

ПОДСЕКЦИЯ I

Кафедры математической кибернетики, информационной безопасности

О СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧИ СОВМЕСТНОЙ ВЫПОЛНИМОСТИ ВЫРАЖЕНИЙ НАД КОНЕЧНОЙ ГРУППОЙ

Селезнева Светлана Николаевна

Кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.su

В [1] получена классификация сложности задачи обобщенной выполнимости над двухэлементным множеством. В ряде современных работ исследуется сложность аналогичной задачи над произвольным конечным множеством. В настоящей работе получена классификация сложности задачи совместной выполнимости выражений, построенных над некоторыми конечными группами. Пусть $q \geq 2$ — целое число, $E_q = \{0, 1, \dots, q-1\}$, $G = (E_q; +)$ — группа с нулем 0. Рассматриваются правильно построенные выражения (термы) из переменных и элементов E_q с операцией $+$. Назовем их термами над группой G . Каждый такой терм $v(x_1, \dots, x_n)$ однозначно определяет функцию $f_v : E_q^n \rightarrow E_q$. Пусть $P(G)$ — множество всех функций, определяемых термами над группой G . Назовем функцию $f(x_1, \dots, x_n) \in P(G)$ существенно зависящей от переменной x_i , если все остальные переменные можно так определить, что полученная функция одной переменной x_i принимает хотя бы два различных значения. Назовем функцию $f \in P(G)$ не обнуляющей константу a , где $a \in E_q$, если $f(a, \dots, a) \neq 0$. Пусть T'_a — множество всех функций, не обнуляющих константу a . Если $S \subseteq P(G)$, то рассмотрим задачу S-ВЫП(G). Дано: термы $v_i(x_{i_1}, \dots, x_{i_{n_i}})$, где $1 \leq i_1, \dots, i_{n_i} \leq n$, $i = 1, \dots, m$, причем $f_{v_i} \in S$ для всех $i = 1, \dots, m$. Вопрос: существует ли такой набор $\alpha \in E_q^n$, что $f_{v_i}(\alpha) \neq 0$ при всех $i = 1, \dots, m$. В случае $q = 2$ для каждого множества S эта задача может быть решена полиномиальным алгоритмом. Пусть теперь группа $G = (E_q; +)$ такова, что на E_q можно определить операцию \cdot так, что $(E_q; +, \cdot)$ — поле.

Теорема. Пусть $q \geq 3$ — целое число, $G = (E_q; +)$ — группа с нулем 0, $(E_q; +, \cdot)$ — поле и $S \subseteq P(G)$. Если 1) S содержит только функции, существенно зависящие не более, чем от одной переменной, или 2) $S \setminus \{0\} \subseteq T'_a$ для некоторого $a \in E_q$,

то задача S-ВЫП(G) может быть решена полиномиальным алгоритмом. Во всех остальных случаях задача S-ВЫП(G) является NP-полной.

Работа поддержана РФФИ (проект № 17–01–00782-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Schaefer T. J. The complexity of satisfiability problems // Proc. 10th Ann. ACM Symp. of Theory of Computing. — 1978. — P. 216–226.

СЛОЖНОСТЬ СИСТЕМ ФУНКЦИЙ k -ЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ В КЛАССЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ФОРМ

Селезнева Светлана Николаевна, Гордеев Михаил Михайлович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.su, gordmisha@gmail.com

В работе получена оценка наибольшей сложности систем с m , $m \geq 2$, функциями k -значной логики, зависящими от n переменных, в классе поляризованных полиномиальных форм при $k \geq 4$. Пусть $k \geq 2$ — целое число, $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$, $P_k = \{f^{(n)} : E_k^n \rightarrow E_k \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$ — множество всех функций k -значной логики. Пусть на E_k задано поле $(E_k; +, \cdot)$. Поляризованной полиномиальной формой (ППФ) над этим полем по вектору поляризации $\delta = (d_1, \dots, d_n) \in E_k^n$ называется сумма различных произведений различных поляризованных переменных вида $(x_i + d_i)$ в некоторых степенях с ненулевыми коэффициентами. Каждая функция $f \in P_k$, зависящая от n переменных, представима однозначной ППФ $P^\delta(f)$ по каждому вектору $\delta \in E_k^n$. Сложностью системы ППФ с одним и тем же вектором поляризации называется число попарно различных слагаемых, встречающихся во всех ППФ этой системы. Сложностью системы функций из P_k в классе ППФ называется наименьшая сложность среди всех таких систем ППФ с одним и тем же вектором поляризации, которые представляют все функции этой системы. Функция Шеннона $L_k^{\text{ППФ}}(n, m)$ сложности систем с m функциями из P_k в классе ППФ определяется как наибольшая сложность в классе ППФ среди всех систем из m функций, зависящих от одних и тех же n переменных. В [1] доказано, что $L_2^{\text{ППФ}}(n, m) = 2^n$ и $L_3^{\text{ППФ}}(n, m) = 3^n$ при всех $n \geq 1$, $m \geq 2$.

Теорема. Если $k \geq 4$ — целое число, $(E_k; +, \cdot)$ — поле, то при всех $n \geq 1$, $m \geq 2$ верно $L_k^{\text{ППФ}}(n, m) = k^n$.

Работа частично поддержана РФФИ (проект № 17–01–00782-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Селезнева С. Н. Сложность систем функций алгебры логики и систем функций трехзначной логики в классах поляризованных полиномиальных форм // Дискретная математика. — 2015. — Т. 27, № 1. — С. 111–122.

О НЕКОТОРЫХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯХ ПРЕДПОЛНЫХ КЛАССОВ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ, СОХРАНЯЮЩИХ ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ПРЕДИКАТЫ

Нагорный Александр Степанович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: anagorny@list.ru

Пусть $k \geq 2$, $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$. Обозначим через P_k множество всех конечноместных функций (функций k -значной логики) на E_k . Определения основных понятий можно взять в [1].

Пусть $\{a\}$ — нетривиальное подмножество множества E_k (называемое *центром*), C_a — класс k -значных функций, сохраняющих минимальный (по числу наборов) 2-местный центральный предикат с центром a .

Для целых s и t положим $\overline{s, t} = \begin{cases} s, s+1, \dots, t, & \text{если } s \leq t; \\ s, s-1, \dots, t, & \text{иначе.} \end{cases}$

Обозначим через $M_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k}$ класс k -значных функций, монотонных относительно линейного порядка $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_k$, а через $U_{\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_l}$ — класс k -значных функций, сохраняющих нетривиальное ($1 < l < k$) разбиение $E_k = \Delta_1 \cup \Delta_2 \cup \dots \cup \Delta_l$. При любом $k \geq 2$ классы k -значных функций, перечисленные выше, являются замкнутыми и предполными в P_k (см. [2]).

Пусть также $A^k = \{0, 1, \dots, k-1, x\}$.

Теорема 1. Пусть $k \geq 3$. Тогда

- 1) $\bigcap_{\sigma=0}^{k-1} C_\sigma = A^k$;
- 2) $\bigcap_{\sigma=1}^{k-1} U_{\{\sigma\}, E_k \setminus \{\sigma\}} \subseteq C_0$;
- 3) $M_{0, \overline{1, k-1}} \cap M_{0, \overline{k-1, 1}} \subseteq C_0$;
- 4) $M_{0, \overline{k-1}} \cap \left(\bigcap_{\sigma=1}^{k-2} U_{\{\sigma\}, E_k \setminus \{\sigma\}} \right) \subseteq C_0 \cap C_{k-1}$.

Отметим, что эти результаты не улучшаемы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №16-01-00593-а и №17-01-00782-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Марченков С. С. Функциональные системы с операцией суперпозиции. — М. : Физматлит, 2004. — 104 с.
- [2] Rosenberg I. G. Über die funktionale Vollständigkeit in den mehrwertigen Logiken // Rozprawy Československe Akad. Věd. N. 80. — Praha: Řada Math. Přír. Věd., 1970. — P. 3–93.

О ГРУППАХ ИНЕРЦИИ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ В СИММЕТРИЧЕСКОЙ ГРУППЕ ПОДСТАНОВОК

Егоров Владимир Николаевич, Егоров Андрей Владимирович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: egorov49@inbox.ru, egorov76@inbox.ru

Группой инерции булевой функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в группе G преобразований переменных называется множество таких преобразований $g \in G$, для которых $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(g(x_1), g(x_2), \dots, g(x_n))$. Это множество является группой и обозначается $J_G(f)$.

Группы инерции изучались рядом авторов, начиная с Шеннона К. Э. При этом, в основном, рассматривались полная линейная и аффинная группы преобразований переменных. В докладе рассматриваются группы инерции в симметрической группе S_n .

Группу инерции можно представить как группу правых автоморфизмов [1] $(0, 1)$ матрицы $A(f)$ размера $N \times n$, строки которой суть векторы пространства V_n , на которых f принимает значения 1 (порядок строк не играет роли). Показано, что группы инерции тесно связаны с группами автоморфизмов целочисленных матриц размера $n \times n$, которые могут быть определены с помощью алгоритма, приведенного в [2]. Рассмотрены также вопросы t -кратной транзитивности группы инерции.

Утверждение 1. *Группа инерции $J_{S_n}(f)$ является подгруппой группы автоморфизмов матрицы $A^T(f)A(f)$.*

Теорема 1.

1. Если $J_{S_n}(f)$ — t -транзитивная группа подстановок, то $t \leq \lceil \frac{n}{2} \rceil$.
2. Для любой t -транзитивной группы $G \subset S_n$, при $t \leq \lceil \frac{n}{2} \rceil$ существует функция f , отличная от симметрической, такая, что $G \subseteq J_{S_n}(f)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Егоров В. Н. О группах автоморфизмов матриц // Прикладная дискретная математика. — 2010. — № 3. — С. 5–16.
- [2] Егоров В. Н., Егоров А. В. Группы автоморфизмов и изоморфизм комбинаторных объектов и алгебраических структур // Научная конференция «Ломоносовские чтения — 2016» тезисы докладов. — 2016. — С. 81–82.

ОБ ОЦЕНКАХ СЛОЖНОСТИ УСИЛИТЕЛЬНЫХ СХЕМ В НЕКОТОРЫХ БАЗИСАХ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ПРЯМЫМИ И ИТЕРАТИВНЫМИ ВХОДАМИ

Ложкин Сергей Андреевич, Жуков Владимир Владимирович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: lozhkin@cs.msu.ru, zhvv117@gmail.com

Рассматриваются (см. [1]) схемы в базисе $B = \{E_1, \dots, E_b\}$, где функциональный элемент (ФЭ) $E_j, j \in \{1, \dots, b\}$, имеет сложность $L_j, L_j > 0$, и реализует функцию алгебры логики (ФАЛ) φ_j , существенно зависящую от k'_j «прямых» и k''_j «итеративных» булевых переменных (БП). Предполагается, что базис B является полным в том смысле, что в нем в рамках модели [2] можно реализовать любую ФАЛ от «прямых» БП некоторой схемой из ФЭ (СФЭ).

Исследуется поведение функции Шеннона $\mathcal{L}_B^{yc}(n)$ для сложности реализации ФАЛ от n БП т. н. усилительными СФЭ, в которых могут ветвиться выходы только тех ФЭ E_j , для которых либо $k''_j \leq 1$, либо

$$\rho_j = \frac{L_j}{k''_j - 1} > \min_{k''_i \geq 2} \frac{L_i}{k''_i - 1} = \rho_B.$$

Заметим, что данный класс схем по существу совпадает с классом тех СФЭ над B , которые в терминологии [1] имеют нулевую глубину ветвления.

Доказано, что

$$\mathcal{L}_B^{yc}(n) = \rho_B \frac{2^n}{n} \left(1 + \frac{3 \log n \pm O(1)}{n} \right),$$

если все те ФЭ E_j базиса B , для которых $\rho_j = \rho_B$, реализуют либо только линейные ФАЛ, либо только монотонные элементарные дизъюнкции, либо только монотонные элементарные конъюнкции.

Отметим, что указанная оценка, являющаяся асимптотической оценкой высокой степени точности, не зависит от параметров $k'_j, j \in \{1, \dots, b\}$, что опровергает анонсированные в [1] оценки для базисов рассматриваемого вида.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ложкин С. А. О сложности реализации функций алгебры логики схемами и формулами, построенными из функциональных элементов с прямыми и итеративными входами // Труды III Международной конференции «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Красновидово, 1998 г.). — М. : Диалог-МГУ, 1998. — С. 72–73.
- [2] Ложкин С. А. О полноте и замкнутых классах функций алгебры логики с прямыми и итеративными переменными // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. — М. : Изд-во Моск. ун-та, 1999. — № 3. — С. 35–41.

ПОДСЕКЦИЯ II

Кафедры общей математики, функционального анализа и его применений

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПОСТРОЕНИИ АСИМПТОТИК РЕШЕНИЙ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ГОЛОМОРФНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ

Коровина Мария Викторовна

Кафедра общей математики, e-mail: betelgeuser@yandex.ru

Работа посвящена построению асимптотики решения обыкновенного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами в окрестности бесконечности в случае, когда корни основного символа являются кратными. Для простых корней эта задача была решена ранее [1]. Рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение с голоморфными коэффициентами и корнем основного символа кратности n .

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dx}\right)^n u(x) + a_{n-1}(x) \left(\frac{d}{dx}\right)^{n-1} u(x) + \dots \\ \dots + a_i(x) \left(\frac{d}{dx}\right)^i u(x) + \dots + a_0(x)u(x) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь коэффициенты $a_i(x)$ голоморфны в окрестности бесконечности. Это означает, что существует такая внешность круга $|x| > a$, что функции $a_i(r)$, $i = 0, 1, \dots, n - 1$ разлагаются в ней в сходящиеся степенные ряды $a_i(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_i^j}{x^j}$. Эта задача, путем замены $x = \frac{1}{r}$ сводится к уравнению с вырождением типа клюва второго порядка, которое записывается в виде

$$H\left(r, -r^2 \frac{d}{dr}\right)u = 0,$$

где

$$\begin{aligned} H(r, p) &= p^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i(r)p^i = \\ &= p^n + r \sum_{i=k_1}^{n-1} b_i^1 p^i + r^2 \sum_{i=k_2}^{n-1} b_i^2 p^i + \dots + r^n \sum_{i=k_2}^{n-1} b_i^n p^i + r^{n+1} \sum_{i=0}^{n-1} b_i(r)p^i \end{aligned}$$

Здесь через $b_i(r)$ обозначены соответствующие голоморфные функции, а через k_i минимальные степени p , при которых коэффициенты не равны нулю. Без ограничения общности будем считать, что $k_1 + 1 \leq k_j + j$, $j = 2, \dots, n$, тогда верна

Теорема 1. *Асимптотики решения уравнения (1) имеют вид*

$$u(r) = \sum_{j=1}^{n-k_1} \exp\left(\sum_{i=1}^{n-k_1-1} \frac{\alpha_i^j}{r^{\frac{i}{n-k_1}}}\right) r^{\frac{C_j}{n-k_1}} \sum_l A_l^j r^{\frac{l}{n-k_1}} + \sum_{j=0}^{k_1} r^{\sigma_j} (\ln r)^j \sum_{i=0}^{\infty} B_j r^j,$$

где через α_i^j , C_j , A_l^j , σ_j , B_j ($i < n - k_1 - 1$, $j \leq n - k_1$) обозначены некоторые константы, а через $\alpha_{n-k_1-1}^j$ — корни полинома

$$p^{n-k_1} + \left(\frac{n-k_1}{n-k_1-1}\right)^{n-k_1} \frac{b_{k_1}^1}{n-k_1}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Коровина М. В. Асимптотики решений уравнений с высшими вырождениями // Дифф. уравнения. — 2016. — Т. 52, N 1. — С. 60–77.

О СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЯХ ОПЕРАТОРА СВЕРТКИ, ЗАДАННОГО НА ОТРЕЗКЕ

Полосин Алексей Андреевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: alexei-polosin@mail.ru

В работах [1, 2] изучена асимптотика спектра интегрального оператора свертки на конечном интервале с ядром

$$K(x) = |x|^{-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1.$$

В [3] рассмотрена асимптотика спектра слабо полярных интегральных операторов. Рассмотрим спектральную задачу

$$f(x) = \lambda \int_{-1}^1 \frac{\sin l(x-t)}{\pi(x-t)} f(t) dt, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

Образ Фурье ядра интегрального оператора, задаваемого правой частью этого уравнения, — это характеристическая функция отрезка. В [4] указана асимптотика спектра этого оператора. В настоящей работе выписана асимптотика его собственных функций.

Автор выражает благодарность А. П. Солдатову за обсуждение работы и ценные замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-10194).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ukai S. Asymptotic Distribution of Eigenvalues of the Kernel in the Kirkwood-Riseman Integral Equation // Journal of Math. Physics. 1971. Vol. 12, Iss. 1. P. 83–92.
- [2] Пальцев Б. В. Асимптотика спектра интегральных операторов свертки на конечном интервале с однородными полярными ядрами // Изв. РАН. Сер. матем. 2003. Т. 67, № 4. С. 67–154.
- [3] Бирман М. Ш., Соломяк М. З. Асимптотика спектра слабо полярных интегральных операторов // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1970. Т. 34, № 5. С. 1142–1158.
- [4] Полосин А. А. Об асимптотике спектра интегрального оператора свертки на конечном интервале с образом ядра — характеристической функцией // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46, № 10. С. 1516–1520.

УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ И НАКЛОННОЙ ЛИНИЕЙ ВЫРОЖДЕНИЯ

Лихоманенко Татьяна Николаевна

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: tata.antaes@yandex.ru

В области $\mathcal{D} = \mathcal{D}^+ \cup \mathcal{D}^-$ (см. рис. 1) изучается задача Трикоми для уравнения Лаврентьева—Бицадзе со спектральными параметрами μ^2 и $\tilde{\mu}^2$

$$\begin{cases} u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) + \mu^2 u(x, y) = 0, & \text{в эллиптической области } \mathcal{D}^+, \\ u_{xx}(x, y) - u_{yy}(x, y) + \tilde{\mu}^2 u(x, y) = 0, & \text{в гиперболической области } \mathcal{D}^-, \end{cases}$$

где AB — линия изменения типа, проходящая под произвольным углом $\alpha \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$, с граничными условиями $u(x, y)|_{AD} = 0$, $u(x, y)|_{AC} = 0$, $u(x, y)|_{\widehat{BD}} = 0$. Ищется непрерывное в \mathcal{D} классическое решение с условием сопряжения градиентов на AB : $\frac{1}{r} \frac{\partial u^+(r, \varphi)}{\partial \varphi} \Big|_{AB} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial u^-(\rho, \psi)}{\partial \psi} \Big|_{AB}$ (в \mathcal{D}^+ используются полярные координаты, а в \mathcal{D}^- — гиперболические).

В работе [1] получено интегральное условие связи на AB , связывающее функцию и ее производные, при $\mu = \tilde{\mu} \sqrt{\cos 2\alpha}$ найдены в явном виде собственные функции и доказано, что они образуют базис Рисса в $L_2(\mathcal{D}^+)$.

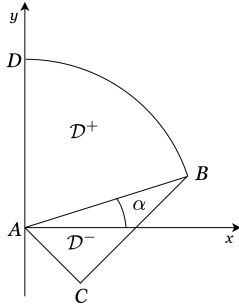
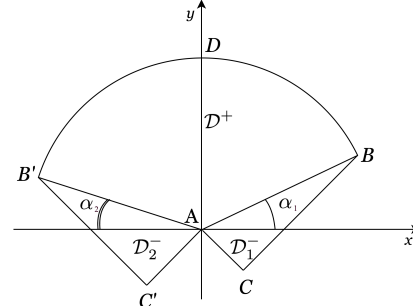
Аналогичные результаты получены в работе [2] для задачи Геллерстедта в области с двумя областями гиперболичности (см. рис. 2).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16–11–10194).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16–11–10194).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Моисеев Е. И., Лихоманенко Т. Н. Собственные функции задачи Трикоми с наклонной линией изменения типа // Дифференциальные уравнения. — 2016. — Т. 52, № 10. — С. 1375–1382.

Рис. 1: Область D , $\alpha > 0$.Рис. 2: Область D , $\alpha_1, \alpha_2 > 0$.

- [2] Moiseev E. I., Likhomanenko T. N. Eigenfunctions of the Gellerstedt problem with an inclined-type change line // Integral Transforms and Special Functions. — 2017. — P. 1–8. doi:10.1080/10652469.2017.1288728.

НЕРАВЕНСТВО ТИПА ХАУСДОРФА—ЮНГА ДЛЯ КОРНЕВЫХ ФУНКЦИЙ СИНГУЛЯРНОГО ОПЕРАТОРА ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ОТРЕЗКЕ

Крицков Леонид Владимирович

Кафедра общей математики, e-mail: kritskov@cs.msu.ru

Пусть \mathcal{L} — произвольный замкнутый оператор, порожденный дифференциальной операцией

$$Lu \equiv -u'' + p(x)u' + q(x)u \quad (1)$$

на конечном интервале $G = (a, b)$. Коэффициенты $p(x)$ и $q(x)$ в (1) считаются, вообще говоря, комплекснозначными функциями, принадлежащими локально пространствам L_2 и W_2^{-1} соответственно и удовлетворяющими на концах интервала G условиям (здесь $w(x) = (x - a)(b - x)$):

- а) $p(x), p^2(x)w(x)$ суммируемы на G ;
 б) $q(x) = q_1(x) + Q'(x)$, где $q_1(x)w(x), Q(x), Q^2(x)w(x)$ суммируемы на G .

Корневые функции оператора \mathcal{L} будем определять как произвольные нетривиальные решения уравнения $Lu_k(x, \lambda) = \lambda u_k(x, \lambda) + \operatorname{sgn} k u_{k-1}(x, \lambda)$ для некоторых $\lambda \in \mathbb{C}$ и $k \geq 0$, понимаемого в определенном регуляризованном смысле.

Условия на коэффициенты операции (1) обеспечивают то, что любая корневая функция $u_k(x, \lambda)$ абсолютно непрерывна на \overline{G} .

Рассмотрим произвольную систему U , состоящую из цепочек корневых функций $u_0(x, \lambda), u_1(x, \lambda), \dots, u_m(x, \lambda)$, отвечающих некоторому счетному множеству $\Lambda \subset \mathbb{C}$ и числам $m = m(\lambda) \geq 0$.

Следующее утверждение обобщает известную теорему Хаусдорфа—Юнга—Рисса для тригонометрических и общих ортогональных систем.

Теорема. Пусть $1 < p \leq 2$ и множество Λ таково, что

$$\sup_{\lambda \in \Lambda} |\operatorname{Im} \sqrt{\lambda}| < \infty, \quad \sup_{\mu \geq 1} \sum_{\lambda \in \Lambda: |\operatorname{Re} \sqrt{\lambda} - \mu| \leq 1} (1 + m(\lambda)) < \infty.$$

Тогда найдется такая постоянная $M > 0$, что для всех $f(x) \in L_p(G)$ выполнено неравенство

$$\left(\sum_{\lambda \in \Lambda} \sum_{k=0}^{m(\lambda)} |(f(x), \psi_k(x, \lambda))|^{p/(p-1)} \right)^{(p-1)/p} \leq M \|f\|_{L_p(G)},$$

где $\psi_k(x, \lambda)$ — нормированные в $L_p(G)$ корневые функции системы U .

О СКОРОСТИ СТАБИЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ С РАСТУЩИМ МЛАДШИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Денисов Василий Николаевич

Кафедра общей математики, e-mail: vdenisov2008@yandex.ru

В пространстве $\bar{D} = \mathbb{R}^N \times [0, \infty)$, $N \geq 3$ рассмотрим модельную задачу

$$\Delta u + c(x)u - u_t = 0 \quad \text{в } D, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}^N, \quad (2)$$

где

$$c(x) \leq -\alpha^2 \max(1, r^{2k}), \quad 0 < k \leq 1, \\ u_0(x) \in C(\mathbb{R}^N), \quad |u_0(x)| < M_1, \quad M_1 > 0.$$

Теорема 1. Для решения задачи Коши (1)–(2) имеет место оценка

$$|u(x, t)| \leq M_2 \exp \left[-m^2 t^{\frac{1}{n}} \right],$$

где

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{n} \leq \frac{1}{2}, \quad n > 0, \quad M_2 > 0, \quad m^2 > 0,$$

при $t \geq t_0 > 0$, равномерно по x на каждом компакте K в \mathbb{R}^N .

Утверждение теоремы не допускает усиления и замены компакта K на все \mathbb{R}^N . В работе [1] изучалась стабилизация решения задачи Коши для более общих параболических уравнений.

Автор благодарит академика Е. И. Моисеева и профессора И. С. Ломова за внимание и ценные советы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 15-01-00471.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Денисов В. Н. Стабилизация решения задачи Коши для недивергентного параболического уравнения с растущими младшими коэффициентами // Труды МИАН. — 2010. — Т. 270. — С. 91–103.

РАВНОМЕРНЫЕ АСИМПТОТИКИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА С СУММИРУЕМЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Садовничая Инна Викторовна

Кафедра общей математики, e-mail: ivsad_@yandex.ru

Рассматривается оператор Дирака на конечном отрезке с потенциалом, принадлежащим некоторому множеству \mathcal{X} , вполне ограниченному в пространстве $L_1[0, \pi]$, и сильно регулярными краевыми условиями U . Получены асимптотические формулы для собственных значений и собственных функций оператора, причем постоянные в оценках остатков зависят только от краевых условий и от множества \mathcal{X} .

Теорема 1. Пусть $\mathcal{L}_{P,U}$ — сильно регулярный оператор Дирака с внедиагональным потенциалом $P \in L_1[0, \pi]$. Обозначим через $\{\lambda_n^0\}_{n \in \mathbb{Z}}$ собственные значения невозмущенного оператора $\mathcal{L}_{0,U}$, а через $\{\lambda_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ — собственные значения оператора $\mathcal{L}_{P,U}$ с учетом алгебраической кратности. Тогда числа λ_n можно занумеровать так, что $\lambda_n = \lambda_n^0 + o(1)$ при $|n| \rightarrow \infty$; если $P \in \mathcal{X}$, где \mathcal{X} предкомпактно в $L_1[0, \pi]$, то для любого $\varepsilon > 0$ найдется натуральное число $N = N(\mathcal{X}, U; \varepsilon)$ такое, что при всех n , $|n| \geq N$, выполнено: $|\lambda_n - \lambda_n^0| < \varepsilon$; если $P \in \mathcal{X}$, где \mathcal{X} предкомпактно в $L_1[0, \pi]$, то найдется число $M = M(\mathcal{X}, U)$ такое, что для всех $n \in \mathbb{Z}$ выполнено: $|\lambda_n - \lambda_n^0| < M$.

Теорема 2. Пусть $\mathcal{L}_{P,U}$ — сильно регулярный оператор Дирака с внедиагональным потенциалом $P \in \mathcal{X}$, \mathcal{X} вполне ограничено в $L_1[0, \pi]$. Обозначим через $\{y_n^0\}_{n \in \mathbb{Z}}$ систему нормированных собственных функций оператора $\mathcal{L}_{0,U}$, соответствующих собственным значениям λ_n^0 , а через $\{y_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ — систему нормированных собственных и присоединенных функций оператора $\mathcal{L}_{P,U}$, соответствующих собственным значениям λ_n . Тогда для любого $\varepsilon > 0$ найдется натуральное число $N = N(\mathcal{X}, U; \varepsilon)$ такое, что при всех n , $|n| > N$, выполнено: $\|y_n - y_n^0\|_C < \varepsilon$. Более того, справедливо представление

$$y_{1,n}(x) = e^{i\lambda_n x} \tau_{1,n}(x), \quad y_{2,n}(x) = e^{-i\lambda_n x} \tau_{2,n}(x),$$

причем $|\tau_{j,n}(0)| \leq C(\mathcal{X}, U)$, $j = 1, 2$, а производные функций $\tau_{j,n}(x)$ подчинены оценке

$$|\tau'_{j,n}(x)| \leq C(\mathcal{X}, U)(|p_2(x)| + |p_3(x)|),$$

почти всюду на $[0, \pi] \ni x$.

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАВРЕНТЬЕВА—БИЦАДЗЕ

Моисеев Евгений Иванович¹, Моисеев Тихон Евгеньевич²,
Холомеева Анна Андреевна³

¹ Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: dekanat@cs.msu.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: tsmoiseev@mail.ru

³ Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: kholomeeva@cs.msu.ru

Известно, что задача Геллерстедта для уравнения Лаврентьева—Бицадзе при классических условиях склеивания решения на линии изменения типа имеет только тривиальные решения. В работах [1, 2] было впервые показано, что однородная задача Геллерстедта с данными на внешних характеристиках имеет нетривиальные решения при условии склеивания решения на линии изменения типа уравнения по Франклю. В настоящей работе рассмотрена однородная задача Неймана-Геллерстедта с данными на внутренних характеристиках. Доказано, что эта задача имеет нетривиальное решение при условии склеивания решения по Франклю на линии изменения типа уравнения. Попутно исследованы краевые задачи для уравнения Лапласа с точки зрения единственности решения. Пример нетривиального решения (не равного константе) краевой задачи для однородного уравнения Лапласа построен в виде биортогонального ряда по видоизмененной системе синусов (см. [4]).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-10194).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Моисеев Т. Е. Задача Геллерстедта с обобщенным условием склеивания Франкля на линии изменения типа уравнения с данными на внешних характеристиках // Дифференциальные уравнения. — 2016. — Т. 52, № 2. — С. 239–246.
- [2] Моисеев Т. Е. Задача Геллерстедта с неклассическими условиями склеивания градиента решения на линии изменения типа с данными на внутренних характеристиках // Дифференциальные уравнения. — 2016. — Т. 52, № 8. — С. 1062–1068.
- [3] Моисеев Т. Е. О неединственности решения смешанной краевой задачи для уравнения Лапласа // Дифференциальные уравнения. — 2008. — Т. 44, № 5. — С. 712–714.
- [4] Моисеев Е. И. О базисности одной системы синусов // Дифференциальные уравнения. — 1987.— Т. 23, № 1. — С. 177–179.

О ДВУХ ЗАДАЧАХ С ОДНИМ УРАВНЕНИЕМ ДЛЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Захарян Юрий Норикович, Капустин Николай Юрьевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: yuri.zakharyan@gmail.com,
n.kapustin@bk.ru

Рассмотрим спектральную задачу

$$u''(x) + \lambda u(x) = 0, \quad x \in (0, 1) \quad (1)$$

$$(a - \lambda)u'(0) + \lambda b u(0) = 0, \quad u'(1) = d \lambda u(1) \quad (2)$$

где a, b, d – положительные постоянные. Эта задача имеет собственные функции

$$u_n(x) = b\sqrt{\lambda} \sin(\sqrt{\lambda_n}x) + (a - \lambda) \cos(\sqrt{\lambda_n}x)$$

где собственные числа $\lambda_n, n = 1, 2, 3, \dots$ являются занумерованными в порядке возрастания их абсолютных величин корнями характеристического уравнения

$$\operatorname{ctg} \sqrt{\lambda} = \frac{(\lambda + (db - a))\sqrt{\lambda}}{(b - d)\lambda + ad}.$$

Теорема 1. *Если $b = d, a = bd$, то подсистема системы собственных функций задачи (1)–(2) без любой собственной функции образует базис в пространстве $L_p(0, 1), p > 1$ (базис Рисса при $p = 2$).*

Доказательство теоремы основано на результатах работ [1, 2]. В работе [2] рассмотрена задача для уравнения (1) с однородным граничным условием и граничным условием, содержащим квадрат спектрального параметра. Собственные функции этой задачи образуют систему синусов с таким же характеристическим уравнением, что и задача (1)–(2) в рассмотренном частном случае. Однако, для базисности подсистемы системы синусов необходимо удаление двух собственных функций.

Исследование выполнено при поддержке РФФИ, проект № 17-01-00847.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Капустин Н. Ю., Моисеев Е. И. О базисности в пространстве L_p систем собственных функций, отвечающих двум задачам со спектральным параметром в граничном условии. // Дифференц. уравнения. — 2000. — Т. 36, № 10. — С. 1357–1360.
- [2] Капустин Н. Ю. О равномерной сходимости ряда Фурье для спектральной задачи с квадратом спектрального параметра в граничном условии. // Дифференц. уравнения. — 2010. — Т. 46, № 10. — С. 1504–1507.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕКЛАССИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аристов Анатолий Игоревич

Кафедра общей математики, e-mail: ai-aristov@cs.msu.ru

Работа посвящена изучению одного уравнения соболевского типа со степенными нелинейностями. Уравнение может использоваться для моделирования нестационарных процессов в полупроводниковой среде.

Построено восемь классов точных решений этого уравнения, допускающих выражение через элементарные и специальные функции. Показано, что среди этих классов есть решения, имеющие следующие варианты качественного поведения: обращение в бесконечность на конечных промежутках времени (разрушение); ограниченность на любом конечном промежутке времени, но не глобально; ограниченность глобально по времени. Кроме того, найдены решения со смешанным типом качественного поведения: разрушение в одних точках и глобальная по времени ограниченность в других.

При построении решений использовались методы дифференциальных связей, мультипликативного разделения переменных, бегущей волны и неполной бегущей волны.

Отметим, что качественным свойствам решений уравнений, содержащих смешанные производные по времени и по пространственным переменным высоких порядков, посвящены обширные исследования (например, [1]), тогда как в литературе о точных решениях (например, [2]) им уделяется мало внимания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Свешников А. Г., Альшин А. Б., Корпусов М. О., Плетнер Ю. Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. — М.: Физматлит, 2007. — 736 с. — ISBN 978-5-9221-0779-2.
- [2] Полянин А. Д., Зайцев В. Ф., Журов А. И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. — М.: Физматлит, 2005. — 256 с. — ISBN 5-9221-0539-6.

О НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧКАХ И СОВПАДЕНИЯХ ОТОБРАЖЕНИЙ УПОРЯДОЧЕННЫХ МНОЖЕСТВ

Фоменко Татьяна Николаевна

Кафедра общей математики, e-mail: tn-fomenko@yandex.ru

В докладе, основанном на работах [1-4], представлены обобщения известных теорем Кнастера—Тарского, Смитсона и Цермело (см. [5, 6]) о неподвижных точках, имеющих многочисленные приложения, а также некоторых теорем о совпадениях отображений упорядоченных множеств.

Пусть (X, \preceq) частично упорядоченное множество, $F : X \rightrightarrows X$ — многозначное отображение. Пусть $x_0 \in X$. Обозначим $\mathcal{C}_2(x_0; \{F\})$ совокупность пар (S, f) , где $S \subseteq \mathcal{O}_X(x_0) := \{x \in X \mid x \preceq x_0\}$ — цепь, $f : S \rightarrow X$, $f(x) \in F(x)$, $f(x) \preceq x$, $\forall x \in S$, для любых $u, v \in S$, $v \prec u \implies v \preceq f(u)$, и $\forall x \in S \exists x' = x'(x) \in \mathcal{O}_X(x_0)$ и $\exists y \in F(x')$, что $x \preceq y \preceq x'$.

Приведем один из полученных результатов.

Теорема 1. Пусть (X, \preceq) — частично упорядоченное множество, $x_0 \in X$, $F : X \rightrightarrows X$ и $\mathcal{C}_2(x_0; \{F\}) \neq \emptyset$. Пусть для каждой пары $(S, f) \in \mathcal{C}_2(x_0; \{F\})$ существует нижняя граница w цепи $f(S)$, и существует $z \in F(w)$, $z \preceq w$. При этом, если для всех таких z верно, что $z \prec w$, то хотя бы для одного такого z существует $z' \in F(z)$, $z' \preceq z$. Тогда $\text{Fix}(F) \neq \emptyset$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Fomenko T. N., Podoprikin D. A. Fixed points and coincidences of mappings of partially ordered sets // Journal of Fixed Point Theory and its Applications. — Vol. 18, N4. — P. 823–842.
- [2] Подоприхин Д. А., Фоменко Т. Н. О совпадениях семейств отображений упорядоченных множеств // Доклады РАН. — 2016. — Т. 471, № 1, С. 16–18.
- [3] Fomenko T. N., Podoprikin D. A. Common fixed points and coincidences of mapping families on partially ordered sets // Topology and its Applications. Elsevier BV (Netherlands). — 2017. — V. 221. — P. 275–285.
- [4] Фоменко Т. Н. Неподвижных точки и совпадения в упорядоченных множествах // Доклады РАН. — 2017 (принято к печати).
- [5] Editors Kirk W. A., Sims B. Handbook of metric fixed point theory. — Springer Science & Business Media, 2001. — 703 p.
- [6] Smithson R. E. Fixed points of order preserving multifunctions // Proceedings of the American Mathematical Society. — 1971. — V. 28. — P. 304–310.

СЕДЛОВОЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

Хорошилова Елена Владимировна

Кафедра общей математики, e-mail: khorelena@gmail.com

Рассматривается равновесная задача в виде системы двух задач:

$$\varphi(y) = f(x^*) \in \text{Min}\{f(x) \mid g(x) \leq y, x \in X \subset \mathbb{R}^n\}, \quad (1)$$

$$y^* \in \text{Argmin}\{\varphi(y) \mid y \in Y \subset \mathbb{R}_+^m\}, \quad (2)$$

где $Y = \{y \mid g_1(y) \leq y_1, y \in \mathbb{R}_+^m\}$, $f(x)$ — скалярная выпуклая функция, $g(x)$, $g_1(y)$ — векторные функции с выпуклыми компонентами, X — выпуклое замкнутое множество.

Первая задача является параметрической задачей выпуклого программирования и отражает чувствительность целевой функции $f(x)$ к изменению параметра y правой части ограничений $g(x) \leq y$, определяя тем самым функцию чувствительности $\varphi(y)$ [1]. Вторая задача — это оптимизация функции чувствительности на множестве Y . В системе (1), (2) требуется найти минимум функции чувствительности на множестве Y , при этом целевая функция задана неявно.

Для задачи (1) при фиксированном $y = y^*$ вводится функция Лагранжа

$$L(x, y^*, p) = f(x) + \langle p, g(x) - y^* \rangle,$$

определенная при всех $x \in \mathbb{R}^n, p \in \mathbb{R}_+^m$. Затем задача сводится к поиску седловой точки лагранжиана с учетом задачи оптимизации (2). Для решения задачи был использован экстрапроксимальный метод [2]. Доказана его сходимость к решению задачи по всем компонентам.

Автор выражает благодарность профессору Антипину А. С. за постановку задачи. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 15-01-06045-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Антипин А. С., Голиков А. И., Хорошилова Е. В. Функция чувствительности, ее свойства и приложения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2011. — Т. 51, № 12. — С. 2126–2142.
- [2] Антипин А. С. Экстрапроксимальный метод решения равновесных и игровых задач // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2005. — Т. 45, № 11. — С. 1969–1990.

ПОДСЕКЦИЯ III

Кафедра системного программирования

РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЕ ЦИКЛОВ С РЕГУЛЯРНЫМИ ЗАВИСИМОСТЯМИ ПО ДАННЫМ НА КЛАСТЕРЫ С ГРАФИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССОРАМИ

Колганов Александр Сергеевич, Крюков Виктор Алексеевич,
Шохин Кирилл Олегович

Кафедра системного программирования, e-mail: dvm@keldysh.ru

Важной особенностью вычислительно сложных программ является наличие в них циклов с зависимостями по данным. В DVM-системе [1] есть возмож-

ность выполнения циклов с регулярными зависимостями по данным на распределенной системе. Для этого витки тесногнездового цикла, содержащего цикл с зависимостью, распределяются порциями между процессами, причем каждая порция разбивается на кванты. Каждый процесс выполняет очередной квант своей порции и посылает результаты выполнения этого кванта следующему процессу для того, чтобы следующий процесс начал выполнение очередного кванта своей порции витков.

От выбора размера кванта существенно зависит эффективность работы конвейера – маленькие кванты позволяют скорее разогнать конвейер (позволить одновременно работать всем процессам), в свою очередь крупные кванты замедляют разгон конвейера, что приводит к увеличению простоев процессов.

Для эффективной работы такого конвейера на графическом процессоре (ГПУ) потребовалось реализовать новый алгоритм выбора оптимального размера кванта. Это вызвано тем, что на ГПУ при уменьшении количества обрабатываемых данных время их обработки уменьшается не линейно. Старый же алгоритм исходил из линейной зависимости времени выполнения вычислений от их объема, и поэтому его использование приводит к значительному замедлению выполнения программы.

Основная идея нового алгоритма заключается в том, чтобы построить функцию зависимости времени конвейерного выполнения цикла от размера кванта и с ее помощью найти оптимальный размер кванта. Для аппроксимации функции выбран полином четвертой степени, для определения коэффициентов полинома применяется метод наименьших квадратов. В качестве начального приближения используется количество квантов, равное количеству используемых графических процессоров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 16-07-01014, № 17-01-00820).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Сайт DVM-системы URL: dvm-system.org (дата обращения: 1.03.2017)

ПЕРЕНОС ВЫЧИСЛЕНИЙ НА АКСЕЛЕРАТОРЫ NVIDIA В РЕАЛИЗАЦИИ OPENMP В КОМПИЛЯТОРЕ GCC

Аветисян Арутюн Ишханович, Монаков Александр Владимирович

ИСП РАН, e-mail: arut@ispras.ru, amonakov@ispras.ru

В Институте системного программирования разрабатывается поддержка переноса вычислений на GPU-акселераторы NVIDIA при использовании расширений OpenMP 4.0 [1, 2]. При компиляции target-регионов код для архитектуры акселераторов выдается в виде PTX-ассемблера [3] (используется генератор для целевой архитектуры nvptx, включенный в GCC ранее для поддержки OpenACC. Поддерживаются все управляющие структуры OpenMP 4.0 за счет переиспользования компиляторной инфраструктуры и библиотеки поддержки

libgomp [4], которая для этого была портирована на архитектуру nvptx: основные изменения были в логике активации нитей и примитивов синхронизации.

Используется следующее отображение уровней параллелизма OpenMP на иерархию PTX-нитей: независимые группы нитей (`target teams`) соответствуют блокам нитей на акселераторе, одна OpenMP-нить соответствует синхронной группе (`warp`, 32 PTX-нити), а параллелизм в синхронной группе доступен как векторный параллелизм (`simd`-циклы) OpenMP. Для этого была разработана поддержка общих для синхронной группы стеков и специального режима выполнения синхронной группы, в котором наблюдаемые эффекты при выполнении синхронной группы наступают таким образом, как если бы в ней была активна только одна нить. Были реализованы специализированные методы трансляции `simd`-циклов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] OpenMP Architecture Review Board. OpenMP Application Program Interface Version 4.0. — 2013. — URL: <http://www.openmp.org/wp-content/uploads/OpenMP4.0.0.pdf> (дата обр. 07.02.2017).
- [2] Монаков А.В, Иванишин В.А. Поддержка стандарта OpenMP 4.0 для архитектуры NVIDIA PTX в компиляторе GCC // Труды Института системного программирования РАН. — 2016. — Т. 28, № 4. — С. 169-182.
- [3] NVIDIA Corporation. Parallel Thread Execution ISA Version 5.0. — 2017. — URL: <https://docs.nvidia.com/cuda/parallel-thread-execution/> (дата обр. 07.02.2017).
- [4] GNU libgomp. — 2017. — URL: <https://gcc.gnu.org/onlinedocs/libgomp/> (дата обр. 07.02.2017).

ИЗМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В СУБД POSTGRESQL ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАПРОСОВ

Турдаков Денис Юрьевич, Шер Арсений Владимирович

Кафедра СП ВМК МГУ, ИСП РАН, e-mail: turdakov@ispras.ru, sher-ars@ispras.ru

Удешевление и увеличение объема оперативной памяти привело к тому, что на сегодняшний день узким местом при обработке запросов к СУБД все чаще становится центральный процессор. В свободной реляционной СУБД PostgreSQL, как и в большинстве других систем, для исполнения запросов традиционно используется модель итераторов (Volcano-модель) [1], в которой каждый физический оператор предоставляет метод `next`, возвращающий следующий кортеж. При выполнении запроса `next` корня дерева операторов вызывается до тех пор, пока не будут получены все кортежи. Реализации

next вышестоящих операторов вызывают next своих потомков, и так далее до листьев дерева, которые непосредственно читают кортежи из файловой системы.

Модель итераторов проста для понимания и реализации, но на практике обычно имеет низкую эффективность. В работе рассматриваются методы ускорения обработки запросов к PostgreSQL, основанные на переходе к модели явных циклов (data-centric модели) [2][3]. Здесь, напротив, каждый оператор предоставляет метод для «вталкивания» в него кортежа; выполнение начинается снизу дерева, листовые операторы в одном цикле сканируют файловую систему и передают кортежи своим родителям, те — своим, и так до корня.

Переход был осуществлен с разной степенью поддержки исходной функциональности для операторов SeqScan, Hash, HashJoin, Limit, Agg и Sort. Результаты проведенного тестирования показывают ускорение на 5-10% для ряда запросов из стандартного набора тестов TPC-H.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Graefe G. Volcano — an extensible and parallel query evaluation system // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering. — 1994. — Vol. 6, Iss 1. — P. 120–135.
- [2] Neumann T. Efficiently compiling efficient query plans for modern hardware // Proceedings of the VLDB Endowment. — 2011. — Vol. 4, Iss 9. — P. 539–550.
- [3] Neumann T., Leis V. Compiling Database Queries into Machine Code // IEEE Data Engineering Bulletin. — 2014. — Vol. 37, Iss 1. — P. 3–11.

МЕТОДЫ КОМПИЛЯЦИИ ЗАПРОСОВ К СУБД НА ОСНОВЕ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ КОДА

**Гетьман Александр Игоревич, Мельник Дмитрий Михайлович,
Шарыгин Евгений Юрьевич**

Кафедра СП ВМК МГУ, ИСП РАН, e-mail: ever@ispras.ru, dm@ispras.ru, eush@ispras.ru

Компиляция запросов к СУБД в машинный код во время выполнения позволяет существенно ускорить выполнение запросов за счёт сокращения накладных расходов на интерпретацию, встраивания известных параметров запроса и изменения модели выполнения [1, 2]. Реализация компилятора запросов с сохранением существующего интерпретатора требует разработки метода компиляции, который позволил бы использовать один и тот же исходный код и для интерпретатора, и для компилятора и избежать тем самым дублирования кода и сопутствующих сложностей при поддержке.

В докладе представлены полуавтоматические методы компиляции запросов на основе специализации кода во время выполнения с явной фазой анализа времени связывания и без неё. Метод специализации без явной фазы анализа

основан на аннотациях памяти и представляет собой модификацию классического алгоритма распространения констант. Метод специализации с явной фазой анализа основан на аннотациях типов, которые используются в предварительном анализе времени связывания переменных программы. Выделение явной фазы анализа времени связывания позволяет сократить накладные расходы во время выполнения, а также существенно упрощает процесс разработки и отладки специализатора.

Актуализация аннотаций обоих типов требуется только при изменении программных интерфейсов в исходной СУБД, что происходит достаточно редко. Недостатком метода по сравнению с разработкой специализированного компилятора является недостаточный контроль над структурами данных и алгоритмами, используемыми в результирующем коде, в частности, невозможность реализации таких высокоуровневых оптимизаций, как смена модели выполнения запроса.

Прототипная реализация методов для СУБД PostgreSQL с использованием инфраструктуры LLVM позволяет добиться ускорения до 27% на некоторых запросах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Neumann T. Efficiently Compiling Efficient Query Plans for Modern Hardware // Proceedings of the VLDB Endowment. — 2011. — 4(9). — 539–550.
- [2] Бучацкий Р. А., Шарыгин Е. Ю., Скворцов Л. В., Жуйков Р. А., Мельник Д. М., Баев Р. В. Динамическая компиляция SQL-запросов для СУБД PostgreSQL // Труды ИСП РАН. — 2016. — 28(6). — 37–48.

ПРОБЛЕМЫ СТАТИЧЕСКОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА АРХИТЕКТУРНЫХ МОДЕЛЕЙ

**Корныхин Евгений Валерьевич, Петренко Александр Константинович,
Хорошилов Алексей Владимирович**

Кафедра системного программирования, e-mail: kornevgen@cs.msu.ru, petrenko@ispras.ru,
khoroshilov@ispras.ru

В докладе рассматриваются вопросы разработки современных комплексов бортового оборудования (КБО), поставляемых в первую очередь на самолеты. Это аппаратно-программные комплексы, к которым предъявляются специфические требования. Во-первых, они должны работать в условиях реального времени, их поведение должно быть заранее описано, рассчитано и проанализировано. Во-вторых, процессы разработки таких комплексов должны быть тщательно выстроены и проанализированы на предмет качества получаемых результатов. Это, в первую очередь, влияет на длительность сертификации КБО, то есть выхода самолета с данным КБО на рынок. Одним из способов достижения этих целей является использование архитектурных моделей КБО.

Модели позволяют проводить анализ свойств архитектуры и поведения будущих КБО на ранних этапах их разработки. Результаты анализа могут помочь в улучшении будущих КБО и исправлении ошибок в них без проведения дорогостоящих натурных экспериментов.

Анализ архитектуры и поведения может проводиться при помощи двух подходов: статический анализ и динамический анализ [1]. Тем самым, получается 4 вида анализа: статический анализ архитектуры, статический анализ поведения, динамический анализ архитектуры, динамический анализ поведения. В каждом виде анализа необходимо определиться с целью анализа (что анализируется, какое ожидается качество анализа) и средствами анализа (насколько сложно пройти подготовительные процедуры и провести сам анализ, в частности, описать проверяемые свойства, есть ли достаточные ресурсы для проведения анализа).

При участии авторов ведется работа над проектом по разработке среды проектирования моделей КБО с возможностями проведения перечисленных выше видов анализа [1]. В докладе отражены ряд проблем и особенностей этих видов анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Инструментальные средства проектирования систем интегрированной модульной авионики / Д. В. Буздалов, С. В. Зеленев, Е. В. Корныхин, А. К. Петренко, А. В. Страх, А. А. Угненко, А. В. Хорошилов // Труды Института системного программирования РАН. — 2014. — Т. 26, № 1. — С. 201–230.

ПРОВЕРКА UML-МОДЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ГЕНЕРАЦИИ ТЕКСТОВЫХ СПЕЦИФИКАЦИЙ

**Корухова Людмила Сергеевна, Малышко Виктор Васильевич,
Ершов Михаил Сергеевич**

Кафедра системного программирования, e-mail: sp@cs.msu.ru, vmalyshko@cs.msu.ru,
err.show@gmail.com

В работе рассматривается задача проверки UML-моделей, создаваемых в цикле разработки прикладных программных систем. Эти модели включают в себя: диаграммы проектных классов; диаграммы деятельности для операций классов; протокольные диаграммы состояний, определяющие поведение экземпляров; диаграммы последовательности, описывающие сценарии работы; ограничения на языке OCL. В ходе проверки либо подтверждается соблюдение ограничений при выполнении сценариев, либо выявляются нарушения.

Общий подход к решению задачи заключается в составлении по исходным UML-моделям текстовых спецификаций и в последующей их проверке программными средствами. При этом языки спецификаций обычно имеют мало

общего с UML. Из-за этого возникает дополнительная сложность, препятствующая использованию проверок на практике.

Для решения задачи нами использован близкий к UML язык текстовых спецификаций Simple OCL-based Imperative Language (SOIL) [1]. Предложен метод автоматической генерации SOIL-спецификаций по UML-моделям. В рамках метода дан набор правил отображения элементов и связей UML в конструкции SOIL. Реализован генератор, выполняющий роль связующего звена между UML-средой Modelio и анализатором UML-based Specification Environment [2]. Продемонстрирована работа метода на примерах. Метод позволяет проверять UML-модели без дополнительных усилий по их переводу на текстовые языки, неудобные разработчикам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-01-00214).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Buttner F., Gogolla M. On OCL-based imperative languages // Science of Computer Programming. — 2014. — Т. 92. — P. 162–178.
- [2] Gogolla M., Buttner F., Cabot J. Initiating a Benchmark for UML and OCL Analysis Tools. // 7th International Conference on Tests and Proofs. — 2013. — P. 115–132.

К ВОПРОСУ О ПРЕОДОЛЕНИИ ОГРАНИЧЕНИЙ СТАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРИ ПОИСКЕ ДЕФЕКТОВ ПЕРЕПОЛНЕНИЯ БУФЕРА

Белеванцев Андрей Андреевич, Дудина Ирина Александровна

Кафедра системного программирования, e-mail: abel@ispras.ru, eupharina@ispras.ru

Ошибки доступа к буферу остаются одним из наиболее серьезных источников дефектов в программах на языках Си и Си++. Одним из методов поиска таких ошибок является статический анализ. Сложность разработки промышленного анализатора связана с обеспечением масштабируемости, качества анализа (не менее 50-60% истинных срабатываний, при умеренном числе пропущенных ошибок, что на практике означает межпроцедурный, чувствительный к путям и контексту анализ), поддержки анализа неполного кода (анализ при неизвестных контрактах функций).

Предлагаемые подходы к поиску ошибок доступа к буферу имеют в своей основе метод символьного исполнения с объединением состояний. В роли символьных переменных \vec{u} выступают приходящие из других функций (вызывающих данную и вызываемых данной) значения, параметризующие выполнение анализируемой функции (например, её аргументы). Обозначим для произвольной точки программы q условие достижимости этой точки по некоторому пути p как $R_q^p(\vec{u})$. Тогда, с учетом наличия неизвестного контракта функции,

предлагается следующее условие присутствия ошибки в точке q_{access} доступа к буферу размера S по индексу i :

$$\exists p : (\exists \vec{u} : R_{q_{access}}^p(\vec{u}) \wedge \forall \vec{u} : (R_{q_{access}}^p(\vec{u}) \rightarrow i(\vec{u}) \notin [0, S(\vec{u}) - 1]))$$

Данное определение не используется напрямую в реализации детекторов, т. к., во-первых, содержит квантор всеобщности, что затрудняет его проверку на выполнимость решателем, и, во-вторых, из-за того, что для каждого пути необходимо определить $R_q^p(\vec{u})$, что сильно увеличивает размер формулы. Для преодоления этих затруднений реализована эвристика для случаев доступа к буферу с известным в момент компиляции размером — на проекте Android 5.0.2 получено примерно 350 предупреждений (около 60% истинных) [1]. Для случая буфера в динамической памяти реализован прототип внутрипроцедурного детектора (на Android 4.0.1 13 предупреждений, 38% истинных), требующий улучшения масштабируемости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дудина И. А. Обнаружение ошибок доступа к буферу в программах на языке C/C++ с помощью статического анализа // Труды ИСП РАН — 2016.— Т. 28, № 5. — С. 119–134.

ИЗВЛЕЧЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ИЗ БИНАРНОГО КОДА ДЛЯ ПОВТОРНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Соловьев Михаил Александрович, Манушин Дмитрий Валерьевич

Кафедра системного программирования, e-mail: iceee@ispras.ru, dman95@ispras.ru

Задача извлечения алгоритма из бинарного кода состоит в выделении инструкций фрагмента бинарного кода, реализующего алгоритм, и необходимых для его работы данных в таком виде, чтобы извлечённый алгоритм мог быть повторно использован в другой программе. Это может понадобиться, например, при необходимости использования фрагментов унаследованного кода или извлечении интересных алгоритмов из вредоносного ПО.

Извлечение алгоритмов в данной работе производится по трассам программ в среде анализа бинарного кода, разрабатываемой в ИСП РАН [1]. На вход процедура извлечения принимает адрес функции, код которой необходимо извлечь. Выполняется построение статических представлений данной и всех вызываемых ей функций, которые содержат набор выполненных инструкций, расположенных по определённым адресам. Статические представления объединяются по модулям.

По полученному статическому представлению каждого модуля строится перемещаемый листинг — программа на языке ассемблера, которая содержит инструкции из этого представления с абсолютными адресами заменёнными на метки. Также на этом этапе разрешаются косвенные переходы в случае, когда

адрес перехода находится в секции данных модуля: в соответствующем участке секции данных размещается метка, соответствующая адресу перехода.

На последнем этапе процедуры извлечения алгоритма происходит извлечение необходимых для его работы данных. Когда перемещаемый листинг построен, можно определить участки секции данных, которые необходимо заполнить. Данные получаются с использованием алгоритма восстановления буфера, реализованного в среде анализа бинарного кода [1].

Предложенный подход был реализован в качестве модуля среды анализа бинарного кода [1]. В качестве тестового примера был извлечён и успешно переиспользован в другой программе код функции, реализующей алгоритм хеширования MD5, и данные, необходимые для его работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Методы и программные средства, поддерживающие комбинированный анализ бинарного кода / В.А. Падарян, А.И. Гетьман, М.А. Соловьев, [и др.] // Труды ИСП РАН. — 2014. — Т. 26, №1. — С. 251–276.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АНАЛИЗА ПОМЕЧЕННЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПОИСКА ДЕФЕКТОВ В ПРОГРАММАХ НА ЯЗЫКЕ C#

Гайсарян Сергей Суменович, Беляев Михаил Владимирович

Кафедра системного программирования, e-mail: ssg@ispras.ru, usrsse2@icloud.com

Анализ помеченных данных — вид статического анализа, целью которого является обнаружение путей распространения данных от заданных функций-источников в заданные функции-стоки. Анализ помеченных данных применяется при реализации различных инструментов поиска дефектов в программах, в том числе, для поиска дефектов безопасности [1].

В данной работе используется подход сведения задачи анализа помеченных данных к задаче межпроцедурного анализа потоков данных с дистрибутивными передаточными функциями (IFDS) [1]. В качестве внутреннего представления используется неявный межпроцедурный граф потока управления: ГПУ каждого метода строятся по требованию, межпроцедурные рёбра в графе явно не присутствуют, а восстанавливаются по заранее построенному графу вызовов. Реализован алгоритм решения IFDS-задачи, аналогичный описанному в работе [2], который не требует построения расширенного межпроцедурного ГПУ. Разработаны и реализованы 3 вида передаточных функций: обычная ПФ, ПФ вызова и ПФ возврата [1] — для прямой и обратной задачи анализа помеченных данных с учётом синтаксиса и семантики операций языка C#. Эти алгоритмы и методы реализованы в инструменте статического анализа SharpChecker [3].

Тестирование на различных проектах с открытым исходным кодом показало, что реализованный инструмент успешно находит следующие уязвимости: SQL-инъекция, LDAP-инъекция, использование константных паролей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] FlowDroid: Precise Context, Flow, Field, Object-sensitive and Lifecycle-aware Taint Analysis for Android Apps / S. Arzt [et al.] // Proceedings of the 35th ACM SIGPLAN Conference on Programming Language Design and Implementation. — 2014. — С. 259–269.
- [2] Кошелев В. К., Избышев А. О., Дудина И. А. Межпроцедурный анализ помеченных данных на базе инфраструктуры LLVM // Труды ИСП РАН. — 2014. — Т. 26, № 2. — С. 97–118.
- [3] Кошелев В. К., Игнатъев В. Н., Борзилов А. И. Инфраструктура статического анализа программ на языке C# // Труды ИСП РАН. — 2016. — Т. 28, №1. — С. 21–40.

О СПОСОБАХ ЗАДАНИЯ СЕМАНТИКИ МАШИННЫХ КОМАНД ПРИ РАЗРАБОТКЕ ДЕКОДЕРА В ЭМУЛЯТОРЕ QEMU

Белов Никита Андреевич, Падарян Вартан Андроникович

Кафедра системного программирования, e-mail: zodiac@ispras.ru, vartan@ispras.ru

QEMU — это эмулятор с открытым исходным кодом на основе динамической двоичной трансляции, поддерживающий различные архитектуры [1]. В настоящее время в эмуляторе не существует какого-либо языка описания семантики инструкций. Трансляторы команд для каждой новой архитектуры реализуются вручную на уровне ассемблерного кода, что представляет собой однотипную и кропотливую работу. Такой подход чреват внесением трудновывяемых ошибок и значительно замедляет добавление новых архитектур в эмулятор.

В данной работе рассмотрены способы формального задания семантики машинных команд (языки Pivot [2] и nML [3]), используемые в различных проектах. Было произведено сравнение удобства их синтаксисов, а также применимость при разработке транслятора в эмуляторе QEMU.

На основе проведенного анализа были установлены требования к языку описания семантики, позволяющие значительно упростить разработку новых архитектур и уменьшить возможность ошибок. В результате этого был разработан язык со следующими свойствами: высокоуровневый синтаксис; операторная поддержка для большинства инструкций внутреннего представления TCG эмулятора QEMU; преобразование циклов и условных операторов по специальным правилам: если значение, от которого зависит условие цикла или условного оператора, будет известно только во время выполнения гостевого кода, то такой

цикл или условный оператор должен выполняться только во время выполнения гостевого кода. Все остальные циклы и условные операторы выполняются во время трансляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bellard F. QEMU, a Fast and Portable Dynamic Translator // Proc. of the Annual Conf. on USENIX Annual Tech. Conf. — 2005. — P. 41–41.
- [2] Падарян В. А., Соловьев М. А., Кононов А. И. Моделирование операционной семантики машинных инструкций // Программирование. — 2011. — №3 — С. 50–64.
- [3] Kumar S. Functional Simulation Using Sim-nML. — Kanpur, 2006. — P. 117.

ДИНАМИЧЕСКОЕ СИМВОЛЬНОЕ ИСПОЛНЕНИЕ JAVA-ПРОГРАММ

Аветисян Арутюн Ишханович, Вартанов Сергей Павлович

Кафедра СП ВМК МГУ, ИСП РАН, e-mail: arut@ispras.ru, svartanov@ispras.ru

Активная разработка инструментов, осуществляющих динамическое символьное исполнение (англ. *dynamic symbolic execution, concolic testing*) программ началась около пятнадцати лет назад на волне общего интереса к методам динамического анализа, чему во многом способствовало повышение производительности вычислительных устройств. Этот подход позволяет проводить исследование путей выполнения программы, основываясь на её внутренней структуре. Для этого в ходе выполнения программы производится отслеживание помеченных данных (источниками которых считаются входные файлы, аргументы командной строки и др.) и построение на их основе символьной формулы, описывающей процесс выполнения. С помощью последовательного инвертирования частей формулы, соответствующих условиям переходов, и решения полученных формул, строятся наборы входных данных, позволяющих выполнять новые пути программы.

Программы, написанные на языке Java, обычно транслируются в байт-код, который интерпретируется виртуальной машиной. Кроме того, в стандарт языка входят механизмы обработки исключений, механизмы синхронизации потоков, интерфейс вызова внешних функций, расположенных в скомпилированных бинарных файлах, и др. Перечисленные особенности языка находят отражение в инструментах, производящих динамическое символьное исполнение Java-программ.

В докладе приводится сравнительный обзор техник и инструментов динамического символьного исполнения, применяемых для анализа программ, написанных на языке Java, которые берут начало от инструмента Java PathFinder [1]:

статическая и динамическая инструментация на уровне различных представлений кода (исходного, бинарного, байт-кода), модификация виртуальных машин Java, а также обзор развития инструментов, созданных в ИСП РАН [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Visser W., Păsăreanu C. S., Khurshid S. Test Input Generation with Java PathFinder // Proceedings of the 2004 ACM SIGSOFT international symposium on Software testing and analysis. — 2004. — P. 97–107.
- [2] Вартанов С. П., Герасимов А. Ю. Применение динамического анализа для поиска дефектов в программах на языке Java // Труды Института системного программирования РАН. — 2013. — Т. 25. — С. 9–28.

ПОДСЕКЦИЯ IV

Кафедра вычислительных методов

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ В НОРМИРОВАННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Волошин Сергей Александрович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: s-voloshin@inbox.ru

Настоящий доклад подготовлен по материалам работ [1-3], в которых проведено исследование устойчивости и сходимости конечно-разностных методов расчета слабых решений квазилинейного уравнения первого порядка. Рассмотрен широкий класс разностных схем, включающий, как явные, так и неявные. Дается определение монотонности схемы и доказано, что монотонные схемы порождают аккретивный оператор, действующий в нормированном пространстве. Показана связь неявных схем со схемами с нелокальным шаблоном. Переход к нелокальным схемам позволяет доказывать устойчивость при менее жестких условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Волошин С. А. Устойчивость и сходимость монотонных конечно-разностных аппроксимаций квазилинейного закона сохранения // Дифференциальные уравнения. — 2005. — Т. 41, № 7. — С. 918–924.
- [2] Волошин С. А. О нелокальных неявных схемах // Ж. Вычисл. Матем. и матем. физ. — 1988. — Т. 28, № 12. — С. 1815–1822.
- [3] Волошин С. А. Об устойчивости и сходимости конечно разностных схем : препринт. — М.: МАКС Пресс, 2017.

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ И АДАПТИВНЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КЕПЛЕРА

Еленин Георгий Георгиевич¹, Еленина Татьяна Георгиевна²

¹ Кафедра вычислительных методов, факультет ВМиК МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: elenin2@rambler.ru

² Кафедра математического моделирования и информатики, Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: t.yelenina@gmail.com

Одной из актуальных проблем вычислительной математики является создание адаптивных численных методов решения задачи Коши для гамильтоновых систем, сохраняющих симплектичность отображения начального состояния в текущее состояние, фазовый объем, полный импульс, полный момент импульса, полную энергию, а также дополнительные первые интегралы, вызванные симметрией потенциальной энергии. Такие методы обещают быть эффективными при расчетах на больших отрезках времени. Задача Кеплера относится к упомянутому выше классу задач [1].

В рамках единого подхода в докладе предлагаются адаптивные симплектические консервативные методы решения задачи Кеплера, основанные на различной параметризации решений. Методы сохраняют все первые интегралы задачи, а также орбиты движений и аппроксимируют зависимости фазовых переменных от времени с либо вторым, либо четвертым, либо шестым порядком точности [2, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hairer E., Lubich C., Wanner G. Geometric Numerical Integration (2nd ed.) Springer, Berlin, 2006, 644 p.
- [2] Еленин Г. Г., Еленина Т. Г. Об одном однопараметрическом семействе разностных схем для численного решения задачи Кеплера // ЖВМиМФ — 2015. — Т. 55, № 8. — С. 1292-1298.
- [3] Еленин Г. Г., Еленина Т. Г. Адаптивные симплектические консервативные численные методы решения задачи Кеплера // Дифференциальные уравнения — 2017. — Т. 53, № 7.

СПЕЦИФИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Петрова Людмила Ивановна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ptr@cs.msu.su

Исследуются уравнения математической физики для материальных систем, таких как термодинамические, газодинамические, космологические системы, системы заряженных частиц и т. д., которые состоят из уравнений законов

сохранения энергии, количества движения, момента количества движения и массы.

Обычно уравнения математической физики применяются для описания изменения физических величин (таких как энергия, давление, плотность), характеризующих материальные среды. Но оказывается, что такие уравнения могут описывать не только изменение физических величин, но могут описывать и эволюционные процессы, которые сопровождаются возникновением различных структур.

Такие возможности уравнений математической физики обусловлены специфическими свойствами, которые проявляются только при учете согласованности уравнений законов сохранения. При этом получаются эволюционные нетождественные соотношения для функционалов состояния (примером которых являются энтропия, функционал действия и т. д.). Из этих соотношений следует, что уравнения математической физики имеют двойные решения, что позволяет описывать процессы возникновения волн, турбулентных пульсации и т. д. (см. [1, 2]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Petrova L. I. Hidden properties of the equations of mathematical physics. Evolutionary relation for the state functionals and its connection with the field-theory equations // Journal of Progressive Research in Mathematics (JPRM). — V. 4, N. 2. — 2015. — P. 309–320.
- [2] Petrova L. I. Features of numerical simulation of Euler and Navier–Stokes Equations // Journal Computational Mathematics and Modeling. — V. 28, N. 1. — 2017. — P. 32–36.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РЕЗОНАНСАХ МИ ВЫСОКОЙ ДОБРОТНОСТИ

Терновский Владимир Владимирович¹, Свяховский Сергей Евгеньевич²,
Трибельский Михаил Исаакович³

¹ МГУ имени М. В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра вычислительных методов, доцент, e-mail: vladimir@chatroulette.com

² МГУ имени М. В. Ломоносова, Физический факультет, отделение экспериментальной и теоретической физики, кафедра общей физики, ассистент, e-mail: sse@shg.ru

³ МГУ имени М. В. Ломоносова, Физический факультет, отделение физики твердого тела, кафедра физики полимеров и кристаллов, профессор, e-mail: mitribelsky@gmail.com

В сообщении представлено моделирование резонансного рассеяния плоской электромагнитной волны на однородном бесконечном и конечном диэлектрическом цилиндре с большой диэлектрической проницаемостью и малой диссипацией. Детально исследовано известное аналитическое решение стационарной задачи рассеяния, описывающее распределения электромагнитных

полей быстросходящимися рядами цилиндрических гармоник с коэффициентами Лоренца-Ми. Показано, что в рассматриваемом случае резонансное рассеяние сопровождается усилением магнитного поля внутри цилиндра на порядки величин. Выводы аналитических расчетов мотивировали проведение СВЧ эксперимента. Для эксперимента использовался конечный цилиндр из полистирола с дистиллированной водой. 3 – D расчет стационарного резонансного режима проводился с помощью коммерческого пакета. Продемонстрировано убедительное совпадение расчетных и экспериментально измеренных распределений поля. Из-за высокой добротности рассматриваемых резонансов они имеют большие времена установления, что мотивировало исследование соответствующей нестационарной задачи. Для численного решения такой задачи использовался разностный 2 – D метод FDTD во временной области. Показано, что переходные процессы, возникающие при включении (выключении) падающей электромагнитной волны, сопровождаются качественными изменениями топологической структуры электромагнитного поля в ближней волновой зоне.

ТРЕХМЕРНЫЕ ВОЛНЫ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛАЗМЕ, ИНДУЦИРОВАННЫЕ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ И КОНСЕРВАТИВНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ИХ РАСЧЕТА

**Егоренков Владимир Александрович, Логинова Мария Михайловна,
Трофимов Вячеслав Анатольевич**

Кафедра вычислительных методов, e-mail: vatro@cs.msu.ru

В настоящей работе рассматривается процесс формирования сложных пространственно-временных структур при взаимодействии лазерного импульса с полупроводником в трехмерном случае. Данные структуры представляют собой волны переключения. Их формирование связано с реализацией явления оптической бистабильности, которая в рассматриваемой нами задаче возникает из-за нелинейной зависимости коэффициента поглощения от характеристик полупроводника. Исследование таких процессов имеет большую практическую ценность, так как на их основе возможно построение полностью оптических устройств обработки и передачи информации.

Математическая модель данного процесса представляет собой систему нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений, записанных относительно характеристик полупроводника: потенциала светоиндуцированного электрического поля, концентрации свободных электронов в зоне проводимости полупроводника, концентрации ионизированных доноров, а также интенсивности проходящего через полупроводник лазерного излучения. При этом учитывается влияние коэффициентов подвижности и диффузии электронов [1].

Для решения поставленной нелинейной задачи нами предложена симметричная консервативная конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации по пространственным и временной координатам во внутренних точках области. Для ее разрешения предлагается многостадийный итерационный процесс, консервативный на итерациях [2]. Вычислительные эксперименты продемонстрировали эффективность предложенного подхода. За счет многостадийности достигается асимптотическая устойчивость разностной схемы, что позволяет моделировать динамические процессы, происходящие в полупроводнике, на длительных временных интервалах.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 14-21-00081).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Розанов Н. Н. Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах. — М. : Наука, 1997. — 336 с.
- [2] Trofimov V. A., Loginova M. M., Egorenkov V. A. New two-step iteration process for solution of semiconductor plasma generation problem with arbitrary boundary conditions in 2D case // WIT transactions on modelling and simulation. — 2015. — Vol. 59. — P. 85–96.

О РЕШЕНИИ НЕЛОКАЛЬНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТИПА БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Моисеев Тихон Евгеньевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: tsmoiseev@mail.ru

Рассматривается решение задачи Коши со спектральным параметром при старшей производной. Получен интересный результат, что когда спектральный параметр равен нулю, то решения обеих задач при определенных ограничениях будут стремиться в некоторой норме к нулю. Эти работы еще начинал А. Н. Тихонов совместно с А. А. Самарским, дальнейшее обоснование было дано в работах А. В. Бицадзе, В. А. Ильиным и другими учениками. Результаты работы остаются актуальными и в наше время.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта МД-4989.2016.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — 6-е изд. — М.: Изд-во МГУ, 1999. — 798 с.
- [2] Бицадзе А. В. Некоторые классы уравнений в частных производных. — М.: Наука, 1981. — 448 с.
- [3] Избранные труды В. А. Ильина : в 2 томах / [отв. ред.: И. С. Ломов, Л. В. Крицков]. — М.: МАКС Пресс, 2008.

ПОДСЕКЦИЯ V

Кафедра математической физики

О РЕДУКЦИИ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ К ИНТЕГРАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ В НИЗКОЧАСТОТНОМ СЛУЧАЕ

Дмитриев Владимир Иванович

Кафедра математической физики, e-mail: dmitriev@cs.msu.ru

Рассматривается электромагнитное поле в локально-неоднородной среде, где локальная зона неоднородности с распределением электропроводности $\sigma_H(M)$, $M \in V_H$ окружена фоновым распределением электропроводности $\sigma_\Phi(M)$, $M \notin V_H$.

Будем полагать, что для фонового распределения электропроводности известны тензорные функции Грина $\hat{G}_E(M, M_0)$, $\hat{G}_H(M, M_0)$. Тогда для электромагнитного поля $\bar{E}(M)$, $\bar{H}(M)$ имеем

$$\bar{E}(M) = \bar{E}^0(M) + \int_{V_H} \hat{G}_E(M, M_0)(\sigma_H(M_0) - \sigma_\Phi(M_0))\bar{E}(M_0)dv_{M_0}, \quad (1)$$

$$\bar{H}(M) = \bar{H}^0(M) + \int_{V_H} \hat{G}_H(M, M_0)(\sigma_H(M_0) - \sigma_\Phi(M_0))\bar{H}(M_0)dv_{M_0}, \quad (2)$$

где $\bar{E}^0(M)$, $\bar{H}^0(M)$ — первичное поле источников в фоновой среде. При $M \in V_H$ выражение (1) дает интегральное уравнение для $\bar{E}(M)$, $M \in V_H$. Зная электрическое поле в неоднородности, можно, согласно (1) и (2) определить электромагнитное поле в любой точке пространства.

Однако использование метода интегральных уравнений показало, что в низкочастотном диапазоне для получения полей с малой погрешностью требуется брать очень мелкий шаг разбиения h области неоднородности V_H . Это приводит к очень большим системам алгебраических уравнений для определения $\bar{E}(M)$, $M \in V_H$, а также не дает возможности контроля за точностью полученного результата.

Анализ компонент тензора Грина $\hat{G}_E(M, M_0)$ показал, что в низкочастотном диапазоне взаимодействие подобластей внеоднородности V_H определяется сопротивлением перетеканию тока $r = h/\sigma_\Phi$. Для получения решения интегрального уравнения с малой погрешностью требуется малое значение r .

Обычно зона неоднородности погружена в область малой электропроводности, что ведет к необходимости сильного уменьшения h . Предложено за счет некоторого увеличения области неоднородности V_H выбирать повышенное σ_Φ , что позволяет использовать достаточно крупный шаг h . Опробование предложенного подхода показало его эффективность.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ В ПЛОСКОЙ СЛОИСТОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ НА ОСНОВЕ τ - ρ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАДОНА

Баев Андрей Владимирович

Кафедра математической физики, e-mail: drbaev@mail.ru

Рассмотрена двумерная обратная задача рассеяния в слоистой акустической среде, заполняющей полуплоскость. Данными рассеяния является волновое поле от поверхностного точечного источника, зарегистрированное на границе полуплоскости. На основе τ - ρ преобразования Радона построен алгоритм, позволяющий по данным рассеяния восстанавливать скорость и акустический импеданс среды. Приведены примеры реальных данных наземной сейсмологии, результаты численного моделирования и решения ряда обратных задач рассеяния.

Преобразование Радона применяется в обработке сейсмической информации с начала 70-х годов прошлого века. Однако оно не нашло заметного места при решении задач наземной и скважинной сейсморазведки ввиду отсутствия четкой связи результатов его применения с обратной задачей рассеяния. Кроме того, класс рассматриваемых моделей сводился к скалярному волновому уравнению с неизвестной скоростью, что не соответствует даже простейшим моделям для акустических и упругих сред.

Цель настоящей работы состоит в использовании τ - ρ преобразования Радона при решении обратной задачи рассеяния акустических волн в двумерной слоисто-однородной среде. Существенно, что подобная постановка обратной задачи и алгоритм ее решения допускают как расширение класса рассматриваемых моделей до уравнений теории упругости в слоистых средах, так и увеличение размерности пространства.

Достоинством предложенного подхода к решению обратной задачи рассеяния является отсутствие процедур дифференцирования входных данных, что происходит при построении скоростных разрезов по годографам первых вступлений. Рассматриваемая обратная задача является переопределенной, что обеспечивает единственность решения, поскольку волновое поле, регистрируемое на границе, является функцией двух переменных, времени и расстояния от источника, а определяются две функции одной переменной, глубины. Использование преобразования Радона позволяет интегральным образом реализовать

избыточность входных данных, обеспечивая практическую устойчивость алгоритма.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-01-00525).

О СТРУКТУРООБРАЗОВАНИИ В МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УПРАВЛЯЕМЫМ МАТРИЧНЫМ ФИЛЬТРОМ

Разгулин Александр Витальевич, Сазонова Софья Викторовна

Кафедра математической физики, e-mail: razgulin@cs.msu.ru, sofia.sazonova@cs.msu.ru

Фурье-фильтрация получила широкое распространение в различных схемах нелинейных оптических систем с нелокальной обратной связью благодаря возможности прямого воздействия на пространство фурье-образов с помощью управляемых фурье-фильтров [1]. Математические модели таких систем рассматривались ранее только для случая фильтров-мультипликаторов, осуществляющих поточечное преобразование фурье-спектра [2]. В [3] предложена новая постановка, основанная на использовании матричных фурье-фильтров, в которой искомая функция $u = u(x, t)$ ($x \in [0, 2\pi]$) описывается 2π -периодической краевой задачей для уравнения

$$u_t + u - Du_{xx} = K |\Phi_Q(A_{in} \exp\{iu\})|^2,$$

где $A_{in} \in C^1[0, 2\pi]$, $K > 0$, $D > 0$. Оператор матричной фурье-фильтрации

$$\Phi_Q(g) = \sum_{k,l \in \mathbb{Z}} Q_{kl} \langle g, e_l \rangle_{L_2(0,2\pi)} e_k$$

задается с помощью бесконечной комплексной матрицы Q , $e_k(x) = (2\pi)^{-1/2} \exp\{ikx\}$.

Настоящая работа посвящена исследованию структурообразования с помощью управления матричным фурье-фильтром на основе теории бифуркаций. Выясняются общие условия на матричный фурье-фильтр, приводящие к рождению нетривиальных бифуркационных решений, описывающих различные структуры. Рассмотрены примеры фильтра-мультипликатора и матричного фурье-фильтра конечной размерности, обеспечивающие возбуждение структур с заданными параметрами. Приводятся результаты численного моделирования, подтверждающие теоретические предсказанные параметры этих структур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Larichev A. V. et. al. LCLV-based system for high resolution wavefront correction: phase knife as a feedback intensity producer. // Optics Commun. — 1997. — Vol. 138. — P. 127–135.
- [2] Разгулин А. В., Чушкин В. А. О задаче оптимальной Фурье-фильтрации для одного класса моделей нелинейных оптических систем с обратной связью // ЖВМиМФ. — 2004. — № 9. — С. 1608–1618.

- [3] Разгулин А. В., Сазонова С. В. О задаче матричной фурье-фильтрации для одного класса моделей нелинейных оптических систем с обратной связью // ЖВМиМФ. — 2017. — № 7.

К СТОЛЕТИЮ АЭРОАКУСТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ГАРТМАНА. ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Лебедев Михаил Глебович, Бочарова Ольга Витальевна

Лаборатория моделирования процессов тепломассопереноса, e-mail: lheat@cs.msu.ru, lheat@cs.msu.ru

В начале прошлого века (1916–1919 гг.) датским исследователем Ю. Гартманом был открыт аэроакустический эффект, получивший впоследствии его имя. Этот эффект состоит в том, что при помещении полой трубки в сверхзвуковую струю, вытекающую в атмосферу при избыточном или недостающем давлении, взаимодействие струйного потока с преградой может происходить в нестационарном (автоколебательном) режиме и сопровождаться мощным акустическим излучением в окружающую среду. Впервые данный эффект и соответствующее устройство (резонатор Гартмана) были описаны в статьях [1, 2].

В течение прошедшего столетия данный эффект многократно изучался многими исследователями и продолжает изучаться по сей день. Причина такого интереса к данному явлению состоит, во-первых, в его многочисленных технических приложениях. С чисто научной точки зрения проблема интересна тем, что она определяется большим количеством параметров (не менее десяти) и далеко не все области этого многомерного пространства определяющих параметров изучены. Более того, свойства течений в резонаторе и механизмы возбуждения автоколебаний могут быть различны в различных областях упомянутого пространства.

До 80-х гг. прошлого века единственным методом исследования данной проблемы был физический эксперимент. Развитие вычислительной техники и численных методов решения физических задач позволило включить математическое моделирование в число методов исследования. С этого времени выполнено большое количество расчетных работ по резонатору Гартмана на основе различных моделей и с помощью различных методов.

Авторы настоящего доклада имели в виду провести как можно более широкое параметрическое исследование рассматриваемой проблемы с целью получения достаточно общих законов, управляющих изучаемым явлением. Численные расчеты проводились в постановке модели невязкого газа (уравнения Эйлера) посредством хорошо известного метода С. К. Годунова. Полученные результаты сравнивались с экспериментальными данными многих авторов и, как правило, были с ними в хорошем соответствии.

Физическая картина явления анализируется по результатам расчетов более чем 200 вариантов. Были затронуты некоторые области упомянутого выше пространства определяющих параметров, которые ранее никогда не изучались ни в физических, ни в численных экспериментах. Сделан вывод о различных механизмах возбуждения автоколебаний для мелких и глубоких полостей. Обработка результатов для глубоких полостей (собственных результатов авторов и результатов других работ, экспериментальных и численных) позволила сделать вывод о наличии универсальной (с точностью порядка 10%) зависимости безразмерной частоты колебаний (числа Струхала) от глубины полости, близкой к соответствующей зависимости для четвертьволнового резонатора.

Численные исследования подтвердили экспериментальный результат о возможности переключения с низкочастотной на высокочастотную моду автоколебаний при изменении толщины стенок резонатора. В расчетах этот процесс детально исследован параметрически. При этом были обнаружены и дополнительные моды колебаний, о которых ранее не сообщалось экспериментаторами.

Изучен также процесс аэротермоакустического нагрева в резонаторе Гартмана, имеющий важное практическое значение. Анализируется процесс дискретного роста энтропии и соответствующего роста температуры на дне резонатора под воздействием ударных волн, периодически соударяющихся с дном полости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hartmann J., Om en ny method til frembringelse af lydsvinginger // Dan. Mat. Fys. Medd. — 1919. — V. 1, No. 13. — P. 1–39.
- [2] Hartmann J., On a new method for the generation of sound waves // Phys. Rev. — 1922. — V. 20. — P. 719–727.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Лопушенко Владимир Васильевич

Лаборатория математической физики, e-mail: lopushnk@cs.msu.ru

Важным классом дефектов, встречающихся при производстве различных электронных устройств, являются малозаметные объекты в виде тонких протяженных частиц, расположенных над или под поверхностью подложек. Высота частиц обычно не превышает нескольких нанометров, а диаметр может быть значительным — до нескольких микрометров. Для надежного обнаружения и идентификации подобных дефектов с помощью оптических сканеров необходимо математическое моделирование и анализ рассеивающих свойств дефектов данного класса.

Одним из наиболее универсальных и мощных инструментов теории рассеяния является метод интегральных уравнений [1], который используется при анализе рассеивающих свойств различных объектов в течение многих десятилетий. Различные модификации метода были предложены недавно для построения математических моделей рассеяния на тонких протяженных частицах в свободном пространстве [2, 3] с использованием интегральных уравнений в пространственной и частотной областях. В работе [4] представлен метод объемных интегральных уравнений в спектральной области для объектов малой толщины, расположенных на подложке.

В данной работе метод интегральных уравнений в спектральной области [4] применяется для моделирования тонких подповерхностных дефектов однородной подложки. Изучаются рассеивающие характеристики дефектов разной формы и имеющих различные показатели преломления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дмитриев В. И., Захаров Е. В. Метод интегральных уравнений в вычислительной электродинамике. — М. : МАКС Пресс, 2008. — 316 с.
- [2] Koh I. S., Sarabandi K. A new approximate solution for scattering by thin dielectric disks of arbitrary size and shape // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 2005. — Vol. 53, Iss. 6. — P. 1920–1926.
- [3] Balaban M. V. Dual integral equations technique in electromagnetic wave scattering by a thin disk // Progress In Electromagnetics Research B. — 2009. — Vol. 16. — P. 107–126.
- [4] Еремин Ю. А., Лопушенко В. В. Метод интегральных уравнений в спектральной области для анализа плоских дефектов подложки // Дифференциальные уравнения — 2014. — Т. 50, № 9. — С. 1187–1195.

О СОВРЕМЕННЫХ ПРОБЛЕМАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ ПРЕСПЕКТИВНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧ

Никитина Екатерина Валентиновна

Кафедра математической физики, e-mail: niki@cs.msu.ru

В современной промышленной электронике на этапах разработки и конструирования применяется компьютерный анализ микросхем с использованием программных вычислительных комплексов. Микросхемы представляют собой многослойные структуры изолированных слоев диэлектрика, несущих металлические схемы разводки, в основе компьютерной симуляции процессов распространения электрических сигналов в микросхемах лежат модели различных полосковых линий передач. Уже долгое время, при стремительном развитии микроэлектроники в последние годы, практической моделью

для эффективного анализа и расчета параметров полосковых линий применяется квазистатическое приближение ТЕМ-волны [1], на основе которого определение базовых характеристик однородных полосковых линий, например, статической погонной емкости, проводится прямыми численными методами. Однако ряд перспективных инженерных, конструкторских и технологических решений в микроэлектронике, например, появление неоднородных линий с периодической микроструктурой и дополнительными условиями квазипериодичности [2] на распространение сигнала в линии, или переход к экранирующим микросеткам, делают квазистатическое приближение недостаточным для точных расчетов и требуют более детального анализа и моделирования электромагнитных процессов в линиях передач.

В докладе рассмотрены некоторые актуальные примеры и проблемы анализа перспективных линий передач.

Автор выражает благодарность за предоставленные материалы доктору физико-математических наук Кочикову И. В., ведущему специалисту лаборатории вычислительного эксперимента и моделирования НИВЦ МГУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Нефедов Е. И., Фиалковский А. Т. Полосковые линии передач. — М. : Наука, 1980. — 312 с.
- [2] Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики. — М. : Высшая школа, 1991. — 224 с.

ПОДСЕКЦИЯ VI

Кафедра оптимального управления, лаборатория обратных задач

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА S -РЕГУЛЯРНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

Никольский Михаил Сергеевич

Кафедра оптимального управления, МИАН РАН, e-mail: mni@mi.ras.ru

В работе рассматриваются линейные управляемые системы вида (см. [1]):

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $u \in U$ — выпуклому компакт из R^r , A и B — постоянные матрицы соответствующей размерности.

При изучении задачи быстродействия для управляемой системы (1) с помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина (см. [1]) приходится рассматривать выражение вида

$$\max_{u \in U} \langle \psi(t), Bu \rangle,$$

где символ $\langle \cdot, \cdot \rangle$ означает скалярное произведение векторов, $t \geq 0$, $\psi(t)$ — произвольное нетривиальное решение сопряженного уравнения

$$\dot{\psi} = -A^* \psi.$$

Определение. Управляемую систему (1) с ограничением $u \in U$ назовем S -регулярной, если при любых $T > 0$ и нетривиальном решении $\psi(t)$ многозначное отображение

$$\omega(t, \psi(t)) = \text{Argmax}_{u \in U} \langle \psi(t), Bu \rangle$$

всюду одностечно на $[0, T]$ за исключением быть может конечного числа точек из $[0, T]$.

В работе приводятся примеры общего вида S -регулярных управляемых систем. Установлены следующие факты:

1. Для S -регулярных управляемых систем множество достижимости $D(x_0, T)$ при $T \geq 0$ является строго выпуклым компактом.
2. Для задачи оптимального быстродействия из x_0 с терминальным выпуклым компактом M для S -регулярных управляемых систем имеет место единственность (с точностью до эквивалентности) оптимального управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкаридзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М. : Наука, 1969. — 384 с.

КОАЛИЦИОННАЯ РАВНОВЕСНОСТЬ

Жуковский Владислав Иосифович

Кафедра оптимального управления, e-mail: zhkvlad@yandex.ru

Рассматривается игра 3-х лиц при неопределённости

$$\Gamma = \langle N = \{1, 2, 3\}, \{X_i\}_{i \in N}, Y^X, \{f_i(x, y)\}_{i \in N} \rangle.$$

В Γ игрок i выбирает свою стратегию $x_i \in X_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$, в результате образуется ситуация $x = (x_1, x_2, x_3) \in X = \prod_{i \in N} X_i$. Независимо от действий игроков в Γ реализуется неопределённость $y \in Y \subset \mathbb{R}^m$. На парах $(x, y) \in X \times Y$ определена функция выигрыша $f_i(x, y)$, значение $f_i(x, y)$ называется выигрышем игрока i . Коалиционные структуры Γ есть $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}, \{1, 2, 3\}$, $K_i = \{\{i\}, \{-i\}\}$ (где $-i = N \setminus i$). Цель i -игрока — выбор стратегии x_i , такой,

чтобы выигрыш $f_i(x, y)$ стал возможно большим, при этом $\forall y = y(x): X \rightarrow Y$, $y(\cdot) \in Y^X$. Определим гарантию $f_i[x] = \min_{y \in Y^X} f_i(x, y)$ игрока:

Для ситуации $x^* \in X$ в игре Γ :

а) *условие индивидуальной рациональности (УИР)* (при обозначениях $x = (x_i, x_{-i})$, $X_{K_i} = \prod_{j \in K_i} X_j$):

$$f_i[x^*] \geq f_i^0 = \max_{x_i \in X_i} \min_{x_{-i} \in X_{-i}} f[x_i, x_{-i}] = \min_{x_{-i}} f[x_i^*, x_{-i}] \quad (i \in N);$$

б) *условие коллективной рациональности (УКР)*: x^* максимально по Парето в задаче $\langle X, \{f_i[x]\}_{i \in N} \rangle$; если

$$\sum_{i \in N} f_i[x] \leq \sum_{i \in N} f_i[x^*], \quad \text{то } x^* \text{ — максимально по Парето;}$$

в) *условие K_i рациональности (УК_iР)*:

$$\{f_i[x^*] \geq f_i[x_i^*, x_{-i}] \quad \forall x_{-i} \in X_{-i}\} \wedge \{f[x^*] \geq f_i[x_i, x_{-i}^*] \quad \forall x_i \in X_i\}.$$

Определение. Ситуацию $x^* \in X$ для игры Γ назовём коалиционно равновесной (КР), если она УИР, УКР и УК_iР ($i \in N$).

С помощью гермейеровской свертки установлены достаточные условия существования КР и доказано его существование в смешанных стратегиях при привычных для математического программирования ограничениях (компактность X и Y , а также непрерывность функции выигрыша).

ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ЛЕЧЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПСОРИАЗА

Хайлов Евгений Николаевич¹, Григорьева Элина Валерьевна²

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: khailov@cs.msu.su

² Техасский женский университет, Дентон, США, e-mail: egrigorieva@twu.edu

В работе [1] на заданном отрезке времени рассматривалась управляемая математическая модель лечения псориаза, состоящая из трех нелинейных дифференциальных уравнений. Для такой модели ставилась задача минимизации интегрального функционала, содержащего одну из фазовых переменных и квадрат управляющей функции. Для этой задачи численно исследовались решения соответствующей краевой задачи принципа максимума. Поскольку, по нашему мнению, аналитические исследования обязательно должны предшествовать численным расчетам, то в докладе представлены результаты теоретического анализа одной из задач оптимального управления, связанной с рассматриваемой моделью.

Именно, для исходной математической модели исследуется задача минимизации терминального функционала. В частности, сначала обсуждается существование в такой задаче оптимального решения: оптимального управления и

отвечающих ему решений нелинейной системы, задающей рассматриваемую модель. Затем, для анализа этого оптимального решения применяется принцип максимума Понтрягина. С помощью него выписываются: соответствующая сопряженная система, условие максимума для оптимального управления, условие постоянства гамильтониана на оптимальном решении. После чего, с помощью соответствующей системы дифференциальных уравнений изучаются функция переключений, описывающая поведение этого управления, и отвечающие ей вспомогательные функции. Эта система уравнений позволяет выяснить характер оптимального управления — имеет ли эта функция только релейный вид, или помимо участков релейного вида (неособых участков) она содержит еще и так называемые особые участки. Найдены соотношения между параметрами исходной модели, при выполнении которых оптимальное управление имеет тот или иной вид. При возникновении особого участка в докладе обсуждаются такие вопросы как его порядок, выполнение для него соответствующего необходимого условия оптимальности, а также возможные виды соединения особого и неособого участков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Roy P.K., Datta A. Impact of cytokine release in psoriasis: a control based mathematical approach // Journal of nonlinear evolution equations and applications. — 2013. — Vol. 2013, N 3. — P. 23–42.

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИЕЙ КОББА—ДУГЛАСА

**Киселёв Юрий Николаевич, Аввакумов Сергей Николаевич,
Орлов Михаил Владимирович, Орлов Сергей Михайлович**

Кафедра оптимального управления, e-mail: kiselev@cs.msu.ru, asn@cs.msu.ru, orlov@cs.msu.ru, sergey.orlov@cs.msu.ru

Рассматривается несколько постановок задач оптимального управления для двухсекторной модели и для многофакторной модели экономики с производственной функцией Кобба—Дугласа. Задачи содержат критерии качества в интегральном виде, характеризующие интегральный объём потребления либо его полезность с учётом дисконтирования на конечном или бесконечном горизонтах планирования.

Для нахождения экстремальных решений задач применяется принцип максимума Понтрягина [1], а для обоснования их оптимальности — теорема [2] о достаточных условиях оптимальности в терминах конструкций принципа максимума. Все задачи содержат особые режимы управления в случае достаточно большого промежутка времени, которые были найдены при исследовании

функции Гамильтона—Понтрягина и сопряжённой системы, причём в случае двухсекторной модели экономики особое множество в фазовом пространстве представляет собой луч, исходящий из начала координат и лежащий в первой четверти, а в случае многофакторной модели есть несколько особых режимов, между которыми с течением времени происходит переключение, а «последний» по времени особый режим является естественным обобщением двумерного случая.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-31-00177-мол_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. — М. : Наука, 1961. — 393 с.
- [2] Киселёв Ю. Н. Достаточные условия оптимальности в терминах конструкций принципа максимума Понтрягина // Математические модели в экономике и биологии. Материалы научного семинара (Планерное, Моск. обл.). — М. : МАКС Пресс, 2003. — С. 57–67.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ ПОЛОЖИТЕЛЬНО ОДНОРОДНОЙ ФУНКЦИИ

Григоренко Николай Леонтьевич, Румянцев Алексей Евгеньевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.su, rumiantcev@yandex.ru

Рассматривается численный метод позволяющий позволяющей обеспечить построение выпуклой оболочки множества в пространстве R^n за время кратное $O(m \ln^2 m)$, где m — число узлов сетки. Оценка сложности алгоритма овыпукления Никольского М. С., Силина Д. Б. имеет вид $O(m^2)$, где за единицу измерения сложности взята операция получения значения опорной функции в узле сетки. При этом основной вклад в сложность овыпукления — вычисления экстремумов опорных функций в каждом узле сетки. Предлагаемый в докладе *стохастический метод поиска экстремума* имеет оценку сложности $O(m \ln^2 m)$. Поиск экстремума методом полного перебора, применяемый в алгоритмах Никольского М. С., Силина Д. Б. заменен на алгоритм поиска минимума целевой функции в статистической модели вспомогательного физического процесса. Подход основан на фундаментальном результате Гиббса в статистической механике [1] утверждающем, что если система находится в термальном равновесии с окружающей средой, то состояние ψ_i возникает с вероятностью: $p_{\psi_i} = \frac{1}{Z} e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$, где E_i — энергия системы в точке ψ_i , T — температура в градусах Кельвина, k_B — константа Больцмана, Z — нормирующая константа. Используемый в работе алгоритм сверхбыстрой имитации со скоростью сходимости до $O(\ln^2 m)$ разработан в 1989 г. Л. Ингебером [2]. В докладе

приведены результаты замеров времени численного решения контрольного примера Понтрягина с использованием алгоритма сверхбыстрого отжига и без него для одинаковых значений параметров:

Количество узлов сетки	Время расчёта без оптимизации (сек.)	Время расчёта с оптимизацией (сек.)
600	34.92	2.36
2400	505.35	4.50
5400	2527.39	7.44
9600	8211.95	11.82

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. — М.: Вильямс, 2008. — С. 692–709.
- [2] Ingber L. Very fast simulated re-annealing // Mathl. Comput. Modelling. — 1989. — Vol. 12. — P. 967–973.

ЗАДАЧА КОНФЛИКТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ГРУППАМИ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Григоренко Николай Леонтьевич¹, Горьков Валерий Павлович²

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.su

² Лаборатория обратных задач, e-mail: v-p-gorkov@yandex.ru

В работе рассматриваются линейные конфликтно управляемые системы вида (см. [1, 2]):

$$\dot{z}_i = A_i(t)z_i + B_i(t)u_i - C_i(t)v, \quad i = 1, \dots, m, \quad z_i(0) = z_i^0, \quad (1)$$

где $z_i \in R^{n_i}$, $u_i \in P_i \subset R^{p_i}$, $v \in Q \subset R^q$, $1 \leq p_i \leq n_i$, $1 \leq q \leq n_i$, P_i, Q — выпуклые компакты, $A_i(t), B_i(t), C_i(t)$ — непрерывные матрицы размерности $n_i \times n_i$, $n_i \times p_i$, $n_i \times q$ соответственно. Параметрами управления $u_i(t)$, $i = 1, \dots, m$ распоряжаются игроки первой группы, параметром $v(t)$ — игрок второй группы.

Процесс управления оканчивается, если хотя бы при одном i : $z_i(t) \in M_i$, $M_i = M_i^1 + M_i^2$, где M_i^1 — линейное подпространство пространства R^{n_i} , M_i^2 — непустой выпуклый компакт: $M_i^2 \subset L_i^1$, L_i^1 — ортогональное дополнение к подпространству M_i^1 в R^{n_i} .

Предполагается, что игрокам первой группы известны уравнения (1), множества P_i, Q, M_i , $i = 1, \dots, m$, начальное состояние $z^0 = (z_1^0, \dots, z_m^0)$; в каждый момент $t \geq 0$ i -му игроку первой группы известна $v(\cdot, r_i(t))$ — функция $v(s)$ при $0 \leq s \leq t - r_i(t)$, где $r_i(t)$ при $t \geq 0$ неотрицательная непрерывная, кусочно-непрерывно дифференцируемая функция, $r_i(t) \leq t$, $r_i(0) = 0$.

В работе приводятся условия окончания процесса управления игроками первой группы из заданной начальной позиции. Приведены конструкции управлений игроков первой группы, гарантирующие окончание процесса управления за конечное время. Предложен алгоритм нахождения гарантированного времени окончания процесса управления.

Работа выполнена при поддержке РФФ(проект № 14-11-00539).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Красовский Н. Н., Осипов Ю. С. К теории дифференциальных игр с неполной информацией // Докл. АН СССР. — 1974. — Т. 215. — С. 780–783.
- [2] Мищенко Е. Ф., Никольский М. С., Сатимов Н. Ю. Задача уклонения от встречи в дифференциальных играх многих лиц // Труды Математического института АН СССР. — 1977. — Т. 143. — С. 105–128.

ЗАДАЧА ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИНЕРЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ.

Лукьянова Лиля Николаевна

Лаборатория обратных задач, e-mail: lln@cs.msu.su

В докладе рассматривается задача управления системой вида (см. [1, 2])

$$\ddot{x}(t) + \alpha \dot{x}(t) = \rho u(t), \quad t \in [0, T],$$

при краевых условиях

$$\begin{aligned} x(0) &= x_0, & \dot{x}(0) &= \dot{x}_0, \\ x(T) &= x_T, & \dot{x}(T) &= \dot{x}_T, \end{aligned}$$

и фазовым ограничением

$$\|x(t) - b_i\| > 0, \quad t \in [0, T], \quad i = 1, \dots, m,$$

где $x, u, b_i \in R^n$, $n \geq 2$, $b_i \neq x_0$, $b_i \neq x_T$, $i = 1, \dots, m$, u — вектор управления, $\|u(t)\| \leq 1$, ρ, α — положительные константы, b_i — заданные векторы, T — нефиксированный момент выполнения конечного краевого условия. Приведена теорема существования управления решающего рассматриваемую задачу. Получена оценка на параметр ρ , зависящая от краевых условий и фазовых ограничений, при которой краевая задача имеет решение. Предложена конструкция управления, гарантирующего выполнение краевых условий и фазовых ограничений. Теорема содержит оценку снизу для расстояния от траектории управляемого процесса до точек, входящих в фазовое ограничение. Оценка носит гарантированный характер для любого расположения точек фазового ограничения рассматриваемого вида. Для заданных векторов фазового ограничения и граничных условий предложен алгоритм численного нахождения

управления, максимизирующего наименьшее из расстояний от траектории до точек группы препятствия. При доказательстве приведенных в докладе утверждений использованы результаты, полученные в работах [1, 2]. Автор выражает благодарность профессору Никольскому М. С. за обсуждение работы. Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 14-11-00539).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Понтрягин Л. С., Мищенко Е. Ф. Задача об уклонении от встречи в линейных дифференциальных играх // Дифференциальные уравнения. — 1971. — Т. 7, № 3. — С. 436–445.
- [2] Мищенко Е. Ф., Никольский М. С., Сатимов Н. Ю. Задача уклонения от встречи в дифференциальных играх многих лиц // Труды Математического института АН СССР. — 1977. — Т. 143. — С. 105–128.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОГО КЛАССА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Самсонов Сергей Петрович

Кафедра оптимального управления, e-mail: samsonov@cs.msu.su

Работа посвящена рассмотрению численных методов решения линейных задач оптимального управления. Использование линейности управляемой системы позволяет построить эффективно работающие численные алгоритмы. Разработке численных методов для линейных задач оптимального управления посвящен целый ряд работ. Следует однако заметить, что в большинстве опубликованных работ исследуется только сходимость методов и задается какой-то критерий останки вычислений, который обеспечивает «близость» вычисляемых величин искомым, но не гарантирует заданной точности. Обычно используемые численные алгоритмы требуют численного решения некоторых задач из теории дифференциальных уравнений, линейной алгебры и т. д. Однако вычислительные погрешности решения этих вспомогательных задач могут оказаться весьма значительными, поэтому большой интерес представляют такие численные методы, для которых удастся получить оценку точности вычислений с учетом вычислительных погрешностей.

Данный доклад как раз и посвящен численным методам, решающим линейные задачи оптимального управления с заданной точностью и с учетом вычислительных погрешностей [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Самсонов С. П. Численный метод решения линейных задач оптимального управления с заданной точностью // Проблемы динамического управления. — Вып. 4. — 2009. — С. 156–158.

ПОДСЕКЦИЯ VII

Кафедра исследования операций

ОБ ОДНОЙ ИГРОВОЙ ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА БИНОМИАЛЬНОМ РЫНКЕ

Морозов Владимир Викторович

Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru

Задача преследования бомбардировщиком корабля [1, 2, 3] интерпретируется как задача прогноза инвестором состояния биномиального рынка. Дается метод решения усеченной игры G_n .

Пусть s_t , $t = 0, 1, \dots$ – процесс, характеризующий состояния рынка. При этом $s_{t+1} \in \{s_t/u, us_t\}$, где $u > 1$. Инвестор (первый игрок) выбирает момент t и, зная состояние s_t , делает прогноз относительно s_{t+2} . В случае верного прогноза он получает единицу, в противном случае – ноль. В момент t он выбирает для прогноза состояния s_{t+2} одно из состояний s_t/u^2 , s_t , u^2s_t с вероятностями p_i^t , $i = 1, 2, 3$ соответственно, а с вероятностью p_4^t он откладывает прогноз. Природа (второй игрок) использует смешанную стратегию: в момент 0 она выбирает состояние $s_1 = s_0/u$ с вероятностью y , а состояние $s_1 = us_0$ с вероятностью $1 - y$ и т.д. Для сформулированной бесконечной игры G в [1] найдено значение игры $V = (3 - \sqrt{5})/2$, построена оптимальная стратегия природы и доказано, что оптимальной стратегии инвестора не существует. Для последнего в [3] построена ε -оптимальная стратегия. Пусть G_n – усеченная игра, в которой инвестор может выбрать момент прогноза только из множества $\{0, 1, \dots, n\}$, а $G_n(y)$ – подыгра игры G_n с фиксированной вероятностью y . Пусть V_n и $g_n(y)$ – значения игр G_n и $G_n(y)$. Свойства функций $g_n(y)$ изучались в [2]. В частности, доказано, что V_n – минимальное значение функции $g_n(y)$ на отрезке $[0, 1]$.

В докладе будет предложен метод построения функций $g_n(y)$, $n = 0, 1, \dots$, на основе которого разработан способ нахождения оптимальной стратегии инвестора в игре G_n . Показано, что при $n > 1$ функция $g_n(y)$ является максимумом из $2n + 1$ аффинных функций, а множество точек ее минимума несколько более широкое, чем указанное в [2].

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-01-00353-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dubins L. E. A discrete evasion game // Contributions to the theory of games. — 1957. — Vol. III, — p. 231–255.

- [2] Karlin S. An infinite move game with a lag // Contributions to the theory of games. — 1957. — Vol. III, — p. 257–272.
- [3] Isaacs R. P. The problem of aiming and evasion // Naval Research Logistics Quarterly.— 1955.— Vol. 2,— p. 47–67.

ЧАСТИЧНО КОРРЕЛИРОВАННЫЕ РАВНОВЕСИЯ В ИГРОВЫХ МОДЕЛЯХ КОНКУРЕНЦИИ

Савченко Максим Алексеевич, Васин Александр Алексеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: pdunan@gmail.com, foravas@yandex.ru

В теоретико-игровой литературе рассматриваются различные расширения (смешанные [1], информационные [2], с использованием коррелированных стратегий [3], и др.) игр в нормальной форме. Этот доклад описывает расширение с использованием частично коррелированных стратегий, порождающий новые точки равновесия в стратегических играх многих лиц. В роли примера выступает модель «войны форматов» — игры, в которой несколько корпораций конкурируют за рынок, распределяя инвестиции между разработкой продуктов на основе двух несовместимых технологических стандартов с учётом того, что вложения в более популярный из них обеспечивают большую долгосрочную прибыль. В традиционном смысле игра имеет две точки коррелированного равновесия, одновременно являющиеся также и точками равновесия по Нэшу — единогласный выбор всеми корпорациями произвольного общего стандарта. Эти точки обеспечивают одинаковое соотношение «доля рынка/объём инвестиций» всем игрокам. В качестве нового результата показывается, что в такой игре наблюдение достаточно большой группой игроков некоторого общего случайного события, не наблюдаемого остальными игроками, позволяет использовать механизм частично коррелированных стратегий для создания новой точки равновесия, в которой члены группы обеспечивают себе превосходство по показателю «доля рынка/объём инвестиций» над аутсайдерами. Тем самым иллюстрируется, что частично коррелированные стратегии могут выступать в качестве механизма образования коалиций без использования побочных платежей или других внешних стимулов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] John F. Nash. Equilibrium Points in n -Person Games // Proc. of the National Academy of Sciences — 1950. — Т. 36, № 1. — С. 48–49.
- [2] Моисеев Н. Н., Гермейер Ю. Б. О некоторых задачах теории иерархических систем // Проблемы прикладной математики и механики. — М. : Наука, 1971. — 30–43 с.
- [3] Robert J. Aumann. Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies // Journal of Mathematical Economics — 1974. — Т. 1, № 1. — С. 67–96.

ИГРА ДВУХ ЛИЦ, МОДЕЛИРУЮЩАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНУЮ КОНКУРЕНЦИЮ

Новикова Наталья Михайловна, Корнеев Виталий Вадимович

Кафедра исследования операций, e-mail: nnovikova@carana-corp.com, vityaly8korneev@gmail.com

Моделируется задача «Захват рынка», в которой фирма А стремится нарушить монополию фирмы Б на выпуск определенного вида продукта. Фирма А решает, стоит ли ей входить на рынок, а фирма Б — стоит ли ей снижать выпуск в том случае, если фирма А все же решает входить. Для данной задачи найдено равновесие по Штакельбергу в зависимости от соотношения издержек ($c^i(v^i) = c^i, i = a, б$), установленной на рынке цены ($p = D^{-1}(V_{об})$, $V_{об}$ — объем, который выпустили 2 фирмы вместе, $D^{-1}(v)$ — функция спроса) и выбранной противником стратегии.

Рассматривается конкретный пример, в котором цена $p = \frac{k}{V_{об}+1}$, где $k > 0$, а функция прибыли равна $(p - c^i)v^i$. Для случая, когда фирма Б лидер, доказано, что возможно 3 варианта развития событий:

1. $c^a > c^б, v^б = V_{рынка}$. Фирма Б останется монополистом.
2. $v^б < V_{рынка}, c^a > c^б$. Фирма Б, увеличив свой объем на d , не даст шанса фирме А войти на рынок, где $d \in \left[\frac{k}{c^a} - \frac{\sqrt{k\sqrt{kc^б}}}{\sqrt{c^a c^б}}, \frac{k}{c^б} - \frac{\sqrt{k\sqrt{kc^б}}}{\sqrt{c^a c^б}} \right)$.
3. Если $c^a > c^б$ и фирма А все-таки решает войти на рынок с объемом v^a , то возникает дуополия с назначением выпуска, при этом фирма Б снижает свой объем выпуска. Обозначим

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{(kc^a + 54(c^б)^2)(kc^a)^{1/2}}{216(c^б)^3}} + \sqrt{\frac{(kc^a + 27(c^б)^2)(kc^a)}{432(c^б)^4}},$$

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{(kc^a + 54(c^б)^2)(kc^a)^{1/2}}{216(c^б)^3}} - \sqrt{\frac{(kc^a + 27(c^б)^2)(kc^a)}{432(c^б)^4}}.$$

Тогда фирма Б уйдет с рынка при $\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б} - 1 \leq 0$.

Таким образом, после анализа всех 3 вариантов сделан вывод, что, если $c^a > c^б$, то при $\sqrt{\frac{k}{c^a}} \left(\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б} \right) - \left(\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б} \right)^2 \leq 0$, или $c^a \geq \sqrt{kc^б}$, или $c^a \geq 6c^б$ фирме А выгоднее не входить на рынок. При этом выигрыш по Штакельбергу для фирмы-лидера Б равен

$$S_б = \left(\frac{\sqrt{kc^a}}{\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б}} - c^б \right) \left(\left(\alpha + \beta + \frac{\sqrt{kc^a}}{6c^б} \right)^2 - 1 \right).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики : Пер. с французского. — М.: Мир, 1985. — 200 с.
- [2] Васин А. А., Морозов В. В. Теория игр и модели математической экономики. — М.: МАКС Пресс, 2005. — 272 с.

МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ДВУХ ТИПОВ ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ФИРМ ЗА КЛИЕНТА

Поспелова Ирина Игоревна, Юмакаева Алина Фаиловна

Кафедра исследования операций, e-mail: ipospelova05@yandex.ru, alina-yu@mail.ru

В данной работе построена математическая модель конкуренции двух типов обслуживающих фирм за клиента. Фирма первого типа обслуживает всех клиентов в порядке очереди и принимает фиксированную плату за выполнение заказа. Фирма второго типа обслуживает всех клиентов сразу, но взимает плату за каждую единицу времени выполнения заказа. Обслуживание в фирме первого типа более выгодно, но клиенты несут определенные потери при ожидании в очереди. В случае слишком длинной очереди клиенты предпочитают фирму второго типа.

Модель исследуется как игра двух лиц $\Gamma = \langle H_1, H_2, c_1, c_2 \rangle$, где $H_1 = c_1 k - z$ — функция выигрыша фирмы первого типа, $H_2 = (n - k)(c_2 \mu_2 - w)$ — функция выигрыша фирмы второго типа, c_1 — фиксированная стоимость обслуживания в фирме первого типа, c_2 — цена за единицу времени обслуживания в фирме второго типа. n — общее число клиентов, k — число клиентов, обслуживающихся в фирме первого типа, z — постоянные издержки фирмы первого типа, μ_2 — среднее время обслуживания в фирме второго типа, w — издержки, которые несет фирма второго типа, обслуживая одного клиента. Стратегиями игроков (фирм) являются цены обслуживания, цель каждой фирмы — максимизация собственной прибыли.

В данной игре найдены равновесные по Нэшу стратегии фирм, определены условия на параметры, при которых выигрыши игроков положительны. Исследована Парето-оптимальность равновесия по Нэшу. Проведено сравнение позиции лидера и ведомого в игре Γ . Для численного исследования игровой модели и визуализации результатов ее анализа построена имитационная модель взаимодействия фирм двух типов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Васин А. А., Морозов В. В. Теория игр и модели математической экономики — М. : МАКС Пресс, 2005. — 272 с.

- [2] Буре В. М., Сергеева А. А. Теоретико-игровая модель выбора фирмы на рынке логистических перевозок // Математическая теория игр и ее приложения — 2012. — Т. 4, № 2. — С. 14–38.
- [3] Теория игр: Учеб. пособие для ун-тов / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина — М. : Высш. шк. Книжный дом «Университет», 1988. — 304 с.

О МЕТОДАХ СОКРАЩЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Денисов Дмитрий Витальевич, Петровых Александр Сергеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: dvden@cs.msu.ru, alexpetrovkykh@mail.ru

Современные математические модели оценки риска портфелей финансовых инструментов основаны на методе Монте-Карло, в рамках которого необходимо моделировать множество сценариев совместной динамики многочисленных рыночных показателей (котировки финансовых инструментов, процентные ставки, показатели волатильности и т. п.). В целях решения проблемы «проклятия размерности», и ускорения процесса оценки риска портфеля финансовых инструментов, часто применяются методы сокращения размерности исходных многомерных временных рядов, а также методы выделения независимых главных компонент. Наиболее популярными являются методы PCA и ICA.

PCA основан на ортогональном преобразовании многомерных наблюдений, и направлен на выделение линейно некоррелированных главных компонент с максимально возможной долей объясненной дисперсии. Выделенные таким образом главные компоненты будут взаимно независимыми только в случае нормального закона распределения. Метод ICA направлен на выделение статистически независимых негауссовых компонент.

Существенным недостатком PCA и ICA применительно к временным рядам является то, что эти методы не устраняют межкомпонентные лаговые зависимости временных рядов. Существует множество других методов выделения независимых компонент, устраняющих временные зависимости многомерных временных рядов, объединенных общим названием Blind Source Separation (BSS). В данной работе сравнивается эффективность некоторых методов BSS с методами PCA и ICA на основе реальных статистических данных. Показано, что рассмотренные методы BSS, позволяют получить более статистически независимые во времени компоненты, чем методы PCA и ICA.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Tsay R. S. Multivariate Time Series Analysis. — New Jersey: John Wiley & Sons, 2014. — 492 с.
- [2] Yu X., Hu D., Xu J. Blind source separation: theory and applications. — Singapore: John Wiley & Sons, 2013. — 366 с.

- [3] Jolliffe I. T. *Principal Component Analysis*. — New York: Springer, 2002. — 487 с.

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАРКЕТИНГОВОЙ СТРАТЕГИИ

Денисов Дмитрий Витальевич, Латий Владислав Витальевич

Кафедра исследования операций, e-mail: dvden@cs.msu.ru, latiy_v@mail.ru

Развитие любой фирмы, занимающейся продажами каких-либо товаров, неизбежно связано с необходимостью привлечения большего количества клиентов и, как следствие, увеличения спроса на свои товары. В настоящее время одним из ключевых для фирмы способов увеличить спрос на свои товары является правильно и оптимально организованная маркетинговая стратегия. Таким образом, организации, которые наиболее эффективно распоряжаются ресурсами при планировании маркетингового бюджета, занимают на рынке более выигрышные позиции.

В данной работе построена математическая модель одной фирмы, осуществляющей продажи некоторого товара. Целью данной фирмы является максимизация собственной прибыли от продаж, которая может быть достигнута путем выбора оптимальной стратегии распределения маркетингового бюджета. В результате возникает следующая задача динамической оптимизации, состоящая в поиске значений $c(1), \dots, c(T)$ таких, чтобы суммарная прибыль фирмы $\text{pr}_\Sigma = \sum_{\tau=0}^T \text{pr}(\tau)$ к моменту времени T была максимальной:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pr}_\Sigma(c) = \sum_{\tau=0}^T \text{pr}(\tau) \rightarrow \max_c \\ c \in \prod_{t=1}^T [0, c_0] \end{array} \right. \quad (1)$$

Данную задачу, ввиду нелинейности максимизируемой функции, удобно рассматривать как задачу динамического программирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Denisov D. V., Latiy V. V. Optimization of marketing strategy of a firm with multiple distribution points of goods // *Proceedings of VIII Moscow International Conference on Operations Research (Moscow, October 17-22, 2016)*. Vol. I. — M.: MAKS Press, 2016. — P. 133–134.
- [2] Bass F. M., Krishnamoorthy A., Prasad A., Sethi S. P. Generic and brand advertising strategies in a dynamic duopoly // *Marketing Science*. — 2005. — Vol. 24, N. 4. — P. 556–568.

АВТОМАТИЗАЦИЯ РАЗРАБОТКИ ВЕБ-СИСТЕМ УДАЛЕННОГО БАНКОВСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Денисов Дмитрий Витальевич, Багров Никита Сергеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: dvden@cs.msu.ru, nikitacmc@gmail.com

В данном докладе рассматривается пример архитектуры современной веб-системы автоматизированной обработки заявок на банковскую гарантию. В результате разработки системы было решено множество прикладных задач банковской автоматизации. Для решения этих задач с нуля были написаны программные модули, каждый из которых может быть использован для автоматизации разработки подобных решений других задач банковской сферы. Цель разработки системы — создание удобного механизма взаимодействия сотрудников, клиентов и агентов банка. Минимизация времени, затрачиваемого банком на подготовку банковской гарантии, а также упрощенная процедура андеррайтинга позволила повысить эффективность принятия решений по выдаче банковской гарантии с нескольких рабочих дней до 15 минут по одному клиенту.

Реализованные в рамках работы над системой программные модули успешно показали себя в реальных условиях. За время тестового периода использования длиной в три месяца банком было рассмотрено более 1100 заявок от 500 уникальных пользователей. Благодаря полученному в результате работ техническому продукту, конечному пользователю (банку) удалось достигнуть значительных продвижений в таких задачах, как: повышение эффективности работы с клиентами и брокерами; снижение вероятности принятия ошибочных решений; снижение количества ошибок, связанных с человеческим фактором; уменьшение издержек на содержание дополнительного персонала за счет значительного сокращения времени рассмотрения заявок и подготовки документов сотрудниками банка.

В настоящее время разработанная система используется в двух банках Российской Федерации. Программные модули, а также фреймворк, написанный в рамках разработки данной системы, используются для автоматизации разработки веб-сервисов по другим банковским продуктам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Leff A., Rayfield J. T. Web-application development using the Model/View/Controller design pattern // Proceedings Fifth IEEE International Enterprise Distributed Object Computing Conference. — 2001. — P. 118–127.
- [2] Pronchatov E. A. Legal aspects of issuing bank guarantees by insurance organizations: future innovations // Insurance business. — 2010. — N 3. — P. 35–39.

МОДИФИКАЦИЯ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗЕРВОВ УБЫТКОВ В СТРАХОВАНИИ ИНОМ, ЧЕМ СТРАХОВАНИЕ ЖИЗНИ, С УЧЕТОМ ЗАЯВЛЕННЫХ И ОПЛАЧЕННЫХ УБЫТКОВ

Белянкин Георгий Андреевич, Белянкина Татьяна Валерьевна,
Лукьяненко Артур Александрович

Кафедра исследования операций, e-mail: gbelyank@mail.ru, tbelyank@mail.ru,
arturlu@inbox.ru

Задача нахождения резерва произошедших, но незаявленных убытков, (РПНУ) может решаться на основании треугольника развития оплаченных или заявленных убытков $\{C_{i,k}, D_{i,k}, i = \overline{1, n}, k = \overline{1, n}, i+k \leq n+1\}$, где $C_{i,k}$ ($D_{i,k}$) — суммарные убытки i -го года наступления убытков, оплаченные (заявленные) спустя k лет развития убытков, n — число лет, используемых для построения треугольников развития убытков. При этом прогнозные значения РПНУ, полученные на основании этих треугольников, могут сильно различаться, что затрудняет выбор оптимальной оценки этого резерва.

В статье Т. Мака и Г. Кварга [1] показано, что существует регрессионная зависимость между индивидуальными множителями развития оплаченных и заявленных убытков $F_{i,k} = C_{i,k}/C_{i,k-1}$, $G_{i,k} = D_{i,k}/D_{i,k-1}$ и отношениями $C_{i,k-1}/D_{i,k-1}$, $D_{i,k-1}/C_{i,k-1}$ соответственно, что приводит к сближению оценок РПНУ, полученных методом цепной лестницы на основании треугольников оплаченных и заявленных убытков.

В работе тестируется подход, изложенный в [1], в применении к методу Борнхюеттера—Фергюсона [2], используемому для оценивания РПНУ наравне с методом цепной лестницы. Основное внимание уделяется как получению оценок РПНУ, так и исследованию точности полученных оценок.

Для апробации полученных результатов был разработан программный модуль, моделирующий портфель договоров страхования, и реализующий методы цепной лестницы и Борнхюеттера—Фергюсона как на основе отдельных треугольников оплаченных и заявленных убытков, так и на основе треугольников убытков, учитывающих зависимость отношений оплаченных убытков к заявленным убыткам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Quarg G., Mack T. Munich chain ladder // Blatter der DGVM. — 2004. — Vol. 26, Iss. 4. — P. 597–630.
- [2] Bornhuetter R. L., Ferguson R. E. The Actuary and IBNR // Proceedings of the Casualty Actuarial Society. — 1972. — Vol. LIX. — P. 181–195.

К ЗАДАЧЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОТИПНЫХ СРЕДСТВ ЗАЩИТЫ

Решетов Валерий Юрьевич¹, Перевозчиков Александр Геннадьевич,
Яночкин Игорь Евгеньевич²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: kadry@cs.msu.ru

² НПО «РусБИТех», Центр моделирования сложных систем, отдел проектирования, e-mail:
pere501@yandex.ru, i-yanochkin@yandex.ru

Изучается задача оптимального распределения разнотипных средств защиты по разнотипным средствам нападения на дальних подступах к объектам защиты, когда точная информация по целераспределению средств нападения отсутствует. В качестве критерия используется разность потерь сторон, исследуется задача его оптимизации в непрерывной постановке. Получено явное выражение для функции потерь защиты, основанное на критерии упорядочивания очередности атак Е. А. Берзина, что приводит в общем случае при неоднородности ресурсов сторон к вогнутой задаче математического программирования, которая может быть решена методом градиентного подъема.

Работа основана на результатах, полученных в [1] и является дальнейшим развитием построений, представленных в [2]. Классическая задача распределения однородных ресурсов защиты была определена и изучена в работе [3] (см. также [4-7]). Сложность заключается в том, что потери в модели последовательных дуэльных воздействий, принятой в [1] зависят не только от количества и типов средств обороны, но и от последовательности их воздействий по средствам нападения j -го типа. В работе [1] эта сложность преодолевается алгоритмически на основе метода максимального элемента, использование которого не предполагает наличие явного выражения для потерь обороны. Последовательность воздействий в каждой группе средств обороны может оказаться не оптимальной и ее требуется корректировать на основе критерия упорядочения атак, предложенного в [1]. При этом потери обороны уменьшаются, а потери нападения остаются на прежнем уровне, поскольку они не зависят от последовательности атак. В связи с этим, в настоящей работе получено явное выражение для потерь обороны в непрерывной постановке задачи, на основе критерия упорядочения атак Е. А. Берзина, предложенного в [1]. На этой основе строится метод последовательных приближений для решения задачи целераспределения разнотипных средств обороны в непрерывной постановке градиентного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Берзин Е. А. Оптимальное распределение ресурсов и элементы синтеза систем / Под ред. Е. В. Золотова. — М.: Радио и связь, 1974.

- [2] Берзин Е. А. Оптимальное распределение ресурсов и теория игр / Под ред. Е. В. Золотова. — М.: Радио и связь, 1983.
- [3] Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. — М.: Мир, 1964.
- [4] Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. — М.: Наука, 1971.
- [5] Васин А. А., Морозов В. В. Теория игр и модели математической экономики. — М.: МАКС Пресс, 2005.
- [6] Васин А. А., Краснощеков П. С., Морозов В. В. Исследование операций. — М.: Академия. 2008.
- [7] Краснощеков П. С., Петров А. А. Принцип построения моделей. — М.: Фазис. 2000.

ПОДСЕКЦИЯ VIII

Кафедра автоматизации

систем вычислительных комплексов,

лаборатория вычислительных комплексов

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ ЭВОЛЮЦИИ ТРАДИЦИОННОЙ СЕТИ В

ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМУЮ СЕТЬ

Смелянский Руслан Леонидович, Янбулатов Рамиль Айдарович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: smel@cs.msu.su,
ray@lvk.cs.msu.su

В настоящее время идёт смена поколений компьютерных сетей. На смену традиционной архитектуре TCP/IP приходят программно-конфигурируемые сети (ПКС) [1]. Однако по техническим и экономическим причинам (например, высокая стоимость полного развёртывания сети), миграция сети в новую архитектуру не бывает одномоментной. На практике это всегда поэтапный процесс эволюции из старой парадигмы в новую.

В рамках данной работы рассмотрены разные методы эволюции сети с традиционной архитектурой (основанной на OSPF или IS-IS) в сеть с ПКС архитектурой. Были разработаны и исследованы алгоритмы выбора маршрутизаторов в традиционной сети, которые следует заменить на ПКС коммутаторы,

чтобы взять под ПКС управление не менее 80% потоков данных. В работе эта задача рассмотрена в трёх разных предположениях о подробности и необходимой информации о потоках данных в сети. В первой постановке считаются известными маршрут каждого потока, прошедшего в сети за определенный период времени, и объём данных в каждом потоке. Во второй постановке для каждого маршрутизатора известен лишь объём трафика, прошедшего через него. В третьей постановке информация о потоках не используется, используется лишь информация о топологии сети.

Алгоритмы были протестированы на примерах сетей телеком-операторов и их трафике. Согласно поставленным экспериментам, для того чтобы взять под контроль 80% потоков в сети, при решении задачи в первой постановке требуется заменить около 18% устройств, при решении во второй постановке — около 23% устройств, а в третьей постановке (когда известна лишь информация о топологии сети) достаточно заменить всего около 30% маршрутизаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Смелянский Р. Л. Проблемы современных компьютерных сетей // Труды XIX Всероссийской научно-методической конференции Телематика. — 2012. — URL: <http://tm.ifmo.ru/tm2012/src/024e.pdf>.

СИСТЕМА КООРДИНИРОВАННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ОТПРАВКИ ПАКЕТОВ ДЛЯ МНОГОПОТОЧНЫХ СЕТЕВЫХ ПРОТОКОЛОВ ТРАНСПОРТНОГО УРОВНЯ

Степанов Евгений Павлович, Чемерицкий Евгений Викторович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.su,
tyz@lvk.cs.msu.su

Однопоточные транспортные протоколы не справляются с растущими требованиями современных приложений к качеству соединений. Многопоточные протоколы позволяют решить данную проблему, распределяя пересылаемые данные между несколькими независимыми подпотоками, которые пересекают сеть по разным маршрутам. Поскольку характеристики отдельных потоков могут отличаться, то порядок доставки данных на сторону получателя часто не совпадает с их изначальным порядком. Для восстановления порядка используется промежуточный буфер, который осуществляет временное хранение сегментов, пришедших с опережением, пока не будут получены все отстающие сегменты. Так как буфер имеет конечный размер, то он не может принять сегменты, находящиеся далеко впереди от тех, что ещё не были получены. В результате *быстрым* потокам приходится ограничивать свою скорость, и характеристики соединения могут сравняться с таковыми для самого *медленного* из них. Для решения указанной проблемы в работе рассматривается задача

построения таких алгоритмов распределения сегментов по потокам на стороне отправителя, которые позволяли бы сделать последовательность доставки этих сегментов на сторону получателя как можно ближе к изначальной.

Одним из наиболее перспективных алгоритмов планирования пакетов является F^2P - DPS , описанный в [1]. Его преимущество заключается в использовании информации о задержках и проценте потерь пакетов на каждом из потоков. Однако [1] описывает частный случай алгоритма, применимый лишь для двух потоков и фиксированного алгоритма управления перегрузкой. Настоящая работа дополняет F^2P - DPS , разрешая его применение для любого количества потоков, а также допуская использование разных алгоритмов управления перегрузкой. Экспериментальное исследование подготовленного программного прототипа показало преимущество разработанного алгоритма перед существующими аналогами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Fine-grained Forward Prediction based Dynamic Packet Scheduling Mechanism for multipath TCP in lossy networks / D. Ni, K. Xue, P. Hong, S. Shen // 2014 23rd International Conference on Computer Communication and Networks (ICCCN). — 2014. — P. 1-7.

ПЛАНИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЦЕНТРАХ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

**Антоненко Виталий Александрович, Костенко Валерий Алексеевич,
Чупахин Андрей Андреевич**

Лаборатория вычислительных комплексов, e-mail: vantonenko@arccn.ru, kost@cs.msu.su,
atom1543@yandex.ru

Задача планирования вычислений в центрах обработки данных (ЦОД), работающих в режиме инфраструктура как услуга (IaaS — Infrastructure-as-a-Service), заключается в построении отображения запросов на создание виртуальных машин и виртуальных систем хранения данных, соединённых виртуальными каналами, на вычислительные сервера и сервера хранения данных и построении маршрутов для виртуальных каналов в сети обмена ЦОД. При работе ЦОД в режиме IaaS необходима возможность задания критериев качества сервиса (Service Level Agreement — SLA) для всех типов ресурсов: систем хранения данных, вычислительных и сетевых ресурсов. Вычислительные ресурсы, системы хранения данных и сетевые ресурсы должны рассматриваться как планируемые типы ресурсов, и их планирование должно происходить согласовано в смысле соблюдения соглашений о качестве сервиса. Для получаемых отображений виртуальных ресурсов на физические ресурсы ЦОД необходимо гарантированное выполнение запрошенных SLA.

Алгоритм состоит из двух шагов:

1. Назначение виртуальных машин на вычислительные сервера и виртуальных систем хранения данных на сервера хранения данных.
2. Для полученных отображений виртуальных машин и виртуальных систем хранения данных построение маршрутов виртуальных каналов в сети обмена ЦОД.

Алгоритм основан на методе [1], сочетающим жадные стратегии и ограниченный перебор. Алгоритм выбирает запрос из множества еще не размещенных запросов и место его размещения в соответствии с жадными критериями. Процедура ограниченного перебора вызывается, если выбранный запрос не может быть размещен. Для процедуры ограниченного перебора задается максимально допустимая глубина перебора, которая определяет максимально возможное количество физических серверов, содержащих запросы, которые могут участвовать в переборе. Увеличивая допустимую глубину перебора, можно повышать точность алгоритма, но при этом увеличивается его вычислительная сложность. Для частной задачи уменьшить вычислительную сложность алгоритма можно подбором наилучших для задачи жадных критериев. Подбор наилучших жадных критериев позволяет сократить количество вызовов процедуры ограниченного перебора.

Исследование алгоритма на данных, предоставленных компанией Huawei, показало, что большинство запросов размещаются в соответствии с жадным критерием, то есть для них не вызывается процедура ограниченного перебора, и соответственно время работы алгоритма незначительно отличается от времени работы жадного алгоритма. Но предложенные алгоритмы в отличие от жадных находят отображения, которые обеспечивают более высокую загрузку физических ресурсов ЦОД.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-07-01261-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Костенко В. А. Алгоритмы комбинаторной оптимизации сочетающие жадные стратегии и ограниченный перебор // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2017. — № 2. — С. 61–69.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОДХОДОВ К ПОСТРОЕНИЮ ИНФОРМАЦИОННО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СЕТЕЙ

Смелянский Руслан Леонидович¹, Колосов Алексей Михайлович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: rsmeliansky@arccn.ru

² Лаборатория вычислительных комплексов, e-mail: akolosov@granit.io

В докладе рассматриваются подходы к построению информационно-ориентированных сетей (ИОС) и даётся обоснование тезису о том, что технологии программно-конфигурируемых сетей (ПКС) наиболее эффективны для построения ИОС.

ИОС представляют собой новый, перспективный класс сетей, в котором объектом адресации являются данные, а не устройства, их содержащие. В этом новом классе сетей понятия адреса, как такового, нет. Обращение к данным идёт по имени.

Актуальность новому классу сетей придаёт тот факт, что объектом интереса пользователей в современных сетях являются именно данные, а не возможность совместного использования тех или иных устройств.

Эти сети обладают целым рядом уникальных свойств с точки зрения информационной безопасности, поскольку доступ к данным осуществляется только в том случае, если известно имя данных, поэтому вредоносная деятельность в таких сетях существенно затруднена.

Сети этого класса строятся на основе схемы Publish/Subscribe и включают в себя следующие службы: анонсирующая служба, сообщающая о публикации новых данных; служба разрешения имен, определяющая соответствие между данными и их именами; служба уведомления о событиях, связанных с данными; служба хранения и обработки данных и поисковая служба, работающая со всеми остальными службами — эта служба может сразу определять, когда публикуются данные и когда они меняют своё состояние, что позволяет сократить и сделать предсказуемым время поиска данных по сравнению с традиционными системами поиска в Интернете на основе веб-сканирования.

Вышеперечисленные службы покрывают весь жизненный цикл данных в ИОС: первичное размещение данных, перемещение данных, обнаружение данных, выдача данных по запросу.

Для реализации описанных служб, необходимой для построения ИОС, можно использовать как технологии традиционных сетей, в которых отсутствует центральный узел, так и технологии программно-конфигурируемых сетей (ПКС) [1], в которых такой узел присутствует.

Использование ПКС технологий для построения ИОС, включающего реализацию описанных служб, позволяет оперативно производить сбор и обработку сведений о данных, быстро обнаруживать данные и реализовывать запросы к ИОС. Таким образом, использование ПКС технологий для построения ИОС позволяет эффективно обеспечивать весь жизненный цикл данных в ИОС.

В результате в докладе подтверждается тезис о том, что ПКС технологии позволяют осуществлять построение ИОС более эффективно чем технологии традиционных сетей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Смелянский Р. Л. Программно-конфигурируемые сети — Новый подход к построению компьютерных сетей. [HTML] 2012. URL: <http://www.osp.ru/os/2012/09/13032491>

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНТЕЙНЕРОВ ПРИЛОЖЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

Антоненко Виталий Александрович, Михеев Павел Алексеевич

Лаборатория вычислительных комплексов, e-mail: vantonenko@arccn.ru, mikpav@lvk.cs.msu.su

Рассматривается задача построения прототипов компьютерных сетей с помощью контейнеров легковесной виртуализации. Прототип компьютерной сети — это модель, общие процессы которой (работа приложений на хостах, установка соединений между сетевыми элементами и т. п.) соответствуют аналогичным процессам в настоящей компьютерной сети, но при этом может нарушаться параллельность выполнения процессов на различных хостах, наличие изолированного сетевого стека у хостов и т. п. Модель сети, элементы которой прототипируются с помощью контейнеров легковесной виртуализации, удовлетворяет этим условиям.

Контейнер приложений — частный случай контейнеров легковесной виртуализации. Его основное назначение — запускать внутри себя приложение, храня при этом все его зависимости. Контейнер перестает существовать, как только приложение внутри него заканчивает свою работу. Таким образом, появляется возможность работать с контейнером как с приложением, уже установленным в системе. При этом контейнеры приложений могут взаимодействовать между собой и как отдельные хосты сети.

Для решения задачи принято решение модифицировать систему моделирования компьютерных сетей Network Prototype Simulator [1] так, чтобы она стала обладать динамической инфраструктурой и способностью запускать Docker-контейнеры для моделирования работы приложения. Модифицированная система способна моделировать сети различных топологий, а сетевые приложения, не требующие для своей работы нестандартных настроек ядра операционной системы, работают в этих моделях аналогично тому, как бы они работали в реальных сетях, не требуя внесения изменений в исходный код приложений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-07-01261).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Разработка и исследование модели функционирования глобальной сети для анализа динамики распространения вредоносного программного обеспечения : автореф. дис. . . . канд. физ.-мат. наук : 05.13.11 : защищена 19.09.2014 / В. А. Антоненко. — М., 2014. — 26 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МОДУЛЬНЫХ ВС РВ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ДОПУСТИМОСТИ КОНФИГУРАЦИЙ ТАКИХ СИСТЕМ

Глонина Алевтина Борисовна, Бахмуrow Анатолий Геннадьевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: alevtina@lvk.cs.msu.su,
bahmurov@lvk.cs.msu.su

В работе рассматриваются модульные ВС (МВС) на примере систем интегрированной модульной авионики (ИМА). Система ИМА состоит из модулей, каждый из которых содержит несколько многоядерных процессоров. Ресурсы ядра разделяют несколько приложений (разделов). Каждый раздел привязан к одному ядру, имеет набор временных окон выполнения и содержит набор задач, характеризующихся приоритетом, временем выполнения (WCET), периодом и директивным сроком. Для каждой задачи один раз за период должен быть выполнен один ее экземпляр (работа). Между задачами существуют зависимости по данным. Выполнением работ раздела управляет планировщик, как правило, функционирующий согласно одному из динамических алгоритмов планирования. Под конфигурацией МВС понимается совокупность характеристик модулей и разделов, привязку разделов к ядрам и расписание окон. При проектировании МВС возникает задача проверки допустимости их конфигураций. Конфигурация называется допустимой, если каждая работа выполняется полностью в рамках директивного срока.

Обзор существующих методов проверки допустимости конфигураций показал, что все они обладают недостатками. Разработанный метод позволяет их преодолеть. Была предложена модель функционирования МВС, результатом интерпретации которой для конкретной конфигурации является временная диаграмма (ВД), по которой проверяется допустимость конфигурации. Модель состоит из стандартных компонентов, моделирующих компоненты МВС. В качестве математического аппарата моделирования были выбраны сети автоматов с таймером [1], позволяющие описать требуемые аспекты функционирования МВС, а также автоматически (с помощью верификатора) доказать точность и корректность компонентов модели. Авторами доказано, что из точности и корректности компонентов модели следует точность и корректность модели в целом, а также однозначность построенной ВД.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-07-01566).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Cassez F., Larsen K. The impressive power of stopwatches // International Conference on Concurrency Theory. — Springer, 2000. — P. 138–152.

КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ НАДЕЖНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Волканов Дмитрий Юрьевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@lvk.cs.msu.su

Начиная с 60-х годов в литературе рассматривается задача оптимизации надёжности вычислительных систем (ВС) в следующей обобщённой постановке:

- дана ВС в виде набора модулей и структуры связей между ними;
- в каждом модуле может применяться один из нескольких механизмов обеспечения отказоустойчивости (МОО);
- для каждого модуля существует несколько версий;
- количество версий зависит от используемого МОО.

Тем самым возникает несколько вариантов построения ВС. Требуется выбрать сбалансированный набор вариантов модулей ВС, эффективный по определенным критериям на множестве возможных вариантов построения ВС [1].

В работах [2,3] были предложены классификации постановок задач оптимизации надёжности, но все они неполны. В докладе предложена новая классификация постановок задач оптимизации надёжности, включающая ряд категорий критериев. Для каждой категории выделены соответствующие классы признаков. Данная классификация позволяет при решении конкретной задачи оптимизации надёжности выделить схожие задачи и сравнить предлагаемый алгоритм оптимизации с ранее разработанными для схожих задач.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-07-01566).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Волканов Д. Ю. Метод сбалансированного выбора механизмов обеспечения отказоустойчивости для распределённых вычислительных систем // Моделирование и анализ информационных систем. — 2016. — Т. 23, № 2. — С. 119–136.
- [2] Soltani R. Reliability optimization of binary state non-repairable systems: A state of the art survey // International Journal of Industrial Engineering Computations. — 2014. — Vol. 5, No 3. — P. 339–364.
- [3] Aleti A. et al. Software architecture optimization methods: A systematic literature review // IEEE Transactions on Software Engineering. — 2013. — Vol. 39, No 5. — P. 658–683.

СТЕНД ПОЛУНАТУРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ТЕСТИРОВАНИЯ КБО — 15 ЛЕТ РАЗВИТИЯ

Чистолинов Максим Владимирович, Балашов Василий Викторович

Лаборатория вычислительных комплексов, e-mail: mike@lvk.cs.msu.su, hbd@lvk.cs.msu.su

Разработка комплекса бортового оборудования (КБО) составляет значительную часть сложности создания современного летательного аппарата (ЛА) [1], корабля, космического аппарата. Авиационный КБО представляет собой многомашинный вычислительный комплекс, состоящий из десятков вычислителей и среды передачи данных (СПД) из сотен каналов. КБО характеризуется разнообразием архитектуры вычислителей и каналов, а также наличием большого числа организаций-разработчиков аппаратного и программного обеспечения КБО. Для отработки КБО служат стенды тестирования и интеграции КБО и отдельных его подсистем. На таких стендах при помощи инструментальных ЭВМ имитируется окружение обрабатываемой подсистемы, в т. ч. выполняется «подыгрывание» ей данными по внешним интерфейсам и проверка корректности ответных данных. В начале 2000-х годов в ОКБ Сухого возник запрос на создание стенда отработки информационно-управляющей системы (ИУС) самолета-истребителя 5 поколения Т-50. ИУС является головной подсистемой КБО и включает в себя центральную вычислительную систему и средства взаимодействия с экипажем. Первым ответом на этот запрос стало создание в 2003 г. коллективом Лаборатории вычислительных комплексов (ЛВК) факультета ВМК МГУ прототипа такого стенда на основе среды имитационного моделирования ДИАНА. На данный момент (апрель 2017 г.) на основе постоянно развивающейся технологии построено семейство стендов, реализующее пошаговый подход к интеграции и отработке ИУС, начиная с отработки отдельных блоков ИУС и заканчивая интеграцией и испытаниями ИУС в целом. Стенды построены по единой архитектуре и являются ключевыми звеньями технологической цепочки отработки ИУС для бортов Су-35 (с 2007 г.), Т-50 (с 2009 г.), МС-21 (пассажирский авиалайнер, с 2015 г.). Ведутся работы по созданию стенда для ИУС беспилотного ЛА.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-07-01566).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Грибов Д. И., Смелянский Р. Л. Комплексное моделирование бортового оборудования летательного аппарата // Методы и средства обработки информации. Труды второй Всероссийской научной конференции. — М.: Издательский отдел факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова. — 2005. — С. 59–74

КУРС ЛЕКЦИЙ ПО СИСТЕМАМ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ: ЦЕЛИ, СТРУКТУРА, НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ

Балашов Василий Викторович

Лаборатория вычислительных комплексов, e-mail: hbd@lvk.cs.msu.su

Исследования в области вычислительных систем реального времени (ВСРВ), в первую очередь управляющих ВСРВ, ведутся в Лаборатории вычислительных комплексов (ЛВК) факультета ВМК МГУ с середины 1980-х годов. При этом с конца 1990-х и до 2014 г. на факультете не читались какие-либо курсы, систематически описывающие эту важнейшую область применения компьютерных систем. С 2014 года сотрудники ЛВК читают вводный спецкурс для студентов 2–3 курсов, знакомящий слушателей с основными особенностями функционирования ВСРВ, их архитектуры, и с отдельными алгоритмами, используемыми при автоматизированном проектировании ВСРВ. При формировании коллективом ЛВК магистерской программы «Распределенные системы и сети» был разработан полноценный семестровый курс «Архитектура управляющих систем реального времени» (АУСРВ). Материал по курсу АУСРВ охватывает следующие основные направления:

1. Вычислительные узлы ВСРВ и планирование вычислений (в т. ч. аппаратная архитектура вычислительных узлов, схемы и алгоритмы планирования вычислений и распределения вычислительной нагрузки, оценка наилучшего времени выполнения программ).
2. Среда передачи данных (СПД) в ВСРВ и конфигурирование СПД (в т. ч. топологии СПД, основные схемы передачи данных в реальном времени, алгоритмы конфигурирования СПД и планирования обмена данными).
3. Жизненный цикл ВСРВ (в т. ч. структура типового жизненного цикла (ЖЦ), инструментальные средства поддержки ЖЦ, тестирование и интеграция ВСРВ, архитектура стендов тестирования и интеграции).

Курс сопровождается практическими заданиями, связанными, например, с реализацией и апробацией алгоритмов решения частных задач автоматизации проектирования ВСРВ. В качестве направления развития курса может рассматриваться рассмотрение задач поддержки проектирования ВСРВ в более общих постановках, чем те, которые рассматриваются в рамках проводимых в ЛВК исследований. Также целесообразно проработать упрощённые постановки сложных задач поддержки проектирования ВСРВ, таких как задача построения системы виртуальных каналов в коммутируемой СПД. Подход к решению упрощённой задачи может быть описан в рамках лекционного формата.

АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РАСПОЗНАВАНИЮ НЕШТАТНОГО ПОВЕДЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Щербинин Виктор Владимирович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: wictor@lvk.cs.msu.su

Рассматривается задача обучения алгоритма распознавания участков нештатного поведения в многомерных фазовых траекториях, полученных при считывании показаний датчиков динамической системы [1]. Алгоритм обучается на наборе прецедентов нормального и нештатного поведения системы.

Данная задача решается при помощи аксиоматического подхода к распознаванию нештатного поведения [1]. *Аксиома* — это функция, ставящая в соответствие точке траектории одно из значений «истина» или «ложь». При обучении формируется набор аксиом as , называемый *системой аксиом*, а также строка в алфавите системы аксиом J_{abn} , называемая *эталонной разметкой* участка нештатного поведения. При распознавании нештатного поведения формируется *разметка наблюдаемой траектории J*: каждой точке траектории t ставится в соответствие аксиома, выполняющаяся в точке t . Затем в строке J проводится нечеткий поиск вхождений строки J_{abn} при помощи алгоритма DTW [2]. В этом алгоритме ищется соответствие строк, минимизирующее количество трансформаций (вставки, удаления, замены символа). Т. о. поставленная задача сводится к задаче нечеткого поиска подстрок в строке.

Предложены модификации алгоритма обучения и распознавания, основанные на идее расширения алфавита, в котором заданы эталоны, символом δ , который при нечетком поиске соответствует любой аксиоме. Модифицирована операция мутации генетического алгоритма обучения так, чтобы при мутации символ δ мог быть добавлен в эталон.

Проведенное экспериментальное исследование показало, что предложенные модификации позволяют добиться улучшения качества распознавания до 30% на некоторых наборах данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Shcherbinin V. V., Kostenko V. A. A Genetic Algorithm for Training Recognizers of Latent Abnormal Behavior of Dynamic Systems // Proc. of the 7th International Joint Conference on Computational Intelligence, V. 1. Lisbon, Portugal: SciTePress, 2015. P. 358–365.
- [2] Müller M. Information Retrieval for Music and Motion. — New York : Springer-Verlag, 2007. — 318 p.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО НАБОРА OPENFLOW ПРАВИЛ НА OF-DPA КОММУТАТОРАХ

Макарова Валентина Сергеевна, Шалимов Александр Владиславович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: vmakarova@lvk.cs.msu.su,
ashalimov@lvk.cs.msu.su

Концепция программно-конфигурируемых сетей (ПКС), предлагающая разделение уровней управления и передачи данных и вынесение уровня управления в отдельное устройство, сейчас активно развивается. Наиболее популярным и развитым протоколом управляющего взаимодействия элементов ПКС является протокол OpenFlow. Одним из препятствий перехода на программное управление сетью является дороговизна аппаратных коммутаторов с полной поддержкой протокола OpenFlow 1.3 и выше. Как одно из решений этой проблемы компанией Broadcom была разработана программная компонента OF-DPA [1], позволяющая модифицировать коммутатор производства Broadcom, функционирующий на базе традиционных сетевых интегральных схем специального назначения (ASIC), для ограниченной поддержки протокола OpenFlow. Общая логика обработки пакетов для ASIC задаётся на этапе производства микросхемы, и в ней нет возможности реализовать поддержку произвольного набора OpenFlow-правил. Но с помощью OF-DPA определенный ограниченный набор OpenFlow-правил становится возможно преобразовать во внутренние команды коммутатора, которые будут выполняться на этапе обработки пакета. Эта архитектура поддерживаемых OpenFlow-правил коммутатора и его конвейера обработки описывается на языке стандарта TTP (Table Type Patterns) [2]. В работе проанализированы возможности расширения функциональности коммутатора путём преобразования неподдерживаемых OpenFlow-правил в эквивалентный набор правил, допустимых соответствующим TTP коммутатора. В докладе представлена формальная модель функционирования OpenFlow-коммутатора, в рамках которой показана эквивалентность некоторых видов OpenFlow-правил и особенности реализации механизма преобразования правил.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] OpenFlow Data Plane Abstraction (OF-DPA): Abstract Switch Specification, Version 2.01 / CA, San Jose : Broadcom Corp, 2016. — 165 p.
- [2] The Benefits of Multiple Flow Tables and TTPs : ONF Technical Report / CA, Palo Alto : Open Networking Foundation, 2015. — 9 p.

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ ПРАВИЛ В ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЯХ

Швецов Денис Андреевич, Шалимов Александр Владиславович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: denshv@lvk.cs.msu.su, ashalimov@lvk.cs.msu.su

В работе представлены модификации системы Maple и ее набора абстраций для повышения эффективности управления ПКС сетью и удобства управления ею. Протокол OpenFlow, как средство управления и программирования коммутаторов, является низкоуровневым, что усложняет разработку сетевых приложений. В связи с этим создаются системы автоматической генерации правил, которые предоставляют абстракции более высокого уровня и берут на себя все низкоуровневые детали управления. Можно провести аналогию программирования ПКС приложений с использованием OpenFlow абстракции и высокоуровневых абстракций с программированием на ассемблере и на высокоуровневом языке.

Одна из таких систем Maple [1] для каждого коммутатора позволяет задать функцию по обработке каждого пакета проходящего через него. В системе Maple было выявлено два недостатка: излишние служебные сообщения и жесткая привязка функций к конкретным коммутаторам — забывая о возможностях ПКС по управлению сетью как единым целым.

Данные недостатки решены с помощью изменения логики работы Maple, добавления к заголовку пакета поля switch_id и введением новой абстракции действия с пакетом — маршрут. С помощью поля switch_id можно задать специфичное поведение функции для коммутаторов, а с помощью действия «маршрут» можно определить путь, по которому должен пройти пакет в сети. Данная система с устраненными недостатками была интегрирована с OpenFlow контроллером RUNOS [2]. Устранение недостатков сократило количество служебных сообщений в 18.28 раз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Voellmy A. et al. Maple: simplifying SDN programming using algorithmic policies // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. — ACM, 2013. — Vol. 43, No 4. — P. 87–98.
- [2] Shalimov A. et al. The Runos OpenFlow Controller // Software Defined Networks (EWSDN), 2015 Fourth European Workshop. — IEEE, 2015. — P. 103–104.

УСКОРЕНИЕ РАБОТЫ ПРОГРАММНЫХ OPENFLOW-КОММУТАТОРОВ ЧЕРЕЗ НАСТРОЙКУ ПАРАМЕТРОВ ХЭШ-ФУНКЦИИ

Аграновский Михаил Леонидович, Шалимов Александр Владиславович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: agrml@lvk.cs.msu.su,
ashalimov@lvk.cs.msu.su

В докладе представлены результаты исследования способов повышения производительности программных OpenFlow коммутаторов на базе серверов с архитектурой x86. Программные коммутаторы на базе x86-серверов превосходят аппаратные аналоги по функциональности и гибкости, допускают удаленное развертывание в платформах облачных вычислений. Однако они уступают аппаратным коммутаторам по производительности. В частности – в виду отсутствия в составе x86-серверов специального вида памяти с быстрым поиском: TCAM.

Отсутствие TCAM частично восполняется кэшированием часто используемых правил в хэш-таблицы. Для каждого пришедшего пакета вычисляется хэш от значений заданного набора полей заголовка, после чего ищется соответствие в хэш-таблице. При кэш-промахе управление передается на полноценный match-action конвейер коммутатора. В существующих решениях хэш вычисляется по всем доступным для сравнения полям заголовков. Однако учет специфики сетевых приложений и вычисление хэша только по используемым в соответствующих таблицах полям позволит повысить производительность. При надлежащем распределении приложений по таблицам длина и время вычисления хэша уменьшатся в разы. Настройка коммутатора может производиться автоматически путем отправки с контроллера конфигураций, написанных на инструментарии P4 [1].

В рамках представленного исследования построено сетевое приложение на базе фреймворка DPDK, моделирующее функционирование OpenFlow-коммутатора [2]. Замер производительности приложения в зависимости от числа учитываемых заголовков пакетов показал применимость данного метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Pat Bosshart, et al. P4: Programming Protocol-Independent Packet Processors // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. — ACM, 2014. — Т. 38, № 3. — С. 87–95.
- [2] Nick McKeown, et al. OpenFlow: Enabling Innovation in Campus Networks // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. — ACM, 2008. — Т. 38, № 2. — С. 69–74.

ОБНАРУЖЕНИЕ СКОМПРОМЕТИРОВАННЫХ КОММУТАТОРОВ В SDN СЕТЯХ

Петров Иван Сергеевич, Смелянский Руслан Леонидович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: ivanpetrov@lvk.cs.msu.ru,
smel@cs.msu.ru

Программно—конфигурируемые сети (SDN), по мнению ведущих производителей сетевого оборудования, являются одним из самых перспективных направлений сетевой индустрии на данный момент [1].

С появлением нового вида компьютерных сетей появляются и новые виды уязвимостей, эксплуатация которых может привести не только к материальным потерям, но и к утрате репутации и имиджа компаний, использующих подобные сети. Следовательно, во избежание негативных последствий компьютерных атак, необходимо разрабатывать механизмы защиты данных сетей от атак различных типов.

В данной работе рассматривается задача обнаружения скомпрометированных SDN коммутаторов. Под скомпрометированным коммутатором понимается некоторый коммутатор из сети управляемой SDN контроллером, который в действительности находится под контролем атакующего. Атакующий может использовать подконтрольные ему коммутаторы для проведения широкого спектра атак как на Data—plane так и на Control—plane [2].

Так как атакующий может фальсифицировать любую информацию, получаемую контроллером от данного коммутатора, предлагается разработать алгоритм, который позволит обнаруживать скомпрометированные коммутаторы по их влиянию на сеть, то есть по наличию атак на data—plane.

Предлагаемый алгоритм производит обнаружение скомпрометированных SDN коммутаторов на основе проверки правила сохранения потока, а именно: количество пакетов, отправленных на коммутатор, равно количеству пакетов обработанных данным коммутатором. Если в результате работы алгоритма детектируется атака на data-plane, то делается вывод о присутствии в сети скомпрометированного коммутатора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Смелянский Р. Л. Программно-конфигурируемые сети // Открытые системы. — 2012. — № 9. — С. 15–26.
- [2] Chao T. W. et al. Securing data planes in software-defined networks // NetSoft Conference and Workshops (NetSoft), 2016 IEEE. — IEEE, 2016. — P. 465–470.

О РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПЛАТФОРМЕ УПРАВЛЕНИЯ С ВЫСОКОЙ СТЕПЕНЬЮ ГОТОВНОСТИ ДЛЯ ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЕЙ

Пашков Василий Николаевич, Бахмуrow Анатолий Геннадьевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: pashkov@lvk.cs.msu.su,
bahmurov@lvk.cs.msu.su

В программно-конфигурируемых сетях (ПКС) [1] логически централизованное управление сетевой инфраструктурой и потоками данных осуществляется сетевой операционной системой за счет возможности «конфигурировать» сетевые устройства по открытому интерфейсу. Одним из наиболее перспективных подходов для обеспечения масштабируемости и надежности управления ПКС сетью является построение распределенной платформы управления (РПУ ПКС), состоящей из набора контроллеров с единым представлением о состоянии сети [2].

В работе рассмотрены архитектура и принципы организации РПУ ПКС с высокой степенью готовности. Показано, как должно быть организовано резервирование контроллеров, активных управляющих соединений между сетевыми устройствами и контроллерами, вычислительных ресурсов контроллеров. Представлены программные средства синхронизации контроллеров, обнаружения отказов и восстановления управления.

В работе изложен алгоритм выбора основного и резервного контроллеров для каждого коммутатора сети, позволяющий минимизировать время восстановления управления сетью в случае одиночных отказов контроллеров распределенной платформы управления.

Для предотвращения перегрузок контроллеров предложен алгоритм балансировки управляющего трафика за счет перераспределения управления коммутаторами между контроллерами РПУ ПКС, минимизирующий количество таких операций передачи управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Смелянский Р. Л. Программно-конфигурируемые сети // Открытые системы. СУБД. 2012. № 9. С. 15–26.
- [2] Pashkov V., Shalimov A., Smeliansky R. Controller Failover for Enterprise SDN // MoNeTec 2014, 28-29 October 2014, Moscow, Russia. Proceedings of the Modern Networking Technologies, IEEE, P. 27–32.

ПОДСЕКЦИЯ IX

Кафедра автоматизации научных исследований

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КВАНТОВОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА В ПОЛУПРОВОДНИКЕ

Попов Александр Михайлович, Шумкин Георгий Николаевич,
Семенова Дарья Евгеньевна

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: popov@cs.msu.su, georgij-sh@yandex.ru,
blackwolvessagalasthope@gmail.com

Процесс фазового перехода в молекулярной системе используется в наноэлектронике при создании новой памяти, основанной на фазовых переходах сверхмалых размеров. В последнее время в научно-исследовательской лаборатории IBM в Цюрихе были выполнены успешные эксперименты по созданию такой памяти, имеющей наноразмеры [1]. В качестве материала использовался аморфный углерод. В работе [2] нами была предложена многомасштабная математическая модель на основе квантовой молекулярной динамики для исследования процессов фазового перехода. Для правильного описания действия прибора и его вольт-амперной характеристики система уравнений была дополнена нелинейным уравнением теплопроводности. В качестве источника тепла используется Джоулев нагрев, учитывающий изменение проводимости в процессе фазового перехода и геометрию получающейся молекулярной структуры. Вычисления показывают, что при определенной мощности теплового источника вводимая тепловая мощность превышает сток тепла за счет теплопроводности. Получен критерий неустойчивости, приводящий к перегреву системы. Показано, что возникающая неустойчивость приводит к винтовой деформации проводящих графитовых плоскостей и при некоторой амплитуде возмущений меняет электропроводность системы и может приводить к срыву разряда. В переключательных экспериментах на ВАХ имеется участок с отрицательной дифференциальной проводимостью. Этот режим определяет развитие неустойчивости тока в проводящей точке. Вычисления проводились на суперкомпьютере IBM Blue Gene/P.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Resistance switching at the nanometer scale in amorphous carbon / A. Sebastian, A. Pauza, C. Rossel, R.M. Shelby, A.F. Rodriguez, H. Pozidis H., E. Eleftheriou // *New Journal of Physics*. — 2011. — V. 13, N. 1. — P. 013020.

- [2] Popov A. M., Shumkin. G. N., Nikishin N. G. Multiscale simulation of thermal disruption in resistance switching in amorphous carbon // Journal of Physics: Conference Series. — 2015. — V. 640. — P. 012027.

СУПЕРКОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ТОКОВЫХ СТРУКТУР В СОЛНЕЧНОЙ ПЛАЗМЕ

Ечкина Евгения Юрьевна, Иновенков Игорь Николаевич

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: ejane@cs.msu.ru, inov@cs.msu.ru

В последние годы компьютерное моделирование стало одним из основных инструментов при решении таких важных задач как конструирование сложного технического изделия, детальное исследование физических и социальных процессов, поиск особых режимов и изучение поведения существующих и проектируемых систем в условиях, достижимых с трудом или не достижимых сегодня в лабораторных условиях. Основой компьютерного моделирования является вычислительный эксперимент — создания искусственной вычислительной среды максимально близкой по своим свойствам к моделируемой системе.

Трехмерные нелинейные магнитогидродинамические модели позволяют адекватно описывать такие тонкие и интересные явления, как образование магнитных островов в плазме токамака, возникновение токовых слоев и «замков». Эти явления обусловлены перезамыканием магнитных силовых линий, причем пространственные размеры этих объектов составляют нанометры, а соответствующие плазменные образования приобретают новые и неожиданные свойства [1-2]. В работе продемонстрировано несколько методов распараллеливания МГД-задачи, приводятся результаты сравнения производительности алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Буланов С. В., Ечкина Е. Ю., Иновенков И. Н. Формирование токовых слоев в структурно устойчивых и структурно-неустойчивых магнитных конфигурациях с двумя нулевыми линиями // Физика плазмы. — 2000. — Т. 26, № 7. — С. 80–91.
- [2] Current sheet formation in three-dimensional magnetic configuration / S. V. Bulanov, E. Yu. Echkina, I. N. Inovenkov, F. Pegoraro // Physics of Plasmas. — 2002. — V. 9, N. 9. — P. 3835–3850.

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ВЕРСИЯ КОДА RPB ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЦЫ ТОРОИДАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ НА ОСНОВЕ ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРОВ

Зотов Игорь Викторович¹, Высоцкий Лев Игоревич²

¹ Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: iv-zotov@cs.msu.ru

² Кафедра математической кибернетики, e-mail: vysotskylev@yandex.ru

Ведущееся в настоящее время строительство токамака Т-15 делает актуальной задачу создания и управления диверторной магнитной конфигурацией. Для этого необходима разработка эффективных быстродействующих алгоритмов определения границы плазмы, способных работать в режиме реального времени эксперимента. В работе рассмотрен такой алгоритм, основанный на параллельных вычислениях с использованием технологии NVIDIA CUDA для графических процессоров (GPU). За основу взят вычислительный код RPB (Reconstruction of Plasma Boundary) [1], предназначенный для восстановления границы плазмы по результатам электромагнитных измерений. Ранее данный код применялся для оптимизации системы электромагнитных измерений Т-15 и показал высокую эффективность [2].

Применяемый в коде RPB интегральный подход приводит к системе интегральных уравнений Фредгольма первого рода и использует метод регуляризации А. Н. Тихонова. Для решения системы интегральных уравнений минимизируется сглаживающий функционал со стабилизатором первого порядка. Условие минимума данного квадратичного функционала по переменным (неизвестным плотностям потенциала простого слоя) приводит к оптимальному решению:

$$v^{opt} = h_L(h_L A^T A + \alpha D^T D)^{-1} A^T f = M_\alpha f.$$

Здесь A — разностный аналог оператора системы интегральных уравнений, D — производная разностного аналога выбранного стабилизатора, f — измерения магнитного поля на контуре L с шагом h_L в разные моменты времени. Матрица M^α определяется геометрией установки и системы измерений, параметром регуляризации и может быть вычислена один раз. Выбор параметра α по критерию квазиоптимальности требует многократного поиска решения в каждый момент времени. Параллельная версия кода RPB реализована на основе GPU. Эксперименты показали, что использование графических ускорителей позволяет решать задачу с частотой, близкой к частоте проведения измерений (т. е. порядка 20 кГц).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Зотов И. В., Белов А. Г. Вычислительный код RPB для расчёта границы плазмы по магнитным измерениям (модуль библиотеки «Виртуальный

токамак») // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. — 2014. — Т. 37, № 1. — С. 97–102.

- [2] Zotov I. V., Melnikov A. V., Sychugov D. Yu., Lukash V. E., Khayrutdinov R. R. Optimization of electromagnetic diagnostic system of the T-15 tokamak // 43rd EPS Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fus. (Leuven, Belgium). — 2016. — P. 2.035.

ДЕТЕКТОР ДВИЖЕНИЯ, ОСНОВАННЫЙ НА НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Лукьяница Андрей Александрович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: andrei_luk@mail.ru

При обработке видеоизображений часто возникает задача отделения движущихся объектов от неподвижного фонового изображения. Алгоритмы, с помощью которых это можно сделать, обычно называют детекторами движения. Несмотря на существование большого количества детекторов движения [1], существуют задачи, с которыми они не справляются. Это в первую очередь связано с относительно медленной адаптацией известных алгоритмов к быстро изменяющейся сцене, например, при обработке видеоизображений разрядов плазмы, либо для создания приложений, позволяющих в реальном времени распознавать жесты или читать речь по движению губ. В настоящей работе предлагается детектор движения нового типа, основанный на нейронной сети. Каждый пиксель изображения обрабатывается локальной нейросетью, содержащей небольшое число, от 3 до 5 нейронов для каждого цветового канала. В начальный момент времени все нейроны инициализируются случайными значениями в диапазоне от 0 до 255, что соответствует стандартному изменению интенсивности изображений. В процессе адаптации нейроны действуют по признаку «победитель забирает все», т. е. проводится подстройка только того нейрона, активация которого ближе всего к интенсивности обрабатываемого пикселя. Скорость, с которой проводится адаптация, определяется задаваемым параметром, поэтому может быть выбрана применительно к конкретной задаче. Особенностью предложенной нейросети является наличие у нейронов памяти, т. е. они помнят, как часто переключались. В процессе адаптации к фоновому изображению предпочтение отдается нейронам, которые большее время являлись активными. Это позволяет детектору не реагировать на случайные либо кратковременные изменения фонового изображения. Проведенные численные эксперименты показали, что на качество детектирования движения практически не влияют даже такие постоянные помехи, как дождь и снег, которые часто присутствуют при видеонаблюдении в условиях улицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Лукьяница А. А., Шишкин А. Г. Цифровая обработка видеоизображений. — М. : «Ай—Эс—Эс» Пресс, 2009. — 518 с.

ПОДСЕКЦИЯ X

Кафедры системного анализа, нелинейных динамических систем и процессов управления

ОЦЕНКА ДОСТИЖИМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА В ЗАДАЧЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ПЛАЗМЫ СТАТИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Капалин Иван Владимирович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: ikapalin@cs.msu.ru

Обычно после линеаризации уравнений, описывающих процесс управления (в частности, плазмой), задача управления сводится к управлению объектом вида

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases} \quad (1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y \in \mathbb{R}^l$ — вектор измеряемых величин, $u \in \mathbb{R}^r$ — векторное управление; A, B, C — матрицы соответствующих размеров (в случае установки токамак, элементы матриц вычисляются кодами TokScen [1], $n = 31$, или DINA [2], $n = 96$). Объект (1) может быть как устойчивой, так и не устойчивой. Линейной модель, описывающей вертикальные движения центра шнура плазмы, неустойчива.

В данной работе для объекта (1) рассматривается проблема оценки достижимых показателей (времени регулирования, в. р., t_p и перерегулирования σ) при управлении вида $u = -Kx$, $K \in \mathbb{R}^{r \times n}$. Эта проблема актуальна в контексте синтез управления в практических приложениях и в контексте исследования дифференциальных уравнений.

Хотя существуют экспериментальные оценки в. р. t_p на основе степени устойчивости η и частоты среза ω_{bw} , но они не являются точными, что подтверждается примерами данной работы.

В рамках данной работы были получены оценки для в. р. и на их основе разработаны процедуры нелинейной оптимизации, позволяющие оценить в. р. при конкретных матрицах A , B и C объекта (1).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 17-07-00544-а, № 15-07-07579-а, № 17-07-00883-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] The numerical code TokScen for modelling plasma evolution in tokamaks / A. D. Sadykov, D. Yu. Sychugov, G. V. Shapovalov, B. Zh. Chektybaev, M. K. Skakov, N. A. Gasilov // Nuclear Fusion. — 2015. — V. 55, № 4. — P. 043017–043021.
- [2] Khayrutdinov R. R., Lukash V. E. Studies of Plasma Equilibrium and Transport in a Tokamak Fusion Device with the Inverse-Variable Technique // J. Comp. Physics. — 1993. — V. 109. — P. 193–201.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПОСТРОЕНИЯ ЦИФРОВЫХ СТАБИЛИЗАТОРОВ ДЛЯ ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫХ СИСТЕМ

Фурсов Андрей Серафимович, Исхаков Эльдар Ансарович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fursov@cs.msu.ru, eldar_111@mail.ru

В работе рассматривается задача построения цифрового регулятора, стабилизирующего непрерывную переключаемую линейную систему. Подход к стабилизации включает в себя построение непрерывно-дискретной замкнутой системы с цифровым регулятором, переход к её дискретной модели и последующему построению дискретного регулятора на основе методов одновременной стабилизации. Рассматривается непрерывная скалярная переключаемая линейная система

$$\begin{cases} \dot{x} = A_\sigma x + b_\sigma u, \\ y = c_\sigma x, \end{cases} \quad \sigma = \sigma(t) \in S_\tau, \quad (1)$$

где $\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow I = \{1, \dots, m\}$ — кусочно-постоянная функция (переключающий сигнал) с конечным числом разрывов (переключений) на любом конечном промежутке; S_τ — множество переключающих сигналов σ , для которых время между любыми двумя соседними переключениями не меньше τ ; $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y \in \mathbb{R}$ — измеряемый скалярный выход, $u \in \mathbb{R}$ — управляющий вход; $\{A_\sigma \in \mathbb{R}^{n \times n} : \sigma \in S\}$ — семейство кусочных постоянных матриц, $A_\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \{A_1, \dots, A_m\}$; аналогично, $\{b_\sigma \in \mathbb{R}^n : \sigma \in S\}$, $\{c_\sigma \in \mathbb{R}^n : \sigma \in S\}$ — семейства кусочно-постоянных векторов, $b_\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \{b_1, \dots, b_m\}$, $c_\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \{c_1, \dots, c_m\}$.

Значение функции σ в каждый момент времени определяет активный режим (c_i, A_i, b_i) переключаемой системы (1), описываемый линейной стационарной

системой

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + b_i u, \\ y = c_i x. \end{cases} \quad (2)$$

Предполагается, что каждый режим является управляемым и наблюдаемым. В силу кусочной непрерывности функции $\sigma(t)$ переходы между режимами осуществляются скачкообразно, а движение переключаемой системы в каждый момент времени определяется активным режимом.

Также будем предполагать, что переключающий сигнал в процессе функционирования системы (1) не доступен для измерения, т. е. в каждый момент времени не известно, какой из режимов системы является активным.

Для объекта (1) необходимо построить цифровой регулятор по выходу:

$$\begin{cases} v[(l+1)T] = Qv[lT] + qy[lT], \\ u[lT] = Hv[lT] + hy[lT], \quad v[0] = v_0, \\ T : T < \tau, \end{cases} \quad (3)$$

который обеспечивает S_τ -устойчивость замкнутой непрерывно-дискретной переключаемой системы.

Определение. Будем говорить, что замкнутая непрерывно-дискретная переключаемая система S_τ -устойчива, если для любых $x(0)$, $v[0]$ и $\sigma(t) \in S_\tau$ решение системы

$$\left\| \begin{matrix} x(t) \\ v[lT] \end{matrix} \right\| \rightarrow 0, \quad \text{при } t \rightarrow +\infty, \quad t \in [lT, (l+1)T].$$

Предполагается, что имеет место синхронность моментов переключений системы (1) с моментами времени работы дискретного регулятора (3).

Предложен алгоритм построения цифрового стабилизатора, обеспечивающего S_τ -устойчивость замкнутой непрерывно-дискретной переключаемой системы. При этом алгоритм включает следующие основные шаги:

- 1) построение дискретных моделей для объектов (2) на основе метода точной дискретизации;
- 2) поиск для полученного конечного семейства дискретных объектов одновременно стабилизирующего (единого) дискретного регулятора (3);
- 3) расчёт времени задержки τ , обеспечивающего стабилизацию непрерывно-дискретной переключаемой системы построенным единым регулятором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фурсов А. С., Хусаинов Э. Ф. К вопросу о стабилизации переключаемых линейных систем // Дифференц. уравнения. — 2015. — Т. 51, N 11. — С. 1522–1533.

- [2] Chen T., Francis B. Optimal sample-data control systems. — Berlin: Springer-Verlag, 1994. — 411 p.
- [3] Фурсов А. С. Одновременная стабилизация: теория построения универсального регулятора для семейства динамических объектов. — М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2016. — 238 с.
- [4] Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Щербаков П. С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. — М.: ЛЕНАНД, 2014. — 560 с.

ВОПРОСЫ ПРИВОДИМОСТИ МІМО-СИСТЕМ 4 ПОРЯДКА К ВИДУ С ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПОРЯДКОМ

Краев Андрей Владимирович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: akraev@cs.msu.ru

Рассмотрим линейную стационарную дискретную систему управления порядка n с l входами и l выходами (все основные результаты могут быть применены и для непрерывных систем):

$$\begin{cases} x^{t+1} = Ax^t + Bu^t \\ y^t = Cx^t, \quad t = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (1)$$

Известно классическое определение относительного порядка (ОП, [1]):

Определение. Вектор $r = (r_1, \dots, r_l)$ назовём вектором ОП для системы (1), если:

1. $C_i A^{j-1} B = 0, j = 1, \dots, r_i - 1; C_i A^{r_i-1} B \neq 0$, для каждого $i = 1, \dots, l$.
2. $\det H(r) \neq 0$, где $H(r) = \begin{pmatrix} C_1 A^{r_1-1} B \\ \dots \\ C_l A^{r_l-1} B \end{pmatrix}$.

В [2] введено определение столбцового ОП:

Определение. Вектор $r = (r_1, \dots, r_l)$ назовём вектором столбцового ОП для системы (1), если:

1. $CA^{j-1}B_i = 0, j = 1, \dots, r_i - 1; CA^{r_i-1}B_i \neq 0$, для каждого $i = 1, \dots, l$.
2. $\det H(r) \neq 0$, где $H(r) = (CA^{r_1-1}B_1 | \dots | CA^{r_l-1}B_l)$.

По аналогии с [3] исследована возможность приводимости системы 4 порядка с 2 входами и 2 выходами к виду с одним из ОП. Для каждой структуры ступенчатого вида матрицы C получены условия приводимости системы 4 порядка к виду с каждым из ОП. Выделены случаи приводимости системы только к виду со столбцовым ОП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Isidori A. Nonlinear Control Systems / London: Springer Verlag, 1995. — 549 p.
- [2] Краев А. В. Об аналоге относительного порядка для линейных динамических МИМО-систем // Доклады Российской Академии наук. — 2014. — Т. 454, № 2. — С. 152–157.
- [3] Краев А. В. О приведении векторной линейной системы третьего порядка к форме с относительным порядком по Исидори // Дифференциальные уравнения. — 2012. — Т. 48, № 11. — С. 1558–1560.

О ПРИВЕДЕНИИ СИСТЕМ К ВИДУ С ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПОРЯДКОМ ДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Фомичев Василий Владимирович, Краев Андрей Владимирович,
Роговский Александр Игоревич

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fomichev@cs.msu.ru, akraev@cs.msu.ru, alexander.rogovskiy@gmail.com

Рассматривается линейная стационарная динамическая система

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$; $y(t), u(t) \in \mathbb{R}^l$, постоянные матрицы A, B, C имеют соответствующие размеры.

В теории управления при решении многих задач используется понятие относительного порядка (ОП, см. [1, с. 220]). Дадим определение ОП с учетом линейности системы (см. [2, с. 71]).

Определение 1. Вектор $r \in \mathbb{N}^l$ — ОП системы (1), если

- 1) $C_i A^{j-1} B = 0$, $j = \overline{1, r_i - 1}$, $C_i A^{r_i-1} B \neq 0$, $i = \overline{1, l}$;
- 2) строки $C_i A^{r_i-1} B$, $i = \overline{1, l}$ линейно независимы.

Известно (см. [2, с. 54]), что условия ОП совместны не всегда. В некоторых случаях, однако, удастся добиться выполнения этих условий с помощью преобразования выхода. В данной работе для указанного преобразования используется динамическая система следующего вида:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}y(t), \quad \bar{y}(t) = \bar{C}\bar{x}(t) + \bar{D}y(t), \quad (2)$$

где $\bar{x}(t) \in \mathbb{R}^p$, $\bar{y}(t) \in \mathbb{R}^l$, матрицы $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ имеют соответствующие размеры, причем $\det \bar{D} \neq 0$. Систему (2) назовем *корректирующей*, если композиция систем (1) и (2) имеет ОП. В настоящей работе получены достаточные условия существования корректирующей системы, а также предложен алгоритм ее построения.

Теорема 1. Если полином $\beta(s) = \det \begin{pmatrix} sI - A & -B \\ C & 0 \end{pmatrix}$ ненулевой, то для системы (1) существует устойчивая корректирующая система.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Isidori A. Nonlinear control systems. — London: Springer-Verlag, 1995. — 549 p.
 [2] Ильин А. В., Коровин С. К., Фомичев В. В. Методы робастного обращения динамических систем. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 224 с.

ОБ ОБРАЩЕНИИ ВЕКТОРНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПРОИЗВОЛЬНОГО ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОРЯДКА

Атамась Евгений Иванович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: eatamas@cs.msu.ru

Рассмотрим векторную линейную стационарную динамическую систему с соизмеримыми постоянными запаздываниями, измеряемым выходом $y(t)$ и неизвестным входом $\xi(t)$

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=0}^k A_i x(t - i\tau) + \sum_{i=0}^k B_i \xi(t - i\tau), \\ y = \sum_{i=0}^k C_i x(t - i\tau), \end{cases} \quad (1)$$

где $\tau > 0$; $x \in \mathbb{R}^n$ — фазовый вектор системы, $y(t), \xi(t) \in \mathbb{R}^m$; A, B и C — матрицы соответствующих размерностей. Предполагается, что сигнал $\xi(t)$ ограничен известной константой ξ_0 .

Для нее рассматривается задача обращения, т.е. построения в реальном времени такой оценки $\tilde{\xi}$ неизвестного входа ξ , что $|\xi(t) - \tilde{\xi}(t)| \rightarrow 0$, при $t \rightarrow \infty$ (асимптотическое обращение), либо $|\xi(t) - \tilde{\xi}(t)| < \varepsilon$ при $t \geq t^*$ при заданном ε (обращение с заданной точностью). При этом для решения задачи доступна информация об измеряемом выходе $y(t)$ и параметрах системы.

Имеет место следующая теорема [1].

Теорема 1. Пусть система (1) спектрально наблюдаема и приводима канонической форме с выделением нулевой динамики, спектр нулевой динамики устойчив, сигнал $\xi(t)$ дифференцируем и ограничен вместе со своей производной. Тогда существует инвертор, позволяющий оценить искомым сигналом $\xi(t)$ с любой наперед заданной точностью, начиная с некоторого момента времени T .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ильин А. В., Атамась Е. И., Фомичев В. В. Обращение векторных систем с неустойчивой нулевой динамикой // Доклады академии наук. — 2017. — Т. 473, №4. — С. 407–10.

ТЕОРЕМА О НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧКАХ В (q_1, q_2)-КВАЗИМЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

Арутюнов Арам Владимирович¹,
Грешнов Александр Валерьевич², Сенгупта Ричик³

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: arutun@orc.ru

² Новосибирский государственный университет, e-mail: greshnov@math.msc.ru

³ Российский университет дружбы народов, e-mail: veryricheek@hotmail.com

Работа посвящена вопросу о существовании неподвижной точки у сжимающего отображения в полном (q_1, q_2) -квазиметрическом пространстве. Основа теории таких пространств была заложена в [1]. В этой работе приведены теоремы о точках совпадения отображения и теоремы о неподвижных точках в таких пространствах.

Пусть задано множество X и положительные числа q_1, q_2 .

Определение. Функция $\rho: X \times X \rightarrow \mathbb{R}_+$, такая что $\rho(x, y) = 0 \iff x = y$, называется (q_1, q_2) -квазиметрикой, если выполняется (q_1, q_2) обобщенное неравенство треугольника, т. е.

$$\rho(x, z) \leq q_1 \rho(x, y) + q_2 \rho(y, z).$$

Пара (X, ρ) называется (q_1, q_2) -квазиметрическим пространством, $(1, 1)$ -квазиметрическое пространство это — квазиметрическое пространство.

Определение. Последовательность точек $\{x_i\} \subset X$ таких, что

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall i, j \in \mathbb{N}: \quad i > j > N \implies \rho(x_j, x_i) < \varepsilon,$$

называется фундаментальной последовательностью.

Определение. Говорят, что последовательность точек $\{x_i\} \subset X$ сходится к точке x_0 , если $\lim_{i \rightarrow \infty} \rho(x_0, x_i) = 0$.

Определение. (q_1, q_2) -квазиметрическое пространство (X, ρ) называется полным, если любая фундаментальная последовательность сходится в нем.

Пусть $F: X \rightarrow X$. Обозначим $\text{grph}(F) = \{(x, y): y \in F(x)\}$.

Определение. Отображение $F: X \rightarrow X$ называется замкнутым, если для любых последовательностей $\{x_i\}, \{y_i\} \subset X$ таких, что они сходятся к точкам x_0 и y_0 соответственно и $(x_i, y_i) \in \text{grph}(F)$ для любого i , выполняется $(x_0, y_0) \in \text{grph}(F)$.

Определение. *Отображение $F: X \rightarrow X$ называется сжимающим, если существует $\beta < 1$ такое, что*

$$\rho_Y(F(x), F(y)) \leq \beta \rho(x, y) \quad \forall x, y \in X.$$

Приведем теорему о неподвижной точке из [1].

Теорема 1. *Замкнутое сжимающее отображения полного (q_1, q_2) -квазиметрического пространства в себя имеет единственную неподвижную точку.*

Приведем пример, который показывает, что в теореме 1 предположение замкнутости сжимающего отображения является существенным. Положим $X = \{0, 1, 2, \dots\}$. Определим функцию $\rho: X \times X \rightarrow \mathbb{R}_+$ соотношениями:

$$\rho(k, n) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{2^{k-1}}, & \text{если } k > n; \\ \frac{1}{2^n}, & \text{если } k < n; \\ 0, & \text{если } k = n. \end{cases}$$

Непосредственно проверяется, что (X, ρ) является полным квазиметрическим пространством. Определим отображение $F: X \rightarrow X$ соотношением $F(n) = n + 1$ для любого $n \in X$. Отображение F является сжимающим, поскольку имеет место

$$\rho(F(n), F(m)) = \rho(n + 1, m + 1) = \frac{1}{2} \rho(n, m) \quad \forall n, m \in X.$$

Очевидно, что отображение F не имеет неподвижных точек. Здесь все дело в том, что отображение F не является замкнутым.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 17-11-01168) и гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (НШ — 8215.2016.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Арутюнов А. В., Грешнов А. В. Теория (q_1, q_2) -квазиметрических пространств и точки совпадения // Доклады академии наук. — 2016. — Т. 469, № 5. — С. 527–531.

ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ БЕЛЛМАНА В МОДЕЛИ ПРОИЗВОДСТВА В УСЛОВИЯХ ДЕФИЦИТА ОБОРОТНЫХ СРЕДСТВ

Алимов Дамир Алиевич, Шананин Александр Алексеевич¹,
Обросова Наталия Кирилловна²

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: alimov2007d@gmail.com, alexshan@yandex.ru

² Вычислительный центр РАН им. А. А. Дородницына, e-mail: nobrosova@yandex.ru

В работе [1] моделируется функционирование производственной компании в условиях нестабильного спроса и дефицита оборотных средств. В указанной

статье приводится модифицированная модель, учитывающая влияние долговой нагрузки на деятельность компании. Модель формализована в виде уравнения Беллмана для оценки стоимости производственной компании, зависящей от имеющихся запасов и задолженности компании:

$$W(Y_0, L_0) = \sup_{\tau \geq 0} \int_0^{+\infty} \lambda e^{-(\lambda+r)t} [(p \min(Y(t), Y^*) - L(t))_+ + W((Y(t) - Y^*)_+, (L(t) - p \min(Y(t), Y^*))_+)] dt, \quad (1)$$

где $Y(t) = Y_0 + \eta \min(t, \tau)$, $L(t) = \eta y/r (e^{rt} - e^{r(t-\tau)_+}) + L_0 e^{rt}$.

В работе [1] было приведено решение этого уравнения $W(Y_0, L_0) = V(Y_0) - L_0$. Явный вид функции $V(Y_0)$ выписан в [1]. В данной работе исследуется вопрос о единственности этого решения. Было показано, что в частном случае, когда не учитываются инфраструктурные ограничения, у уравнения (1), кроме линейного по L_0 решения, также существуют решения, становящиеся линейными при $L_0 \geq \eta/r(p - y)$. Для их нахождения был построен численный метод. Достаточным условием единственности решения является задание тангенса угла наклона прямой, в которую оно переходит по L_0 при $L_0 \geq \eta/r(p - y)$. Вопрос о достаточности задания тангенса угла наклона прямой, к которой асимптотически стремится решение по L_0 , в случае наличия инфраструктурного ограничения, для единственности решения остается открытым.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований по гранту № 17-07-00507.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Обросова Н. К., Шананин А. А. Модель производства в условиях нестабильного спроса с учетом влияния торговой инфраструктуры. Исследование уравнения Беллмана // ЖВМ и МФ. — 2014. — Т. 54, № 9. — С. 1465–1496.

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА МОДЕЛИ ОПУХОЛИ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНОГО КЛЕТЧНОГО АВТОМАТА

Адмиральский Юрий Борисович, Братусь Александр Сергеевич

Кафедра системного анализа, e-mail: yadmiralsky@gmail.com, alexander.bratus@yandex.ru

Задача моделирования роста и развития опухоли является важной как с точки зрения фундаментальных исследований, так и с прикладной точки зрения. Вычислительные эксперименты позволяют выявлять закономерности, которые чрезвычайно трудно обнаружить в процессе реального эксперимента. В то же время, хорошая модель роста и реакции опухоли на внешние воздействия полезна при подборе противоопухолевой терапии: она позволяет увеличивать эффективность лечения и уменьшать наносимый организму ущерб.

Один из подходов к моделированию опухоли состоит в описании опухоли как системы взаимодействующих между собой биологических клеток. В работе [1] представлена модель роста однородной опухоли, основанная на методе гибридного клеточного автомата. Эта модель демонстрирует поведение, сходное с таковым у реальных опухолей на ранних стадиях.

Поскольку опухоли на более поздних стадиях содержат от нескольких миллионов до нескольких миллиардов клеток, то вопрос расчета подобных моделей на массивно-параллельных системах становится актуальным. При этом, в силу специфики моделируемых явлений и в отличие от классического клеточного автомата, создание масштабируемого алгоритма расчета для подобных систем становится отдельной задачей.

Авторами рассмотрены некоторые нюансы адаптации модели, описанной в [1], а также ее модификаций, к расчету на массивно-параллельных системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zapolski K. M., Admiralskiy Y. B., Bratus A. S. Hybrid Cellular Automaton Method for Homogeneous Tumour Growth Modelling // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. — 2014. — Vol. 29, Iss. 5. — P. 319–329.

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Востриков Иван Васильевич

Кафедра системного анализа, e-mail: ivan_vostrikov@cs.msu.su

Рассматривается линейная управляемая система с запаздыванием:

$$\dot{x}(\tau) = A(\tau)x(\tau - h), \quad \tau \in [t_0, t_1],$$

$$x(\tau) = x^*(\tau), \quad \tau \in [t_0 - h, t_0],$$

$$x(\tau) \in \mathbb{R}^n.$$

Здесь $h(t)$ кусочно-постоянная функция, принимающая конечное число значений:

$$h(t) \in \{h_1, h_2, \dots, h_m\}.$$

Особенностью таких систем является бесконечномерная природа фазового состояния. Если нужно успокоить систему, то недостаточно привести ее в нулевое состояние. Требуется удерживать ее там некоторое время, соответствующее величине запаздывания.

В данном случае требуется успокоить систему с некоторой точностью, с помощью функции $h(t)$, определяющей величину запаздывания. Фактически, данная модель представляет собой гибридную систему, в которой осуществляются переключения между различными величинами запаздывания.

Рассмотрены различные случаи, включая примеры когда система с одним допустимым запаздыванием (то есть когда число $m = 1$) не успокаивается, а с двумя и более успокаивается, а также показана возможность уменьшения времени успокоения при применении более одного допустимого запаздывания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 16-29-04191-офи_м, № 15-01-05950-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Беллман Р., Кук К. Л. Дифференциально-разностные уравнения. — М.: Мир, 1967. — 548 с.
- [2] Kurzhanski A. B., Varaiya P. Dynamics and Control of Trajectory Tubes. Theory and Computation. — Boston: Birkhauser, 2014. — 445 с.

ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ ДЛЯ ЗАДАЧИ ГРУППОВОГО УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПРЕПЯТСТВИЙ

Месяц Алексей Игоревич

Кафедра системного анализа, e-mail: month_october@mail.ru

Настоящая работа посвящена решению задачи нахождения позиционных управлений для группы из нескольких однотипных управляемых элементов, каждый из которых должен достичь целевого множества за конечное время, минуя препятствия. Движение каждого члена группы описывается ньютоновой динамикой и должно удовлетворять двум условиям: во-первых, у каждого элемента есть своя зона безопасности, представляющая собой шар заданного радиуса и на протяжении всего движения зоны безопасности членов группы не должны пересекаться. Во-вторых, элементы должны быть «недалеко» друг от друга из-за ограниченного радиуса имеющихся средств коммуникации между ними, обеспечивающих информационный обмен.

Решение такой задачи предлагается осуществить в два этапа. На первом этапе сначала конструируется управление для контейнера — виртуальной эллипсоидальной трубки, обеспечивающее его передвижение на целевое множество с избежанием столкновений за счет реконфигурации. На втором этапе осуществляется построение индивидуальных управлений, обеспечивающее их удержание внутри контейнера.

Решение строится на основе вариационных методов Гамильтонова формализма, в том числе, взятого матричной форме.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-29-04191-офи_м, грант № 15-01-05950-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Куржанский А. Б. Задача о нестолкновениях при групповом движении в условиях препятствий // Труды Института математики и механики УрО РАН. — 2015. — Т. 21, № 2. — С. 132-147.
- [2] Kurzhanski A. B., Mesyats A. I. The Hamiltonian Formalism for Problems of Group Control under Obstacles // Proceedings of 10th Nonlinear Control System Symposium (NOLCOS-2016). — Monterey, CA, USA. — 2016.
- [3] Куржанский А. Б. О задаче группового управления в условиях препятствий // Труды Института математики и механики УрО РАН. — 2014. — Т. 20, № 3. — С. 166–179.
- [4] Куржанский А. Б., Месяц А. И. Управление эллипсоидальными траекториями. Теория и вычисления // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2014. — Т. 54, № 3. — С. 404–414.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СРАВНЕНИЯ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЙ ДЛЯ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Точилин Павел Александрович, Маянцев Кирилл Сергеевич

Кафедра системного анализа, e-mail: paultoch@mail.ru, kirill.mayantsev@yandex.ru

В работе рассматривается математическая модель кусочно-линейной системы, включающая совокупность дифференциальных уравнений с непрерывным временем и помехой:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A^{(i)}(t)x(t) + B^{(i)}(t)u(t) + C^{(i)}(t)v(t), & t \in [t_0, t_1], \\ x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}, u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}, v(t) \in \mathbb{R}^{n_v}. \end{cases} \quad (1)$$

Фазовая плоскость разделена на области, в каждой из которых активной является одна из подсистем (1). Переключения между подсистемами происходят мгновенно при переходе траектории системы из одной области в другую. Таким образом, совокупная система обладает сложной, нелинейной динамикой.

Для данной системы в классе позиционных управлений $u(t, x)$ решается задача синтеза управлений с целевым множеством \mathcal{X}_1 , задача рассматривается на фиксированном, конечном отрезке времени $[t_0, t_1]$, множество \mathcal{X}_1 полагается невыпуклым. Задачу синтеза управлений предполагается решать за счет построения множеств разрешимости [1] специального вида.

В работе предложен метод получения внутренних оценок множеств разрешимости. Данный метод основан на принципе сравнения [2] и использовании специальных кусочно-квадратичных функций цены [3] в расширенном фазовом пространстве \mathbb{R}^{n_x+1} . Получаемые оценки множеств разрешимости являются невыпуклыми. Также в работе предложен алгоритм синтеза управлений на основе построенных внутренних аппроксимаций, позволяющий решить рассмотренную задачу целевого управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kurzhanski A. V., Varaiya P. Dynamics and Control of Trajectory Tubes: Theory and Computation. — Birkhäuser, 2014.
- [2] Куржанский А. Б. Принцип сравнения для уравнения типа Гамильтона—Якоби в теории управления. // Труды института математики и механики. — 2006. — Т. 12, № 1. — С. 173–183.
- [3] Точилин П. А. О построении невыпуклых аппроксимаций множеств достижимости кусочно-линейных систем. // Дифференциальные уравнения. — 2015. — Т. 51, № 11. — С. 1503–1515.

ПОДСЕКЦИЯ XI

Кафедра вычислительных технологий и моделирования

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АПОСТЕРИОРНЫХ ОЦЕНОК ОШИБКИ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.

Пиманов Владислав Олегович, Оселедец Иван Валерьевич

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: pimanov_vlad@mail.ru,
ivan.oseledets@gmail.com

Задача топологической оптимизации заключается в нахождении оптимального распределения материала или дизайна внутри заданной области и сводится к задаче минимизации функционала ценности на определенном множестве допустимых дизайнов [1]. Для вычисления функционала для фиксированного дизайна требуется решение краевой задачи, поэтому мы всегда имеем дело с его численным приближением. Когда используется Метод Конечных Элементов (МКЭ), можно показать, что во многих задачах, встречающихся на практике, значение истинного функционала ценности всегда больше дискретного, и ошибка для функционала полностью определяется ошибкой МКЭ решения краевой задачи. Основная проблема заключается в том, что малые значения дискретного функционала ценности не гарантируют малых значений для его истинного значения, что приводит к проблеме нахождения ложных минимумов. Причиной этому служат особенности, связанные с разрывами коэффициентов эллиптических задач, которые приводят к плохой аппроксимации в стандартных пространствах кусочно-полиномиальных функций и, как следствие, плохой

сходимости МКЭ. Существуют различные способы борьбы с численными неустойчивостями, связанными с процессом минимизации дискретного функционала [2]. В нашей работе мы представляем новую технику регуляризации, основанную на использовании апостериорных оценок ошибки МКЭ [3], которая штрафует дизайны с большой ошибкой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bendsoe M. P., Sigmund O. *Topology Optimization. Theory, Methods, and Applications*. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004. — 370 p.
- [2] Grandhi R. V., Deaton J. D. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000 // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. — 2014. — Vol. 49, Iss. 1. — P. 1–38.
- [3] Gratsch T., Bathe K. J. A posteriori error estimates for the finite element method // *Computers and Structures*. — 2005. — Vol. 83. — P. 235–265.

АССИМИЛЯЦИЯ ДАННЫХ О ТЕМПЕРАТУРЕ В СИГМА-МОДЕЛИ БАЛТИЙСКОГО МОРЯ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ ФУНКЦИЙ НА ОТКРЫТЫХ ГРАНИЦАХ АКВАТОРИИ

Агошков Валерий Иванович¹, Шелопут Татьяна Олеговна²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, МФТИ (ГУ), e-mail: agoshkov@inm.ras.ru

² ИВМ РАН, e-mail: sheloput@phystech.edu

В задачах геофизической гидродинамики часто возникает проблема постановки граничных условий на «жидких» (открытых) границах. От способа задания граничных условий на открытых границах напрямую зависит полученный результат как при долгосрочных расчетах, так и в задачах оперативного прогноза. Существуют различные методы, которые позволяют решать задачи моделирования акваторий с открытыми границами, и одним из наиболее эффективных является ассимиляция данных наблюдений. Хотя этот метод и является популярным, задача восстановления функций в граничных условиях на открытых границах с помощью ассимиляции данных остается актуальной.

В качестве математической модели гидротермодинамики акватории используется модель, разработанная в ИВМ РАН и основанная на методе расщепления. Данный метод, используемый в качестве метода аппроксимации по времени, позволяет рассматривать полную задачу ассимиляции как последовательность линейных подзадач. В данной работе рассматривается одна из таких подзадач — задача ассимиляции данных о температуре. Численные эксперименты по ассимиляции данных в Финском заливе подтвердили полученные ранее теоретические результаты о сходимости итерационного алгоритма. Также блок

ассимиляции данных о температуре был включен в математическую модель, что привело к лучшему соответствию вычисляемых профилей температуры по глубине и наблюдаемых профилей вблизи открытых границ акватории Балтийского моря.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФ (грант № 14-11-00609, в рамках которого были проведены численные эксперименты) и РФФИ (грант № 16-01-00548, в рамках которого проведено исследование сформулированных задач).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Агошков В. И. Методы решения обратных задач и задач вариационной ассимиляции данных наблюдений в проблемах крупномасштабной динамики океанов и морей. — М. : ИВМ РАН, 2016. — 192 с.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ТЕПЛА В БАЛТИЙСКОМ МОРЕ

Агошков Валерий Иванович¹, Лезина Наталья Романовна²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, МФТИ (ГУ), e-mail: agoshkov@inm.ras.ru

² ИВМ РАН, e-mail: lezina@phystech.edu

Метод деления области применяется в случае, когда расчетная область является геометрически сложной. Тогда есть возможность представить всю область как совокупность существенно более простых подобластей. При этом при его использовании возникает проблема с граничными условиями на внутренних границах разделов области. Для решения этой задачи вводятся операторы Пуанкаре—Стеклова, рассмотренные в работе [1]. Однако данный подход применим только для симметричных операторов. Для несимметричных операторов, встречающихся в гидротермодинамике морей и океанов, был предложен алгоритм, основанный на теории сопряженных уравнений [2].

Была исследована задача о распространении тепла в Балтийском море. При использовании метода деления области в каждой подобласти решалась система уравнений термогидродинамики, а задача получения решения в целой области заключалась в необходимости объединить решения в подобластях. Для этих целей был создан итерационный алгоритм и проведены численные эксперименты для исследования эффективности разработанного алгоритма, использующего метод деления области. Кроме того, использование метода деления области позволяет создавать параллельные алгоритмы для многопроцессорных вычислительных систем.

Численные эксперименты без и с использованием метода разделения области для задачи о распространении тепла в акватории Балтийского моря показывают хорошее соответствие результатам.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФ (грант № 14-11-00609, в рамках которого были проведены численные эксперименты) и РФФИ (грант № 16-01-00548, в рамках которого проведено исследование сформулированных задач).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Лебедев В. И., Агошков В. И. Обобщенный алгоритм Шварца с переменными параметрами. — М.: ОВМ АН СССР, 1981.
- [2] Агошков В. И. Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. — М.: ИВМ РАН, 2003.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КЛЕТОК И ВЕЩЕСТВ ПРИ ИММУННОМ ОТВЕТЕ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ ЛИМФАТИЧЕСКОГО УЗЛА

Савинков Ростислав Сергеевич¹, Бочаров Геннадий Алексеевич²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: dr.savinkov@gmail.com

² Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, e-mail: bocharov@m.inm.ras.ru

Математическое моделирование иммунных процессов является сложной задачей в силу неоднородностей органов, в которых происходит иммунный ответ. Поэтому актуальной является разработка подходов и методов моделирования процессов, учитывающих индивидуальную динамику клеток иммунной системы и их взаимодействия в трехмерной пространственной структуре лимфоидных органов (ЛО).

Существуют несколько подходов к учету пространственной организации ЛО: многокомпарментные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, вероятностные модели на базе алгоритма Гиллеспи, агентные модели разной степени подробности [1]. В настоящей работе рассматривается гибридный алгоритм моделирования динамики клеток и веществ при ВИЧ-инфекции в ограниченной области лимфатического узла с учётом наличия в ней структур фибробластной ретикулярной сети. Модель рассматривает два типа областей: «свободная» область, в которой клетки могут перемещаться, делиться и взаимодействовать, а также область, аппроксимирующая сеть фибробластных ретикулярных клеток, где клетки перемещаться не могут. В модели описывается диффузия произвольного количества веществ, выделяемых участниками иммунного ответа (клетками, сетью фибробластных ретикулярных клеток) на основе уравнений реакции-диффузии. В зависимости от функциональных свойств диффундирующих веществ, клетки либо мигрируют к их источнику

(объекту), либо мигрируют от источника. Кроме того, клетка может быть заражена вирусными частицами, а также уничтожена в процессе взаимодействия с другой клеткой. Вирусная популяция в модели представлена в виде диффундирующего вещества, имеющего определённую скорость выведения. Такое представление позволяет описывать их пространственно-временную динамику на основе уравнений реакции-диффузии.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (№ 15-11-00029) и РФФИ (№ 17-01-00636).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Towards a Multiscale Model of Acute HIV Infection / A. Bouchnita, G. Bocharov, A. Meyerhans, V. Volpert // *Computation*. — 2017. — Vol. 5, No 1. — P. 6.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГОРМОНАЛЬНОЙ РЕГУЛЯЦИИ ИММУННОГО ОТВЕТА ПРИ ВИЧ-ИНФЕКЦИИ

Янович Анна Александровна¹, Бахметьев Борис Аркадьевич², Бочаров Геннадий Алексеевич³

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: any1871@yandex.ru

² ПГМУ имени Вагнера, e-mail: borisbachmetev@gmail.com

³ Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, e-mail: bocharov@m.inm.ras.ru

Человеческий организм является сложной системой, в которой все части тесно взаимодействуют между собой и нельзя абсолютно достоверно описать процессы одной физиологической системы (например иммунной), не учитывая влияния других. Поэтому актуальным является одновременное моделирование сразу нескольких подсистем организма с учетом их взаимодействия, в частности, процессов гормональной регуляции иммунной системы.

В настоящей работе на основе модели иммунного ответа при ВИЧ-инфекции [1] разрабатывается модель динамики гормональной регуляции иммунного ответа. В исходной модели описывается динамика неинфицированных и зараженных Т-клеток и макрофагов, латентно-инфицированных Т-клеток, Т-киллеров и вирусных частиц двух конкурирующих типов — дикого типа и мутантов. В расширенной модели также описывается динамика основных факторов нейроэндокринной регуляции, таких как тиреотропный гормон (ТТГ), тироксин (Т4) и трийодтиронин (Т3). Данные гормоны добавлены в систему уравнений, поскольку они оказывают существенное влияние на регуляцию процессов иммунного ответа [2]. Проведена калибровка модели по реальным данным. Исследована чувствительность гормонального блока модели к вариациям параметров. В перспективе модель позволит с высокой точностью разрабатывать оптимальные стратегии медикаментозного воздействия на про-

цессы иммунного ответа с учётом уточнённой модели динамики и регуляции иммунных процессов в организме человека при ВИЧ инфекции.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (№ 15-11-00029).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hadjiandreou M. M., Conejeros R., Wilson I. HIV treatment planning on a case-by-case basis // World Academy of Science, Engineering and Technology — 2009. — Vol. 3. — P. 387–396.
- [2] Введение в задачи моделирования и управления динамикой ВИЧ-инфекции / В. А. Черешнев, Г. А. Бочаров, А. В. Ким, С. И. Бажан, И. А. Гайнова, А. Н. Красовский, Н. Г. Шмагель, А. В. Иванов, М. А. Сафронов, Р. М. Третьякова // М.–Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2016. — 230 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ВИРУСНОЙ ИНФЕКЦИИ

Гребенников Дмитрий Сергеевич¹, Сазонов Игорь Аркадьевич²,
Кельберт Марк Яковлевич³, Бочаров Геннадий Алексеевич⁴

¹ Московский физико-технический институт, e-mail: dmitry.ew@gmail.com

² Swansea University, U.K., e-mail: i.sazonov@swansea.ac.uk

³ НИУ ВШЭ, e-mail: mark.kelbert@gmail.com

⁴ Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, e-mail: bocharov@m.inm.ras.ru

Рассматривается простейшая модель вирусной инфекции [1], описывающая динамику популяций неинфицированных клеток, инфицированных клеток и вирусных частиц. Авторами формулируется алгоритм стохастической реализации модели на основе прямых методов Монте-Карло, применяемых ранее для схожих моделей эпидемиологии [2]. С помощью алгоритма была вычислена вероятность развития инфекции в зависимости от начального количества вирусных частиц. На основе 10^4 невырожденных реализаций алгоритма, при которых развивалась инфекция, вычислены средние и стандартные отклонения, а также аппроксимации плотностей распределения переменных модели в каждый момент времени. На основе анализа временных стадий динамики модели предлагается упрощенный приближенный алгоритм, аппроксимирующий константой большое количество (10^7) неинфицированных клеток в начале инфекции. Среднее время численной реализации полного алгоритма составляет 4 минуты, а упрощенного алгоритма — 5 секунд. Для верификации результатов реализаций упрощенного алгоритма сравнивались плотности распределения переменных модели на разных временных стадиях. Алгоритмы написаны на языке C с использованием генератора случайных чисел PCG; запуск отдельных реализаций осуществлялся параллельно с помощью утилиты GNU Parallel.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 15-11-00029) и РФФИ (проект № 17-01-00636).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Nowak M. A., May R. M. Virus dynamics: mathematical principles of immunology and virology: mathematical principles of immunology and virology. UK : Oxford University Press, 2000. — 250 с.
- [2] Sazonov I., Kelbert M., Gravenor M. B. A two-stage model for the SIR outbreak: Accounting for the discrete and stochastic nature of the epidemic at the initial contamination stage // Mathematical Biosciences. — 2011. — Vol. 234, No 2. — P. 108–117.

МОДЕЛЬ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Янбарисов Руслан Маратович¹, Никитин Кирилл Дмитриевич²

¹ Московский физико-технический институт, e-mail: ruslan.yanbarisov@gmail.com

² Институт Вычислительной математики РАН, e-mail: nikitin.kira@gmail.com

Рассматриваются уравнения Навье—Стокса для нестационарного течения вязкой несжимаемой жидкости со свободной границей, заданные в трехмерной области, дополненные граничными условиями на свободной поверхности и твердой границе области.

В статье [1] были предложены методы дискретизации и решения уравнений на динамических адаптивных сетках типа восьмидерево, реализованных в пакете Floctree, написанном на языке C++ Тереховым К. М. и Никитиным К. Д.

Реализованные методы демонстрируют низкую численную вязкость предложенных схем на примерах тестовых задач:

- обтекание круглого цилиндра в трубе;
- горизонтальный слошинг в прямоугольном контейнере.

В качестве приложений рассматривались задача обтекания полупогруженной нефтяной платформы и расчет заплесков и нагрузок на нее.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-35-20991-мол_a_вед).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Полулагранжев метод на динамически перестраиваемых адаптивных сетках типа восьмеричное дерево / К. М. Терехов, К. Д. Никитин, М. А. Ольшанский, Ю. В. Василевский // Российский журнал численного анализа и математического моделирования. — 2015. — Т. 30, № 6. — С. 363–380.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ТЕЛАХ МАЛОЙ ТОЛЩИНЫ

Сетуха Алексей Викторович¹, Фетисов Сергей Николаевич²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: setuhaav@rambler.ru

² Институт вычислительной математики РАН, e-mail: sereja.fit@gmail.ru

Рассматривается задача рассеяния электромагнитных волн на идеально проводящих объектах малой толщины. Под объектами малой толщины понимаются такие тела, у которых один из характерных габаритных размеров много меньше остальных. Для решения задачи используется модель, основанная на решении краевой задачи для уравнений Максвелла методом граничных интегральных уравнений. Авторы развивают подход, основанный на сведении задачи к интегральным уравнениям с гиперсингулярными интегралами, понимаемыми в смысле конечного значения по Адамару.

Разработан и протестирован метод приближенного решения задачи, основанный на снесении граничного условия на срединную поверхность. При этом решается новая краевая задача вне тонкого экрана, являющегося срединной поверхностью тонкого тела. Приближенный учет исходной телесной формы осуществляется постановкой специфических граничных условий на сторонах этого экрана. Получаемая в результате дискретизации интегрального уравнения система уравнений решается методами кусочно-постоянных аппроксимаций и коллокаций.

В работе используется численная схема из статьи [1]. Коэффициенты системы линейных уравнений выражаются через интегралы с сильной особенностью, вычисляемые аналитически, и слабосингулярные интегралы, вычисляемые численно с помощью квадратурных формул из [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Захаров Е. В., Рыжаков Г. В., Сетуха А. В. Численное решение трехмерных задач дифракции электро-магнитных волн на системе идеальнопроводящих поверхностей методом гиперсингулярных интегральных уравнений // Дифференциальные уравнения. – 2014. – Т. 50, № 9. – С. 1253–1263.
- [2] Захаров Е. В., Сетуха А. В., Безобразова Е. Н. Метод гиперсингулярных интегральных уравнений в трехмерной задаче дифракции электромагнитных волн на кусочно-однородном диэлектрическом теле // Дифференциальные уравнения. – 2015. – Т. 51, № 9. – С. 1206–1219.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОГО ГИПЕРСИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ МЕТОДАМИ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ И КОЛЛОКАЦИЙ

Семенова Анастасия Владимировна, Сетуха Алексей Викторович

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: anastasia424@mail.ru,
setuhaav@rambler.ru

Рассмотрено двумерное гиперсингулярное интегральное уравнение на поверхности, возникающее при решении краевой задачи Неймана для уравнения Лапласа методом граничных интегральных уравнений с представлением решения в виде потенциала двойного слоя. Интеграл с сильной особенностью с этом уравнении понимается в смысле конечного значения по Адамару. Для уравнения построена численная схема, основанная на триангуляции поверхности и отыскания решения в виде кусочно-линейной функции. При этом для записи дискретных уравнений используется метод коллокации. Данная схема является развитием численной схемы для одномерного гиперсингулярного интегрального уравнения, построенной и обоснованной в работе [1].

В ходе исследования построены квадратурные формулы для значений поверхностного гиперсингулярного интеграла в узлах интерполяции его плотности. Доказана оценка для погрешности квадратурных формул. Далее, на основе этих оценок доказана сходимость численных решений к точному на сетке в равномерной метрике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сетуха А. В. Сходимость численного метода решения гиперсингулярного интегрального уравнения на отрезке с применением кусочно-линейных аппроксимаций на неравномерной сетке // Дифференциальные уравнения. — 2017. — Т. 53, № 2. — С. 234–247.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ТЕЛЕ С ИДЕАЛЬНО-ПРОВОДЯЩИМИ НАКЛАДКАМИ

Безобразова Елизавета Николаевна¹, Сетуха Алексей Викторович²

¹ Институт вычислительной математики РАН, e-mail: lisika-dar@yandex.ru

² Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: setuhaav@rambler.ru

Рассмотрена задача рассеяния монохроматической электромагнитной волны на однородном диэлектрическом теле, часть границы которого является идеально проводящей тонкой поверхностью. С точки зрения практических

приложений такая задача имеет и другую трактовку: рассматривается идеально проводящий тонкий экран, одна сторона которого покрыта толстым слоем диэлектрика. Задача сведена к системе граничных интегральных уравнений, содержащей интегралы с сильной особенностью, понимаемые в смысле конечного значения по Адамару, и интегралы со слабой особенностью. Построена численная схема решения задачи, основанная на приближенном решении указанных уравнений с применением методов кусочно-постоянных аппроксимаций и коллокации. При этом используются квадратурные формулы, разработанные в работах [1, 2]. Проведено тестирование построенной численной схемы на модельном примере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Захаров Е. В., Рыжаков Г. В., Сетуха А. В. Численное решение трехмерных задач дифракции электро-магнитных волн на системе идеальнопроводящих поверхностей методом гиперсингулярных интегральных уравнений // Дифференциальные уравнения. — 2014. — Т. 50, № 9. — С. 1253–1263.
- [2] Захаров Е. В., Сетуха А. В., Безобразова Е. Н. Метод гиперсингулярных интегральных уравнений в трехмерной задаче дифракции электромагнитных волн на кусочно-однородном диэлектрическом теле // Дифференциальные уравнения. — 2015. — Т. 51, № 9. — С. 1206–1219.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЛИФЕРАТИВНОЙ АКТИВНОСТИ КЛЕТОК

Желткова Валерия Валерьевна¹, Бочаров Геннадий Алексеевич²,
Meyerhans Andreas³, Grossman Zvi⁴

¹ Кафедра ВТМ ВМК МГУ, e-mail: valeryaaziattseva@yandex.ru

² Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, e-mail: gbocharov@gmail.com

³ Universitat Pompeu Fabra, e-mail: andreas.meyerhans@upf.edu

⁴ Tel Aviv University, e-mail: grossman@helix.nih.gov

Способность клеток к пролиферации является одной из ключевых характеристик иммунной системы. Обзор существующих методов численного анализа процессов деления и гибели лимфоцитов при использовании различных лабораторных техник (маркировка ДНК, маркировка CFSE, анализ T-рецепторных эксцизионных колец и теломеров) представлен в [1]. В данной работе мы рассмотрели математические подходы для анализа данных по динамике экспрессии CFSE и BrDU. Для анализа данных CFSE в случае специфической и неспецифической стимуляции клеток были реализованы математические модели каскадного деления клеток в виде систем ОДУ и ДУЗА [2]. Для построенных моделей была решена задача оценивания параметров. Показано,

что модель с запаздываниями более точно воспроизводит экспериментальные данные. Реализована модель динамики ВИЧ инфекции в организме человека, позволяющая использовать данные, полученные при анализе гистограмм CFSE. С помощью построенной модели изучено влияние применения блокады рецептора гибели клеток PDL-1 на точку стабилизации вирусной нагрузки. Разработана математическая модель деления клеток, меченых BrDU, описывающая пролиферацию Т-лимфоцитов у здоровых и инфицированных вирусом SIV приматов [3]. Рассмотрена модификация модели, учитывающая динамику маркера клеточного деления Ki67. Для неё решена задача оценивания параметров и показано, что у инфицированных животных клетки делятся интенсивнее.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 15-11-00029.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] De Boer R. J., Perelson A. S. Quantifying T lymphocyte turnover // *J. theor. Biol.* — 2013. — Vol. 327. — P. 45–87.
- [2] Computational analysis of CFSE proliferation assay / G. Bocharov, T. Luzyanina, S. Mrusek, J. T. Edwards, D. Roose, S. Ehl // *J. Math. Biol.* — 2007. — Vol. 54. — P. 57–89.
- [3] Pathogenesis of HIV infection: what the virus spares is as important as what it destroys / Z. Grossman, M. Meier-Schellersheim, W. E. Paul, L. J. Picker // *Nature Medicine.* — 2006. — Vol. 12. — P. 289–295.

ПОДСЕКЦИЯ XII

**Кафедры суперкомпьютеров и квантовой
информатики, автоматизации систем
вычислительных комплексов,
лаборатории технологий
программирования, компьютерной
графики и мультимедиа**

МЕТОДЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ АКТИВНОСТИ ЭКСТРЕМИСТСКОГО ХАРАКТЕРА В СЕТИ ИНТЕРНЕТ

**Красняков Евгений Игоревич, Машечкин Игорь Валерьевич,
Петровский Михаил Игоревич, Царев Дмитрий Владимирович**

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: evg-krasnyakov@yandex.ru, mash@cs.msu.su, michael@cs.msu.ru, tsarev@mlab.cs.msu.su

Интернет является одним из основных средств обмена информацией и пропаганды для террористических и экстремистских сообществ. В работе развиваются предложенные в [1] методы, основанные на машинном обучении, использующие сценарий поиска по образцу для обнаружения в сети электронных сообщений, документов, web-ресурсов, содержащих экстремистскую информацию, а также пользователей и сообществ в социальных сетях, распространяющих такую информацию.

В рамках такого сценария доступен материал экстремистского содержания, и требуется найти семантически близкие материалы в социальной сети. Основанный на ортонормированной неотрицательной матричной факторизации метод семантического анализа выделяет ключевые слова образца, которые формируют поисковые запросы для социальной сети, и характерные тематики образца. Поисковая выдача по ключевым словам в социальной сети содержит много «шума» — документов, содержащих ключевые слова, но семантически далеких от исходного образца. Для фильтрации шума рассчитывается оценка релевантности найденных документов образцу с использованием проекции на выявленные в образце тематики.

Для документов экстремистского содержания характерны многоязычность, случайные и преднамеренные грамматические ошибки, намеренное искажение семантически важных слов, наличие ссылок и хэштегов, что существенно усложняет семантический анализ. Для решения этих проблем используется представление документов на основе n -грамм и «обогащение» текстов документов (откачка и автоматическое аннотирование информации по ссылкам и хэштегам и включение их в тело документа). Программный прототип, в котором реализованы описанные подходы, применен к анализу реальных данных из социальных сетей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 16-29-09555\16.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Automatic summarization and keywords extraction methods for discovering extremist information on the internet / I. Mashechkin, M. Petrovskiy, I. Pospelova, D. Tsarev // Proceedings of Convergent 2016. — Moscow, 2016. — Vol. 1763. — P. 188–198.

МЕТОДЫ АКТИВНОЙ АУТЕНТИФИКАЦИИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ ПО ОСОБЕННОСТЯМ РАБОТЫ С КЛАВИАТУРОЙ ПЕРСОНАЛЬНОГО КОМПЬЮТЕРА

**Казачук Мария Андреевна, Машечкин Игорь Валерьевич, Петровский
Михаил Игоревич, Терехин Андрей Николаевич, Попов Иван Сергеевич,
Закляков Роман Дмитриевич, Горохов Олег Евгеньевич**

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: kazachuk@mlab.cs.msu.su,
mash@cs.msu.su, michael@cs.msu.su, ter@cs.msu.su, ivan@mlab.cs.msu.su,
zakliakov@mlab.cs.msu.su, legass.95@yandex.ru

В данной работе рассматривается проблема активной аутентификации пользователей по динамике их работы с клавиатурой персонального компьютера. Данная задача является задачей своевременного обнаружения внутренних вторжений и сводится к задаче одноклассовой классификации [1]. Предлагается новый подход, основанный на отборе стабильных признаков с использованием статистики Колмогорова—Смирнова и уменьшении шумов в данных посредством дискретизации признаков по квантилям. Для решения задачи рассматриваются различные методы машинного обучения: SVM, KNN, Fuzzy Kernel—Based Anomaly Detection, Kernel PCA, RNN, Random Forest Regressor, KDE, Bagging.

Для проверки предлагаемых подходов был создан экспериментальный программный стенд, реализованный на Python. Экспериментальное исследование показало, что без смены оборудования удается достичь высокого качества распознавания пользователей ($AUC = 0.93$) при использовании отбора признаков по стабильности, нормализации оставшихся признаков и применении классификатора Bagging KDE. При смене оборудования, качество распознавания пользователей продолжает оставаться высоким ($AUC = 0.89$), оптимальным является использование отбора признаков по стабильности, дискретизации оставшихся признаков по квантилям и применение классификатора Fuzzy Kernel—Based Anomaly Detection.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Developing a keystroke biometric system for continual authentication of computer users / J. V. Monaco, N. Bakelman, S. H. Cha, C. C. Tappert // 2012 European Intelligence and Security Informatics Conference (EISIC). — IEEE 2012. — P. 210–216.

ОБ ОДНОЙ СХЕМЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Никольский Илья Михайлович

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: haifly@rambler.ru

В данной работе рассматривается один из подходов к решению проблемы отказоустойчивости распределенных вычислений. В настоящее время эта проблема весьма актуальна и привлекает внимание многих исследователей (см. [1])

В работе предлагается схема отказоустойчивых вычислений, где все процессы равноправны, отсутствует выделенный процесс-координатор, который может стать единой точкой отказа.

Основная идея предлагаемой схемы состоит в том, что каждый из рабочих процессов не только решает свою подзадачу, но и участвует в контроле за общим ходом вычислений. Все рабочие процессы отслеживают наличие подзадач, которые не могут завершиться слишком долго (например вследствие отказа одного из рабочих процессов). При обнаружении такой подзадачи её решение берет на себя один из корректно работающих рабочих процессов.

Описанная схема распределенных вычислений была реализована в виде фреймворка на языке Python. В качестве связующего ПО использовался Redis. Redis не является специализированным ПО для построения распределенных систем, однако часто используется в этой роли. Например, на основе Redis была построена распределенная система распознавания отпечатков пальцев DFRS [2]. Возможности, предоставляемые Redis, позволяют эффективно решать основные проблемы, возникающие в распределенных системах (например, реализацию взаимного исключения).

Фреймворк был протестирован на алгоритмах вычисления матричной экспоненты, бутстрап оценки длин доверительных интервалов для наблюдений, оптимизации функции двух переменных на сетке. Вычислительные эксперименты проводились в облаке Microsoft Azure.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dongarra J., Herault T., Robert Y. Fault tolerance techniques for high-performance computing // Computer Communications and Networks. — Springer International Publishing, 2015. — P. 3–85.
- [2] Li B., Huang Z., Chen J., Yuan Y., Peng Y. DFRS: A large-scale distributed fingerprint recognition system based on Redis // MMM 2016 Proceedings of the 22nd International Conference on MultiMedia Modeling (Part I). — Vol. 9516. — P. 138–149.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ ОБЪЕКТЫ С ПОЛУПРОЗРАЧНЫМИ ГРАНИЦАМИ, В СТЕРЕОСКОПИЧЕСКИЙ ФОРМАТ

Ерофеев Михаил Викторович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: merofeev@graphics.cs.msu.ru

Основными способами производства стереоскопического фильма являются: съемка с использованием стереоскопической камеры; конвертация моноскопического фильма в стереоскопический формат; компьютерная графика; смешанный способ. Важно отметить, что, несмотря на улучшение технических характеристик стереокамер, основным способом производства стереоскопических фильмов остается конвертация.

Целью данной работы являлось исследование и разработка алгоритмов, позволяющих автоматизировать преобразование видеопоследовательностей, содержащих объекты с полупрозрачными границами, в стереоскопический формат.

В ходе исследования были получены следующие результаты:

1. Разработан новый алгоритм матирования видео, обобщающий [1], вычисляющий карту прозрачности текущего кадра эффективнее известных, за счет использования информации о восстановленном фоне и соседних кадрах.
2. Разработан новый алгоритм построения стереоскопических ракурсов, позволяющий, за счет разделения кадра на множество слоев с учетом прозрачности объектов и порядка их перекрытия, точнее моделировать области перекрытия трех и более объектов с полупрозрачными границами, чем ранее существовавшие алгоритмы, выполняющие разделение на два слоя.
3. Предложено обобщение уравнения наложения слоев, моделирующее отражение объектом переднего плана света, исходящего от фона; на основе предложенного обобщения создана методика построения эталонных карт прозрачности для видеопоследовательностей, позволяющая избежать появления ложнопрозрачных пикселей, характерных для ранее существовавшей методики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zheng Y., Kambhamettu C. Learning based Digital Matting // International Conference on Computer Vision (ICCV). — 2009. — С. 889–896.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФОНА В ЗАДАЧЕ КОНВЕРТАЦИИ ВИДЕО В СТЕРЕОСКОПИЧЕСКИЙ ФОРМАТ

Боков Александр Александрович, Ватолин Дмитрий Сергеевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: abokov@graphics.cs.msu.ru,
dmitriy@graphics.cs.msu.ru

Конвертация видео в стереоскопический формат получила широкое распространение как способ производства стереоскопических фильмов. Более 60% 3D фильмов выпущенных в 2015–2016 годах были сняты в моноскопическом формате и затем конвертированы при помощи специализированных программных средств. Одной из фундаментальных проблем такого процесса конвертации является необходимость восстановления изображения в областях открытия, то есть, областях фона, скрытых за объектами переднего плана во входном видео. Существующие алгоритмы восстановления фона общего назначения [1] основаны на глобальной оптимизации функции энергии по всему пространственно-временному объему, и, как следствие, обладают высокой вычислительной сложностью. В данной работе предлагается новый алгоритм восстановления фона в видео, основанный на менее затратной покадровой оптимизации. Экспериментальная оценка на выборке с эталонным восстановленным фоном [2] показала превосходство предложенного алгоритма над аналогами (табл. 1).

Алгоритм	Тестовая последовательность						
	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
Предложенный	0.126	0.042	0.019	0.022	0.042	0.067	0.022
YUVSoft BGR	0.118	0.056	0.119	0.040	0.055	0.081	0.043
Nuke RigRemoval	0.140	0.075	0.027	0.072	0.041	0.069	0.050
PFClean	0.141	0.045	0.020	0.056	0.088	0.122	0.046
Complex Scenes [1]	0.119	0.053	0.028	0.090	0.117	0.278	0.099

Табл. 1: Значения показателя качества C_{DSSIM}^{MS} [2] на тестовой выборке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Video inpainting of complex scenes / A. Newson, A. Almansa, M. Fradet, Y. Gousseau, J. Perez // SIAM Journal on Imaging Sciences. — 2014. — Vol. 7, Iss. 4. — P. 1993–2019.
- [2] Боков А. А., Ватолин Д. С. Методика объективной оценки качества восстановления фона в видео // Цифровая обработка сигналов. — 2016. — № 3. — С. 26–33.

ПОДСЕКЦИЯ XIII

Кафедра алгоритмических языков, лаборатории открытых информационных технологий, вычислительного практикума и информационных систем

ROBOTIC PROCESS AUTOMATION В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЕМ

**Сухомлин Владимир Александрович¹,
Намиот Дмитрий Евгеньевич²**

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: sukhomlin@mail.ru

² Лаборатория открытых информационных технологий, e-mail: dnamiot@gmail.com

Настоящая работа является продолжением исследований, начатых в статье [1]. В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с проектированием информационных роботов — приложений, которые автоматизируют работу в информационной системе предприятия (в ERP приложении). Это один из подходов для решения задачи перепроектирования корпоративной информационной среды [2], например, в форме отказа от монолитной программной системы в пользу набора микросервисов. В данном подходе прежде единое программное приложение (в нашем случае — ERP система) строится как набор сравнительно независимых отдельных сервисов с четко специфицированными интерфейсами, каждый из которых работает (может работать) автономно и взаимодействует (может взаимодействовать) с остальными сервисами, используя различные коммуникационные механизмы [3].

В работе рассматриваются различные подходы к созданию такого рода программных роботов. Одним из основных рассматриваемых подходов является так называемый Robotic Process Automation (RPA). Этот подход почти неизвестен в отечественной практике, хотя достаточно широко используется в мире. Идея состоит в имитации действий человека при взаимодействии с пользовательским интерфейсом информационной системы. Программа (программный робот, информационный робот) при этом работает для пользовательского интерфейса точно так же, как человек [4].

Информационная система в этом случае может и вовсе не иметь отдельного программного интерфейса (API), который традиционно и используется для

задач автоматизации. Обучение (настройка) такой системы основано на выполнении демонстрационных шагов. В современных условиях большинство RPA систем поддерживают также графические инструменты для задания рабочих процессов (workflow).

По нашему мнению, это очень интересный инструмент, который позволяет автоматизировать рабочие процессы без программирования, непосредственно вовлекая бизнес-пользователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Намиот Д. Е., Сухомлин В. А., Шаргалин С. П. Программные агенты в ERP системах // International Journal of Open Information Technologies. — 2016. — Т. 4, № 6. — С. 49–54.
- [2] Niu N., Da Xu L., Bi Z. Enterprise information systems architecture — analysis and evaluation // IEEE Transactions on Industrial Informatics. — 2013. — Т. 9, № 4. — С. 2147–2154.
- [3] Namiot D., Sneps-Snepp M. On micro-services architecture // International Journal of Open Information Technologies. — 2014. — Т. 2, № 9. — С. 24–27.
- [4] Информационные роботы в системах управления предприятием / Д. Е. Намиот, В. А. Сухомлин, Е. В. Стариков, С. П. Шаргалин, А. А. Стяпшин // International Journal of Open Information Technologies. — 2016. — Т. 5, № 4.

ВЕКТОРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЛОВ И МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕЖЪЯЗЫКОВЫХ СЕМАНТИЧЕСКИХ РАЗЛИЧИЙ

Дмитриев Леонид Вадимович

Лаборатория открытых информационных технологий, e-mail: leozub@cs.msu.su

Дистрибутивная семантика основана на дистрибутивной гипотезе: слова, встречающиеся в похожих контекстах, имеют похожее значение. В классической счетной модели векторное представление слов строится на основе непосредственного подсчета совместной встречаемости. В 2013 году Томаш Миколов с соавторами выпустили [1] word2vec — набор алгоритмов и их практическую реализацию. С этого начался взрывной рост исследований и применения нейронной предсказательной модели, в которой векторное представление слов строится с использованием машинного обучения. Применение нейросетевых технологий привело не только к снижению вычислительной сложности за счет уменьшения размерности векторного пространства, но и к лучшим результатам в классических прикладных лингвистических задачах [2]. Для семантического сравнения слов используется косинусная мера, сложение и вычитание векторов в семантическом пространстве приводит к интересным

результатам [3]. В 2016 году группа исследователей из Facebook AI Research предложила [4] строить вектор слова как сумму векторов входящих в него n -грамм символов и реализовала предложенный метод в fastText.

В данной работе для сравнения на семантическую близость используются векторные представления для 90 языков, подготовленные в Facebook AI Research утилитой fastText на материалах Википедии [4]. Представления слов из разных языков приводятся в единое векторное пространство как предложено в [5] для машинного перевода. Словарная информация используется из Wiktionary и PanLex, матрицы преобразования строятся методом стохастического градиентного спуска. Исследуется корреляция семантического сходства языков с генеалогическим родством, географической близостью и фонетическим сходством. Подобная семантическая классификация для 21 европейского языка на других данных построена в [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space / Т. Mikolov, К. Chen, G. Corrado, J. Dean // arXiv:1301.3781, 2013.
- [2] Baroni M., Dinu G., Kruszewski G. Don't count, predict! A systematic comparison of context-counting vs. context-predicting semantic vectors // Proceedings of the 52nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers). — 2014. — P. 238–247.
- [3] Distributed Representations of Words and Phrases and their Compositionality / Т. Mikolov, I. Sutskever, К. Chen, G. Corrado, J. Dean // arXiv:1310.4546, 2013.
- [4] Enriching Word Vectors with Subword Information / P. Bojanowski, E. Grave, A. Joulin, Т. Mikolov // arXiv:1607.04606, 2016.
- [5] Mikolov Т., Le Q. V., Sutskever I. Exploiting Similarities among Languages for Machine Translation // arXiv:1309.4168, 2013.
- [6] Eger S., Hoenen A., Mehler A. Language classification from bilingual word embedding graphs // Proceedings of COLING 2016, the 26th International Conference on Computational Linguistics: Technical Papers. — 2016. — P. 3507–3518.

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В СИСТЕМНО-ИНФОРМАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЕ (НОВЫЕ ГОРИЗОНТЫ)

Громыко Владимир Иванович¹, Казарян Валентина Павловна²,
Васильев Николай Семенович³, Симакин Александр Георгиевич⁴,
Аносов Станислав Сергеевич⁵

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: gromyko.vladimir@gmail.com

² Философский факультет, e-mail: kazaryanvp@mail.ru

³ Кафедра высшей математики МГТУ им. Н.Э.Баумана, e-mail: nik8519@yandex.ru

⁴ Факультет гуманитарных и социальных наук РУДН, e-mail: modus-as@mail.ru

⁵ Банк «Возрождение», e-mail: sanosov@cs.msu.su

Триумф чисто человеческого (Гете).

Исследования по ИИ ведутся в границах классической парадигмы партнерства человек-машина. Как и прежде, приложения заняты:

- 1) профессионалом в рамках «конкретных» интеллектуальных процессов;
- 2) специалистом на рабочем месте, поддерживаемом библиотеками;
- 3) универсальной деятельностью: онтологические базы знаний третьего мира, глобальная сеть Интернета, офисные междисциплинарные места.

Суперкомпьютерные технологии и «глубокое обучение» на базе нейронных сетей повторяют этап 1), имеющий уровень исчисляющих функций.

Системно-информационная культура (С-ИК) являет трансдисциплинарную научную среду, в которой познавательная функция мышления-сознания имеет дело с трансфундаментальными смыслами [1-2]. Постнеоклассическая наука заметила актуальность изменения ЛИЧНОСТИ — настало время обрести СЕБЯ функциями сознания, познающими и созидающими *миро-* и *жизне-*воззрение, чтобы состояться в наукоемкой культуре. Добавим, что онтогенез идет по пути РАЦИОНАЛЬНОЙ ОБЪЕКТИВАЦИИ (РацО) мира. От восприятия-воззрения и опыта-наблюдения надлежит перейти к синтезу ТЕОРИЙ, по возможности, на самоочевидном умозрении.

Новые горизонты ИИ связаны с разрешением пятисотлетнего кризиса образования. Вместо смысловой реальности культуры социум насаждает потребительскую реальность. *Самодетерминация* в системном мире выравнивает дисбаланс умных машин и людей. Каждое приложение Интернета должно служить расширению междисциплинарного горизонта пользователя, способствуя лидерству человека при «пожизненном» партнерстве с машиной (А. Ершов). Известная 10-ая «горячая точка» ИИ связана с созданием интеллектуальной обучающей системы (ИОС) [1-2], ключевой для этой цели. Реализация ИОС обеспечена:

I. Объединением рассудочно-рационального и экзистенциально-антропологического подходов к образованию человека. Закончилась время профессиональной односторонности и раскола науки и искусства. Требуется *интеграция науки и образования* на основе теорий. Самосозидание *смыслового сознания* генетически предопределено природностью мысли.

II. Выявленной плодотворностью единства функциональных символических форм и автопоэзиса. Обучение в С-ИК следует дидактике самоидентификации и *жизневоззрения* с целью *самосозидания ЛИЧНОСТИ*. Феноменология познания становится наследницей феноменологии человека как единства мира-естества с естеством-человеком. ПОСТРОИТЬ СЕБЯ возможно на сходстве *открытия* гуманитарным протоколом-чувствования и приобщения-опознания с естественным, рассудочно-разумным его обоснованием. Основа смыслового СЕБЯ — личностная конкретизация РацО.

III. Достижением в рациональной конкретизации синтеза индуктивного-конкретного и концептуального-общего (Гильберт). *Проблема универсалий* мышления конкретизировалась в естественно-научном знании (ЕНЗ) на уровне *сверхъестественного* знания.

$$S_{\text{ЕНЗ}} : \langle \text{Наивный АМ: реальность} \rangle \Leftrightarrow \langle \text{АМ: аксиоматизация} \rangle \\ \Leftrightarrow \langle \text{Системный АМ: моделирование} \rangle \Leftrightarrow \langle \text{Язык Категорий: дескрипция} \rangle.$$

IV. *Сверхчувственным* созерцанием-умозрением $S_{(S_{\text{ЕНЗ}})}$ мира-мысли в рациональном сознании: восприятие-воззрение на базе естественного языка; опыт-представление ЕНЗ на языке категорических теорий математики; наконец, трансдисциплинарный охват на языке смысла ЯК. Коэволюция разума с антропогенной средой С-ИК — «царский» путь образования смыслового сознания. Самодетерминация учащегося в отношении самоочевидности предельных абстракций ЕНЗ достижима посредством приложений опыта-практики, опознания-мышления очевидности познания, а также включением филогенеза — ученого-незнания в *жизни-проблем* ЕНЗ.

Борьба за мыслительную суть человека неудержима: А. Колмогоров — единство отображения и АМ; В. Успенский — становление рационального человека (истина-ложь, *не-* и *знаемое, не-* и *понимаемое*); А. Семенов — конструктивные смыслы инструментов С-ИК. В реализуемом универсальном обучении [1-2] субъективация — наследник языка смыслов ЯК.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Consciousness technology / V. Gromyko, V. Kazaryan, N. Vasilyev, A. Simakin, S. Anosov // Interdisciplinary Scientific Journal The Complex Systems. М.: ООО «Приятная Компания», 2016. — Т. 3, № 1. — С. 46–61.
- [2] Васильев Н. С., Громыко В. И. Пропедевтические курсы математики в условиях непрерывного образования // Гуманитарный вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. — 2015. — Т. 2, № 28. — С. 1–17.

ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ АВТОДОПОЛНЕНИЯ

Дворецкий Михаил Сергеевич, Ульянов Михаил Васильевич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: mike.dvorecky@gmail.com, muljanov@mail.ru

Задача автодополнения состоит в выборе строк из некоторого эталонного множества, определенным образом соответствующих запросу, представляемому строкой. При этом из множества всех соответствующих строк выбирается подмножество определённой мощности строки в котором имеют наибольшее значение некоторого априорно заданного весового коэффициента. Наиболее распространенной считается постановка, в которой соответствующими строками считаются расширения запроса. Для этой постановки популярным является подход, основанный на построении префиксного дерева или подобной ему структуры для множества эталонных строк и кэширования в узлах этого дерева результатов запросов. При этом для запроса q задача автодополнения может быть решена за время $O(m)$, где $m = |q|$. В настоящее время основным направлением исследований в области автодополнения является разработка быстрых алгоритмов автодополнения, устойчивых к ошибкам в наборе. При этом формальная постановка задачи меняется: в определение множества строк-кандидатов и весовой функции включается влияние сходства эталонной строки с запросом. В [1] решение задачи автодополнения в такой постановке было получено на основе обхода префиксного дерева со множеством активных вершин, и было показано, что устойчивость к опечаткам значительно увеличивает время работы алгоритма. Дальнейшие исследования были направлены на создание новых структур данных, подобных префиксным деревьям, но при этом адаптированных для облегчения поиска с опечатками. Для базовой задачи префиксного автодополнения существуют также альтернативные подходы, нацеленные на сокращение объёмов структур данных для поиска [2]. В их число входит а также декомпозиция задачи автодополнения на задачу двоичного поиска и извлечение из полученного отрезка k результатов с наибольшим весом. При этом второй шаг в данном алгоритме как правило также декомпозируется с извлечением классической задачи RMQ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Chaudhuri S., Kaushik R. Extending autocompletion to tolerate errors // Proceedings of the 2009 ACM SIGMOD International conference on management of data. New York, NY: ACM, 2009. P. 707-718.
- [2] Hsu B.-J., Ottaviano J. Space-Efficient Data Structures for Top-k Completion // Proceedings of the 22nd international conference on World Wide Web. New York, NY: ACM, 2013. P. 583-594.

СИМВОЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ САТЕЛЛИТНЫХ НЕИЗВЕСТНЫХ В ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С ВЫДЕЛЕННЫМИ НЕИЗВЕСТНЫМИ

Панфёров Антон Александрович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: ast.a_s@mail.ru

Понятие *сателлитных* неизвестных в линейных однородных дифференциальных системах с выделенными неизвестными, ранее появившееся в работе [1], получило дальнейшее развитие. В настоящем докладе будет представлен ещё один вид сателлитных неизвестных, а именно *сателлитные неизвестные по отношению к решениям*.

Пусть K — некоторое дифференциальное поле характеристики 0. Будем рассматривать линейную дифференциальную систему S вида $y' = Ay$, где $A \in K^{m \times m}$ — матрица системы, $y = (y_1, \dots, y_m)^T$ — вектор неизвестных. Пусть $s = \{y_{i_1}, \dots, y_{i_k}\}$ — некоторое подмножество неизвестных, которые будем называть *выделенными*. Предполагается, что s не пустое и не содержит сразу все неизвестные системы: $0 < |s| < m$.

Пусть $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_m)^T$ — решение S . Определим $F_s(\gamma)$ как линейное пространство над K , порождённое выделенными компонентами γ , т. е. теми компонентами γ , которые соответствуют выделенным неизвестным из множества s .

Определение 1. *Невыделенная неизвестная $y_j \notin s$ называется сателлитной по отношению к решениям для s в системе S , если для любого решения γ выполняется условие $\gamma_j \in F_s(\gamma)$.*

Теорема 1. *Задача распознавания неизвестных, сателлитных по отношению к решениям, алгоритмически разрешима.*

Предлагаемый алгоритм распознавания неизвестных, сателлитных по отношению к решениям, основан на алгоритме Абрамова—Бронштейна, представленного авторами в работе [2], и может быть достаточно легко реализован в системе компьютерной алгебры Maple.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Panferov A. A. On determination of satellite unknowns in linear differential systems // Компьютерная алгебра. Материалы международной конференции (29 июня – 2 июля 2016 г.). — Москва, 2016. — С. 78–80.
- [2] Абрамов С. А., Бронштейн М. Решение линейных дифференциальных и разностных систем по отношению к части неизвестных // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. — 2006. — № 2. — С. 229–241.

ИНСТРУМЕНТАЛЬНАЯ СИСТЕМА НА БАЗЕ ЯЗЫКА LSPL: НОВЫЕ СРЕДСТВА И ПРИЛОЖЕНИЯ

**Большакова Елена Игоревна, Иванов Кирилл Михайлович,
Тодуа Антон Романович**

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: bolsh@cs.msu.su, ivanov.kir.m@yandex.ru,
toduaanton@yandex.ru

К числу актуальных научных направлений относится разработка методов и средств автоматической обработки текстов (АОТ) на естественном языке, сфера применимости которых все более расширяется и охватывает задачи извлечения информации из специализированных текстов, реферирования и аннотирования текстов и др. Для эффективной разработки прикладных АОТ-систем применяются инструментальные средства, включающие модули анализа текста, а также формальные языки описания лингвистических свойств распознаваемых в текстах конструкций, обычно в форме специальных шаблонов и правил.

Для построения АОТ-приложений для русскоязычных текстов была создана и развивается инструментальная система [1], использующая формальный язык LSPL лексико-синтаксических шаблонов. Ядром системы является компонент поиска и выделения в тексте конструкций по их LSPL-шаблонам, с помощью шаблонов и правил этот компонент настраивается для решения конкретной прикладной задачи. На базе указанной инструментальной системы был построен ряд приложений, в том числе комплекс процедур терминологического анализа научно-технического текста. Опыт использования языка LSPL выявил его ограничения, а также слабые места программной архитектуры инструментальной системы.

В докладе рассматриваются средства языка, реализованные в последнее время и усиливающие его выразительность, а также новые программные приложения, построенные на базе инструментальной системы.

Новые средства языка LSPL позволяют указывать свободный порядок элементов шаблона (за счёт введения операции перестановки), а также задавать логические условия (дизъюнкции и отрицания) на значения морфологических признаков слов-элементов, входящих в описываемую шаблоном конструкцию.

Одним из новых приложений является программное средство построения предметных указателей для русскоязычных научно-технических документов. Предметный указатель — структурированный перечень основных терминов текста с указанием страниц, на которых они употребляются. В построенном приложении используются лингвистические правила и LSPL-шаблоны грамматических образцов терминов и характерных конструкций их определений в текстах. Эти шаблоны позволяют извлекать основные термины документа,

выявлять семантические связи между ними, а также определять их местоположение (страницы текста).

В докладе обсуждается также изменение программной архитектуры инструментальной системы в сторону ее гибкости, а именно: разделение монолитного ядра на несколько отдельных взаимодействующих программных компонентов, что облегчает внесение в них изменений и развитие инструментальной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Система для извлечения информации из текстов на базе лексико-синтаксических шаблонов / Е. И. Большакова, К. М. Иванов, А. С. Сапин, Г. Ф. Шариков // Пятнадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с междунар. участием (КИИ-2016): Труды конференции. Том. 1. — Смоленск : Универсум, 2016. — С. 14–22.

СИНТАКСИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ С ПОМОЩЬЮ L-ГРАФОВ

Вылиток Алексей Александрович, Кондратьев Григорий Дмитриевич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vylitok@cs.msu.su, grigoree@list.ru

Бесконтекстные языки являются важным классом формальных языков. Они широко используются, например, при описании синтаксиса языков программирования и структурированных данных [1].

Хорошо известна характеристика бесконтекстных языков бесконтекстными грамматиками. Существует другой способ описать языки этого класса — с помощью L-графов [2, 3]. Этот способ является развитием подхода, описанного Л. И. Станевичене в [4], где предложены новые, более прозрачные решения классических задач теории формальных языков.

Графовые представления также позволяют более просто и наглядно объяснить классические методы синтаксического анализа. По специальному алгоритму грамматика трансформируется в эквивалентный L-граф, наследующий свойства грамматики (линейность, регулярность, LL(1) и т. п.). Эти свойства легко проверяемы по L-графу, для их проверки предложены соответствующие алгоритмы. Для получаемых по грамматике L-графов с разными свойствами предложены алгоритмы, осуществляющие синтаксический разбор в терминах исходной грамматики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ахо А., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Том 1. Синтаксический анализ. — М. : Мир, 1978. — 613 с.
- [2] Вылиток А. А., Ростовский А. В. О подклассах графовых представлений формальных языков // Сборник тезисов посвященных 300-летию М.В. Ломоносова: «Ломоносовские чтения 2011 года». — М. : МАКС Пресс Москва, 2011. — С. 98–99.

-
- [3] Вылиток А. А., Сутырин П. Г. Характеризация формальных языков графами // Сборник тезисов научной конференции «Тихоновские чтения. Москва, МГУ имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, 25–29 октября 2010 года». — М. : Макс-Пресс Москва, 2010. — С. 35–37.
- [4] К теории бесконтекстных языков / Станевичене Л. И.; МГУ. — М., 2000. — 155 с. — Деп. в ВИНТИ РАН.

Авторский указатель

- Z. Grossman, 109
- A. Meyerhans, 109
- С. Н. Аввакумов, 54
- А. И. Аветисян, 30
- А. И. Аветисян, 39
- В. И. Агошков, 101, 102
- М. Л. Аграновский, 81
- Ю. Б. Адмиральный, 96
- Д. А. Алимов, 95
- С. С. Аносов, 119
- В. А. Антоненко, 70, 73
- А. И. Аристов, 27
- А. В. Арутюнов, 94
- Е. И. Атамась, 93
- Н. С. Багров, 65
- А. В. Баев, 46
- В. В. Балашов, 76, 77
- Б. А. Бахметьев, 104
- А. Г. Бахмуров, 74, 83
- Е. Н. Безобразова, 108
- А. А. Белеванцев, 35
- Н. А. Белов, 38
- М. В. Беляев, 37
- Г. А. Белянкин, 66
- Т. В. Белянкина, 66
- А. А. Боков, 115
- Е. И. Большакова, 123
- Г. А. Бочаров, 103–105, 109
- О. В. Бочарова, 48
- А. С. Братусь, 96
- С. П. Варганов, 39
- Н. С. Васильев, 119
- А. А. Васин, 60
- Д. С. Ватолин, 115
- Д. Ю. Волканов, 75
- С. А. Волошин, 40
- И. В. Востриков, 97
- А. А. Вылиток, 124
- Л. И. Высоцкий, 86
- С. С. Гайсарян, 37
- А. И. Гетьман, 32
- А. Б. Глоница, 74
- М. М. Гордеев, 15
- О. Е. Горохов, 112
- В. П. Горьков, 56
- Д. С. Гребенников, 105
- А. В. Грешнов, 94
- Н. Л. Григоренко, 55, 56
- Э. В. Григорьева, 53
- В. И. Громыко, 119
- М. С. Дворецкий, 121
- В. Н. Денисов, 23
- Д. В. Денисов, 63–65
- В. И. Дмитриев, 45
- Л. В. Дмитриев, 117
- И. А. Дудина, 35
- В. А. Егоренков, 43
- А. В. Егоров, 17
- В. Н. Егоров, 17
- Г. Г. Еленин, 41
- Т. Г. Еленина, 41
- М. В. Ерофеев, 114
- М. С. Ершов, 34
- Е. Ю. Ечкина, 85

- В. В. Желткова, 109
В. В. Жуков, 18
В. И. Жуковский, 52
Р. Д. Закляков, 112
Ю. Н. Захарян, 26
И. В. Зотов, 86
К. М. Иванов, 123
И. Н. Иновенков, 85
Э. А. Исхаков, 89
В. П. Казарян, 119
М. А. Казачук, 112
И. В. Капалин, 88
Н. Ю. Капустин, 26
М. Я. Кельберт, 105
Ю. Н. Киселёв, 54
А. С. Колганов, 29
А. М. Колосов, 71
Г. Д. Кондратьев, 124
В. В. Корнеев, 61
Е. В. Корныхин, 33
М. В. Коровина, 19
Л. С. Корухова, 34
В. А. Костенко, 70
А. В. Краев, 91, 92
Е. И. Красняков, 111
Л. В. Крицков, 22
В. А. Крюков, 29
В. В. Латий, 64
М. Г. Лебедев, 48
Н. Р. Лезина, 102
Т. Н. Лихоманенко, 21
М. М. Логинова, 43
С. А. Ложкин, 18
В. В. Лопушенко, 49
А. А. Лукьяненко, 66
А. А. Лукьяница, 87
Л. Н. Лукьянова, 57
В. С. Макарова, 79
В. В. Малышко, 34
Д. В. Манушин, 36
И. В. Машечкин, 111, 112
К. С. Маянцев, 99
М. М. Мельник, 32
А. И. Месяц, 98
П. А. Михеев, 73
Е. И. Моисеев, 25
Т. Е. Моисеев, 25, 44
А. В. Монаков, 30
В. В. Морозов, 59
А. С. Нагорный, 16
Д. Е. Намиот, 116
К. Д. Никитин, 106
Е. В. Никитина, 50
И. М. Никольский, 113
М. С. Никольский, 51
Н. М. Новикова, 61
Н. К. Обросова, 95
М. В. Орлов, 54
С. М. Орлов, 54
И. В. Оселедец, 100
В. А. Падарян, 38
А. А. Панфёров, 122
В. Н. Пашков, 83
А. Г. Перевозчиков, 67
А. К. Петренко, 33
И. С. Петров, 82
Л. И. Петрова, 41
М. И. Петровский, 111, 112
А. С. Петровых, 63
В. О. Пиманов, 100
А. А. Полосин, 20
А. М. Попов, 84
И. С. Попов, 112
И. И. Пospelова, 62
А. В. Разгулин, 47
В. Ю. Решетов, 67
А. И. Роговский, 92

- А. Е. Румянцев, 55
- Р. С. Савинков, 103
- М. А. Савченко, 60
- И. В. Садовничая, 24
- И. А. Сазонов, 105
- С. В. Сазонова, 47
- С. П. Самсонов, 58
- С. Е. Свяховский, 42
- С. Н. Селезнева, 14, 15
- А. В. Семенова, 108
- Д. Е. Семенова, 84
- Р. Сенгупта, 94
- А. В. Сетуха, 107, 108
- А. Г. Симакин, 119
- Р. Л. Смелянский, 68, 71, 82
- М. А. Соловьев, 36
- Е. П. Степанов, 69
- В. А. Сухомлин, 116
- А. Н. Терехин, 112
- В. В. Терновский, 42
- А. Р. Тодуа, 123
- П. А. Точилин, 99
- М. И. Трибельский, 42
- В. А. Трофимов, 43
- Д. Ю. Турдаков, 31
- М. В. Ульянов, 121
- С. Н. Фетисов, 107
- Т. Н. Фоменко, 27
- В. В. Фомичев, 92
- А. С. Фурсов, 89
- Е. Н. Хайлов, 53
- А. А. Холомеева, 25
- А. В. Хорошилов, 33
- Е. В. Хорошилова, 28
- Д. В. Царев, 111
- Е. В. Чемерицкий, 69
- М. В. Чистилинов, 76
- А. А. Чупахин, 70
- А. В. Шалимов, 79–81
- А. А. Шананин, 95
- Е. Ю. Шарыгин, 32
- Д. А. Швецов, 80
- Т. О. Шелопут, 101
- А. В. Шер, 31
- К. О. Шохин, 29
- Г. Н. Шумкин, 84
- В. В. Щербинин, 78
- А. Ф. Юмакаева, 62
- Р. М. Янбарисов, 106
- Р. А. Янбулатов, 68
- А. А. Янович, 104
- И. Е. Яночкин, 67

Содержание

Программа конференции	3
ПОДСЕКЦИЯ I. Кафедры математической кибернетики, информационной безопасности	14
<i>С. Н. Селезнева</i> О сложности задачи совместной выполнимости выражений над конечной группой	14
<i>С. Н. Селезнева, М. М. Гордеев</i> Сложность систем функций k -значной логики в классе поляризованных полиномиальных форм	15
<i>А. С. Нагорный</i> О некоторых пересечениях предполных классов многозначной логики, сохраняющих центральные предикаты	16
<i>В. Н. Егоров, А. В. Егоров</i> О группах инерции булевых функций в симметрической группе подстановок	17
<i>С. А. Ложкин, В. В. Жуков</i> Об оценках сложности усилительных схем в некоторых базисах из функциональных элементов с прямыми и итеративными входами	18
ПОДСЕКЦИЯ II. Кафедры общей математики, функционального анализа и его применений	19
<i>М. В. Коровина</i> Решение задачи о построении асимптотик решений обыкновенных дифференциальных уравнений с голоморфными коэффициентами на бесконечности	19
<i>А. А. Полосин</i> О собственных функциях оператора свертки, заданного на отрезке	20
<i>Т. Н. Лихоманенко</i> Уравнения смешанного типа со спектральным параметром и наклонной линией вырождения	21

<i>Л. В. Крицков</i>	
Неравенство типа Хаусдорфа—Юнга для корневых функций сингулярного оператора второго порядка на отрезке	22
<i>В. Н. Денисов</i>	
О скорости стабилизации решения задачи Коши с растущим младшим коэффициентом	23
<i>И. В. Садовничая</i>	
Равномерные асимптотики собственных значений и собственных функций системы Дирака с суммируемым потенциалом	24
<i>Е. И. Моисеев, Т. Е. Моисеев, А. А. Холмеева</i>	
О разрешимости одной краевой задачи для уравнения Лаврентьева—Бицадзе	25
<i>Ю. Н. Захарян, Н. Ю. Капустин</i>	
О двух задачах с одним уравнением для собственных значений	26
<i>А. И. Аристов</i>	
Точные решения неклассического уравнения третьего порядка	27
<i>Т. Н. Фоменко</i>	
О неподвижных точках и совпадениях отображений упорядоченных множеств	27
<i>Е. В. Хорошилова</i>	
Седловой подход к решению задачи минимизации функции чувствительности при наличии ограничений	28
ПОДСЕКЦИЯ III. Кафедра системного программирования	29
<i>А. С. Колганов, В. А. Крюков, К. О. Шохин</i>	
Распараллеливание циклов с регулярными зависимостями по данным на кластеры с графическими процессорами	29
<i>А. И. Аветисян, А. В. Монаков</i>	
Перенос вычислений на акселераторы NVIDIA в реализации OpenMP в компиляторе GCC	30
<i>Д. Ю. Турдаков, А. В. Шер</i>	
Изменение модели обработки данных в СУБД PostgreSQL для оптимизации выполнения запросов	31
<i>А. И. Гетьман, М. М. Мельник, Е. Ю. Шарыгин</i>	
Методы компиляции запросов к СУБД на основе специализации кода	32
<i>Е. В. Корныхин, А. К. Петренко, А. В. Хорошилов</i>	
Проблемы статического и динамического анализа архитектурных моделей	33

<i>Л. С. Корухова, В. В. Малышко, М. С. Ершов</i> Проверка UML-моделей с помощью генерации текстовых спецификаций	34
<i>А. А. Белеванцев, И. А. Дудина</i> К вопросу о преодолении ограничений статического анализа при поиске дефектов переполнения буфера	35
<i>М. А. Соловьев, Д. В. Манушин</i> Извлечение алгоритмов из бинарного кода для повторного использования	36
<i>С. С. Гайсарян, М. В. Беляев</i> Использование анализа помеченных данных для поиска дефектов в программах на языке C#	37
<i>Н. А. Белов, В. А. Падарян</i> О способах задания семантики машинных команд при разработке декодера в эмуляторе QEMU	38
<i>А.И. Аветисян, С. П. Вартанов</i> Динамическое символьное исполнение Java-программ	39
ПОДСЕКЦИЯ IV. Кафедра вычислительных методов	40
<i>С. А. Волошин</i> Об устойчивости разностных схем в нормированном пространстве	40
<i>Г. Г. Еленин, Т. Г. Еленина</i> Параметризация и адаптивные численные методы решения задачи Кеплера	41
<i>Л. И. Петрова</i> Специфические свойства уравнений математической физики	41
<i>В. В. Терновский, С. Е. Свяховский, М. И. Трибельский</i> Моделирование переходных процессов при резонансах Ми высокой добротности	42
<i>В. А. Егоренков, М. М. Логинова, В. А. Трофимов</i> Трехмерные волны переключения в полупроводниковой плазме, индуцированные лазерным излучением и консервативные разностные схемы для их расчета	43
<i>Т. Е. Моисеев</i> О решении нелокальных краевых задач типа Бицадзе-Самарского и их приложениях	44

ПОДСЕКЦИЯ V. Кафедра математической физики	45
<i>В. И. Дмитриев</i>	
О редукции трехмерных задач электродинамики к интегральным уравнениям в низкочастотном случае	45
<i>А. В. Баев</i>	
Решение обратной задачи рассеяния в плоской слоистой акустической среде на основе τ - ρ преобразования Радона	46
<i>А. В. Разгулин, С. В. Сазонова</i>	
О структурообразовании в модели нелинейной оптической системы с управляемым матричным фильтром	47
<i>М. Г. Лебедев, О. В. Бочарова</i>	
К столетию аэроакустического эффекта Гартмана. Физический эксперимент и численное моделирование	48
<i>В. В. Лопушенко</i>	
Моделирование плоских подповерхностных рассеивателей методом интегральных уравнений в спектральной области	49
<i>Е. В. Никитина</i>	
О современных проблемах проектирования некоторых перспективных неоднородных линий передач	50
ПОДСЕКЦИЯ VI. Кафедра оптимального управления, лаборатория обратных задач	51
<i>М. С. Никольский</i>	
Некоторые свойства S -регулярных управляемых систем	51
<i>В. И. Жуковский</i>	
Коалиционная равновесность	52
<i>Е. Н. Хайлов, Э. В. Григорьева</i>	
Оптимальные стратегии лечения в математической модели псориаза	53
<i>Ю. Н. Киселёв, С. Н. Аввакумов, М. В. Орлов, С. М. Орлов</i>	
Задачи оптимального управления для экономических моделей с производственной функцией Кобба—Дугласа	54
<i>Н. Л. Григоренко, А. Е. Румянцев</i>	
Алгоритм построения выпуклой оболочки положительно однородной функции	55
<i>Н. Л. Григоренко, В. П. Горьков</i>	
Задача конфликтного управления группами линейных динамических систем при неполной информации	56

Л. Н. Лукьянова

Задача терминального управления инерционной системой при наличии фазовых ограничений. 57

С. П. Самсонов

Численное решение одного класса задач оптимального управления . 58

ПОДСЕКЦИЯ VII. Кафедра исследования операций 59

В. В. Морозов

Об одной игровой задаче прогнозирования на биномиальном рынке 59

М. А. Савченко, А. А. Васин

Частично коррелированные равновесия в игровых моделях конкуренции 60

Н. М. Новикова, В. В. Корнеев

Игра двух лиц, моделирующая потенциальную конкуренцию 61

И. И. Поспелова, А. Ф. Юмакаева

Модель конкуренции двух типов обслуживающих фирм за клиента . 62

Д. В. Денисов, А. С. Петровых

О методах сокращения размерности многомерных временных рядов 63

Д. В. Денисов, В. В. Латий

Динамическая модель маркетинговой стратегии 64

Д. В. Денисов, Н. С. Багров

Автоматизация разработки веб-систем удаленного банковского обслуживания 65

Г. А. Белянкин, Т. В. Белянкина, А. А. Лукьяненко

Модификация оценивания резервов убытков в страховании ином, чем страхование жизни, с учетом заявленных и оплаченных убытков . . 66

В. Ю. Решетов, А. Г. Перевозчиков, И. Е. Яночкин

К задаче распределения разнотипных средств защиты 67

ПОДСЕКЦИЯ VIII. Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, лаборатория вычислительных комплексов 68

Р. Л. Смелянский, Р. А. Ямбулатов

Исследование различных способов эволюции традиционной сети в программно-конфигурируемую сеть 68

Е. П. Степанов, Е. В. Чемерицкий

Система координированного планирования отправки пакетов для многопоточных сетевых протоколов транспортного уровня 69

В. А. Антоненко, В. А. Костенко, А. А. Чупахин

Планирование вычислений в центрах обработки данных 70

<i>Р. Л. Смелянский, А. М. Колосов</i>	
Исследование подходов к построению информационно-ориентированных сетей	71
<i>В. А. Антоненко, П. А. Михеев</i>	
Использование контейнеров приложений для задачи моделирования компьютерных сетей	73
<i>А. Б. Глонина, А. Г. Бахмуров</i>	
Математическая модель функционирования модульных ВС РВ для проверки допустимости конфигураций таких систем	74
<i>Д. Ю. Волканов</i>	
Классификация задач оптимизации надежности вычислительных систем	75
<i>М. В. Чистолинов, В. В. Балашов</i>	
Стенд полунатурного моделирования и тестирования КБО — 15 лет развития	76
<i>В. В. Балашов</i>	
Курс лекций по системам реального времени: цели, структура, направления развития	77
<i>В. В. Щербинин</i>	
Аксиоматический подход к распознаванию нештатного поведения динамических систем	78
<i>В. С. Макарова, А. В. Шалимов</i>	
Применение произвольного набора OpenFlow правил на OF-DPA коммутаторах	79
<i>Д. А. Швецов, А. В. Шалимов</i>	
Системы автоматической генерации правил в программно-конфигурируемых сетях	80
<i>М. Л. Аграновский, А. В. Шалимов</i>	
Ускорение работы программных OpenFlow-коммутаторов через настройку параметров хэш-функции	81
<i>И. С. Петров, Р. Л. Смелянский</i>	
Обнаружение скомпрометированных коммутаторов в SDN сетях	82
<i>В. Н. Пашков, А. Г. Бахмуров</i>	
О распределенной платформе управления с высокой степенью готовности для программно-конфигурируемых сетей	83

Содержание	135
ПОДСЕКЦИЯ IX. Кафедра автоматизации научных исследований	84
<i>А. М. Попов, Г. Н. Шумкин, Д. Е. Семенова</i>	
Моделирование неустойчивости квантового фазового перехода в полупроводнике	84
<i>Е. Ю. Ечкина, И. Н. Иновенков</i>	
Суперкомпьютерное моделирование процесса образования токовых структур в солнечной плазме	85
<i>И. В. Зотов, Л. И. Высоцкий</i>	
Параллельная версия кода RPB для определения границы тороидальной плазмы на основе графических процессоров	86
<i>А. А. Лукьяница</i>	
Детектор движения, основанный на нейронной сети	87
ПОДСЕКЦИЯ X. Кафедры системного анализа, нелинейных динамических систем и процессов управления	88
<i>И. В. Капалин</i>	
Оценка достижимых показателей качества в задаче вертикальной стабилизации плазмы статической обратной связью	88
<i>А. С. Фурсов, Э. А. Исхаков</i>	
Некоторые аспекты построения цифровых стабилизаторов для переключаемых систем	89
<i>А. В. Краев</i>	
Вопросы приводимости ММО-систем 4 порядка к виду с относительным порядком	91
<i>В. В. Фомичев, А. В. Краев, А. И. Роговский</i>	
О приведении систем к виду с относительным порядком динамическим методом	92
<i>Е. И. Атамась</i>	
Об обращении векторных систем с запаздыванием произвольного относительного порядка	93
<i>А. В. Арутюнов, А. В. Грешнов, Р. Сенгупта</i>	
Теорема о неподвижных точках в (q_1, q_2) -квазиметрических пространствах	94
<i>Д. А. Алимов, Н. К. Обросова, А. А. Шананин</i>	
Исследование уравнения Беллмана в модели производства в условиях дефицита оборотных средств	95
<i>Ю. Б. Адмиральский, А. С. Братусь</i>	
Особенности расчета модели опухоли на основе гибридного клеточного автомата	96

<i>И. В. Востриков</i>	
О решении одной задачи для системы с запаздыванием	97
<i>А. И. Месяц</i>	
Гамильтонов формализм для задачи группового управления в условиях препятствий	98
<i>П. А. Точилин, К. С. Маянцев</i>	
Применение метода сравнения в задаче синтеза управлений для кусочно-линейной системы	99
ПОДСЕКЦИЯ XI. Кафедра вычислительных технологий и моделирования	100
<i>В. О. Пиманов, И. В. Оселедец</i>	
Решение задачи топологической оптимизации с использованием апостериорных оценок ошибки метода конечных элементов.	100
<i>В. И. Агошков, Т. О. Шелопут</i>	
Ассимиляция данных о температуре в сигма-модели Балтийского моря для восстановления граничных функций на открытых границах акватории	101
<i>В. И. Агошков, Н. Р. Лезина</i>	
Применение метода разделения области для задачи о распространении тепла в Балтийском море	102
<i>Р. С. Савинков, Г. А. Бочаров</i>	
Математическое моделирование динамики клеток и веществ при иммунном ответе в замкнутой области лимфатического узла	103
<i>А. А. Янович, Б. А. Бахметьев, Г. А. Бочаров</i>	
Моделирование динамики гормональной регуляции иммунного ответа при ВИЧ-инфекции	104
<i>Д. С. Гребенников, И. А. Сазонов, М. Я. Кельберт, Г. А. Бочаров</i>	
Моделирование стохастической динамики вирусной инфекции	105
<i>Р. М. Янбарисов, К. Д. Никитин</i>	
Модель трехмерного течения вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью и приложения	106
<i>А. В. Сетуха, С. Н. Фетисов</i>	
Решение задач дифракции электромагнитных волн на идеально проводящих телах малой толщины	107
<i>А. В. Семенова, А. В. Сетуха</i>	
Численное решение двумерного гиперсингулярного интегрального уравнения методами кусочно-линейных аппроксимаций и коллокаций	108

Е. Н. Безобразова, А. В. Сетуха

Решение задачи дифракции электромагнитной волны на диэлектрическом теле с идеально-проводящими накладками 108

В. В. Желткова, Г. А. Бочаров, А. Meyerhans, Z. Grossman

Обратные задачи математического моделирования пролиферативной активности клеток 109

ПОДСЕКЦИЯ XII. Кафедры суперкомпьютеров и квантовой информатики, автоматизации систем вычислительных комплексов, лаборатории технологий программирования, компьютерной графики и мультимедиа 110

Е. И. Красняков, И. В. Машечкин, М. И. Петровский, Д. В. Царев

Методы машинного обучения для обнаружения активности экстремистского характера в сети Интернет 111

М. А. Казачук, И. В. Машечкин, М. И. Петровский, А. Н. Терехин, И. С. Попов, Р. Д. Закляков, О. Е. Горохов

Методы активной аутентификации пользователей по особенностям работы с клавиатурой персонального компьютера 112

И. М. Никольский

Об одной схеме отказоустойчивых вычислений 113

М. В. Ерофеев

Преобразование видеопоследовательностей, содержащих объекты с полупрозрачными границами, в стереоскопический формат 114

А. А. Боков, Д. С. Ватолин

Восстановление фона в задаче конвертации видео в стереоскопический формат 115

ПОДСЕКЦИЯ XIII. Кафедра алгоритмических языков, лаборатории открытых информационных технологий, вычислительного практикума и информационных систем 116

В. А. Сухомлин, Д. Е. Намиот

Robotic Process Automation в системах управления предприятием . . . 116

Л. В. Дмитриев

Векторное представление слов и машинное обучение для определения межъязыковых семантических различий 117

В. И. Громыко, В. П. Казарян, Н. С. Васильев, А. Г. Симакин, С. С. Аносов

Искусственный интеллект в системно-информационной культуре (новые горизонты) 119

М. С. Дворецкий, М. В. Ульянов

Подходы к решению задачи автодополнения 121

<i>А. А. Панфёров</i>	
Символьный алгоритм распознавания сателлитных неизвестных в линейных дифференциальных системах с выделенными неизвестными	122
<i>Е. И. Большакова, К. М. Иванов, А. Р. Тодуа</i>	
Инструментальная система на базе языка LSPL: новые средства и приложения	123
<i>А. А. Вылиток, Г. Д. Кондратьев</i>	
Синтаксический анализ с помощью L-графов	124
Авторский указатель	125