$  – время систолы,  $\tau_d$  – время сердечного цикла (в большинстве проводимых расчетов  $\tau_s = 0.25$  с,  $\tau_d = 0.8$  с),  $Q_{CB}$  – ударный объем (в расчетах брался равным 80 мл).

В модели без гравитационной регуляции на входе потока крови в сердце задается постоянное давление, а в модели с гравитационной регуляцией – давление, понижающееся до некоторой величины  $P_{C_{min}}$  при повышении гравитационной нагрузки до величины  $g_{max}$  (при дальнейшем увеличении нагрузки давление держится на уровне  $P_{C_{min}}$ ):

$$P(g_{max}, g) = \begin{cases} P_C - g \cdot (P_C - P_{C_{min}}) / g_{max}, & 0 \leq g < g_{max}, \\ P_{C_{min}}, & g \geq g_{max}. \end{cases} \quad (8)$$

**Вторая глава** диссертации посвящена обсуждению численной реализации модели и ее исследованию.

**В первом параграфе** для решения системы нестационарных уравнений гемодинамики на одном сосуде строится и исследуется семейство разностных схем с весовым множителем  $\sigma$ :  $\sigma \in [0, 1]$ , с использованием набора осредненных элементов<sup>12</sup>. Проводится исследование порядка аппроксимации данной схемы по пространству и по времени. Показывается, что при обычных предположениях о гладкости решений симметричная разностная схема имеет второй порядок по пространству и времени, остальные схемы этого семейства имеют первый порядок по времени и второй по пространству. Методом гармоник исследуется устойчивость соответствующей линейной неявной разностной схемы: схема абсолютно устойчива при  $\sigma \in [0.5, 1]$  и неустойчива при остальных значениях  $\sigma$ . Исследуется также практическая точность нелинейной разностной схемы с помощью расчетов на измельчающихся сетках. Обосновывается консервативность построенной нелинейной неявной схемы.

**Во втором параграфе** приводится алгоритм численного решения, основанный на интегрировании системы уравнений по времени с помощью неявной однопараметрической схемы и решении нелинейных уравнений двумя методами: простых итераций и методом поправок. Сравняется эффективность этих методов. Полученные системы линейных уравнений решаются прямым методом.

---

<sup>12</sup>Буничева А.Я., Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Осредненная нелинейная модель гемодинамики в одном сосуде. Препринт - М.: МАКС Пресс, 2000. - 21 с.

**В третьем параграфе** рассматривается семейство разностных схем с искусственной вязкостью<sup>13</sup>, которое в дальнейшем используется в численных экспериментах с модельными графами сосудов. Схема, записанная в безындексной форме в каждом внутреннем узле сосуда, имеет вид:

$$S_t + (SU)_x^{(\sigma_1)} = (a_S S_x)_x^{(\sigma_1)},$$

$$U_t + \left(\frac{U^2}{2}\right)_x^{(\sigma_2)} + \frac{1}{\rho} P_x^{(\sigma_3)} = (a_U U_x)_x^{(\sigma_3)} + g \cos \phi - 8\pi\nu \left(\frac{U}{S}\right)^{(\sigma_4)}, \quad (9)$$

$$S = S(P).$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$(f_x)_x^{(\sigma_j)} = \sigma_j \cdot \frac{\hat{f}_{i+1} - \hat{f}_i}{h} + (1 - \sigma_j) \cdot \frac{f_{i+1} - f_i}{h},$$

где  $\sigma_j$  – весовые множители,  $\sigma_j \in [0, 1]$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$ ;  $a_S, a_U$  – коэффициенты искусственной вязкости, используемой для расчета быстроменяющихся решений. Для исследования свойств разностной схемы (9) используется метод дифференциальных приближений<sup>14</sup>. Приводится алгоритм численного решения, основанный на интегрировании системы уравнений по времени с помощью неявной разностной схемы и решении полученных нелинейных уравнений методом Ньютона. Проведены численные эксперименты, показывающие преимущество схемы с искусственной вязкостью перед схемой с набором осредненных элементов при моделировании гравитационного воздействия.

**Третья глава** диссертации посвящена изучению системы кровообращения в условиях гравитационных перегрузок.

**В первом параграфе** напоминается постановка задачи гемодинамики на одном сосуде.

---

<sup>13</sup>Абакумов М.В., Есикова Н.Б., Мухин С.И., Соснин Н.В., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Разностная схема решения задач гемодинамики на графе. Препринт - М.: Диалог-МГУ, 1998. - 17 с.

<sup>14</sup>Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. - М.: Наука, 1992. - 382 с.

**Во втором параграфе** дается подробное описание первого модельного графа большого круга кровообращения, помещенного в поле силы тяжести. Проведены две серии численных экспериментов на графе сосудов с учетом гравитационного воздействия. В первой серии расчетов задействована модель работы сердца с гравитационной регуляцией, во второй серии – модель работы сердца без гравитационной регуляции. Показано, что первая модель работы сердца, в отличие от второй, обеспечивает кровенаполнение сердца и головного мозга даже двукратных гравитационных перегрузках.

**В третьем параграфе** подробно описывается второй модельный граф (см. рис. 1), формально сопоставленный большому кругу кровообращения человека и находящийся в поле силы тяжести.

Показано, что математическое моделирование гравитационной нагрузки невозможно без корректного учета положения вершин относительно вертикальной оси. Построено девять пространственно-согласованных графов, вертикальные координаты вершин которых приведены в соответствие уровням  $A, B, C, D$ . Длины сосудов и углы, которые сосуды составляют с вертикальной осью, соответствуют анатомическим данным.

Для моделирования гравитационного воздействия на сердечно-сосудистую систему рассмотрен ряд характерных положений тела человека относительно гравитационного поля. Каждое из приведенных на рис. 2 положений получено путем изменения углов между ребрами и вертикальной осью с сохранением пространственных соотношений.

На основе модели работы сердца с гравитационной регуляцией проведены расчетные исследования на пространственно-согласованных графах при различных значениях гравитационной нагрузки. С помощью численных экспериментов показано, что положение моделируемого объекта в пространстве вместе с моделью сердца влияет на картину кровенаполнения сердца и головного мозга при больших гравитационных нагрузках. Так, например, в горизонтальном положении (модификация  $N_1$ ) параметры кровотока не меняются при увеличении гравитации (см. рис. 3). В других положениях ( $N_6, N_4$ ) при увеличении гравитационной нагрузки происходит понижение давления в сосудах, расположенных выше уровня сердца (см. рис. 4а, 5а), и повышение давления в сосудах ниже уровня сердца (см. рис. 4б, 5б).

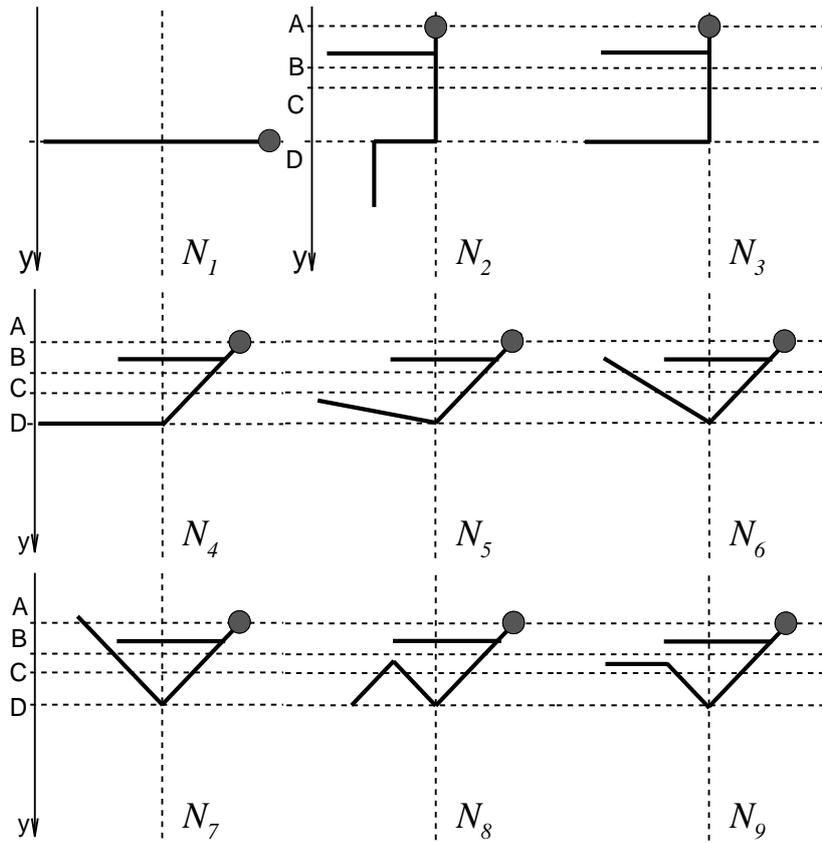


Рис.2. Схематические изображения модификаций второго модельного графа.

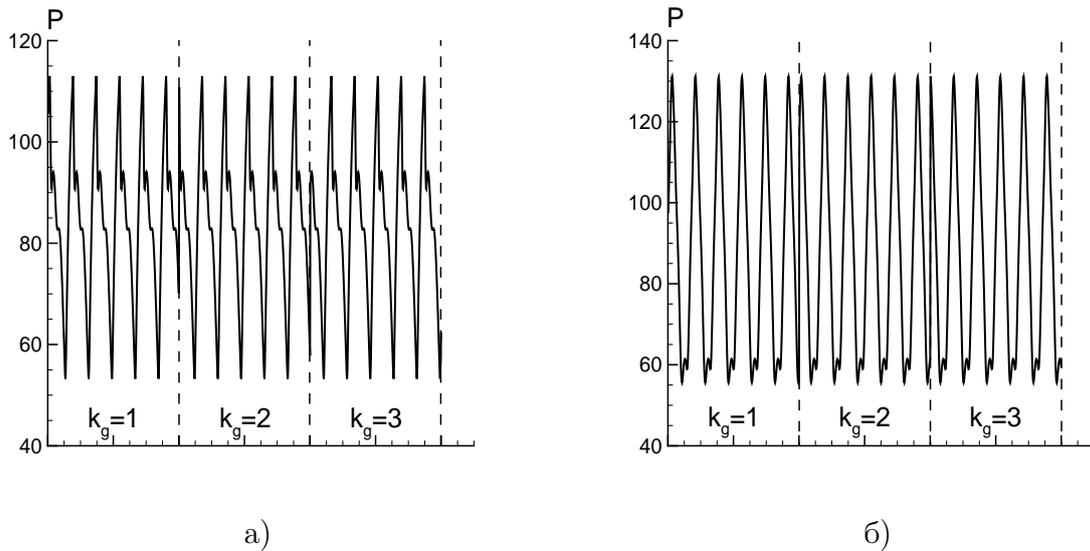
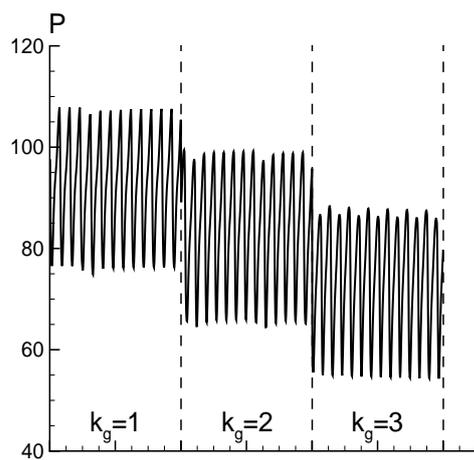
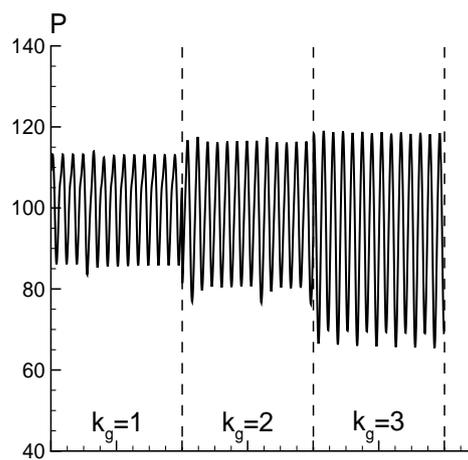


Рис.3. Модификация графа  $N_1$ . Зависимость давления  $P$  от коэффициента гравитационной нагрузки  $k_g$  в сосуде: а) 45 (головной мозг); б) 63 (бедренная артерия).

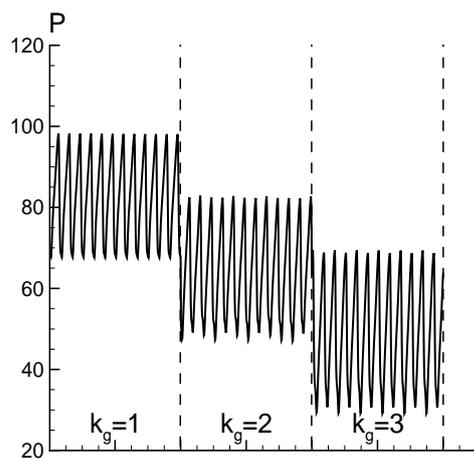


а)

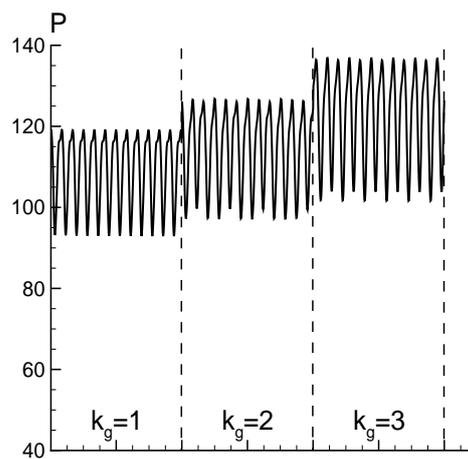


б)

Рис.4. Модификация графа  $N_6$ . Зависимость давления  $P$  от коэффициента гравитационной нагрузки  $k_g$  в сосуде: а) 45 (головной мозг); б) 63 (бедренная артерия).



а)



б)

Рис.5. Модификация графа  $N_4$ . Зависимость давления  $P$  от коэффициента гравитационной нагрузки  $k_g$  в сосуде: а) 45 (головной мозг); б) 63 (бедренная артерия).

Приведенные результаты расчетов показывают, что модель сердца с гравитационной регуляцией, то есть модель, в которой на входе в сердце задано давление, линейно зависящее от гравитационной нагрузки и убывающее с ее ростом, позволяет поддерживать давление в сосудах головного мозга в рамках физиологической нормы даже при больших гравитационных перегрузках  $g = 3g_0$ .

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Выделено и изучено семейство уравнений состояния, способствующих поддержанию дозвукового характера течения крови в сосуде в условиях гравитационных перегрузок.
2. Предложена и исследована модель сердца с гравитационной регуляцией, дополненная механизмами компенсации гравитационной нагрузки в форме введения нагнетательной функции сердца.
3. Разработана и построена серия пространственно-согласованных графов большого круга кровообращения, соответствующих различным положениям тела относительно гравитационного поля.
4. Проведены расчетные исследования на основе модели сердца с гравитационной регуляцией на пространственно-согласованных графах при различных значениях гравитационной нагрузки.

## Список основных публикаций автора по теме диссертации

### *Статьи в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК*

1. Мухин С.И., Меняйлова М.А., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Аналитическое исследование стационарных гемодинамических течений в эластичной трубке с учетом трения // Дифференциальные уравнения. - 2007. Т. 43. № 7. - с. 987-991.
2. Буничева А.Я., Меняйлова М.А., Мухин С.И., Соснин Н.В., Фаворский А.П. Исследование влияния гравитационных перегрузок на параметры кровотока в сосудах большого круга кровообращения // Математическое моделирование. - 2012. Т. 24. № 7. - с. 67-82.

### *Статьи в трудах российских и зарубежных конференций*

1. Favorskii A.P., Menyailova M.A. Construction of Conservative Discrete Scheme for Hemodynamic Equations // Extended Abstracts of International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2006) - Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag, 2006. - P. 121-124.
2. Меняйлова М.А., Фаворский А.П. Построение консервативной разностной схемы для уравнений гемодинамики // Тихоновские чтения: Научная конференция, МГУ имени М.В. Ломоносова, 24-27 октября 2006 г. Тезисы докладов. - М: МАКС Пресс, 2006.
3. Favorskii A.P., Menyailova M.A. Investigation of Gravity Overloads Effect on Hemodynamic Flows in Vessels of Model Graph // Proceedings of Fourth International Conference on Advanced Computational Methods in Engineering. - Liege, Belgium, 2008.