Содержание

Секция IV. Кафедра исследования операций

Секция V. Кафедра математической физики

Секция VI. Кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления

Секция VII. Кафедра алгоритмических языков, лаборатории открытых информационных технологий, вычислительных комплексов, вычислительного практикума и информационных систем

Секция VIII. Кафедры математической кибернетики и информационной безопасности

Секция XI. Кафедра оптимального управления

СЕКЦИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

Программа заседаний

18 апреля, понедельник, 16.20
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Кафедры общей математики, функционального анализа и его применений

1. О полноте собственных функций задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева–Бицадзе с условием склеивания Франкля. Доклад профессора, академика РАН Моисеева Е.И., ассистента Гуляева Д.А.
2. О сохранении свойства базисности при замене собственной функции присоединенной в одной классической спектральной задаче. Доклад профессора Капустина Н.Ю.
3. О точных решениях одного нелинейного уравнения четвёртого порядка. Доклад ведущего математика Аристова А.И.
4. Свойства спектральных разложений, отвечающих дифференциальному оператору с инволюцией. Доклад доцента Крицкова Л.В.
5. О скорости равносходимости спектральных разложений для систем Дирака с потенциалами из пространств Лебега. Доклад доцента Садовничей И.В.
6. О решении обратной задачи для параболического уравнения с потенциалом. Доклад ассистента Бобылевой О.Н., доцента Денисова В.Н., доцента Тихомирова В.В.

18 апреля, понедельник, 15.00
II учебный корпус, 5 этаж, ауд. 504

Кафедра вычислительных технологий и моделирования

1. Применение тензорных разложений для решения уравнений типа Смолуховсого. Доклад професоора, чл.-корр. РАН Тыртышникова Е.Е., аспиранта Матвеева С.А.
2. Применение метода снесения граничного условия на серединную поверхность в задачах аэродинамики планирующих парашютов. Доклад профессора Сетухи А.В., студента Чернышова А.О.

3. Использование алгоритма Метрополиса-Гастинга для оценки статистических характеристик параметров в обратных задачах моделирования вирусных инфекций. Доклад профессора Бочарова Г.А., студента Третьяковой Р.М.
4. Математический анализ пролиферативной активности Т-лимфоцитов по данным проточной цитофлуориметрии. Доклад профессора Бочарова Г.А., аспиранта Желтковой В.В.
5. Идентификация параметров гомеостаза стромальных клеток лимфатического узла. Доклад профессора Бочарова Г.А., студента МФТИ Гребенникова Д. С.
6. Математическое моделирование транспортных процессов в упакованной клеточной среде. Доклад профессора Бочарова Г.А., аспиранта Кислицына А.А.
7. Построение геометрической модели сети кровеносных сосудов в лимфатическом узле. Доклад профессора Бочарова Г.А., аспиранта Савинкова Р.С.

20 апреля, среда, 13.30
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.621

Кафедра вычислительных методов

1. Устойчивость и сходимость приближенных методов расчета слабых решений неоднородного квазилинейного уравнения первого порядка. Доклад доцента Волошина С.А.
2. Адаптивныеконсервативные численные методы решения задачи Кеплера. Доклад профессора Еленина Г.Г., младшего научного сотрудника физического факультета Елениной Т.Г.
3. Прямой метод решения задачи быстродействия с двумя управлениями. Доклад доцента Терновского В. В., доцента механико-математического факультета Волосовой Н.В., профессора Хапаева М.М., научного сотрудника Хапаевой Т.М.
4. Решение одной неклассической задачи. Доклад ведущего научного сотрудника Моисеева Т.Е.
5. Инварианты распространения фемтосекундных импульсов, описываемых в рамках обобщенного нелинейного уравнения Шредингера. Доклад профессора Разгулина А.В., профессора Трофимова В.А., младшего научного сотрудника Степаненко С.В.
6. Микро-мезо-макро уравнения стохастической газовой динамики. Доклад профессора Богомолова С.В., доцента Есико-

вой Н.Б., аспиранта Кувшинникова А.Е., аспиранта Смирнова П.Н.

7. Исследование возникновения МГД-неустойчивости многоанодного алюминиевого электролизера с применением трехфазной магнито-идродинамической модели. Доклад ведущего научного сотрудника Савенковой Н. П., младшего научного сотрудника Анпилова С.В., младшего научного сотрудника Складчикова С.А., младшего научного сотрудника Лапонина В.С. , аспиранта Калмыкова А. В.

20 апреля, среда, 14.30

II учебный корпус, 5 этаж, ауд.546

Кафедра исследования операций

1. О модификации многошаговой модели биржевых торгов с непрерывными ставками и асимметричной информации. Доклад доцента Морозова В.В., аспиранта Пьяных А.И.
2. Асимптотическое решение сингулярно возмущенного параболического уравнения со специальными начально-краевыми условиями. Доклад профессора Белолипецкого А.А, математика ВЦ РАН Семёнова К.О.
3. Применение метода случайных лесов для оценки резерва понесенных, но еще не заявленных убытков страховой компании. Доклад доцента Денисова Д. В., магистра Смирновой Д.К.
4. Исследование выпуклости функции потерь активной мощности от узловых нагрузок в сети переменного тока. Доклад доцента Давидсона М. Р., студента Воропаева С.С.
5. Минимаксная оценка меры value-at-risk при хеджировании платежного обязательства Американского типа. Доклад ассистента Соловьева А.И.
6. Оптимизация маркетинговой стратегии торговой фирмы с несколькими точками распространения товаров. Доклад доцента Денисова Д.В., аспиранта Латия В.В.
7. ARIMA-GARCH модели динамики котировок фьючерсных контрактов на индексы РТС и ММВБ. Доклад профессора Голембиовского Д.Ю., доцента Денисова Д.В., аспиранта Петровых А.С.
8. Модель соглашения об ограничении загрязнения атмосферы. Доклад профессора Васина А.А., аспиранта Дивцовой А.Г.

20 апреля, среда, 14.30
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.609

Кафедра математической физики

1. Обратная задача зондирования локальным источником. Доклад профессора Дмитриева В.И.
2. Математические модели импедансного типа в обработке речевых сигналов Доклад профессора Захарова Е.В., научного сотрудника ИППИ РАН Любимова Н.А.
3. Разрешимость математической задачи дифракции на локально неоднородной границе раздела прозрачных сред. Доклад профессора Ильинского А.С.
4. Операторы Гильберта–Шмидта и их использование в задаче матричной фурье-фильтрации. Доклад профессора Разгулина А.В., аспиранта Сазоновой С.В.
5. Трехмерное МГД моделирование взаимодействия солнечного ветра с ионосферой кометы. Доклад главного научного сотрудника Лебедева М.Г.
6. Влияние учета нелокального взаимодействия на резонансы плазмонных структур: физика, теория, численный эксперимент. Доклад ведущего научного сотрудника Ерёмина Ю.А.
7. О равенстве МНК решений обратных задач. Доклад старшего научного сотрудника Белова А.Г.

20 апреля, среда, 14.30
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления

1. Синтез регулятора переменной структуры для переключаемых систем в условиях неопределенности. Доклад профессора Фурсова А.С., младшего научного сотрудника Капалина И.В.
2. Замечания о нулевой динамике систем без относительного порядка. Доклад младшего научного сотрудника Краева А.В., аспиранта Роговского А.И.
3. О решении задачи обращения динамических систем с запаздыванием и возникающих при этом функциональных уравнениях. Доклад профессора Ильина А.В., аспиранта Атамася Е.И.
4. Построение линейной гибридной усредненной модели тиристорного преобразователя. Доклад младшего научного сотрудника Гончарова О.И.

5. Исследование хаотической динамики в моделях электрических цепей с газовым разрядом в нульмерном приближении. Доклад профессора Магницкого Н.А., аспиранта Бурова Д.А.
6. Устойчивые численные методы построения зависимостей: приложение к методу Смита-Уилсона. Доклад доцента Смирнова С.Н., студента Заночкина А.Ю.
7. О построении синтеза управлений для системы с кусочно-линейной динамикой при неопределенностях. Доклад доцента Точилина П.А., аспиранта Маянцева К.С.
8. Применение гибридного автомата для моделирования неоднородностей в тканях Доклад профессора Братуся А.С., аспиранта Адмиральского Ю.Б.
9. Некоторые свойства кратчайшей кривой в сложной области. Доклад старшего научного сотрудника ВЦ РАН Карамзина Д.Ю., аспиранта РУДН Горбачевой А.В.

20 апреля, среда, 14.30
II учебный корпус, 5 этаж, ауд.524

Кафедра алгоритмических языков, лаборатории открытых информационных технологий, вычислительных комплексов, вычислительного практикума и информационных систем

1. Подход к проектированию модульных многоагентных систем. Доклад доцента Большаковой Е.И., аспиранта Кудасова Н.Д.
2. Некоторые подходы к прогнозированию сложности индивидуальных задач коммивояжера. Доклад профессора Ульянова М.В.
3. Технологии программных агентов в ERP системах нового поколения. Доклад профессора Сухомлина В.А., старшего научного сотрудника Намиота Д.Е.
4. Графическая среда тестирования и аттестации устройств на соответствие протоколу ГОСТ Р 52070-2003 (MIL-STD-1553B). Доклад научного сотрудника Гурьева Д.Е., научного сотрудника Лапониной О.Р.
5. Теория и практика создания кросс-платформенных мобильных приложений. Доклад научного сотрудника Захарова В.Б., аспиранта Мостяева А.И.
6. Оцифровка материалов по истории университета: проблемы и решения Доклад ведущего научного сотрудника Леонова М.В.

7. Суперкомпьютер для образования в системно-информационной культуре. Доклад научного сотрудника, чл.-корр. РНАН Громыко В.И., профессора Казарян В.П., старшего научного сотрудника МГТУ им.Н.Э.Баумана Васильева Н.С., ст. преподавателя РУДН Симакина А.Г., гл.специалиста банка «Возрождение» Аносова С.С.

20 апреля, среда, 15.00
II учебный корпус, 5 этаж, ауд.526а

Кафедры математической кибернетики и информационной безопасности

1. Функции, вычислимые регистровыми машинами со счетчиками. Доклад профессора Марченкова С.С., студента Савицкого И.В.
2. Максимальные подгруппы в группах рекурсивных перестановок. Доклад профессора Марченкова С.С., студента Колмакова Е.А.
3. О некоторых оценках функций Шеннона длины проверяющих и диагностических тестов при неисправностях в схемах из функциональных элементов. Доклад доцента Романова Д.С.
4. О длине функций k-значной логики в классе псевдополиномиальных форм. Доклад доцента Селезневой С.Н.
5. Группы автоморфизмов и изоморфизм комбинаторных объектов и алгебраических структур. Доклад доцента Егорова В.Н., к.ф.-м.н. Егорова А.В.
6. Программная реализация метода индексов Кэрролла на троичной виртуальной машине. Доклад старшего научного сотрудника Владимировой Ю.С.
7. Троичные компьютеры. Есть ли у них будущее? Доклад ведущего научного сотрудника Маслова С.П.
8. Код Хэмминга для данных в троичной симметричной системе. Доклад ведущего научного сотрудника Рамиля Альвареса Х.

20 апреля, среда, 12.00
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.685

Кафедра автоматизации научных исследований

1. Построение системы с минимальным числом магнитных зондов, способной восстановить границу плазмы с заданной точностью. Доклад доцента Зотова И.В.

2. Анализ методом эпсилон-сетей влияния расширенного набора данных магнитной диагностики и информации о кинетическом давлении на погрешность реконструкции равновесия тороидальной плазмы. Доклад профессора Зайцева Ф.С., ассистента Сучкова Е.П.
3. Автоматическое управление полным током и положением границы плазмы в установках ТОКАМАК. Доклад старшего научного сотрудника Лукьяницы А.А.
4. Математическое моделирование процесса взаимодействия сверхсильного сверхкороткого лазерного излучения с веществом. Доклад доцента Ечкиной Е.Ю., доцента Иновенкова И.Н.
5. Анализ влияния постоянного напряжения на параметры плазмы в комбинированном ВЧ разряде. Доклад доцента Шишкина А.Г., младшего научного сотрудника Степанова С.В.
6. Марковская динамика возбужденных состояний атомов в системе связанных резонаторов. Доклад профессора Ожигова Ю.И., ассистента Сковороды Н.А.

21 апреля, четверг, 15.00
II учебный корпус, 1 этаж, ауд.247а

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов

1. Особенности построения комплексов бортового радиоэлектронного оборудования с архитектурой ИМА. Доклад научного сотрудника Балашова В.В., ведущего научного сотрудника Костенко В.А.
2. Open-Flow коммутатор на базе сетевого процессора NP -4. Доклад младшего научного сотрудника Антоненко В.А., старшего научного сотрудника Бахмурова А.Г.
3. Автоматическое построение имитационной модели модульной вычислительной системы по высокоуровневому описанию. Доклад программиста Глониной А.Б.
4. Отказоустойчивая платформа управления ПКС сетями. Доклад программиста разработчика ЦПИ КС Пашкова В.Н.
5. Информационная безопасность распределенных систем. Доклад доцента Егорова В.Н.
6. Проблемы валидации NFV-сервисов для поддержки беспроводных сетей. Доклад программиста-разработчика Монина С.М.

7. Адаптивный генетический алгоритм для задачи оптимизации надежности вычислительной системы Доклад ассистента Волканова Д.Ю.

25 апреля, понедельник, 16.20
II учебный корпус, 6 этаж, ауд.637

Кафедры общей математики, функционального анализа и его применений

1. Функция Браудера и теоремы о неподвижных точках и совпадениях. Доклад профессора Фоменко Т.Н.
2. Терминальное управление задачей многокритериальной оптимизации. Доклад доцента Хорошиловой Е.В.
3. Уравнение Дикмана с интегральными ядрами, имеющими переменное значение коэффициентов эксцесса. Доклад доцента Никитина А.А.
4. Минимизация за достаточно большой промежуток времени T интеграла от суммы модулей производных производимых смещением на двух концах струны граничных управлений, возведенных в произвольную степень $p \geqslant 1$. Доклад ассистента Смирнова И.Н., магистра Калистратовой А.В.
5. О теоремах существования и единственности решения из класса Lp начально-краевой задачи для телеграфного уравнения с граничными условиями типа Дирихле. Доклад ассистента, Кулешова А.А., ассистента Смирнова И.Н., аспиранта Мокроусова И.С.

26 апреля, вторник, 12.15–16.10
II учебный корпус, 6 этаж, ауд. 685

Кафедра оптимального управления

1. Некоторые линейные задачи управления с не полностью известным начальным условием. Доклад ведущего научного сотрудника МИАН РАН, профессора кафедры оптимального управления Никольского М.С.
2. Риски и исходы в многокритериальной задаче при неопределенности. Доклад профессора Жуковского В.И., студента Кириченко М.М.
3. Модификация вариационного метода для решения операторных уравнений в банаховых пространствах Лебега. Доклад профессора Потапова М.М., аспиранта Дряженкова А.А.

4. Проблема фазового перехода в оптимальном гауссовом приближении теории спиновых флуктуаций. Доклад доцента Мельникова Н.Б., аспиранта Парадеженко Г. В.
5. О получении необходимых условий в задаче оптимального управления для траектории с простым выходом на фазовую границу. Доклад профессора Дмитрука А.В., младшего научного сотрудника Самыловского И.А.
6. Оптимальность особых режимов в модели двухсекторной экономики с интегральными функционалами. Доклад доцента Киселёва Ю.Н., доцента Аввакумова С.Н., доцента Орлова М.В., младшего научного сотрудника Орлова С.М.
7. О решении задачи терминального управления для квадрокоптера. Доклад старшего научного сотрудника Горькова В.П., профессора Григоренко Н.Л., аспиранта Румянцева А.Е.
8. Метод стрельбы для решения задачи оптимального управления с неявно заданными краевыми условиями. Доклад ассистента Будака Б.А.
9. Метод построения гарантирующих стратегий в одном классе игровых задач управления при наличии неопределенности. Доклад доцента Камзолкина Д.В.
10. Сведение одной расширенной задачи программного наведения к системе линейных неравенств. Доклад младшего научного сотрудника Орлова С.М.
11. Численные методы, решающие некоторые задачи оптимального управления с заданной точностью. Доклад доцента Самсонова С.П.
12. Задача «гамма-обхода» цилиндрического множества для линейной управляемой системы Доклад научного сотрудника Лукьяновой Л.Н.
13. Теорема существования решения игровой задачи управления для одной модели движения твердого тела. Доклад профессора Григоренко Н.Л., аспиранта Румянцева А.Е.

Секция I
Кафедры общей математики, функционального анализа и его применений

О точных решениях одного нелинейного уравнения четвёртого порядка

Аристов Анатолий Игоревич

Кафедра общей математики, e-mail: ai_aristov@mail.ru

В [1] изучалась начально-краевая задача для уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(u - u^2\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \tag{1}$$

описывающего взрывную неустойчивость в автоколебательной системе. Было показано, что при некоторых условиях задача однозначно разрешима в $C^2[0;T;H_0^1(0;1))$, где $T \in (0;\infty)$, причем решение опрокидывается, т. е. $\|u\|_{H_0^1(0;1)} \to \infty$ при $t \to T-$.

Интересен вопрос построения точных решений уравнения (1). Автором установлены следующие результаты. Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + u\frac{\partial u}{\partial t}, \tag{2}$$

которое получается из (1) с помощью линейной замены переменной.

Теорема 1. *Существуют точные решения уравнения (2), которые представляют собой элементарные функции и имеют следующие типы качественного поведения:*

1. *обращение в бесконечность за конечное время;*
2. *глобальная по времени ограниченность при фиксированных x;*
3. *смешанный тип, т.е. обращение в бесконечность за конечное время при одних x и глобальная по времени ограниченность при других x.*

Всего получено 11 семейств решений (2).

Литература

1. Корпусов М. О., Разрушение в неклассических нелокальных уравнениях. М.: URSS, 2010.
2. Полянин А. Д., Зайцев В. Ф., Журов А. И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. М.: Физматлит, 2005.

О решении обратной задачи для параболического уравнения с потенциалом

Бобылева Ольга Николаевна, Денисов Василий Николаевич, Тихомиров Василий Васильевич

Кафедра общей математики, e-mail: zedum@cs.msu.ru

Рассмотрим в ограниченной области Ω пространства n переменных обратную задачу для параболического уравнения

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \Delta u(x,t) + q(x)u(x,t), \quad n \in \Omega, \quad -T < t < 0, \tag{1}$$

с начальным условием $u(x,0) = \phi(x)$, $x \in \Omega$, с потенциалом $q \in \in C(\Omega)$, $q < 0$, и решением $u(x,t)$, удовлетворяющим однородным краевым условиям первого, второго или третьего рода на кусочно-гладкой границе S этой области.

Спектральный метод дает формальное решение задачи (1) в виде $u(x,t) = \sum_1^\infty \phi_k(x) e^{\lambda_k t} v_k(x)$, где $\phi_k = (\phi, v_k)$ — коэффициенты Фурье в разложении функции $\phi(x)$ по собственным функциям $v_k(x)$ оператора $L = \Delta + q$.

Основная идея метода регуляризации заключается в подходящей замене уравнения (1) регуляризованным уравнением с параметром α, решение которого при $\alpha > 0$ представляется в виде ряда $u_\alpha(x,t) = = \sum_1^\infty \phi_k e^{(\alpha\lambda_k^2 - \lambda_k)t} v_k(x)$. Обозначим через $R_\alpha(x,t) = u(x,t) - u_\alpha(x,t)$ разность точного и регуляризованного решений. Пусть, кроме того, $f(x) = u(x,-T)$.

Теорема 1. *Если $0 < \tau < 1$ и $f \in W_2^{4\tau}$, то справедлива оценка*

$$||R_\alpha(x,T)||_{L_2} \leqslant C\alpha^\tau ||f||_{W_2^{4\tau}}. \tag{2}$$

Теорема 2. *Если $\tau > 0$ и оценка (2) справедлива, то $u(x,t) = 0$ для всех $x \in \Delta$ и $-T < t < 0$.*

Теорема 3. *Если* $0 < \tau < 1$ *и функция* $f(x) = u(x, -T)$ *принадлежит классу* $W_2^1(\Delta)$, *причем* $l \geqslant \frac{n}{2} + 4\tau$, *то равномерно на каждом компакте* $K \in \Delta$ *справедлива оценка* $u_\alpha(x, -T) = u(x, -T) + o(\alpha^\tau)$.

Благодарности

Авторы выражают благодарность профессору Ш.А. Алимову за постановку задачи и идею ее решения.

О сохранении свойства базисности при замене собственной функции присоединенной в одной классической спектральной задаче

Капустин Николай Юрьевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: `n.kapustin@bk.ru`

Рассмотрим спектральную задачу

$$u''(x) + \lambda u(x) = 0, \quad x \in (0, 1), \tag{1}$$

$$u(0) = 0, \quad u'(1) = d\lambda u(1), \tag{2}$$

где d — любое комплексное число, отличное от нуля. Эта задача имеет собственные функции $u_n(x) = \sqrt{2}\sin\sqrt{\lambda_n}x$, $-\pi/2 < \arg\sqrt{\lambda_n} \leqslant \pi/2$, где собственные числа λ_n, $n = 1, 2, 3, \ldots$, являются занумерованными в порядке возрастания их абсолютных величин корнями характеристического уравнения $\operatorname{ctg}\sqrt{\lambda} = d\sqrt{\lambda}$.

Теорема 1. *Если* $d = \operatorname{ctg} z/z$, *где комплексное число* z *— любой корень уравнения* $1 + \dfrac{\sin z \cos z}{z} = 0$, *то система* $\{v_n(x)\}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, *корневых функций задачи* (1)–(2) *с собственными функциями*

$$v_n(x) = u_n(x), \ n = 1, \ldots, l, m+1, \ldots,$$
$$v_n(x) = u_{n-1}(x), \ n = l+2, \ldots, m,$$

и присоединенной функцией

$$v_{l+1}(x) = \frac{d}{6(d+1)}\sqrt{2}\sin\sqrt{\lambda_l}x - \frac{x}{2\sqrt{\lambda_l}}\sqrt{2}\cos\sqrt{\lambda_l}x,$$

отвечающей собственной функции $u_l(x)$ *для кратного собственного значения* $\lambda_l = z^2$, *образует базис в пространстве* $L_p(0, 1), p > 1$ *(базис Рисса при* $p = 2$*).*

Доказательство телремы основано на результатах работы [1].

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ №14–01–00163.

Литература

1. Капустин Н.Ю., Моисеев Е.И. О базисности в пространстве L_p систем собственных функций, отвечающих двум задачам со спектральным параметром в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36. №10. С. 1357–1360.

Уравнение Дикмана с интегральными ядрами, имеющими переменное значение коэффициентов эксцесса

Калистратова Анастасия Владимировна, Никитин Алексей Антонович

Кафедра общей математики, e-mail: nikitin@cs.msu.ru

Данная работа посвящена изучению многомерного интегрального уравнения Дикмана [1]:

$$\frac{d'bm(\xi)}{b}\int\limits_{\mathbb{R}^n} w(\xi)C(\xi)d\xi + b\int\limits_{\mathbb{R}^n} m(\xi')C(\xi-\xi')d\xi' -$$
$$- d'w(\xi)C(\xi) - \frac{b}{\int\limits_{\mathbb{R}^n} w(\xi)C(\xi)d\xi}\int\limits_{\mathbb{R}^n} w(\xi')T(\xi,\xi')d\xi' = 0, \quad (1)$$

где

$$C(\xi), T(\xi,\xi') = \frac{d'}{b}C(\xi)C(\xi')\int\limits_{\mathbb{R}^n} w(\xi)C(\xi)d\xi$$

— неизвестные функции, представляющие собой стационарные плотности корреляции пар и троек индивидумов, рассматриваемых в модели, b — коэффициент рождаемости, d' — коэффициент смертности от конкуренции, m, w — интегральные ядра рассеивания и конкуренции соответственно, в качестве которых рассматриваются распределения Стьюдента

$$m(\vec{r}) = \frac{\Gamma(\frac{n_m+1}{2})}{\sqrt{\pi n_m}\Gamma(\frac{n_m}{2})}\left(1+\frac{\vec{r}^2}{n_m}\right)^{-\frac{n_m+1}{2}}, w(\vec{r}) = \frac{\Gamma(\frac{n_w+1}{2})}{\sqrt{\pi n_w}\Gamma(\frac{n_w}{2})}\left(1+\frac{\vec{r}^2}{n_w}\right)^{-\frac{n_w+1}{2}},$$

где $\Gamma(x)$ — Гамма-функция, n_m и n_w - количество степеней свободы распределения ядер рассеивания и конкуренции соответственно.

Теорема 1. *Если $\{m, w\}$ имеют распределение Стьюдента, то существует ограниченное решение $C(\xi)$ уравнения* (1).

Благодарности

Работы поддержана грантом МК-6108.2015.9, и выполнена в ходе проведения исследования (16-05-0069) в рамках Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2016–2017 гг.

Литература

1. Dieckmann U., Law R. The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity // Cambridge University Press, 2000.

Свойства спектральных разложений, отвечающих дифференциальному оператору с инволюцией

Крицков Леонид Владимирович

Кафедра общей математики, e-mail: kritskov@cs.msu.ru

Пусть $\mathcal{L}$ — оператор, порожденный операцией

$$Lu \equiv -u''(x) + \alpha u''(-x) + q(x)u(x) + q_\nu(x)u(-x),\ -1 < x < 1, \quad (1)$$

на некоторой плотной в $L_2(-1,1)$ области определения $\mathcal{D}(\mathcal{L})$. Функционально-дифференциальная операция (1) содержит простейшую инволюцию $\nu_0(x) = -x$ в старшей производной и младших коэффициентах. Предполагается, что $\alpha \in (-1,1)$, а функции $q(x)$ и $q_\nu(x) \in \in L_1([-1,1], \mathbb{C})$.

Исследован вопрос о том, какие условия обеспечивают то, что полная и минимальная система корневых функций U оператора $\mathcal{L}$ образует базис Рисса в $L_2(-1,1)$, т.е. биортогональный ряд любой функции $f \in L_2(-1,1)$ абсолютно и безусловно сходится к f.

Теорема 1. *Пусть ранги собственных функций системы U равномерно ограничены и спектр $\sigma(\mathcal{L})$ оператора $\mathcal{L}$ лежит в карлемановской параболе. Тогда:*

1. *равномерная минимальность системы U в $L_2(-1,1)$;*

2. *равномерная оценка «суммы единиц»*

$$\sum_{\lambda\in\sigma(\mathcal{L}):|\sqrt{\lambda}-\beta|\leqslant 1} 1 = O(1),\ \beta\geqslant 1,$$

необходимы и достаточны для базисности Рисса в $L_2(-1,1)$ нормированной системы U.

Исследование основано на развитии подхода В.А. Ильина к анализу спектральных разложений, отвечающих несамосопряженным дифференциальным операторам [1]. Ряд результатов, касающихся невозмущенного оператора (1) ($q(x), q_\nu(x)\equiv 0$), получен автором совместно с А.М. Сарсенби (Казахстан).

Благодарности

Работа поддержана Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант №0971/ГФ).

Литература

1. Ильин В.А., Крицков Л.В. / В кн.: Функциональный анализ, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз., т. 96. М.: ВИНИТИ, 2006. - С.190–231.

О теоремах существования и единственности решения из класса L_p начально-краевой задачи для телеграфного уравнения с граничными условиями типа Дирихле

Кулешов Александр Андреевич, Смирнов Илья Николаевич, Мокроусов Илья Сергеевич

Кафедра общей математики, e-mail: kuleshov.a.a@yandex.ru, ismirnov@cs.msu.ru, mokill44@gmail.com

В настоящей работе в явном аналитическом виде найдено обобщенное из класса L_p решение смешанной задачи для телеграфного уравнения

$$u_{tt}(x,t)-u_{xx}(x,t)+c^2u(x,t)=0 \tag{1}$$

с нулевыми начальными условиями и с граничными условиями

$$u(0,t)=\mu(t)\in L_p[0,T],\ u(l,t)=0,$$

определяемое при помощи соответствующего интегрального тождества. Также доказана единственность найденного обобщенного решения.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов МК-7776.2015.1.

Литература

1. Ильин В.А. О разрешимости смешанных задач для гиперболического и параболического уравнений // УМН, 1960, Т. 15, № 2, С. 97–154.
2. Ильин В. А., Кулешов А. А. Обобщенные решения волнового уравнения из классов L_p и W_p^1 при $p \geqslant 1$ // Доклады Академии наук, 2012, Т. 446, № 4, С. 374—377.
3. Ильин В. А., Кулешов А. А. О некоторых свойствах обобщенных решений волнового уравнения из классов L_p и W_p^1 при $p \geqslant 1$ // Дифференц. уравнения, 2012, Т. 48 , № 11. С. 1493–1500.
4. Моисеев Е.И., Холомеева А.А. О разрешимости смешанных задач для уравнения колебаний струны в пространстве W_p^1, $p \geqslant 1$ // Доклады Академии наук, 2011, Т. 441, № 3, С. 310—312.

О полноте собственных функций задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева Бицадзе с условием склеивания Франкля

Моисеев Евгений Иванович, Гуляев Денис Анатольевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail:
`dekanat@cs.msu.ru, gulden@cs.msu.ru`

В ряде работ для уравнения смешанного типа ранее было доказано, что система собственных функций полна (а в некоторых случая образует базис Риса) в эллиптической части области. Может сложится впечатление, что система собственных функций всегда полна в эллиптической части области. В настоящей работе доказано, что при условии склеивания по Франклю, на границе изменения типа уравнения, система собственных функций может быть:

- базисом;
- не полной;

- не минимальной;
- полной не минимальной, но не базис.

Это доказано для задачи Трикоми и Неймона–Трикоми для уравнения Лавреньтева–Бицадзе

$$U_{xx} + \operatorname{sgn}(y)U_{yy} + \lambda U = 0.$$

Литература

1. Бейтмен Г., Эрдей А.. Таблицы интегральных преобразований. Преобразования Бесселя. Интегралы от специальных функций. М.: Наука (1970).
2. Моисеев Е.И. О базисности систем синусов и косинусов // Доклады Академии наук. 1984. Т. 275. №4. С. 794.
3. Моисеев Е.И. О расположении спектра задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе //Дифференциальные уравнения. 1989. Т. 25. №1. С. 97.

О скорости равносходимости спектральных разложений для систем Дирака с потенциалами из пространств Лебега

Садовничая Инна Викторовна

Кафедра общей математики, e-mail: `ivsad@yandex.ru`

Изучается оператор Дирака $\mathcal{L}_{P,U}$, порожденный в пространстве $\mathbb{H} = L_2[0,\pi] \oplus L_2[0,\pi] \ni \mathbf{y}$ дифференциальным выражением $l_P(\mathbf{y}) = B\mathbf{y}' + P\mathbf{y}$, где

$$B = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \qquad P(x) = \begin{pmatrix} p_1(x) & p_2(x) \\ p_3(x) & p_4(x) \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{y}(x) = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}.$$

Функции $p_j \in L_1[0,\pi]$, $j = 1, 2, 3, 4$, вообще говоря, комплекснозначны. Общий вид краевых условий задается системой двух линейных уравнений

$$U(\mathbf{y}) = C\mathbf{y}(0) + D\mathbf{y}(\pi) = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{13} & u_{14} \\ u_{23} & u_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(\pi) \\ y_2(\pi) \end{pmatrix}.$$

Пусть $S_m(\mathbf{f})$ и $S_m^0(\mathbf{f})$ — частичные суммы разложения функции $\mathbf{f}$ в ряды по системам корневых функций операторов $\mathcal{L}_{P,U}$ и $\mathcal{L}_{0,U}$ соответственно. Как известно, эти системы являются базисами Рисса в пространстве $\mathbb{H}$. Пусть $\{e_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ — ортонормированный базис в $\mathbb{H}$. Обозначим через T — изоморфизм $\mathbb{H}$, осуществляющий замену базиса. Для произвольной $\mathbf{f} \in \mathbb{H}$ положим

$$\varepsilon_N(\mathbf{f}) = \left(\sum_{|n|>2N} |\langle \mathbf{f}, e_n \rangle|^2 \right)^{1/2}.$$

Теорема 1. *Пусть $\mathcal{L}_{P,U}$ — регулярный оператор Дирака с потенциалом $P \in L_\varkappa$. Тогда для любой функции $\mathbf{f} \in L_2$ справедлива оценка скорости равносходимости*

$$\|S_m(\mathbf{f}) - S_m^0(\mathbf{f})\|_{L_\nu} \leqslant C(\varepsilon_N(T^{-1}\mathbf{f}) + m^{-1/2}N\|\mathbf{f}\|_{L_2}),$$

где

$$\frac{1}{\varkappa} - \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2}.$$

Здесь $N > N_0 = N_0(P, U, \nu)$ — произвольно, $m \geqslant N$, $C = C(P, U, \nu)$.

Благодарности

Работа поддержана грантом РНФ №14–01–00754.

Минимизация за достаточно большой промежуток времени T интеграла от суммы модулей производных производимых смещением на двух концах струны граничных управлений, возведенных в произвольную степень $p \geqslant 1$

Смирнов Илья Николаевич, Калистратова Анастасия Владимировна

Кафедра общей математики, e-mail: `ismirnov@cs.msu.ru`, `kanast74@gmail.com`

В настоящей работе для достаточно большого промежутка времени T в явном аналитическом виде найдены оптимальные граничные управления смещением на двух концах струны $x = 0$ и $x = l$, переводящие процесс её колебаний, описываемый обобщенным решением волнового уравнения

$$u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) = 0, \tag{1}$$

из произвольно заданного начального состояния

$$\{u(x,0) = \phi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x)\} \tag{2}$$

в произвольно заданное финальное состояние

$$\{u(x,T) = \widehat{\phi}(x), \quad u_t(x,T) = \widehat{\psi}(x)\} \tag{3}$$

Рассмотрение ведется в терминах обобщенного из класса $\widehat{W_p^1}(Q_T)$ решения $u(x,t)$ смешанной задачи для волнового уравнения (1) с начальными условиями (2) и граничными условиями

$$\{u(0,t) = \mu(t), \quad u(l,t) = \nu(t)\}. \tag{4}$$

При этом требования гладкости, которым следует подчинить функции начальных, финальных и граничных условий, продиктованы принадлежностью обобщенного решения $u(x,t)$ классу $\widehat{W_p^1}(Q_T)$:

$$\begin{gathered}\phi(x) \in W_p^1[0,l], \quad \psi(x) \in L_p[0,l], \\ \widehat{\phi}(x) \in W_p^1[0,l], \quad \widehat{\psi}(x) \in L_p[0,l], \\ \mu(t) \in W_p^1[0,T], \quad \nu(t) \in W_p^1[0,T].\end{gathered} \tag{5}$$

Так как при $T > l$ изучаемая задача граничного управления имеет бесконечно много решений, то при $T > l$ возникает задача об определении **оптимальных** граничных управлений, заключающаяся в отыскании среди всех функций $\mu(t)$ и $\nu(t)$, являющихся граничными управлениями, тех, которые доставляют минимум интегралу граничной энергии

$$\int\limits_0^T \{\|\mu'(t)\|^p + \|\nu'(t)\|^p\} dt \tag{6}$$

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта МК-7776.2015.1.

Литература

1. Ильин В.А. Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщённого решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференциальные уравнения, 2000, Т.36, №11, С. 1513–1528.

2. Ильин В. А., Моисеев Е. И. Оптимизация за произвольный достаточно большой промежуток времени граничных управлений смещениями на двух концах струны// Дифференциальные уравнения, т.43, №11, 2007,С. 1528 – 1544.
3. Ильин В. А., Моисеев Е. И. Оптимальное граничное управление смещением на одном конце струны при свободном втором ее конце за любой достаточно большой промежуток времени// Дифференциальные уравнения, т.43, №10, 2007,С. 1369 – 1381.

Функция Браудера и теоремы о неподвижных точках и совпадениях

Фоменко Татьяна Николаевна

Кафедра Общей математики, e-mail: tn-fomenko@yandex.ru

В 1968 г. Ф.Браудер [1] обобщил принцип Банаха сжимающих отображений. В [2] дано обобщение его теоремы для специальных многозначных сжатий. В настоящем докладе доказывается теорема о нулях функционала, подчиненного функции Браудера, из которой следует обобщение теоремы Ф.Браудера для многозначного отображения, не являющегося сжатием. См. определения в [3,4]. *Функцией Браудера* называется неубывающая непрерывная справа функция $\alpha : [0; +\infty) \to [0; +\infty)$, $\alpha(t) < t$, $t > 0$. Функция Браудера α называется *правильной вблизи нуля*, если $\exists \delta > 0$, что $\alpha(t-\alpha(t)) \leqslant \alpha(t)-\alpha^2(t)$, $0 < t < \delta$. Пример: $\alpha(t) = t^p$, где $p \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$, $0 < \delta \leqslant 1$. Многозначный функционал $\varphi : X \to P(\mathbb{R}_+)$ на (X, ρ) называется *подчиненным функции Браудера* $\beta(t)$, если

$$A(\langle x, t\rangle) = \{\langle x', t'\rangle \in Gr(\varphi) | \rho(x, x') \leqslant t, t' \leqslant \beta(t)\} \neq \varnothing$$

для $\forall \langle x, t\rangle \in Gr(\varphi)$ и $t > 0$, где $Gr(\varphi)$ — график φ.

Теорема 1 ([4]). *Пусть функционал $\varphi : X \to P(\mathbb{R}_+)$ подчинен на X функции Браудера α, правильной вблизи нуля. Пусть либо его график $Gr(\varphi)$ является $\{0\}-$ полным, либо X полно и график $Gr(\varphi)$ $\{0\}-$замкнут. Тогда из любой пары $\langle x_0, t_0\rangle \in Gr(\varphi)$ начинается хотя бы одна последовательность $\{\langle x_m, t_m\rangle\}_{m=0,1,\ldots} \subseteq Gr(\varphi)$, сходящаяся к некоторой паре $\langle \xi, 0\rangle \in Gr(\varphi)$. Если итерационный ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \alpha^{k-1}(t)$ сходится в точке $t = t_0$, то $\rho(x_0, \xi) \leqslant \sum\limits_{k=1}^{\infty} \alpha^{k-1}(t_0)$.*

Литература

1. Browder F.E., “On the convergence of successive approximations for nonlinear functional equations.” *Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A 71=Indag. Math.* **30** (1968), 27–35.
2. Семенов П.В., “О неподвижных точках многозначных сжатий”. *Функциональный анализ и его применения.* **36**:2(2002), 89–92.
3. Fomenko T.N., “Cascade search principle and its applications to the coincidence problem of n one-valued or multi-valued mappings”. *Topology and its Applications*, **157**(2010), 760–773.
4. Фоменко Т.Н., “Функция Браудера и теоремы о неподвижных точках и совпадениях”. *Изв.РАН, сер.мат.*,**79**:5(2015), 239–248.

Терминальное управление задачей многокритериальной оптимизации

Хорошилова Елена Владимировна

Кафедра общей математики, e-mail: khorelena@gmail.com

Рассматривается задача оптимального управления с линейной динамикой на фиксированном отрезке времени.В терминальном пространстве на правом конце отрезка сформулирована конечномерная задача выпуклой многокритериальной оптимизации:

$$\langle \lambda^*, f(x_1^*)\rangle \in \mathrm{Min}\{\langle \lambda^*, f(x_1)\rangle \mid x_1 \in X_1 \subseteq \mathrm{R}^n\}, \tag{1}$$

$$\langle \lambda - \lambda^*, f(x_1^*) - \lambda^*\rangle \leqslant 0, \quad \lambda \geqslant 0, \tag{2}$$

где первое условие эквивалентно поиску

$$f(x_1^*) \in \mathrm{ParetoMin}\{f(x_1) \mid x_1 \in X_1\}$$

с векторным критерием $f(x_1) = (f_1(x_1), f_2(x_1), \ldots, f_m(x_1))$, а второе служит для выбора решения среди множества Парето-оптимальных точек. Решение задачи (1)–(2) определяет терминальное условие для управляемой динамики:

$$\frac{d}{dt}x(t) = D(t)x(t) + B(t)u(t), \ \ t_0 \leqslant t \leqslant t_1, \ x(t_0) = x_0, \tag{3}$$

$$x(t_1) = x_1^* \in X_1, \ u(\cdot) \in \mathrm{U}, \tag{4}$$

$$\mathrm{U} = \{u(\cdot) \in \mathrm{L}_2^r[t_0, t_1] \mid \|u(\cdot)\|^2_{\mathrm{L}_2^r} \leqslant \mathrm{C}\}. \tag{5}$$

Предлагается седловой подход к решению рассматриваемой задачи (1)–(5), основанный на вычислении седловых точек функции Лагранжа. При реализации подхода используется метод экстраградиентного типа. Доказывается его слабая сходимость к решению по управлениям и сильная сходимость по фазовым и сопряженным траекториям, а также терминальным переменным [1].

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ №15–01–06045-а.

Литература

1. Антипин А.С., Хорошилова Е.В. Многокритериальная краевая задача в динамике // Тр. Ин-та матем. и механики УрО РАН. Екатеринбург, 2015. Т. 21, № 3. С. 20–29.

Секция II
Кафедра вычислительных технологий и моделирования

Использование алгоритма Метрополиса–Гастинга для оценки статистических характеристик параметров в обратных задачах моделирования вирусных инфекций

Бочаров Геннадий Алексеевич, Третьякова Руфина Максимовна

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: `bocharov@inm.ras.ru, rufina3kova@gmail.ru`

Для описания динамики вирусных инфекций в организме человека или подопытного животного нередко используются системы дифференциальных уравнений с запаздыванием аргумента (ДУЗА). В данной работе рассматривается экспериментальная инфекция — вирус лимфоцитарного хореоменннгита (ВЛХМ) мыши.

Динамика вирусов, зараженных клеток, а также клеток иммунной системы представляется при помощи системы ДУЗА:

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(y(t,p), y(t-\tau_1,p), \dots, y(t-\tau_k,p), p), \tag{1}$$

где p — неизвестный вектор параметров (может включать в себя $\tau_1, \dots, \tau_k$). Целью работы является не только вычисление значений параметров, но и оценка их статистических свойств, а также определение доверительных интервалов полученных значений.

По известным экспериментальным данным y_{obs} можно найти значения параметров методом максимального правдоподобия.

Далее предполагается, что параметры имеют *лог-нормальное* распределение, и для их логарифмов применяется алгоритм построения марковской цепи Метрополиса–Гастинга. Данная цепь позволяет с высокой степенью точности оценить моменты исходного распределения параметров.

Благодарности

Работы поддержана грантом РНФ №15–11–00029.

Литература

1. Haario H., Saksman E., and Tamminen J. An adaptive Metropolis algorithm, Bernoulli, Vol. 7. 2nd edition. 2001.
2. Bocharov G.A. Modelling the dynamics of LCMV infection in mice: conventional and exhaustive CTL responses. J. Theor. Biol., Vol. 192, p. 283-308. 1994.

Идентификация параметров гомеостаза стромальных клеток лимфатического узла

Бочаров Геннадий Алексеевич[1], ***Гребенников Дмитрий Сергеевич***[2]

[1] : Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: `bocharov@inm.ras.ru`

[2] : МФТИ, e-mail: `grebennikov@phystech.edu`

Гомеостаз стромальных клеток лимфатического узла является важным фактором поддержания работы иммунной системы. Сеть стромальных клеток является транспортной структурой, вдоль которой мигрируют Т-лимфоциты в поисках специфичного антигена, а также образует систему кондуитов, в которых течет лимфа и переносятся цитокины. В частности, стромальные клетки секретируют интерлейкин-7, необходимый для выживания и деления Т-лимфоцитов. При ВИЧ-инфекции происходит разрушение сети стромальных клеток, сопровождающееся фиброзом лимфатического узла и истощением $CD4^+$ Т-лимфоцитов.

Целью данной работы является идентификация параметров гомеостаза стромальных клеток по экспериментальным данным. Для описания наблюдаемых данных было предложено три модели: двухпопуляционная модель из делящихся и зрелых стромальных клеток, а также две трехпопуляционные модели с различным механизмом дифференциации. Идентификация параметров проводилась методом максимального правдоподобия, а для условной минимизации функционала использовался симплекс-метод, реализованный в функции fmincon среды MATLAB. Для каждого параметра был расчитан доверительный интервал на основе теста отношения правдоподобия. Для сравнения оценок параметров, полученных с помощью различных моделей, использовался критерий хи-квадрат и информационный критерий Акаике.

Благодарности

Работа выполнена в рамках проекта РНФ №15–11–00029.

Литература

1. Zeng M., Haase A.T., Schacker T.W. Lymphoid tissue structure and HIV-1 infection: life or death for T cells // Trends in Immunology. 2012, 33 (6), pp. 306–314.

Математический анализ пролиферативной активности Т-лимфоцитов по данным проточной цитофлуориметрии

Желткова Валерия Валерьевна, Бочаров Геннадий Алексеевич

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: valeryaaziattseva@yandex.ru, gbocharov@gmail.com

Анализ данных проточной цитофлуориметрии с помощью математических моделей предоставляет возможность изучения параметров пролиферативной активности клеток. Целью данной работы было изучение этих параметров для CD4+ и CD8+ Т-лимфоцитов у четырех пациентов: двух здоровых и двух ВИЧ-инфицированных, один из которых получал лечение. Для работы была выбрана популяционная математическая модель [1]. Данная модель записана в понятных с биологической точки зрения терминах, а также имеет аналитическое решение.

Для декомпозиции гистограмм был использован алгоритм поиска апостериорного максимума (MAP). Для решения задачи минимизации использовался симплекс-метод Нелдера-Мида, реализованный в MATLAB. Использовалось три метода вычисления доверительных интервалов: анализ вариационно-ковариационной матрицы, анализ профилей функции правдоподобия и параметрический бутстрап. Для одного пациента было проведено исследование вариабельности данных наблюдения [2].Таким образом, были получены оценки доверительных параметров пролиферативной активности Т-лимфоцитов у четырех пациентов, проведен их сравнительный анализ, выделены достоверно отличающиеся параметры.

Благодарности

Работа поддержана грантом РНФ №15–11–00029.

Литература

1. Luzyanina T, Mrusek S, Edwadrs J. T., Doose D., Ehl S., Bocharov G. Computational analysis of CFSE proliferation assay. J. Math. Biol. (2007) 54:57-89
2. D.F. Kapraun, Cell Proliferation Models, CFSE-Based Flow Cytometry Data, and Quantification of Uncertainty, Ph.D. Dissertation, Department of Mathematics, North Carolina State University, Raleigh, NC (24 July 2014)

Построение геометрической модели сети кровеносных сосудов в лимфатическом узле

Савинков Ростислав Сергеевич, Бочаров Геннадий Алексеевич

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: dr.savinkov@gmail.com, gbocharov@gmail.com

Работа посвящена разработке алгоритмов моделирования структур кровеносных сосудов в пространстве с препятствиями на примере лимфатического узла. В основу алгоритма положено построение графа сосудов с заданными статистическими свойствами. На данный момент учитываются В-клеточные фолликулы, в ближайшей перспективе — взаимное размещение сети кровеносных сосудов и сети фибробластно-ретикулярных клеток.

Для выполнения построений формируются входной и выходной сосуды. На них для каждой ветви кровеносной сети выбирается точка входа и выхода, поле чего на поверхности сферы с радиусом $R = 1$ выбирается случайная точка. Через три выбранных точки проводится дуга графа, разделённая на сегменты равной длины. Длина сегментов является предварительно определённой константой. Если сосуд ветвится, то выполняется отсечение части петли и построение новых дуг. После окончания процесса построения графа, выполняется процедура минимизации отклонений с «выталкиванием» вершин графа за пределы препятствий. Когда энергия системы(инерция узлов и отклонения длин сегментов) падает ниже заданных значений, получается граф сети, огибающий препятствия и удовлетворяющий предварительно сформулированным требованиям о длине сегментов.

Программная реализация алгоритма — C++. Сложность модели — $O(L/h)$, где L — суммарная длина всех построенных сосудов, h — длина сегмента при построении.

Работа выполнена при поддержке грантов РНФ (№14–31–00024 — анализ вычислительных моделей и №15-11-00029 — реализация алгоритма).

Литература

1. Inken D. Kelch, Gib Bogle, Gregory B. Sands, et al. Organ-wide 3D-imaging and topological analysis of the continuous microvascular network in a murine lymph node // `www.nature.com`, 2015

Применение метода снесения граничного условия на серединную поверхность в задачах аэродинамики планирующих парашютов

Сетуха Алексей Викторович, Чернышев Антон Олегович

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: `setuhaav@rambler.ru, chernych3@rambler.ru`

Рассмотрена задача определения формы купола планирующего парашюта и его аэродинамических характеристик на основе математического моделирования процессов обтекания и формообразования.

Для решения задачи обтекания используется панельный метод, основанный на сведении задачи к граничным интегральным уравнениям. Специфика задачи состоит в том, что, во-первых, в отличие от задач аэродинамики крыльев самолетов, форма купола парашюта заранее неизвестна и определяется в процессе расчета. Поэтому, здесь значительный интерес представляют не только суммарные силы и моменты, но и распределение перепада давления по поверхности купола парашюта. Во-вторых, суммарная форма поверхности купола включает в себя верхнюю и нижнюю поверхности, расположенные на малом расстоянии друг от друга. При этом граничное интегральное уравнение вырождается при сближении верхней и нижней поверхностей купола или некоторых их участков друг к другу.

Исходя из указанной специфики задачи была разработана математическая модель обтекания купола парашюта со снесением граничного условия на серединную поверхность. Разработан алгоритм перенесения аэродинамических нагрузок, рассчитанных на серединной поверхности, на реальную поверхность парашюта для использования при уточнении формы купола парашюта с использованием разработанных ранее математических моделей. В результате разработана модель единого расчета обтекания и формообразования парашюта (с итерационным уточнением формы в процессе аэродинамического расчета), в которой при расчете обтекания осуществляется снесение граничного условия на серединную поверхность. Проведены тестовые расчеты, показавшие работоспособность разработанной математической модели.

Применение тензорных разложений для решения уравнений типа Смолуховсого

Тыртышников Евгений Евгеньевич, Матвеев Сергей Александрович

Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: tee@inm.ras.ru, matseralex@gmail.com

В данной работе мы предлагаем быстрый метод численного решения задачи Коши для многокомпонентного уравнения коагуляции Смолуховского. Новый метод основывается на применении малоранговых аппроксимаций ядра коагуляции и численного решения в формате тензорного поезда (TT-формат) для ускорения шагов классической разностной схемы предиктор-корректор. В результате применения быстрых алгоритмов линейной алгебры, а также при использовании эффективной реализации тензорной арифметики в TT-формате вычислительная сложность классического алгоритма снижается с $O(N^{2d})$ до $O(d^2R^4N\log N)$ арифметических операций, где d — число компонент в уравнении коагуляции, N — число узлов сетки вдоль каждой из компонент, R — максимальный из рангов используемых тензорных представлений.

Из заявленной асимптотики сложности очевидна важность значений рангов используемых TT-разложений R: только если ранги малы, предлагаемая методология может быть эффективной. В этой работе мы доказываем существование малоранговых представлений в TT-формате для ряда известных ядер коагуляции [1], а также для конкретного случая известного аналитического решения двухкомпонентной задачи Коши для уравнения Смолуховского.

Эффективность предложенного метода мы сравниваем с исходной разностной схемой предиктор-корректор и с методом Монте Карло из работы [2]. Из численных экспериментов следует гораздо более высокая точность нового метода в сравнении с методом Монте Карло при сопоставимых временах работы.

Благодарности

Работы поддержана грантом РФФИ № 14–01–00804.

Литература

1. Matveev S. A., Smirnov A.P., Tyrtyshnikov E. E. A fast numerical method for the Cauchy problem for the Smoluchowski equation.// Journal of Computational Physics 282 (2015): 23-32.
2. Sorokin A. A., Strizhov V. F., Demin M. N., Smirnov A. P. Monte-Carlo Modeling of Aerosol Kinetics // Atomic Energy, 117(4), 289-293, 2015.

Секция III
Кафедра вычислительных методов

Микро–мезо–макро уравнения стохастической газовой динамики

Богомолов Сергей Владимирович, Есикова Наталья Борисовна, Кувшинников Артем Евгеньевич, Смирнов Павел Николаевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: `bogomo@cs.msu.su`, `esikova.nata@yandex.ru`, `kuvsh90@yandex.ru`, `pavel.smirnov91@mail.ru`

В основу предлагаемого подхода положена стохастическая микроскопическая модель газа из твёрдых сфер в фазовом пространстве, представляющая систему стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) по пуассоновской мере для координат и скоростей молекул, трактуемых как случайные величины. Её можно называть моделью стохастической молекулярной динамики. Она имеет существенные отличия от модели Больцмана, хотя во многом наследует его идеи. Определяющим параметром является число Кнудсена, возникающее при обезразмеривании и имеющее разные значения в различных подобластях решения газодинамической задачи.

Если числа Кнудсена умеренно малы, порядка 0.1, мы приходим к модели, диффузионной в пространстве скоростей, описываемой системой СДУ по винеровской мере, или уравнением Колмогорова–Фоккера– Планка, оставаясь, по-прежнему, в фазовом пространстве. Это — «мезо»-модель, в рамках которой выделяются ряд моделей по степени их подробности, а значит, и вычислительной сложности. Главной особенностью этого вывода является более точное, по сравнению с традиционным в кинетической теории, осреднение по скорости благодаря аналитическому решению упрощённых СДУ по винеровской мере.

При числах Кнудсена порядка 0.01 и меньше мы получаем модели макроскопические, стохастические и детерминистические, отличающиеся от системы уравнений Навье–Стокса или систем квазигазодинамики. Эти стохастические макроскопические модели можно считать естественно возникающими моделями турбулентности. На примере задачи о структуре фронта ударной волны показывается, что такой подход приводит к более сильному, чем навье–стоксовское, размытию фронта, что соответствует экспериментальным данным.

Численное решение проводится с помощью хорошо подходящего для суперкомпьютерных применений специального «разрывного» метода частиц.

Адаптивные симплектические консервативные численные методы решения задачи Кеплера

Еленин Георгий Георгиевич[1], ***Еленина Татьяна Георгиевна***[2]

[1] : Кафедра вычислительных методов, e-mail: `elenin2@rambler.ru`

[2] : Кафедра математического моделирования и информатики, Физический факультет, МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: `t.yelenina@gmail.com`

Представляет интерес разработка новых численных методов, сохраняющих максимальное число глобальных свойств точных решений задачи Коши для гамильтоновых систем, и имеющих достаточно высокий порядок аппроксимации. К глобальным свойствам относятся симплектичность фазового потока, сохранение фазового объема, полных импульса, момента импульса и энергии, а также некоторых дополнительных первых интегралов. К настоящему времени не созданы методы, сохраняющие все глобальные свойства решений задачи Коши для гамильтоновых систем.

Задача Кеплера является примером рассматриваемого класса задач [1]. На ее решениях сохраняются момент количества движения, полная энергия, а также компоненты вектора Лапласа–Рунге–Ленца. Популярные методы Верле и Гринспена не сохраняют все указанные выше свойства этой задачи. В результате расчетные орбиты качественно и количественно отличаются от точных.

В настоящей работе предложена группа численных методов, сохраняющих *все* перечисленные выше глобальные свойства решений задачи Кеплера и аппроксимирущих зависимости фазовых переменных от времени с порядком от второго до шестого включительно. Новые методы являются адаптивными. Переменный шаг по времени выбирается автоматически, исходя из свойств решения. Свойство адаптивности позволяет эффективно проводить расчет орбит с большим эксцентриситетом.

Литература

1. Hairer E., Lubich C., Wanner G. Geometric Numerical Integration. Springer, 2006.

Решение одной неклассической задачи

Моисеев Тихон Евгеньевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: `tsmoiseev@mail.ru`

В работе рассматривается задача Неймана–Трикоми для уравнения Лаврентьева–Бицадзе

$$U_{xx} + \mathrm{sgn}(y) U_{yy} = 0, \tag{1}$$

причем в гиперболической части области на одной из характеристик задана функция. Эллиптическая часть представляет собой полуполосу, на границе которой заданы нормальные производные, равные нулю, а на линии изменения типа уравнения задано условие типа Франкля.

Стоит отметить, что на газодинамический смысл этой задачи указывали А.В. Бицадзе [1] в своей монографии, в случае, когда градиент решения на линии изменения типа непрерывен. Им же и его учениками, проведены исследования ряда родственных задач.

На основании статьи [2] удалось с помощью спектрального метода доказать существование и единственность решения задачи Неймана–Трикоми и получить в явном аналитическим виде решение этой задачи, а также получить интегральное представление задачи Неймана–Трикоми в виде интеграла типа Коши, когда на линии изменения типа градиент решения не является непрерывным, а подчиняется условию типа Франкля.

Благодарности

Выражаю глубокую благодарность Моисееву Е.И. за поддержку и внимание к работе..

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов НШ-5461.2014 и РФФИ (проекты 13–01–00241-а, 14–01–00163–а)

Литература

1. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М., 1981.
2. Моисеев Е.И., Моисеев Т.Е, Вафодорова Г.О. Об интегральном представлении задачи Неймана–Трикоми для уравнения Лаврентьева–Бицадзе // Дифференциальные уравнения, т.51, N8, С.1070-1075.

Инварианты распространения фемтосекундных импульсов, описываемых в рамках обобщенного нелинейного уравнения Шредингера.

Разгулин Александр Витальевич[1], ***Трофимов Вячеслав Анатольевич***[2], ***Степаненко Светлана Владимировна***[3]

[1] : Кафедра математической физики, e-mail: `razgulin@cs.msu.ru`

[2] : Кафедра вычислительных методов, e-mail: `vatro@cs.msu.ru`

[3] : Кафедра математической физики, e-mail: `s.stepanenko@cs.msu.ru`

Настоящая работа посвящена построению инвариантов распространения малопериодных фемтосекундных импульсов, описываемых в рамках обобщенного уравнения Шредингера с кубичной нелинейностью (см. [1,2]), с начальным и граничными условиями, соответствующими финитному начальному распределению комплексной амплитуды:

$$\Big(1+i\gamma\frac{\partial}{\partial t}\Big)\frac{\partial A}{\partial z}+iD_2\Big(1+i\gamma\frac{\partial}{\partial t}\Big)\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}+ \\ +iD\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+i\alpha\Big(1+i\gamma\frac{\partial}{\partial t}\Big)^2(|A|^2A)=0.$$

Для их нахождения предложено оригинальное преобразование уравнения к виду, не содержащему производных по времени от нелинейного отклика и смешанных производных. На основе этого преобразования были построены инварианты в рассматриваемой задаче (энергии, спектральный и др.).

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ(№14-21-00081).

Литература

1. Brabec T., Krausz F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime // Phys. Rev. Lett., Volume 78, №17, 1997, p. 3282–3285.
2. Brabec T., Krausz F. Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optics // Rev. Mod. Phys., Volume 72, №2, 2000, p. 545–591.

Исследование возникновения МГД-неустойчивости многоанодного алюминиевого электролизёра с применением трёхфазной магнито-гидронинамической модели

Савенкова Надежда Петровна, Анпилов Сергей Валерьевич, Складчиков Сергей Андреевич, Лапонин ВладиславСергеевич, Калмыков Алексей Вадимович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: mknandrew@mail.ru, svanpilov@inbox.ru, skladtchikov@mail.ru, lapvlad@mail.ru, alex_2391@mail.ru

В настоящей работе представлена трёхмерная трёхфазная модель многоанодного электролизёра, представляющая дополненную модель, разработанную ранее авторами [1]. Данная модель была применена к исследованию устойчивости работы многоанодного электролизёра, так же проведён расчёт, моделирующий замену выгоревшей крайней пары анодов.

Используется трёхмерная трёхфазная модель [2], в основе которой лежит система уравнений Навье–Стокса, описывающая гидродинамику фаз, и система уравнений Максвелла, описывающая распределения электромагнитных полей. Преимущества данной модели состоят в возможности изучения распределений поля скоростей, электромагнитных полей, температуры и линий тока, как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях, а также в возможности исследования динамики границы раздела сред алюминий-электролит и границы зоны обратного окисления металла.

Результаты численного моделирования электролизной ванны показывают [3], что замена крайней пары анодов вызывает существенное колебание поверхности металла и ведёт к развитию МГД неустойчивости. Данные результаты согласуются с наблюдениями технологов с ИТЦ «РУСАЛ» [4].

Литература

1. Савенкова Н.П., Анпилов С.В., Кузьмин Р.Н., Проворова О.Г., Пискажова Т.В. Двухфазная 3D модель МГД-явлений алюминиевого электролизёра. Сборник докладов третьего международного конгресса «Цветные металлы 2011». Красноярск,. С. 282–286.

2. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984
4. Белолипецкий В.М., Пискажова Т.В. Математическое моделирование процесса электролитического получения алюминия. Решение задач управления технологией. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2013.

Устойчивость и сходимость приближенных методов расчета слабых решений неоднородного квазилинейного уравнения первого порядка

Волошин Сергей Александрович

Кафедра вычислительных методов, e-mail: `s-voloshin@inbox.ru`

Настоящий доклад посвящен результатам исследования устойчивости и сходимости приближенных методов расчета слабых решений неоднородного квазилинейного уравнения первого порядка. В работах [1, 2] исследовалась сходимость конечно-разностных аппроксимаций слабых решений однородного квазилинейного уравнения. В данной работе результаты, полученные в [1, 2], распространяются на случай неоднородного уравнения. Наличие правой части уравнения приводит к определенным трудностям при исследовании свойств решения уравнения и, как следствие, к усложнению выкладок при получении оценок. Для приближенных методов вводятся понятия устойчивости и погрешности аппроксимации. Доказана общая теорема о сходимости приближенного решения к допустимому точному с указанием скорости сходимости. В качестве примера рассмотрен широкий класс монотонных конечно-разностных схем, для которых выполнены условия теоремы.

Литература

1. Волошин С.А. О сходимости монотонных конечно-разностных аппроксимаций квазилинейного закона сохранения// Прикладная математика и информатика. №19. 2004. С. 82–90.
2. Волошин С.А. Устойчивость и сходимость монотонных конечно -разностных аппроксимаций квазилинейного закона сохранения // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41. №7. С. 918–924.

Прямой метод решения задачи быстродействия с двумя управлениями

Терновский Владимир Владимирович[1]**, *Волосова Нина Владимировна***[2]**, *Хапаев Михаил Михайлович***[3]**, *Хапаева Татьяна Михайловна***[3]

[1] : Кафедра вычислительных методов, e-mail: vladimir.ternovskii@gmail.com

[2] : Механико-математичекий факультет МГУ, e-mail: vladimir.ternovskii@gmail.com

[3] : Кафедра общей математики, e-mail: hapaev@cs.msu.ru

Академиком А.Н. Тихоновым было установлено, что задачи оптимального управления (ОУ) являются некорректно поставленными [1]. Существует иной путь изучения задачи ОУ в рамках принципа максимума Л.С.Понтрягина (ПМ). Но ПМ ничего не говорит о режимах особого управления, которые возникают в реальных задачах [2]. Кроме того, входные данные задач ОУ в реальных приложениях могут быть заданы неточно, что также не укладывается в рамки ПМ. Необходимо иметь универсальный алгоритм, который позволил бы решать прикладные задачи ОУ с приближенными данными и режимами особого управления. По нашему мнению, этим запросам отвечает вариационный подход в задачах ОУ.

Однако имеется принципиальная трудность в регуляризирующих методах решения задач ОУ. Так как задача некорректная, необходимо применять специальные алгоритмы решения таких задач, которые с успехом используются для поиска гладких решений, в то время как в задаче ОУ ищется разрывное решение (например, в релейных переключающих устройствах). Если использовать стандартный подход, то придется «угадывать» разрывные решения в сглаженных кривых. Говорить о сходимости минимизирующей последовательности разрывных управлений в какой-либо разумной метрике также не приходится, хотя задача ОУ имеет решение.

Построение негладких функций управления требует введения подвижной неравномерной сетки, расположение узлов которой определяется в результате решения задачи быстродействия. Это добавляет еще одну размерность в задаче и увеличивает время вычислений. С другой стороны, предложенный подход позволяет добиться более высокой точности(машинной) попадания в финальное условие, чем при использовании только тихоновского стабилизатора.

Рассматривается задача быстродействия управления коэффициентом в дифференциальном уравнении второго порядка. Доказана теорема о невозможности существования решения этой задачи. Путем введения дополнительного управления в правую часть уравнения, задача ОУ имеет решение. Вычисление управлений проводится вариационным методом [2].

Литература

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Методы решения некорректных задач. Москва, Наука, 1986.
2. Терновский В.В., Хапаев М.М., Прямой численный метод решения задач оптимального управления // Доклады РАН, т.420, №4, 2008, 463–466

Секция IV
Кафедра исследования операций

ARIMA-GARCH модели динамики котировок фьючерсных контрактов на индексы РТС и ММВБ

Голембиовский Дмитрий Юрьевич, Денисов Дмитрий Витальевич, Петровых Александр Сергеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: `golemb@cs.msu.su`, `dvden@cs.msu.ru`, `alexpetrovykh@mail.ru`

В России наиболее ликвидными фьючерсами на индексы акций являются контракты на индексы РТС и ММВБ. Для оценки рыночного и кредитного рисков портфеля производных финансовых инструментов (ПФИ) часто используется метод Монте-Карло, основанный на моделировании многочисленных будущих сценариев динамики исходных факторов неопределенности. На основании промоделированных будущих значений исходных факторов для каждого сценария рассчитываются соответствующие стоимости ПФИ.

В базовой теории ценообразования индексных фьючерсов, основанной на концепции идеального рынка в условиях отсутствия арбитражных возможностей, для оценки фьючерсной цены фондового индекса используется модель "Cost of Carry" [1]. Применение "Cost of Carry" для фьючерсов на индексы РТС и ММВБ показало, что расхождение расчетных и реальных фьючерсных цен может быть существенным.

В докладе описываются причины возникновения расхождения в ценах, приводятся результаты применения существующих моделей ценообразования фьючерсных контрактов на фондовые индексы к фьючерсам на индексы РТС и ММВБ, и предлагается ряд новых моделей ценообразования фьючерсов, основанных на модификации "Cost of Carry", которые могут быть применены в рамках метода Монте-Карло для оценки риска операций с ПФИ. Предлагаемые модели основаны на *ARIMAX-GARCH* процессах с различными объясняющими факторами и функциями условного распределения. Приводится сравнительный статистический анализ предлагаемых моделей, основаный на информационных критериях Акаике, Шварца и Хэннана-Куинна.

Литература

1. Hull J. C. Options, futures and other derivative securities, 8 edition. New Jersey: Prentice Hall, 2011.

Исследование выпуклости функции потерь активной мощности от узловых нагрузок в сети переменного тока

Давидсон Михаил Рувимович, Воропаев Сергей Сергеевич

Кафедра исследования операций, e-mail: `mdavidson@carana-corp.com`, `voropash@gmail.com`

Доклад посвящен исследованию области выпуклости функции потерь в электрических сетях переменного тока.

Уравнения установившегося режима энергосистемы (ЭС) являются нелинейными и решение существует не для всякого вектора узловых нагрузок. Экспериментальные расчеты показывают, что обобщенные показатели режима на основе вторых производных функции потерь в сети положительны, медленно возрастают в зоне нормального функционирования ЭС и стремятся к бесконечности в некоторой окрестности границы существования режима. В работе [1] указано на возможность их использования в задачах оптимизации режима в качестве «штрафных» составляющих, не позволяющих методам выходить за пределы области существования режима. Практическую важность для вычислительных методов имеет свойство выпуклости функции потерь.

В работе получены расчетные выражения для градиента и матрицы Гессе функции потерь, которые могут использоваться в вычислительных алгоритмах. Показано совпадение области выпуклости функции потерь с областью существования режима (границей которой является множество точек, где якобиан системы уравнений установившегося режима вырождается) для случая 2-узловой схемы.

Аналогичные результаты получены путем численного исследования для ряда тестовых схем большей размерности

Литература

1. Чемборисова Н.Ш. Применение обобщенных показателей для задач управления установившимися режимами электроэнергетической системы // Электричество, 2003, №4.

Асимптотическое решение сингулярно возмущенного параболического уравнения со специальными начально-краевыми условиями

Белолипецкий Александр Алексеевич[1], ***Семенов Константин Олегович***[2]

[1] : Кафедра исследования операций, e-mail: abelolipet@mail.ru

[2] : ВЦ им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН, e-mail: semenovko@gmail.com

Технология производства лазерных мишеней для инерциального термоядерного синтеза включает в себя следующую проблему. Требуется изучить процесс заполнения тонкостенных оболочек газом до высоких давлений [1]. Центрально-симметричное течение газа через оболочку подчиняется закону Фика

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial \rho}{\partial r}, \tag{1}$$

где $D = D_0 \cdot (1 + \varepsilon_0 b \rho)$ и ρ – коэффициент диффузии и молярная плотность газа, а ε — малый безразмерный параметр, «калибрующий» скорости процессов течения газа через пористую оболочку и процесса наполнения полости газом, ε_0 — малый параметр, отвечающий за «слабую» зависимость коэффициента диффузии от давления. На внутренней стенке оболочки при $r = r_1$ получаем соотношение

$$\rho(r_1, t) = \rho_{\text{int}}(t), \rho(r_1, 0) = \rho_{\text{int}}(0) = \rho_0. \tag{2}$$

Изменение плотности газа в полости описывается уравнением

$$\frac{d\rho_{int}}{dt} = \frac{3D}{r_1} \frac{\partial \rho(r,t)}{\partial r}|_{r=r_1}. \tag{3}$$

На внешней границе при $r = r_0$ имеем

$$\rho(r_0, t) = \rho_{\text{int}}(t) + \Delta(t)/RT. \tag{4}$$

Из-за высокого сжатия газа считается, что состояние газа описывается законом Ван-дер-Ваальса $p = \frac{RT\rho}{(1-b\rho)} - a\rho^2$. Здесь R, T, a, b, Δ — универсальная газовая постоянная, температура, термодинамические параметры газа и перепад давлений на внешней и внутренней стенках оболочки. Начальные условия: $\rho(r, 0) = \rho_{\text{i}}(r)$, причем выполнены условия согласования $\rho_{\text{i}}(r_1) = \rho_0$, $\rho_{\text{i}}(r_0) = \rho_0 + \frac{\Delta(0)}{RT}$. Найдено асимптотическое решение двухпараметрической сингулярно возмущенной задачи (1)–(4), запись которого здесь не приводится из-за ограниченного объема тезисов.

Литература

1. Белолипецкий А.А., Семенов К.О. Исследование математической модели заполнения двухслойных пористых оболочек газом // Вестник Моск. университета серия 15-вычислит. матем. и кибернетика, 2011, №4, С. 3–10.

Применение метода случайных лесов для оценки резерва понесенных, но еще не заявленных убытков страховой компании

Денисов Дмитрий Витальевич, Смирнова Дарья Константиновна

Кафедра исследования операций, e-mail: mdavidson@carana-corp.com, voropash@gmail.com

Целью настоящего доклада является оценка применимости метода случайных лесов для оценки резерва понесенных, но еще не заявленных убытков (РПНУ) страховой компании. В основе задачи лежит статистический метод случайных лесов (Random forests), представленный в статьях [1, 2]. В работе использованы результаты [3–5]. Для целей моделирования использовались реальные данные страховой компании по прямому страхованию средств автотранспорта (КАСКО) за период 2009–2014 гг. Методом случайных лесов была оценена следующая зависимость:

$$\text{paidedited} \quad \text{crisisyearofinsev}+$$
$$\text{inssum}+\text{termend}+\text{startquar}+\text{region}+\text{claimdelay},$$

где paidedited — величина оплаты, если убыток был заявлен в год, следующий после года начала действия договора, руб., startyear — год начала действия полиса, crisisyearofinsev — признак «кризисный год наступления страхового события», inssum — величина страховой суммы, руб., termend — срок действия полиса, в днях, startquar — квартал начала действия договора, region — регион продажи полиса, claimdelay — задержка в поступлении заявления об убытке, исчисленная от момента начала действия договора, в днях.

Было проведено сравнение результата оценки РПНУ на 31 декабря 2014 г. методом случайных лесов с результатами расчетов стандартными методами (цепной лестницы и Борнхютера–Фергюссона по треугольникам оплаченных убытков). В докладе приводятся результаты численного моделирования.

Литература

1. Breiman L. Random forests // Machine learning, Vol. 45, Issue 1, pp.5–32, 2001.
2. Liaw A., Wiener M. Classification and Regression by Random Forest // R News, 2(3), pp.18-22, 2002.
3. Breiman L. Out-of-bag estimation // Berkeley: Technical Report, Statistics Department University of California, 1996.
4. Siroky D. Navigating Random Forests and related advances in algorithmic modeling // Statistics Surveys, Vol. 3, pp.147–163, 2009.
5. Bylander T. Estimating generalization error on two-class datasets using out-of-bag estimates // Machine Learning, Vol. 48, pp.287–297, 2002.

Оптимизация маркетинговой стратегии торговой фирмы с несколькими точками распространения товаров

Денисов Дмитрий Витальевич, Латий Владислав Витальевич

Кафедра исследования операций, e-mail: dvden@cs.msu.ru, latiy_v@mail.ru

В данной работе построена математическая модель одной фирмы, осуществляющей продажи некоторого товара. Особенностью описанной фирмы является ее структура: фирма разделена на представительства в отдельных регионах (например, крупные магазины), целью каждого из которых являются наилучшие показатели выполнения плана продаж в сравнении с остальными регионами. Каждое представительство имеет свой маркетинговый бюджет, утверждаемый головным подразделением, который не может превосходить общего маркетингового бюджета. Глобальной целью фирмы является «справедливое» развитие всех представительств. Таким образом возникает следующая задача распределения бюджета по регионам:

$$\begin{cases} pD_i(c) - c_i \to \max\limits_{c_i} \\ \sum_{i\in A} c_i \leqslant C_0 \end{cases}$$

где p – цена товара, $D_i(c)$ и c_i — соответственно, спрос на товар и коммерческие расходы i-го подразделения, C_0 – бюджет расходов.

Таким образом, происходит, своего рода, конкуренция между подразделениями за доли бюджета. Сходная модель работы применяется некоторыми западными фирмами, работающими на российском рынке, в частности, шведско-голландской компанией ИКЕА, которая основной упор делает не на максимизацию суммарной прибыли, а на развитие регионов и отдельных магазинов.

Основным результатом работы является доказательство того, что в условиях построенной модели задача распределения маркетингового бюджета для достижения «справедливого» развития подразделений эквивалентна задаче максимизации суммарной прибыли всех подразделений.

Литература

1. Денисов Д.В., Латий В.В. Математическая модель оптимизации деятельности фирмы в условиях ограниченных возможностей увеличения спроса. // Труды конференции «Тихоновские Чтения 2015», Москва, 2015
2. von Heusinger A., Kanzow C. Optimization reformulations of the generalized Nash equilibrium problem using Nikaido–Isoda-type functions. Technical Report, Institute of Mathematics, Un iversity of Wurzburg, Wurzburg, 2006.

Теоретико-игровая модель соглашения об ограничении загрязнения атмоферы

Васин Александр Алексеевич, Дивцова Анастасия Геннадьевна

Кафедра исследования операций, e-mail: vasin@cs.msu.su, nastyakislaeva@gmail.com

В данной работе рассмотрена проблема трансграничных загрязнений атмосферы выбросами промышленного производства. В качестве модели взаимодействия рассматривается повторяющаяся игра с конечными скользящими горизонтами планирования. Исследуется возможность заключения устойчивых соглашений об ограничении выбросов загрязнителей. Для привлечения стран к участию в кооперации вводятся побочные платежи. Формально устойчивость описывается понятием совершенного подыгрового равновесия (СПР). При принятии решения каждый игрок оценивает свой выигрыш, учитывая свой горизонт планирования. В результате найдены условия на горизонты планирования, при которых существует СПР, реализующее Парето – оптимальный исход в каждом повторении игры.

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ №16–01–00353/16

Литература

1. Ploeg F., Zeeuw A. International aspects of pollution control // European Association of Environmental and Resource Economics. 1992. vol. 2, p. 1170-139.
2. Halkos G.E., Hutton J.P. Optimal acid rain abatement policy in Europe. MPRA Paper. 1994. No. 33943.
3. ENGLISHPetrosjan L., Zaccour G. Time-consistent Shapley Value of Pollution Cost Reduction // Journal of Economic Dynamics and Control. 2003. p. 381–398
4. Chander P., Tulkens H. The core of an economy with multilateral environmental externalities // International Journal of Game Theory. 1997. vol. 26, issue 3, p. 379–401.

О модификации многошаговой модели биржевых торгов с непрерывными ставками

Пьяных А.И.

Кафедра исследования операций, e-mail: artem.pyanykh@gmail.com

Рассматривается модель финансового рынка, в которой два игрока ведут торги за однотипные акции в течение n шагов. Цена акции может принимать значения 0 и 1 с вероятностями $1-P$ и P. Игрок 1 информирован о настоящей цене, игрок 2 знает только вероятностное распределение. На каждом шаге торгов игроки делают ставки, причем игрок, предложивший бо́льшую ставку, покупает у другого акцию. Обозначим p_{max}, p_{min} большую и меньшую ставки.

Модели с дискретными и непрерывными ставками рассматривались в [1] и [2] соответственно. В обеих работах сделка осуществляется по цене p_{max}. Обобщение дискретной модели на случай продажи акции по цене $\beta p_{max} + (1-\beta)p_{min}$, $\beta \in [0,1]$, рассмотрено в [3].

В данной работе получено обобщение для модели с непрерывными ставками: найдены оптимальные стратегии игроков и значение $V_n(P)$ соответствующей n-шаговой игры. Пусть $\lambda = V_n'(P)$ и

$W_n(x) = \mathbb{E}\left[\min(x - \sum_{i=1}^{n} U_i, 0)\right]$, где U_i равномерно распределены на $[-1, 1]$. Тогда оптимальная стратегия игрока 1 задается функциями

$$Q(u) = W'_{n-1}(\lambda + 1 - 2u),\ f(u) = \frac{\int\limits_{1-\beta}^{u} 2(x - 1 + \beta)Q(x)dx}{(u - 1 + \beta)^2}.$$

Отметим, что хотя оптимальные стратегии игроков зависят от β, значение игры неизменно и совпадает с таковым в [2].

Литература

1. Domansky V. Repeated games with asymmetric information and random price fluctuations at finance markets // Int J Game Theory. 2007. V. 36(2). P. 241–257.
2. De Meyer B., Saley H. On the strategic origin of Brownian motion in finance // Int J Game Theory. 2002. V. 31. P. 285–319.
3. Пьяных А.И. Многошаговая модель биржевых торгов с асимметричной информацией и элементами переговоров // Вестн. Моск. ун-та. Сер.15. Вычисл. матем. и киберн. 2016. №1. С. 34–40.

Минимаксная оценка меры value-at-risk при хеджировании платежного обязательства американского типа

Соловьев Алексей Игоревич

Кафедра исследования операций, e-mail: alex.solo.88@mail.ru

В данной работе рассматриваются игровые задачи, связанные с хеджированием (выполнением) платежного обязательства американского типа на рынке ценных бумаг. Особенностью такого обязательства является то, что оно может быть предъявлено покупателем обязательства его продавцу в любой момент времени до срока экспирации. В связи с этим в задачах хеджирования момент предъявления рассматривается как неопределенный фактор.

Для оценки потерь от невыполнения обязательства предлагается использовать методику оценки рыночного риска value-at-risk, или VaR. Данная методика включает в себя несколько различных мер, опирающихся на вычисление показателя VaR. Его значение равно минимальной величине, которую не превысят ожидаемые потери с заданной вероятностью. Зависимость VaR от случайной величины потерь является невыпуклой, что затрудняет решение задач на практике. К тому же данные задачи имеют большую размерность, так как число стратегий покупателя растет сверхэкспоненциально.

Применяя методы математического программирования и теории игр, в работе доказано существование минимаксной монотонной по времени стратегии управления портфелем ценных бумаг. Данный результат позволяет существенно снизить число ограничений в исходной оптимизационной задаче. Также в виде задачи смешанного целочисленного программирования поставлена задача оценки потерь с помощью меры Expected Shortfall.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16–31–00070 мол_а.

Литература

1. Sarykalin S., Serraino G., Uryasev S. VaR vs. CVaR in risk management and optimization // Tutorials in Operations Research, INFORMS, Hanover, MD, 2008, P. 270–294.

Секция V
Кафедра математической физики

О равенстве МНК решений обратных задач

Белов Андрей Григорьевич

Лаборатория обратных задач, e-mail: ba511@bk.ru

Рассматривается линейная регрессионная модель наблюдений

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{1}$$

где $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_n)^T$ — вектор-столбец случайных величин (с.в.) y_i, описывающих результаты i-го измерения; $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n)^T \in R^n$ — вектор-столбец случайных «ошибок» с некоторым законом распределения $\varepsilon \sim \mathfrak{L}(\boldsymbol{\varepsilon})$, математическим ожиданием $\mathrm{E}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$ и известной ковариационной матрицей $\mathrm{Var}(\boldsymbol{\varepsilon})$; $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_k)^T \in R^k$ — вектор параметров, подлежащих оценке; $\mathbf{X} = \|\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_k\| \in R^{n\times k}$ — регрессионная матрица из вектор-столбцов $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, \ldots, x_{ni})^T$, оказывающих влияние только на $\mathrm{E}(y_i)$, при этом $\mathrm{rank}(\mathbf{X}) = k,\ k < n$. Как известно [1], если $\mathrm{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\mathbf{I}_n$, где $\mathbf{I}_n = \mathrm{diag}(1, \ldots, 1) \in R^{n\times n}$, или не диагональная $\mathrm{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{C} \in R^{n\times n}$, то решениями соответствующих задач оценивания $\boldsymbol{\beta}$ методом наименьших квадратов (МНК) являются МНК-оценка $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{мнк}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$ и обобщенная МНК-оценка (ОМНК) $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{омнк}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{C}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{C}^{-1}\mathbf{y}$. Возникает вопрос: в каком случае, кроме $\mathbf{C} = \sigma^2\mathbf{I}_n$, решения $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{мнк}}$, $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{омнк}}$ совпадают и на что это может влиять в практике обработки экспериментальных данных?

Теорема 1. *Пусть заданы с.в.* $\boldsymbol{\delta}_i \sim \mathfrak{L}(\boldsymbol{\delta}_i)$, $E(\boldsymbol{\delta}_i) = \mathbf{0}$, $Var(\boldsymbol{\delta}_i) = \sigma_i^2\mathbf{I}_n$, $i = 1, 2$, *и пусть с.в.* $\boldsymbol{\delta}_3 = \mathbf{P}(\boldsymbol{\delta}_1 - \boldsymbol{\delta}_2) + \mathbf{I}_n\boldsymbol{\delta}_2$, *где* $\mathbf{P} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T \in R^{n\times n}$. *Тогда для регрессионных моделей* (1) *с векторами ошибок* $\boldsymbol{\delta}_1$ *и* $\boldsymbol{\delta}_3$ *соответствующие МНК-оценка* $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1$ *и ОМНК-оценка* $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_3$ *совпадают, при этом* $E(\boldsymbol{\delta}_3) = \mathbf{0}$, $Var(\boldsymbol{\delta}_3) = (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)\mathbf{P} + \sigma_2^2\mathbf{I}_n$.

Таким образом, показан механизм возможного образования ошибок в наблюдениях, который гарантирует равенство МНК решений обратных задач при значительно отличающихся погрешностях в исходных данных. Проведено численное моделирование, которое показало возможность ошибочного суждения о качестве МНК решений по визуальному графическому анализу экспериментальных данных.

Литература

1. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1980.

Влияние учета нелокального взаимодействия на резонансы плазмонных структур: физика, теория, численный эксперимент

Ерёмин Юрий Александрович

Кафедра математической физики, e-mail: eremin@cs.msu.su

В 70-х годах прошлого века было замечено, что наноразмерные металлические частицы при облучении светом проявляют аномальные рассеивающие свойства. Возникла гипотеза о том, что индекс рефракции подобных частиц отличается от индекса рефракции металлических пленок. Пионером в изучении этого явления явился израильский ученый Руппин [1]. Именно его работы заложили теоретические основы анализа эффекта нелокального взаимодействия в плазмонных частицах.

В настоящее время в связи с развитием наноплазмоники и ее широким внедрением в многочисленные сферы человеческой деятельности, проблема учета эффекта нелокальности выдвинулась на передний план. Физическая сущность этого эффекта заключается в том, что когда размер металлических частиц (золото, серебро) становится меньше, чем свободный пробег электронов в веществе $<$10нм, возникает объемный заряд и ток внутри. В этом случае внутреннее электромагнитное поле E перестает быть чисто поперечным и для адекватного описания происходящих процессов требуется привлечение продольных полей. Таким образом, представление для внутреннего электрического поля пополняется дополнительным членом: grad Φ, где Φ — более распространенной является гидродинамическая теория. Привлечение дополнительного члена требует дополнительное граничное условие, которое формулируется как условие отсутствия поверхностных зарядов, то есть непрерывности нормальных компонент электрического поля на поверхности частицы.

В докладе рассматривается задача рассеяния световых волн металлическим цилиндром с учетом эффекта нелокальности. Численное моделирование проводится на основе метода Дискретных источников [2].

Литература

1. Ruppin R. Plasmon frequencies of small metal spheres // J Phys. and Chem. Solids. Vol.39, N3, pp.233-237, 1978.
2. Еремин Ю.А. Свешников АГ. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции. М.: МГУ, 1992.

Операторы Гильберта–Шмидта и их использование в задаче матричной фурье-фильтрации

Разгулин Александр Витальевич, Сазонова Софья Викторовна

Кафедра математической физики, e-mail: `razgulin@cs.msu.ru`, `sofia.sazonova@cs.msu.ru`

Классом Гильберта–Шмидта $\mathcal{C}_2$ в гильбертовом пространстве H называется множество операторов $A \in \mathcal{L}(H)$, таких [1], что для любых ортонормированных в H базисов $\{f_k\}, \{\phi_k\}$ конечна не зависящая от выбора этих базисов норма $\|A\|_2 = (\sum_{j,k=1}^{\infty} |\langle Af_k, \phi_j\rangle_H|^2)^{1/2}$. В частности, $\|A\|_2 = (\sum_{j,k=1}^{\infty} |a_{jk}|^2)^{1/2}$, где $a_{jk} = \langle A\phi_k, \phi_j\rangle_H$.

Банахово пространство $\mathcal{C}_2$ является адекватным средством описания допустимых матричных фильтров в задачах управляемой фурье -фильтрации. В приближении тонкой кольцевой апертуры динамика фазовой модуляции $u = u(x,t)$ моделируется начально-краевой задачей на окружности ($x \in [0, 2\pi]$, $t \geqslant 0$) для уравнения

$$\partial_t u + u - D\partial_{xx}^2 u = K\,|\Phi_Q(A_{in}\exp\{iu\})|^2 \qquad (1)$$

с начальным условием

$$u(x,0) = u_0(x) \in H = L_2(0, 2\pi),$$

$A_{in} \in C^1[0, 2\pi]$, $K > 0$, $D > 0$. Оператор $\Phi_Q(g) = \sum_{k,l=1}^{\infty} Q_{kl}\langle g, e_l\rangle_H e_k$ задает фурье-фильтрацию в контуре обратной связи нелинейной оптической системы с матричным фильтром $Q = E + P$, где E — единичная матрица, $P \in \mathcal{C}_2$, $e_k(x) = (2\pi)^{-1/2}\exp\{ikx\}$.

В докладе представлены полученные результаты о существовании, единственности и дифференцируемости по фурье-фильтру решения задачи (1) из энергетического класса, дифференцируемость терминального функционалом качества в задаче управления фурье-фильтром, а также сходимость одного варианта метода проекции градиента. Данная работа развивает результаты [2], где рассматривался частный случай фильтров-мультипликаторов, описываемых диагональной матрицей P.

Литература

1. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Ч. II. 2008.
2. Разгулин А.В., Чушкин В.А. О задаче оптимальной фурье-фильтрации в нелинейных оптических системах с обратной связью // ЖВМиМФ. 2004. Т. 44. №9. С. 1608-1618.

Трехмерное МГД моделирование взаимодействия солнечного ветра с ионосферой кометы

Лебедев Михаил Глебович

Лаборатория моделирования процессов тепломассопереноса, e-mail: csilag.terem@gmail.com

Представлена трехмерная магнитогидродинамическая (МГД) модель взаимодействия солнечного ветра и расширяющегося потока газа, истекающего из кометного ядра. Модель основана на одножидкостном подходе к описанию течения протонов солнечного ветра и тяжелых ионов кометного происхождения. Учитываются процессы фотоионизации нейтральной компоненты кометного вещества и резонансной перезарядки между заряженными и нейтральными частицами, а также влияние межпланетного магнитного поля. Численная реализация модели выполнена на основе метода Годунова повышенного порядка точности с приближенным решением задачи о распаде произвольного разрыва в МГД и с выделением в явном виде поверхностей разрыва. Такой подход оказывается полезен при численном моделировании течений, характеризующихся несколькими различными масштабами, к которым принадлежит рассматриваемое течение. Решение получено как на дневной, так и на ночной стороне кометы. Представлены результаты численного моделирования параметров плазмы и магнитного поля вблизи кометы для условий, соответствующих пролету космических аппаратов вблизи кометы Галлея в 1986 г., кометы Григга–Шеллерупа в 1992 г. и кометы Чурюмова–Герасименко в 2015 г. Сравнение рассчитанных распределений физических параметров с результатами измерений на космических аппаратах показывает их хорошее согласование и тем самым говорит об адекватности модели. Систематические расчеты, выполненные в широком диапазоне изменения определяющих параметров, позволили исследовать вклад различных физико-химических процессов в общую картину взаимодействия. Показана возможность приближенного вычисления концентраций отдельных компонент на основе одножидкостной модели. В частности, показано, как доля протонов солнечного ветра становится пренебрежимо малой в общем потоке плазмы по мере приближения к контактной поверхности, разделяющей два текущих друг другу потока. На основе численных результатов выведены переменные подобия, в которых режимы течения и распределения параметров остаются постоянными для комет малой активности, к которым принадлежат кометы юпитерианского семейства Григга–Шеллерупа и Чурюмова–Герасименко. Проведено сравнение с результатами численных расчетов, выполненных различными авторами другими методами.

Разрешимость математической задачи дифракции на локально-неоднородной границе раздела прозрачных сред

Ильинский Анатолий Серафимович

Кафедра математической физики, e-mail: celd@cs.msu.su

В докладе содержится обоснование задачи дифракции E-поляризованного поля на локально-неоднородной границе раздела прозрачных сред. Доказана единственность краевой задачи дифракции, установлены интегральные представления решения. Получена система интегральных уравнений, эквивалентных исходной краевой задаче, и установлена теорема разрешимости для полученной системы.

Одной из важнейших задач математического моделирования в теории волнового зондирования является задача об отражении падающего волнового поля от неоднородной границы раздела сред. Во многих случаях моделирования достаточно рассмотреть падение плоской волны на цилиндрическую границу раздела сред, направляющая которой задаёт переменную границу раздела. Волновое поле описывается как решение уравнения Гельмгольца в полупространствах с постоянной средой, разделённых границей раздела, на которой установлены условия сопряжения. Таким образом, математическая задача состоит в определении решения в неограниченных областях с границей, уходящей на бесконечность. Для формулировки условий излучения будем считать, что для достаточно больших расстояний от начала координат граница раздела совпадает с плоскостью $z = 0$. Будем считать, что неоднородная цилиндрическая граница раздела однозначно проектируется на плоскость, которая является границей раздела двух полупространств $z > 0$ и $z < 0$.

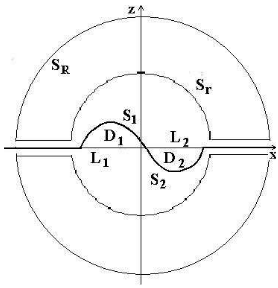

Рис. 1: Конфигурация границы раздела

Рассмотрена задача о падении E-поляризованной плоской волны, не имеющей проекции на образующую цилиндрической границы раздела (рис. 1).

Для данной задачи установлены следующие теоремы:

Теорема 1. *Краевая задача сопряжения может иметь лишь единственное решение.*

Теорема 2. *Задача сопряжения и система интегральных уравнений эквивалентны. Решение задачи сопряжения даёт решение системы уравнений, и решение системы уравнений позволяет построить решение задачи сопряжения.*

Секция VI
Кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления

Применение гибридного автомата для моделирования неоднородностей в тканях

Братусь Александр Сергеевич, Адмиральский Юрий Борисович

Кафедра системного анализа, e-mail: alexander.bratus@yandex.ru, yadmiralsky@gmail.com

Одной из важных задач планирования противоопухолевой терапии является предсказание реакции опухоли. Для этого необходима математическая модель, которая описывает рост опухоли при различных условиях. Хорошая модель позволяет увеличить эффективность терапии и уменьшить наносимый лечением ущерб. Также она может установить признаки, с помощью которых можно обнаруживать опухоль на ранних стадиях.

Для корректного предсказания процессов роста опухоли необходим учет неоднородности опухоли. Этот фактор оказывает сильное влияние на рост злокачественных образований, а также на их взаимодействие со здоровыми тканями. Развиваемая модель, построенная на основе гибридного клеточного автомата, воспроизводит клеточную динамику небольшой опухоли в зависимости от ее снабжения питательными веществами и кислородом. При этом имеется возможность рассматривать сложную сосудистую сеть. В то же время, для учета неоднородности опухоли требуется усовершенствовать модель.

Выбор хорошей модификации модели сопряжен с необходимостью учёта явлений, не связанных непосредственно с питанием опухоли. Авторами рассматриваются некоторые способы описания таких явлений.

Литература

1. Zapolski K.M., Admiralskiy Y.B., Bratus A.S. Hybrid Cellular Automaton Method for Homogeneous Tumour Growth Modelling // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, Volume 29, N. 5, p. 319–329, 2014.

2. Hatzikirou H., Breier G., Deutsch A. Cellular Automaton Modeling of Tumor Invasion // Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Berlin: Springer Berlin Heidelberg, p. 1–13, 2014.

О решении задачи обращения динамических систем с запаздыванием и возникающих при этом функциональных уравнениях

Ильин Александр Владимирович, Атамась Евгений Иванович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: iline@cs.msu.su, eatamas@cs.msu.su

Рассмотрим линейную стационарную систему с постоянными соизмеримыми запаздываниями

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum\limits_{i=0}^{k} A_i x(t - i\tau) + \sum\limits_{i=0}^{k} B_i \xi(t - i\tau), \\ y = \sum\limits_{i=0}^{k} C_i x(t - i\tau) + \sum\limits_{i=0}^{k} D_i \xi(t - i\tau). \end{cases}$$

Решается задача обращения такой системы, т.е. задача восстановления неизвестного входа u по данным измеряемого выхода y. При этом нас интересует асимптотическая оценка, получаемая в реальном времени. При решении поставленной задачи возникает подзадача поиска решений уравнений вида

$$\sum_{i=0}^{k} a_i y(t - i\tau) = f(t)$$

в непрерывном времени. В силу необходимости обращения в реальном времени, существующие методы решения этой задачи [1] оказываются неприменимы. В работе производится построение нового метода решения указанной задачи и исследуются его свойства.

Литература

1. Миролюбов А.А., Солдатов М.А. Линейные неоднородные разностные уравнения. М.: Наука, 1986.
2. Атамась Е.И., Ильин А.В., Фомичев В.В. Обращение векторных систем с запаздыванием // Дифференц. уравнения, 2013, Т. 49, № 11, С. 1364–1369.

Построение линейной гибридной усредненной модели тиристорного преобразователя

Гончаров Олег Игоревич

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: goncharovoi@yandex.ru

Работа посвящена задаче построения приближенной линейной гибридной модели объекта, состоящего из тиристорного преобразователя и непрерывной части. Сходные модели в литературе используются для исследования процессов в электронных схемах с переключениями [1].

За основу взята непрерывная гибридная модель 6-пульсного тиристорного преобразователя [2]:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad u(t) = U_0 \cos\left(\frac{3\pi}{T}t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi q_k}{3}\right), \quad t \in [\tau_{k-1}, \tau_k),$$

где первое уравнение описывает непрерывную часть системы, x — непрерывный вектор состояния, $u(t)$ — выход тиристорного преобразователя, $q_k \in \{0, 1, \ldots, 5\}$ — дискретное состояние преобразователя на интервале времени $[\tau_{k-1}, \tau_k)$, $U_0 > 0$. В качестве управления выступают моменты времени переключений τ_k и смена дискретного состояния q_k. Там же строится дискретный аналог этой модели.

Для дальнейшего упрощения описания системы предлагается использовать методы равномерной аппроксимации (алгоритм Ремеза). Такой подход дает линейную дискретную гибридную модель вида:

$$x[(k+1)T] = e^{AT}x[kT] + D_{k,q_k^{r_k}} + \sum_{p=1}^{r_k}(B_{k,q_k^{p-1},q_k^p}\gamma_k^p + b_{k,q_k^{p-1},q_k^p}),$$

где столбцы $D_{k,q}$, $B_{k,q,r}$, $b_{k,q,r}$ известны, q_k^p — дискретное состояние преобразователя на интервале $[(k+\gamma_k^p)T, (k+\gamma_k^{p+1})T)$, $(q_k^0 = q_{k-1}^{r_{k-1}+1})$, моменты переключения γ_k^p играют роль управлений.

Полученная система является линейной по вхождению моментов времени переключения γ_k^p, но задача управления не сводится к линейному случаю полностью не сводится. Предложенный подход обобщается на случай модели, усредненной по периоду дискретизации T, и позволяет учитывать эффекты коммутации тиристорного преобразователя за счет введения дополнительных дискретных состояний.

Литература

1. Almer S., Jonsson U., Kao C.-Y., Mari J. Stability Analysis of a Class of PWM Systems // IEEE Tr. on AC, Vol. 52, No. 6, pp. 1072–1078.
2. Гончаров О. И., Капалин И. В. Построение моделей работы тиристорного преобразователя // САИТ-2015 (15-29 июня 2015 г., г. Светлогорск, Россия): Труды конференции. В 2-х т. — Т. 1. — 2015. — С. 34–41.

Устойчивые численные методы построения зависимостей: приложение к методу Смита—Уилсона

Смирнов Сергей Николаевич, Заночкин Андрей Юрьевич

Кафедра системного анализа, e-mail: `s.n.smirnov@gmail.com`, `andyzanochkin@gmail.com`

Понятие срочной структуры процентных ставок является фундаментальным во многих областях финансового анализа. В данной работе изучается метод Смита—Уилсона [1] построения кривой доходности, рассматриваются некоторые свойства метода. Наиболее важным свойством является устойчивость модели к малым колебаниям цен. Ключевое внимание уделяется вопросу модификации метода Смита—Уилсона.

Во многих источниках отмечается высокая чувствительность модели к ценам на инструменты. Однако ранее не было предложено метода её изучения. В данной работе предлагается несколько походов к измерению параметра чувствительности, по результатам анализа которых мы приходим к выводу о необходимости модификации модели.

Применяя регуляризацию по Тихонову к исходной задаче, мы предлагаем более устойчивую модификацию исходного метода. Помимо метода Тихонова рассматриваются иные методы регуляризации, подтверждающие свою эффективность на практике. Для каждого из методов было получено явное выражение параметра чувствительности, зависящего от цен на инструменты и параметра регуляризации. Накладываемое ограничение на максимально допустимую чувствительность позволяет сформулировать новый критерий выбора параметра регуляризации применительно к изучаемой задаче.

1. Smith A., Wilson T. Fitting Yield curves with long Term Constraints. Research Notes, Bacon and Wodrow, 2001.
2. EIOPA. Consultation Paper on a Technical document regarding the risk free interest rate term structure. CP - 14/042, 2014.

Некоторые свойства кратчайшей кривой в сложной области

Горбачева Анна Викторовна[1], ***Карамзин Дмитрий Юрьевич***[2]

[1] : Российский университет дружбы народов, e-mail: avgorbacheva@inbox.ru

[2] : Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук, e-mail: dmitry_karamzin@mail.ru

В докладе изучаются свойства кратчайшей кривой в сложной области. Рассмотрим сложную область $M := \{x \in R^n : g_1(x) = 0,\, g_2(x) \leqslant 0\}$, и пусть A, B — две фиксированные точки из M, $A \neq B$. Рассмотрим гладкую кривую $x(t) : [0,1] \to M$, целиком лежащую в M и соединяющую A и B, т.е. $x(0) = A$ и $x(1) = B$. (Область M будем полагать связной и тогда, в силу наложенных выше условий регулярности, такая кривая всегда существует.)

Кратчайшей на M будем называть непрерывно дифференцируемую, регулярную кривую $x_*(t)$ с естественной параметризацией, имеющую наименьшую длину среди всех гладких кривых $x(t)$, которые лежат на M и соединяют A и B.

Рассмотрим задачу управления

$$\left\{\begin{array}{c} \frac{1}{2}\int\limits_0^1 |u(t)|^2 dt \to \min, \\ \dot{x} = u, \\ g_1(x) = 0,\ g_2(x) \leqslant 0, \\ u \in R^n,\ x(0) = A,\ x(1) = B. \end{array}\right. \tag{1}$$

Лемма 1. *Кратчайшая кривая $x_*(t)$, соединяющая точки A и B, существует. Любая кратчайшая является решением задачи* (1). *Верно и обратное, любое решение* (1) *будет кратчайшей.*

Лемма 2. *Кратчайшая кривая $x_*(t)$ является функцией класса $W_{2,\infty}([0,1])$. В отсутствие ограничений типа неравенств она является функцией класса $C_2([0,1])$.*

Лемма 3. *Кратчайшая кривая $x_*(t)$ почти всюду на $[0,1]$ удовлетворяет уравнению*

$$\ddot{x} = -g_x'^*(x)P^*(x)[P(x)g_x'(x)g_x'^*(x)P^*(x)]^{-1}P(x)g_{xx}''[\dot{x},\dot{x}]. \qquad (2)$$

Выше $P(x)$ означает матрицу размерности $(k_1+k_2)\times(k_1+|J(x)|)$, которая вектор $y=(y_1,y_2,...,y_{k_1},y_{k_1+1},y_{k_1+2},...,y_{k_1+k_2})$ переводит в вектор $\tilde{y} = (y_1,y_2,...,y_{k_1},y_{k_1+j_1},y_{k_1+j_2},...,y_{k_1+j_k})$, где $j_1,j_2,...,j_k$ – это индексы, образующие множество $J(x)$, и $g=(g_1,g_2)$.

Благодарности

Работа поддержана грантами РФФИ № 16–01–00283, № 16–31–60005 и грантом президента РФ № МД–4639.2016.1.

Литература

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. Москва: Наука, 1990.
2. Гамкрелидзе Р.В. Оптимальные по быстродействию процессы при ограниченных фазовых координатах // Докл. АН СССР, 1959, Т. 125, N 3, С. 475–478.
3. Понтрягин Л. С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983.
4. Давыдова А.В., Карамзин Д.Ю. О некоторых свойствах кратчайшей кривой в сложной области // Дифференциальные уравнения, 2015, Т. 51, N 12, с. 1647–1657.
5. Arutyunov A.V., Karamzin D.Yu. Non-Degenerate Necessary Optimality Conditions for the Optimal Control Problem with Equality Type State Constraints // J. of Global Optimization. 2015.

Замечания о нулевой динамике систем без относительного порядка

Краев Андрей Владимирович, Роговский Александр Игоревич

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: `akraev@cs.msu.su, alexander.rogovskiy@gmail.com`

В работе рассматривается линейная динамическая система

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),\ y(t) = Cx(t),\ t > 0, \qquad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $u(t) \in \mathbb{R}^l$ — вход, $y(t) \in \mathbb{R}^l$ — выход, A, B, C — матрицы соответствующих размерностей. Полином $\beta(s) = \det C(sI-A)^{-1}B \cdot \det(sI-A)$ считается ненулевым.

Степень $\beta(s)$ равна размерности нулевой динамики (т. е. движения в системе при $y(t) \equiv 0$, [1]). С нулевой динамикой связано следующее понятие.

Определение 1. *Вектор $r \in \mathbb{N}^l$ называется относительным порядком (ОП) системы* (1), *если* $C_i A^{j-1} B = 0,\ j = \overline{1, r_i - 2}$, *а строки* $C_i A^{r_i - 1} B$ *линейно независимы, где* C_i *— строки матрицы* $C, i = \overline{1, l}$.

Условия ОП не всегда совместны (см. [1, 2]). Если выполнено первое условие, и $C_i A^{r_i-1} B \neq 0, i = \overline{1, l}$, назовем r неполным относительным порядком (НОП). В [3] введено следующее обобщение ОП.

Определение 2. *Вектор НОП r называется главным неполным ОП (ГНОП) системы* (1), *если для любых* $i_1, i_2, \ldots, i_q \in \{1, 2, \ldots, l\}$: $r_{i_1} = r_{i_2} = \ldots = r_{i_q}$ *строки* $\{C_{i_j} A^{r_{i_j}-1} B\}_{j=1}^q$ *линейно независимы.*

Известно (см. [1]), что если r – вектор ОП, то размерность нулевой динамики равна $\deg \beta(s) = n - \|r\|_1$. В данной работе показано, что с помощью ГНОП можно получить оценку данной размерности.

Теорема 1. *Если r — вектор ГНОП системы* (1), *не являющийся вектором ОП, то* $\deg \beta(s) < n - \|r\|_1$.

Литература

1. Ильин А.В., Коровин С.К., Фомичев В.В. Методы робастного обращения динамических систем. М.: Физматлит, 2009.
2. Isidori A. Nonlinear control systems. London: Springer, 1995.
3. Краев А.В., Роговский А.И, Фомичев В.В. К обобщению относительного порядка// Дифференциальные уравнения, Т. 50, №8, С. 1128–1132.

Синтез регулятора переменной структуры для переключаемых систем в условиях неопределенности

Капалин Иван Владимирович, Фурсов Андрей Серафимович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: `ikapalin@cs.msu.ru, fursov@cs.msu.ru`

Рассматривается задача стабилизации по состоянию неопределенных переключаемых линейных систем вида

$$\dot{x} = (A_\sigma + \Delta A_\sigma)x + b_\sigma(u + f), \quad x \in \mathbb{R}^{n \times 1},\ u \in \mathbb{R}^1 \tag{1}$$

где x — вектор состояния, u — управление, $f(t)$ — неизмеряемое координатное возмущение, $\sigma = \sigma(t)$ — переключающий сигнал, $\sigma : \mathbb{R}_+ \to I = \{1, \ldots, m\}$, имеющий конечное число разрывов на любом конечном интервале; A_σ, b_σ, ΔA_σ — кусочно-постоянные матрицы, т.е. $A_\sigma : \mathbb{R}_+ \to \{A_1, \ldots, A_m\}$, $b_\sigma : \mathbb{R}_+ \to \{b_1, \ldots, b_m\}$, $\Delta A_\sigma : \mathbb{R}_+ \to \{\Delta A_1, \ldots, \Delta A_m\}$, при этом $\Delta A_j = b_j p_j^T$, где $p_j \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ — неизвестные постоянные вектора. Считаются известными оценки $||p_j|| \leqslant p_0$ и $|f(t)| \leqslant f_0$, $t \geqslant 0$. Кроме того, предполагается, что ранг матрицы $B = [b_1, \ldots, b_m]$ равен 1.

Для данной системы предлагается использовать регулятор переменной структуры $u(x) = -\sum_{i=0}^{n-1} k_i |x_i| \operatorname{sign} \rho(x) - k_n \rho(x) - k \operatorname{sign} \rho(x)$, где $\rho(x) = cx, c \in \mathbb{R}^{1\times n}$, x_i — компоненты вектора x. Получены достаточные условия стабилизации системы (1) регулятором $u(x)$.

Литература

1. Фурсов А.С., Хусаинов Э.Ф. К вопросу о стабилизации переключаемых линейных систем // Дифференц. уравнения, 2015, Т. 51, N 11. С. 1522-1533.
2. Емельянов С.В. Системы автоматического управления переменной структуры: синтез скалярных и векторных систем по состоянию и управлению // Нелинейная динамика и управление: Сборник статей. Вып. 5. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. с. 5-26.
3. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2007.

О построении синтеза управлений для системы с кусочно-линейной динамикой при неопределенностях

Маянцев Кирилл Сергеевич, Точилин Павел Александрович

Кафедра системного анализа, e-mail: kirill.mayantsev@yandex.ru, paultoch@mail.ru

В работе рассматривается математическая модель кусочно-линейной системы, включающая совокупность дифференциальных уравнений с непрерывным временем и помехой:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A^{(i)}(t)x(t) + B^{(i)}(t)u(t) + C^{(i)}(t)v(t), \quad t \in [t_0, t_1], \\ x(t) \in \mathbb{R}^{n_x},\ u(t) \in \mathbb{R}^{n_u},\ v(t) \in \mathbb{R}^{n_v}. \end{cases} \tag{1}$$

Фазовая плоскость разделена на области, в каждой из которых активной является одна из подсистем (1). Переключения между подсистемами происходят мгновенно при переходе траектории системы из одной области в другую. Таким образом, совокупная система обладает сложной, нелинейной динамикой.

Для данной системы в классе позиционных управлений $u(t, x)$ решается задача синтеза управлений с целевым множеством $\mathcal{X}_1$, задача рассматривается на фиксированном, конечном отрезке времени $[t_0, t_1]$, множество $\mathcal{X}_1$ полагается невыпуклым.

Задачу синтеза управлений предполагается решать за счет построения множеств разрешимости [3] специального вида. При такой постановке задачи получаемые множества разрешимости не являются выпуклыми, поэтому использование классических методов теории управления не представляется возможным.

В работе предложен метод получения внутренних оценок множеств разрешимости. Данный метод основан на принципе сравнения [1] и использовании специальных кусочно-квадратичных функций цены [2, 4] в расширенном фазовом пространстве $\mathbb{R}^{n_x+1}$. Получаемые оценки множеств разрешимости являются невыпуклыми. Также в работе предложен алгоритм синтеза управлений на основе построенных внутренних аппроксимаций, данный алгоритм решает задачу целевого управления (с некоторой точностью, которая зависит от качества получаемых оценок).

Литература

1. Куржанский А. Б. Принцип сравнения для уравнения типа Гамильтона–Якоби в теории управления. // Тр. института математики и механики. Т. 12, № 1, с. 173–183, 2006.
2. Точилин П. А. О построении невыпуклых аппроксимаций множеств достижимости кусочно-линейных систем. // Дифференциальные уравнения. Т. 51. №11. С.1503–1515. 2015.
3. Kurzhanski A. B., Varaiya P. Dynamics and control of trajectory tubes. Birkhauser, 2014.
4. Kurzhanski A. B., Mitchell I. M., Varaiya P. Optimization Techniques for State-Constrained Control and Obstacle Problems. // Journal of Optimization Theory and Applications: Vol. 128, № 3, pp. 499–521, 2006.

Исследование хаотической динамики в моделях электрических цепей с газовым разрядом в нульмерном приближении

Магницкий Николай Александрович, Буров Дмитрий Анатольевич

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления,
e-mail: nmag@isa.ru, sarretdim@ya.ru

Работа посвящена исследованию хаотической динамики, возникающей в электрических цепях с газовым разрядом. На основе законов Кирхгофа и нульмерной модели газового разряда, учитывающей только временну́ю динамику, была получена следующая система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha y - \beta \frac{x}{z},\ \frac{dx}{dt} = \alpha y - \beta \frac{x}{z},\ \frac{dy}{dt} = r\left(\gamma - \delta y\right) - \kappa x,\ \frac{dz}{dt} = F_i\left(\frac{z}{\sigma}, x\right),$$

где $F_i, i = \{1, 2\}$ — нелинейные модели разряда, взятые из работы [1].

Для определения коэффициентов моделей разряда использовалась идентификация по имеющимся экспериментальным данным. Решения системы ОДУ получены с применением неявных и явных конечно-разностных методов интегрирования высокого порядка.

Найдены устойчивые периодические решения и хаотические аттракторы, а также каскады бифуркаций, укладывающиеся в универсальный сценарий перехода к хаосу [2]. Кроме того, обнаружено явление мультистабильности. На основе сопоставления с экспериментальными результатами выбрана модель, наиболее адекватно отражающая динамику реальной системы.

Литература

1. Koprnický J. Electric conductivity model of discharge lamps. Автореферат. Paul Sabatier University, 2007.
2. Магницкий Н.А. Теория динамического хаоса. М.: ЛЕНАНД, 2011.

Секция VII
Кафедра алгоритмических языков, лаборатории открытых информационных технологий, вычислительных комплексов, вычислительного практикума и информационных систем

Графическая среда тестирования и аттестации устройств на соответствие протоколу ГОСТ Р 52070-2003 (MIL-STD-1553B)

Гурьев Дмитрий Евгеньевич, Лапонина Ольга Робертовна

Лаборатория открытых информационных технологий, e-mail: `gouriev@oit.cmc.msu.ru`, `laponina@oit.cmc.msu.ru`

Протокол ГОСТ Р 52070-2003 [1] (MIL-STD-1553B [2]) применяется в бортовых сетях летательных аппаратов. При разработке устройств сопряжения и целевых систем, исключительно актуальными являются следующие задачи: а) тестирование и аттестация устройств на соответствие протоколу, б) имитация других абонентов протокола при отладке устройств, в) анализ передачи данных и ошибок в ней в течение длительного времени при рабочей нагрузке. Оборудование для решения этих задач производится ограниченным числом зарубежных производителей, например Ballard Technologies [7].

Универсальный электронный модуль мультиплексного канала [1] (далее — УЭМ) разработки российской компании НТЦ «Модуль», в совокупности с программной графической средой (далее — ГС), решает перечисленные задачи.

УЭМ может одновременно имитировать работу контроллера шины, от 0 до 32 оконечных устройств, монитора шины и тестера протокола на шине ГОСТ Р 52070-2003, позволяет вносить в сообщения ошибки, предусмотренных требованиями ГОСТ Р 51739, ГОСТ Р 51765 [3,4]: ошибки кодирования слов, амплитуды и наклона фронтов сигналов, состава сообщения, временных интервалов. При приеме сообщений, детектируются перечисленные виды ошибок.

УЭМ работает с отдельными словами канала. Передача и прием на уровне сообщений, внесение и детектирование ошибок состава сообщения и временных интервалов решается программным обеспечением ГС.

ГС обеспечивает интерфейс пользователя для создания сообщений, внесения в них ошибок перечисленных типов, сохранение трассы шины в файл, просмотр, поиск и фильтрацию сообщений в трассе, экспорт в форматы .txt, .html. ГС сохраняет конфигурацию УЭМ между сеансами работы. ГС унаследовала принципы построения, библиотеку визуальных элементов и подсистему ввода-вывода сложноструктурированных данных от аналогичной предшествующей среды [5,6].

Литература

1. ГОСТ Р 52070-2003. Интерфейс магистральный последовательный системы электронных модулей. Общие требования.
2. Department of defense interface standard for digital time division command/response multiplex data bus. 1996.
3. ГОСТ Р 51765-2001. Интерфейс магистральный последовательный системы электронных модулей. Тестирование опытных образцов в режиме оконечного устройства. Общие требования к методам контроля.
4. ГОСТ Р 51739-2001. Интерфейс магистральный последовательный системы электронных модулей. Тестирование опытных образцов интерфейсного модуля в режиме контроллера шины. Общие требования к методам контроля.
5. Гурьев Д.Е., Демьянов П.Ю., Козаченко С.Ю., Лапонина О.Р., Миронов Н.Ю., Харин В.А., Чихичин Д.А. Разработка интегрированной среды управления каналообразующими устройствами бортовых сетей // Сб. трудов второй Международной конференции «Современные информационные технологии и ИТ образование». М. Макс-Пресс, 2006. С. 413–416.
6. Гурьев Д.Е., Душистов Е.А., Сафронов С.С., Чихичин Д.А. Инструментальные средства при разработке интегрированной среды управления каналообразующим оборудованием бортовых сетей // Сб. трудов третьей Международной конференции «Современные информационные технологии и ИТ образование». М. Макс-Пресс, 2008, С. 321–332.
7. High-Performance Interfaces to Multiple Avionics Databuses. `ballardtech.com/products.aspx/OmniBus_Protocols/`

Подход к проектированию модульных многоагентных систем

Кудасов Николай Дмитриевич, Большакова Елена Игоревна

Кафедра алгоритмических языков, e-mail:
`nickolay.kudasov@gmail.com, eibolshakova@gmail.com`

Интеллектуальные агенты и многоагентные системы находят широкое применение для решения задач в динамических, неблагоприятных условиях или в условиях с неполной информацией. Важной составляющей многоагентных систем является координация агентов. На практике используются различные механизмы: например, координационные шаблоны [1], фрактальные системы.

В силу распределённости многоагентных систем, эти механизмы часто сложны, а ошибки в их программной реализации трудно отлаживать. Из-за динамической природы решаемых задач выбор подходящего механизма требует проверки и реализации нескольких механизмов координации. В существующих программных средствах разработки многоагентных систем быстрая и надёжная реализация различных механизмов координации затруднительна.

Наша работа показывает, что указанная проблема может быть решена путём реализации механизмов координации в виде библиотечных функций на языках программирования с поддержкой полиморфных функций высшего порядка. Алгоритмы координации опираются на интерфейс агента для приёма и передачи сообщений, а также на представление объектов и логических ограничений предметной области. Полиморфные функции позволяют абстрагироваться от конкретных типов данных, а функции высшего порядка позволяют передавать в качестве аргументов логические ограничения в виде функций-предикатов. Функции, представляющие интерфейс агента, можно передавать так же, в качестве аргументов функции высшего порядка. Такой подход позволяет отделить программу агента от среды исполнения, и таким образом обеспечить переносимость программы агента.

Литература

1. Sandra C. Hayden, Christina Carrick, Qiang Yang. Architectural Design Patterns for Multiagent Coordination // In Proc. of the 3rd International Conference on Autonomous Agents, AGENTS'99.

Технологии программных агентов в ERP системах нового поколения

Сухомлин Владимир Александрович, Намиот Дмитрий Евгеньевич

Лаборатория открытых информационных технологий, e-mail: `sukhomlin@mail.ru, dnamiot@gmail.com`

В работе рассматривается задача проектирования информационных систем уровня предприятия на основе программных агентов. Целью работы является предоставление исходной информации для задачи перепроектирования корпоративной информационной среды, например, в форме отказа от монолитной программной системы в пользу набора автономных интеллектуальных агентов.

В работе рассматриваются вопросы классификации программных агентов, а также их применимости для задач, решаемых в корпоративных информационных системах. Также рассматриваются существующие стандартные спецификации и программные фреймворки, ориентированные на поддержку этапов проектирования, разработки и сопровождения систем на базе программных агентов.

Наряду с программными агентами и мульти-агентными системами рассматриваются смежные вопросы проектирования архитектуры корпоративных информационных систем. В частности, это касается вопросов использования микросервисов. В данном подходе прежде единое программное приложение (в нашем случае — ERP система) строится как набор сравнительно небольших сервисов, каждый из которых работает (может работать) автономно и взаимодействует (может взаимодействовать) с остальными сервисами, используя различные коммуникационные механизмы. Представляется, что именно это и есть сегодняшнее воплощение идей программных агентов в области корпоративных информационных систем.

Литература

1. Müller, Rainer, et al. Concept and implementation of an agent-based control architecture for a cyber-physical assembly system // MATEC Web of Conferences. Vol. 42. EDP Sciences, 2016.
2. Niu N., Da Xu L., Bi Z. Enterprise information systems architecture—Analysis and evaluation // Industrial Informatics, IEEE Transactions on. 2013. V. 9. №4. P. 2147–2154.
3. Lea B. R., Gupta M. C., Yu W. B. A prototype multi-agent ERP system: an integrated architecture and a conceptual framework

//Technovation. 2005. V. 25. №4. P. 433–441.

4. Namiot D., Sneps-Sneppe M. On Micro-services Architecture //International Journal of Open Information Technologies. 2014. V. 2. №9. P. 24–27.

Суперкомпьютер для образования в системно-информационной культуре

***Громыко Владимир Иванович*[1], *Казарян Валентина Павловна*[2], *Васильев Николай Семенович*[3], *Симакин Александр Георгиевич*[4], *Аносов Станислав Сергеевич*[5]**

[1] Кафедра Алгоритмические языки, e-mail: gromyko.vladimir@gmail.com

[2] Философский факультет, e-mail: kazaryanvp@mail.ru

[3] Кафедра высшей математики МГТУ им. Н.Э.Баумана, e-mail: nik8519@yandex.ru

[4] Факультет гуманитарных и социальных наук РУДН, e-mail: modus-as@mail.ru

[5] Банк «Возрождение», e-mail: sanosov@cs.msu.su

Коэволюция разума со сложностью антропогенной среды созидает свободу.

В проекте «Интеллектуальное компьютерное место учащегося» применяются две технологии — искусственный интеллект (ИИ) и интеграция науки и образования. Это способствует занятию биологическим партнером лидирующего положения в системе человек-машина и жизни индивида среди инстру-ментальных систем (ИС) в рамках междисциплинарной деятельности (МежД). Суперкомпьютер является необходимым средством субъективации человека в системно-информационной культуре (С-ИК).

С-ИК является трансдисциплинарной научной средой, в которой познавательная функция сознания имеет дело с трансфундаментальными смыслами. Онтогенез нуждается в РАЦИОНАЛЬНОЙ ОБЪЕКТИВАЦИИ (РацО) — восхождении от восприятия (воззрения) и опыта (наблюдения) к самоочевидному синтезу теорий. Естественное гуманитарное восприятие жизни требуется дополнить при обучении надпредметным опознанием метасмысла, за который отвечает системное (второе) сознание индивида. Тогда не обойтись без эпистемологии (познания о познании, без знания основ предметов и без сверхъестественного языка смыслов — языка категорий (ЯК). Смыслы «подъемны» только при целостном рациональном сознании человека, развиваемом при универсальном обучении (УО). В проекте предложены стратегические информационные технологии (СИТ)

для УО. Ввиду сложности образования в С-ИК становится необходимым наличие пожизненного спаринг-партнера учащегося в деле самосозидания второго сознания для жизни в ноосфере. Суперкомпьютер — это средство вхождения в сложные виртуальные миры ИС. Для этого требуется непрерывное образование на базе формирования образовательного пространства смыслов (ОПС). Организация процесса самосознания — самосозидания учащегося (автопоэза) основана на опознании (ученом незнании) сложности абстракций.
Достижениями авторов в проекте являются:

- выбор аксиоматического метода (АМ) для познания сверхъестественной рациональности и самоочевидности смыслов века систем;
- создание технологии, опирающейся на язык второго смыслового сознания — язык категорий (ЯК).

Выявлены уровни аксиоматического метода САМ+(НАМ+АМ), отвечающие базовому системному сознанию, а также модели как основа компьютерного эксперимента. Первый, начальный этап НАМ, даёт доказательную упаковку теории (Евклид). Второй, АМ, — алгебраическое обобщение теории (Гильберт). Третий, системный этап САМ, — сравнение теорий средствами ЯК. Авторами изучены:

- способы опознания смысла в моделях РацО;
- разметка на ЯК образовательного пространства смыслового уровня как надпредметного, так и личностного подпространства (ЛОПС);
- формирование ЛОПС с помощью суперкомпьютера.

Некоторые подходы к прогнозированию сложности индивидуальных задач коммивояжера

Ульянов Михаил Васильевич

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, e-mail: muljanov@mail.ru

Для современных наукоемких технологий практически значимой является задача прогнозирования временных характеристик для задач большой вычислительной сложности. К этому классу относится и задача коммивояжера (TSP), принадлежащая к NP-трудному классу задач. Параметрическая зависимость трудоемкости алгоритма ветвей и границ приводит к значительному разбросу времен, например, для задачи с 45 городами этот разброс составляет пять порядков (экспериментальные данные автора на 100 000 экспериментов), что и обуславливает существенные трудности при прогнозировании времен.

Несимметричная задача коммивояжера задается квадратной матрицей смежности, элементы которой определяют веса дуг между вершинами полного графа. Диагональные элементы матрицы считаются условно равными бесконечности. Понятие сложности индивидуальной задачи коммивояжера тесно связано с методом ветвей и границ, первая реализация которого для этой задачи была предложена в 1963 г. [1]. Сложность индивидуальной задачи коммивояжера (по Д.Э. Кнуту [2]) есть число порожденных вершин поискового дерева решений классическим алгоритмом метода ветвей и границ. Под примитивным стандартным алгоритмом (APS) будем понимать классический алгоритм, в котором реализован выбор ребра ветвления путем поиска первого нулевого элемента проходом по строкам в текущей приведенной матрице. Введем обозначение C(A) для сложности индивидуальной задачи, заданной матрицей A. Значение C(A) определяется экспериментально по алгоритму APS.

Постановка задачи: по известной матрице A прогнозировать значения C(A). В рамках этой постановки представляет интерес построение такого обобщения индивидуальных задач, которое бы объединило задачи с близкой сложностью. Известный метод классов входных данных, предполагает построение классов эквивалентности по трудоемкости на множестве входов фиксированной длины. Его применение к несимметричной задаче коммивояжера привело к одному возможному обобщению, которое получило название матрицы номеров порядка. Элементы матрицы номеров порядка N представляют собой номера элементов исходной матрицы A, отсортированных в порядке возрастания. Предложенная матрица номеров порядка обладает обобщающими свойствами в силу следующих рассуждений. Первый шаг алгоритма APS — приведение матрицы стоимостей состоит в том, что из каждой строки вычитается минимальный элемент в строке, и затем эта процедура повторяется для столбцов, не имеющих нулевых элементов. Полученные после приведения нулевые элементы рассматриваются далее как претенденты на ребро ветвления в методе ветвей и границ. Процедура приведения и способ построения матрицы номеров порядка гарантируют, что для всех задач класса, заданного матрицей N, нули приведенных индивидуальных матриц и матрицы N совпадают. Следовательно, первое ребро ветвления, выбранное алгоритмом APS будет одним и тем же для всех задач этого класса. Возможные расхождения на следующих шагах построения поискового дерева решений порождаются различиями в числовых оценках вершин.

Выдвигается гипотеза об обобщении, состоящая в том, что сложности индивидуальных задач в классе, описанным данной матрицей N незначимо различаются друг от друга. Предварительные расчеты показывают, что для классов с «большими» деревьями эти значения близки, а средняя сложность хорошо согласуется со значением C(N). Дальнейшее развитие данного исследования связано с определением такой характеристики матриц номеров порядка, которая бы позволила прогнозировать их сложность, и, следовательно, сложности соответствующих индивидуальных задач. В качестве возможных претендентов рассматриваются как группа стандартных характеристик матриц, так и дополнительные специальные характеристики для выявления матриц, порождающих большие поисковые деревья решений.

Литература

1. Little, J. D. C., K. G. Murty, D.W. Sweeney, C. Karel. 1963. An algorithm for the traveling salesman problem. Operations Research 11, 972–989.
2. Knuth, D. E. 1975. Estimating the efficiency of backtracking programs. Mathematics of Computing, v. 29, pp. 121–136.

Секция VIII
Кафедры математической кибернетики и информационной безопасности

Программная реализация метода индексов Кэрролла на троичной виртуальной машине

Владимирова Юлия Сергеевна

Лаборатория троичной информатики ВМК, e-mail: `vladimirova@cs.msu.ru`

Рассматривается задача упорядочения логических взаимосвязей и компьютеризации рассуждения. Брусенцовым Н.П. установлено, что для выражения основного в логике отношения следования требуются три истинностных значения: наряду с необходимостью и исключенностью должна быть возможность [1]. Отправным пунктом его исследований стала силлогистика Аристотеля, в которой имеется непарадоксальное выражение отношения следования в виде общей посылки «Все x суть y». Для представления отношений используется метод индексов Льюиса Кэрролла, скорректированный Брусенцовым [2].

Метод индексов применяется к отношениям между двузначными особенностями, обозначаемыми терминами $x, y, \ldots$. Особенности характеризуют вещи. Отношение определяется тем, какие вещи при его наличии необходимо существуют, а какие исключены.

В НИЛ Троичной информатики МГУ создана Троичная виртуальная машина (ТВМ) [4], основное средство разработки программ для нее — троичный вариант ДССП. В данной работе представлена реализация метода индексов на троичной ДССП. Для представления булевых выражений на ТВМ используются троичные деревья решений.

Разработанная программная система позволяет не только получать выводы из системы посылок, но и устанавливать, каких условий недостает в случае, если вывод не получен, а также выявлять противоречия в системе посылок.

Литература

1. Брусенцов Н.П. Усовершенствование логики умозаключений. М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2012

2. Брусенцов Н.П. Полная система категорических силлогизмов Аристотеля. // Вычислительная техника и вопросы кибернетики. Вып.19. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982. С. 3-17.
3. Владимирова Ю.С. Метод индексов Льюиса Кэрролла как основа компьютеризации рассуждения. // Программные системы и инструменты. №12. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2011. С. 23–26.
4. Сидоров С.А., Владимирова Ю.С. Троичная виртуальная машина. // Программные системы и инструменты. №12. М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2011. С. 46–55.

Группы автоморфизмов и изоморфизм комбинаторных объектов и алгебраических структур

Егоров Владимир Николаевич, Егоров Андрей Владимирович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: `egorov49@inbox.ru`, `egorov76@inbox.ru`

При изучении свойств симметрии различных комбинаторных объектов — матриц, графов, блок-схем, матриц Адамара, дискретных функций, универсальных алгебр — естественным образом возникают понятия изоморфизма, автоморфизма и группы автоморфизмов объектов данного типа. При этом оказывается, что возможно последовательное сведение этих задач к вычислению группы автоморфизмов и изоморфизма матриц. Вид элементов матрицы не играет роли, поэтому можно рассматривать матрицы над кольцом целых чисел.

В настоящее время имеется огромное количество работ, посвященных проблеме изоморфизма графов (и изоморфного вложения графов). Прежде всего, следует отметить работы [1–4]. В [1] доказано существование полиномиального алгоритма для графов с ограниченными валентностями, в [3] — для циркулянтов. В работе [4] построен субэкспоненциальный алгоритм для произвольных графов.

В данной работе предлагается итерационный алгоритм, позволяющий решать следующие задачи: определение группы автоморфизмов произвольной квадратной матрицы A; определение изоморфизма (или его отсутствия) двух квадратных матриц A и B; нахождение изоморфных вложений матрицы A в матрицу B; определение группы автоморфизмов произвольной матрицы Адамара; определение группы автоморфизмов произвольной алгебры со многими бинарными операциями.

В процессе работы предлагаемый алгоритм строит множества частичных отображений, отбраковка ложных вариантов происходит с помощью промежуточного критерия совпадения соответствующих подматриц.

Показано, что для случайных графов вывод об изоморфизме (изоморфном вложении) или его отсутствии принимается после $t \sim \log_2 n$ шагов итерации. Для произвольных графов сложность алгоритма оценивается $O(|\mathrm{Aut}(G)|n^3)$, где $\mathrm{Aut}(G)$ — группа автоморфизмов графа G.

Предлагаемый подход может быть модернизирован для нахождения автоморфизмов произвольной алгебры с m бинарными операциями.

Литература

1. E. M. Laks Isomorphism of graphs of bounded valence can be tested in polynomial time // J. Comput. Syst. Sci., 25, 1982, 42–65.
2. D. S. Spielman Faster isomorphism testing of strongly regular graphs // Proc. 28-th ACM STOC, 1996, 576–584.
3. С. Евдокимов, И. Пономаренко Распознавание и проверка изоморфизма циркулянтных графов за полиномиальное время // Алгебра и анализ, 15, 2003, 6, 1–34.
4. László Babai Graph Isomorphism in Quasipolynomial Time // arXiv:1512.03547, 19 Jan 2016.

Максимальные подгруппы в группах рекурсивных перестановок

Марченков Сергей Серафимович, Колмаков Евгений Александрович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: `ssmarchen@yandex.ru`, `kolmakov-ea@yandex.ru`

Рассматривается задача определения мощности множества всех максимальных подгрупп в группах перестановок, принадлежащих произвольным частично-рекурсивно замкнутым классам функций.

Пусть $\mathbb{N} = \{0, 1, \ldots\}$, R — частично-рекурсивно замкнутый класс функций на $\mathbb{N}$ (содержащий, вообще говоря, нерекурсивные функции), G_R — множество всех перестановок из R, которое рассматривается как группа с операцией композиции.

Для любой перестановки f группы G_R положим $\mathrm{fix}(f) = \{x \in \mathbb{N} : f(x) = x\}$. Пусть $\mathcal{B}_R$ — булева алгебра множеств, характеристические функции которых принадлежат классу R, с обычными операциями объединения, пересечения и дополнения, $\mathcal{F}$ — фильтр алгебры $\mathcal{B}_R$. Следуя [1], обозначим через $R_{\{\mathcal{F}\}}$ множество всех таких перестановок $f \in G_R$, что для любого множества F выполняется эквивалентность $F \in \mathcal{F} \Leftrightarrow f(F) \in \mathcal{F}$, и через $R_{(\mathcal{F})}$ — множество всех перестановок $f \in G_R$, для которых $\mathrm{fix}(f) \in \mathcal{F}$.

Следующее утверждение представляет собой «конструктивный» аналог соответствующего утверждения из [1] и является основой при доказательстве теоремы.

Утверждение. *Если $\mathcal{F}$ — ультрафильтр булевой алгебры $\mathcal{B}_R$, то $R_{\{\mathcal{F}\}} = R_{(\mathcal{F})}$.*

Теорема. *Пусть $\mathcal{F}$ — неглавный ультрафильтр булевой алгебры $\mathcal{B}_R$. Тогда $R_{\{\mathcal{F}\}}$ является максимальной подгруппой группы G_R.*

Известно, что в булевой алгебре $\mathcal{B}_R$ имеется континуальное число неглавных ультрафильтров. Поэтому справедливо

Следствие. Группа G_R содержит континуальное число максимальных подгрупп.

Литература

1. Macpherson H.D., Neumann P.M. Subgroups of infinite symmetric groups // J. London Math. Soc. 1990. V. 42. P. 64–84.

Троичные компьютеры — Есть ли у них будущее?

Маслов Сергей Петрович

Лаборатория дискретных управляющих систем ВМК, e-mail: `spmaslov@gmail.com`

Более 50 лет назад в МГУ была создана ЭВМ «Сетунь» — первая в мире троичная машина. Показав на госиспытаниях превосходные качества, машина была принята к производству и стала первым компьютером для многих ВУЗов. Это было прорывное достижение университетских масштабов.

В 1970 г. появилась ЭВМ «Сетунь-70», которая многие годы работала в МГУ и в настоящее время находится в Политехническом музее. Обе «Сетуни» оказались единственными реально построенными и функционировавшими троичными компьютерами.

Изначально создатели «Сетуни» не предполагали, что она будет троичной. Это произошло в результате сочетания проницательности и бесстрашия руководителя работы Н.П. Брусенцова, который не только углядел «троичность» в электромагнитной технике, но воплотил идею «в металле» и довел дело до промышленного выпуска машины.

В троичной симметричной системе естественно представляются относительные числа и наилучшим образом происходит округление. Троичный компьютер является более совершенным вычислительным инструментом, чем двоичный. Почему же, при его достоинствах, троичный компьютер не остался в современном мире? Почему «Сетуни» стали последними?

«Сетуни» создавались на основе электромагнитной техники, считавшейся 60 лет назад весьма перспективной. Однако развитие пошло по пути отказа от нее в пользу интегральных полупроводниковых техник. Воспроизводить в этой среде троичные логические элементы «Сетуни» напрямую нельзя.

Вместе с тем, транзисторы в полупроводниковых техниках имеют комплементарные пары. Для любой транзисторной схемы существует ее симметричная реплика, в которой у напряжений противоположные полярности, а у токов — обратные направления. Не это ли основа для воплощения на аппаратном уровне замечательной симметрии троичной системы?

Автор — участник создания обеих «Сетуней» — имел цель: придумать функциональный аналог троичного логического элемента, реализуемый в среде полупроводниковой электроники.

В результате был создан Пороговый Элемент Троичной Логики (ПЭТЛ) — функциональный аналог элемента «Сетуней». Для осуществления троичных устройств на ПЭТЛ создан инструмент — троичная схемотехника.

Полученные результаты защищены четырьмя Патентами РФ. В стадии экспертиз находятся еще несколько заявок на изобретения.

Троичные устройства могут найти применение в современных компьютерах там, где потребуется высокое качество вычислений. Например, в математических со-процессорах суперкомпьюетров.

Вообще, проникновение троичности в вычислительную технику обогатит ее. Это актуально в свете ожидаемых революционных изменений, связанных с реализациями компьютеров будущего.

О некоторых оценках функций Шеннона длины проверяющих и диагностических тестов

Романов Дмитрий Сергеевич

Кафедра математической кибернетики, e-mail: `romanov@cs.msu.ru`

Пусть $B_1 = \{x\&y, x \oplus y, 1\}$ — базис Жегалкина, $L_{B_1}^{\mathrm{detect}}(IO_1^{\mathrm{const}}, n)$ ($L_{B_1}^{\mathrm{diagn}}(O_1^{\mathrm{inv}}, n)$) — функция Шеннона длины единичного проверяющего (соответственно, диагностического) теста при произвольных константных (инверсных) неисправностях на входах и выходах (на выходах) элементов в схемах из функциональных элементов в базисе B_1. Автором данной работы доказано следующее утверждение.

Теорема 1. *При любом натуральном* n *имеет место неравенство* $L_{B_1}^{\mathrm{detect}}(IO_1^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 80$.

В работе [3] установлено, что функция Шеннона длины единичного диагностического теста при однотипных константных неисправностях на выходах элементов в схемах из функциональных элементов в стандартном базисе не превосходит двух. Независимо автор настоящей заметки установил [4] справедливость следующей теоремы.

Теорема 2. *При любом натуральном* n *имеет место равенство* $L_{B_1}^{\mathrm{diagn}}(O_1^{\mathrm{inv}}, n) = 1$.

Работы поддержана грантами РФФИ №15–01–07474–а и №16–01–00593-а.

Литература

1. Редькин Н.П. Надежность и диагностика схем. — М.: Изд-во МГУ, 1992. 192 с.
2. Reddy S.M. Easily testable realization for logic functions // IEEE Trans. Comput. 1972, Vol. 21, Iss. 1, pp. 124–141.
3. Попков К.А. О точном значении длины минимального единичного диагностического теста для одного класса схем. М.: Издательство ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2015.
4. Романов Д.С. Метод синтеза неизбыточных схем в базисе Жегалкина, допускающих единичные диагностические тесты длины один // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2015, №4.

Функции, вычислимые регистровыми машинами со счётчиками

Марченков Сергей Серафимович, Савицкий Игорь Владимирович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: `ssmarchen@yandex.ru`, `savvvig@gmail.com`

Регистровая машина $\mathcal{M}$ со счётчиками (RC-машина) состоит из входных регистров $x_1, \ldots, x_n$, счётчиков $t_1, \ldots, t_m$, регистров r и 0 и набора программ $P_1, \ldots, P_s$. Для вычисления на машине $\mathcal{M}$ задаётся также монотонная функция ёмкости счётчиков $T(\tilde{x}^n)$.

На машине $\mathcal{M}$ вычисляется всюду определённая функция $f(\tilde{x}^n)$. Входные регистры содержат аргументы функции, а регистр 0 — число 0. Счётчики в начальный момент вычисления содержат 0 и на каждом такте меняются по принципу прибавления единицы к числу $\sum_{i=1}^{m} t_i \cdot T^{i-1}$ в позиционной системе счисления с основанием T. На каждом такте активная программа в зависимости от соотношений $=, <, >$ между всеми парами значений регистров и счётчиков выбирает регистр или счётчик, значение которого на следующем такте будет содержаться в регистре r, или любую программу (кроме P_1), которая будет активирована на следующем такте. При этом в любом вычислении каждая программа может быть активирована не более одного раза. В начальный момент активна программа P_1, а регистр r содержит 0. Вычисление заканчивается, когда все счётчики вновь примут значение 0, при этом значение функции f будет находиться в регистре r.

Функция f строго вычислима на RC-машине $\mathcal{M}$ с ёмкостью счётчиков $T(\tilde{x}^n)$, если она вычислима на машине $\mathcal{M}$ с любой ёмкостью счётчиков $T'(\tilde{x}^n) \geqslant T(\tilde{x}^n)$.

С помощью RC-машин можно промоделировать вычисления на машинах типа SRM (введены в [1]). Отсюда вытекает следующее утверждение.

Теорема 1. *Всякая общерекурсивная функция строго вычислима на некоторой RC-машине с подходящей ёмкостью счётчиков.*

Литература

1. Бельтюков А.П. Машинное описание и иерархия начальных классов Гжегорчика // Записки научн. семинаров ЛОМИ им. В. А. Стеклова АН СССР. 1979. Т. 88. С. 30–46.

О длине функций k-значной логики в классе псевдополиномиальных форм

Селезнева Светлана Николаевна

Кафедра математической кибернетики, e-mail: `selezn@cs.msu.su`

Пусть $k \geqslant 2$ — натуральное число, $E_k = \{0, 1, \ldots, k-1\}$. Множество всех функций k-значной логики $f^{(n)} : E_k^n \to E_k$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, обозначим как P_k. Пусть $k = p^m$, где p – простое число, $m \geqslant 1$, и на множестве E_k задано поле $(E_k; +, \cdot)$. Функция k-значной логики $f(x_1, \ldots, x_n)$ называется линейной, если в ее можно представить в виде $f(x_1, \ldots, x_n) = c_0 + c_1 x_1 + \ldots + c_n x_n$, где $c_0, c_1, \ldots, c_n \in E_k$. Выражение вида $\sum\limits_{j=1}^{l} \prod\limits_{i=1}^{r_j} g_{j_i}$, где $g_{j_1}, \ldots, g_{j_{r_j}}$ — некоторые линейные функции, $r_j \geqslant 1$, $j = 1, \ldots, l$, назовем *псевдополиномиальной формой* (ПСПФ). Заметим, что каждая функция $f \in P_k$ задается какой-то ПСПФ, например, своим полиномом над этим полем [1]. Длиной $l(P)$ ПСПФ P назовем число различных ее слагаемых. Длиной $l^{\text{ПСПФ}}(f)$ функции $f \in P_k$ в классе ПСПФ назовем наименьшую длину среди всех ПСПФ, представляющих эту функцию. Введем функцию Шеннона $L_k^{\text{ПСПФ}}(n)$ длины функций из множества P_k в классе ПСПФ как наибольшую длину в классе ПСПФ среди всех функций, зависящих от n переменных.

Теорема 1. *Если $k = p^m$, p — простое число, $m \geqslant 1$, $(E_k; +, \cdot)$ – поле, то справедлива оценка $L_k^{\text{ПСПФ}}(n) = O(k^n/n^2)$.*

Из теоремы 1 и нижней оценки из [3] получаем

Следствие 1. *Справедлива оценка $L_2^{\text{ПСПФ}}(n) = \Theta\left(2^n/n^2\right)$.*

Работы поддержана РФФИ, грант №13–01–00684-а.

Литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.
2. Селезнева С.Н. О длине булевых функций в классе полиномиальных форм с аффинными множителями в слагаемых // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2014. 2. С. 34–38.

Код Хэмминга для данных в троичной симметричной системе

Рамиль Альварес Хосе

Лаборатория дискретных управляющих систем ВМК, e-mail: ramil@cs.msu.su

Хэмминг Р.У. предложил помехоустойчивые коды для двоичных данных [1], позволяющие обнаруживать и исправлять однократные ошибки. Рассматриваются коды Хэмминга для данных в троичной симметричной системе (ТСС) с базовыми цифрами -1, 0 и 1 (для обозначения которых будем использовать, соответственно, символы: $-$, 0 и $+$). В каждом разряде (трите) информации в ТСС возможны два типа ошибок: $-$ и $+$. Поэтому для длин блока данных (m) и блока контрольных тритов (k) верно соотношение $3^k \geqslant 2(m+k)+1$ или $m \geqslant \frac{1}{2}(3k-1)-k$.

В таблице приведены длины блоков для двоичных и троичных данных

Длина контрольного блока	Длина двоичных данных	Длина троичных данных
2	2	2
3	3–4	3–10
4	5–11	11–36
5	12–26	37–116

Номера контрольные триты по аналогии с двоичными кодами Хэмминга соответствуют натуральным степеням основания системы счисления данных, то есть 1, 3, 9, 27.

В отличие от двоичного кода контрольный разряд (трит) равен отрицанию суммы проверяемых тритов, так чтобы при правильной передаче в результате поразрядного сложения получался нуль.

Другое отличие состоит в том, что при поразрядном сложении проверяемых тритов некоторые из них инвертируются.

Рассматривается троичный код Хэмминга (13,10) с проверочной матрицей (i — трит данных , k — контрольный).

	(i10	i9	i8	i7	i6	i5	i4	i3	i2	i1	k3	k2	k1)
(k3)	+	+	+	+	+	+	+	+	0	0	+	0	0
(k2)	+	+	+	0	0	-	-	-	+	+	0	+	0
(k1)	+	0	-	+	-	+	0	-	+	-	0	0	+

Заметим, что столбцы этой матрицы соответствуют синдромам ошибок $+$, отрицательное значение синдрома соответствует ошибке -, а модуль синдрома указывает на трит ошибки. Подматрица со столбцами с i10 по i1 используется для вычисления значений контрольных тритов k3, k2 и k1.

Программа работы с троичными кодами Хэмминга выполнена в ДССП [2], в которую добавлены тип троичные данные, троичный стек и действия над этими данными.

Литература

1. Hamming, Richard W. Error detecting and error correcting codes // Bell System Technical Journal, 1950, 29, No 2: pp. 147–160.
2. Н.П. Брусенцов, В.Б. Захаров др. Диалоговая система структурированного программирования ДССП-80. // Диалоговые микрокомпьютерные системы. - М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1986. С.3-27.

Секция IX
Кафедра автоматизации научных исследований

Математическое моделирование процесса взаимодействия сверхильного и сверхкороткого импульса с веществом

Ечкина Евгения Юрьевна, Иновенков Игорь Николаевич

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail:
`ejane@cs.msu.su, inov@cs.msu.su`

В земных условиях лазеры представляют собой источники наиболее сильного электромагнитного излучения [1]. Это обстоятельство привело к активным теоретическим и экспериментальным исследованиям ускорения ионов, предполагающего использование лазеров большой мощности. Механизмы ускорения ионов в процессе взаимодействия сверхкоротких и сверхсильных лазерных импульсов с бесстолкновительной плазмой основаны на генерации коллективных электрических полей вследствие изменения электронной плотности под действием электромагнитного излучения. Исследовано несколько механизмов возникновения ускоренных пучков ионов при взаимодействии сверхсильных лазерных импульсов с твердотельными, кластерными и плазменными мишенями [2]. В данной работе представлены результаты численного моделирования процесса взаимодействия лазерного импульса с плазменными класстерными мишенями с помощью PIC кода. Указамы режимы наилучшего ускорения тяжелых ионов [3].

Литература

1. Bulanov S. V., at all On the problems of relativisctic laboratory astrophysics and fundamental physics with super powerful lasers. // Plasma Physics Reports - 2015, v. 41, No 1 p. 1–51.
2. Echkina E. Yu., Inovenkov I. N., Esirkopov T. Zh., Fukida Y., Koga J., Bulanov S. V. Propagation of the high power laser pulse in multicomponent cluster targets. // Laser physics.- 2009. V.19, p. 228–230.
3. Fukuda Y. at all Ultrarelativistic electron generation during the intense, ultrashort laser pulse interaction with cluster. //Physics

Letters, Section A: General, Atomicand Solid State Physics. — 2007. V. 363. No 1. p. 130–135.

Анализ методом ε-сетей влияния расширенного набора данных магнитной диагностики и информации о кинетическом давлении на погрешность реконструкции равновесия тороидальной плазмы

Зайцев Федор Сергеевич, Driving Сучков Егор Петрович
Кафедра втоматизации научных исследовай; НИИСИ РАН, e-mail:
`zaitsev@cs.msu.su, suchkov.egor@cs.msu.su`

Важным направлением термоядерных исследований является реконструкция равновесия плазмы по измерениям. Оценка точности реконструкции имеет фундаментальное значение для правильного понимания процессов в современных установках и термоядерных реакторах, так как большинство моделей и систем управления плазмой используют данные о равновесии. Более того, результаты [1–3] и других работ показывают, что при измерениях даже с малой погрешностью можно получить существенно различные реконструкции плотности тока и коэффициента запаса устойчивости. Поэтому требуется аккуратный расчёт погрешностей реконструкции. В докладе представлены новые постановки задач о восстановлении равновесия в методике ε-сетей, описано применение этой методики для анализ влияния расширенного набора данных магнитной диагностики и информации о кинетическом давлении на погрешность восстановления равновесия плазмы на примере токамака ASDEX Upgrade.

Литература

1. F.S. Zaitsev, et al. Analyses of substantially different plasma current densities and safety factors reconstructed from magnetic diagnostics data. Nucl. Fusion. 2011, **51**, 103044.
2. F.S. Zaitsev, et al. A new method to identify the equilibria compatible with the measurements using the technique of the ε-nets. Fusion Sci. Technol. 2012, **62**, N 2, p. 366–373.
3. F.S. Zaitsev. Mathematical modeling of toroidal plasma evolution. English edition. MAKS Press, 2014, 688 p.

Построение системы с минимальным числом магнитных зондов, способной восстановить границу плазмы с заданной точностью

Зотов Игорь Викторович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: iv-zotov@cs.msu.ru

В связи с проводимой модернизацией установки Т-15 необходима детальная проработка системы электромагнитной диагностики [1-3]. В настоящее время уже размещены и выполняются заказы на изготовление элементов конструкции установки, в частности вакуумной камеры. Поэтому контур, на котором будут размещены зонды, уже жестко определен. Однако, число зондов, их расположение на контуре все еще может меняться и, следовательно, оптимизироваться. В работе находится минимально необходимое количество магнитных зондов для определения границы плазмы с заданной точностью. Параметром расчетов является погрешность измерений, которая меняется в диапазоне от 0 до 3%. Анализ проводится на основе одного из возможных сценариев разряда в установке Т-15, рассчитанного с помощью численных модулей TOKSCEN [4] и DINA [5] из библиотеки кодов «Виртуальный токамак» (plasma-fusion.ru). Анализируется частично стадия подъема тока, а также стационарная стадия разряда (полный ток от 1.4 до 2 MA). Восстановление границы плазмы выполняется с помощью кода RPB (Reconstruction of Plasma Boundary) [6] при условии расположения зондов на первой стенке камеры.

Благодарности

Работа поддержана грантами РФФИ №14–07–00483-а, 14-07-00912 -а, РНФ №14–22–00193.

Литература

1. Melnikov A.V. et al. Physical program and diagnostics of the T-15 upgrade tokamak (brief overview). // Fusion Engineering and Design, 96-97 (2015), pp.306–310.
2. Zotov I.V., Belov A.G., Sychugov D.Yu., Lukash V.E., Khayrutdinov R.R. Simulation of electromagnetic diagnostics system of the tokamak T-15M // 41st EPS Conference on Plasma Physics, Berlin, Germany, 2014, ECA, v.38F, P4.045.

3. Зотов И.В., Белов А.Г., Сычугов Д.Ю., Лукаш В.Э., Хайрутдинов Р.Р. Численное моделирование системы электромагнитной диагностики токамака Т-15 // Вопросы Атомной Науки и Техники. Сер. Термоядерный Синтез, 38 (2015), No 2, с.51–61.
4. Sadykov A.D., Sychugov D.Yu., Shapovalov G.V., Skakov M.K., Chektybaev B.Zh., Gasilov N.A. The numerical code TOKSCEN for modeling plasma evolution in tokamaks // Nuclear Fusion, v.55 (2015), No 4, p.043017.
5. Лукаш В.Э., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р. Программно - вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для задач управления плазмой токамака // Вопросы Атомной Науки и Техники. Сер. Термоядерный синтез, 2004, No 1, с.40–49.
6. Зотов И.В., Белов А.Г. Вычислительный код RPB для расчета границы плазмы по магнитным измерениям (модуль библиотеки «Виртуальный Токамак»). – Вопросы Атомной Науки и Техники. Сер. Термоядерный синтез, 2014, No 1, с.97–102.

Автоматическое управление полным током и положением границы плазмы в установках ТОКАМАК

Лукьяница Андрей Александрович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: `i.i.luk@ic.msu.ru`

Управление эволюцией плазмы является одной из важнейших проблем термоядерного синтеза. В настоящем докладе рассматривается метод управление полным током и положением границы плазмы в установках ТОКАМАК. В качестве системы, описывающей эволюцию плазмы, используется самосогласованная модель, реализованная численным кодом SCoPE [1]. Для управления границей нужно правильно подобрать токи в катушках полоидального магнитного поля, а для управления полным током — ток в соленоиде. Поскольку в используемой численной модели динамика системы описывается разностными уравнениями, а отклонение от заданных значений выражается квадратичным функционалом, построить оптимальное управление позволяет линейно-квадратичный регулятор LQR с обратной связью [2]. Требуемый управляющий вектор определяется из матричного алгебраического уравнения Риккати, для решения которого нами был разработан эффективный численный алгоритм. Предложенный метод позволил получать решение даже в тех случаях, с которыми не справлялись подпрограммы из обычно применяемой для этих целей библиотеки SLICOT, основанной на известных библиотеках численных алгоритмов BLAS и LAPACK. С помощью разработанного метода были найдены оптимальные управления для ТОКАМАКов с параметрами установок MAST, T-15 и строящегося международного реактора-токамака ITER. В частности, для установки T-15 время удержания плазмы превысило в полтора раза время, достигаемое путем управления с помощью градиентного метода.

Литература

1. Зайцев Ф.С. Математическое моделирование эволюции тороидальной плазмы. 2-е изд. М.: МАКС Пресс, 2011.
2. Kwakernaak H., Sivan R. Linear optimal control systems. New York: Wiley-Intersci., 1972.

Марковская динамика возбужденных состояний атомов в системе связанных резонаторов.

Ожигов Юрий Игоревич, Сковорода Никита Андреевич

Кафедра СКИ, e-mail: `ozhigov@cs.msu.su, chalkerx@gmail.com`

В настоящей работе рассмотрена проводимость возбуждений в коротких цепочках двухуровневых атомов в моделях типа JCH, где либо явно учитываются перескоки фотонов между атомами, либо есть лишь переход возбуждений от атома к атому. Рассмотрены разные виды возникновения возбуждения первого атома и удаления возбуждения с последнего (сток), а также присутствие дафазирующего шума. Установлен нетривиальный характер зависимости проводимости от интенсивности стока и притока (эффект бутылочного горлышка) в присутствии дефазирующего шума (эффект DAT).

Работы поддержана грантом РФФИ №15-01-06132 а.

Литература

1. S.Huelga, M.Plenio, Vibration, Quanta and Biology // Contemp. Phys. 54, 181–207 (2013)
2. E.T. Jaynes, F.W. Cummings (1963). Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. Proc. IEEE 51 (1): 89–109
3. F.Caruso et al, Highly efficient energy excitation transfer in light - harvesting complexes: The fundamental role of noise-assisted trans-

port // J. Chem. Phys. 131, 105106 (2009); http://dx.doi.org/10.1063/1.3223548

4. Plenio, M., et al., Dephasing assisted transport: Quantum networks and biomolecules, New J. Phys. 10, 113019 (2008).

Анализ влияния постоянного напряжения на параметры плазмы в комбинированном ВЧ разряде

Степанов Сергей Витальевич, Шишкин Алексей Геннадиевич

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: sergey.v.stepanov@cs.msu.ru, shishkin@cs.msu.ru

Исследование емкостных ВЧ разрядов пониженного давления привлекает большое внимание в связи с их применением в технологиях микро- и наноэлектроники (травление, осаждение пленок, окисление и др.). Обычные плазменные установки на основе емкостного ВЧ газового разряда обладают большим недостатком, заключающимся в невозможности одновременного контроля за потоком частиц и их энергией. Для функционального разделения этих процессов в последнее время стали использовать «комбинированные разряды» [1] — разряды, возбужденные двумя источниками переменного напряжения с разной частотой или одним источником переменного напряжения и одновременно одним источником постоянного.

В том случае, когда к разряду приложено как постоянное, так и переменное напряжение, природа возникающих приэлектродных слоев различна. Добавление источника постоянного напряжения увеличивает разность потенциалов в слое, а также среднюю энергию вторичных электронов, что ведет к их более высокой ионизационной способности [2].

Для численного исследования влияния постоянного напряжения на параметры плазмы в комбинированном ВЧ разряде была разработана двумерная математическая модель. Основу модели составляет система уравнений, состоящая из уравнений непрерывности и передачи импульса для положительно и отрицательно заряженных ионов и электронов, а также уравнения электронного баланса энергии и уравнения Пуассона для потенциала электрического поля. Для замыкания системы уравнений используется приближение локальной средней энергии, когда предполагается, что электронные кинетические коэффициенты являются функцией только средней энергии электронов, получаемой из уравнения баланса энергии. На практике они получаются из локальной функции распределения электронов (найденной с помощью стационарного решения уравнения Больцмана в двучленном приближении), которая в данном случае считается функцией локальной средней энергии электронов.

Результаты численных исследований [3, 4] позволяют сделать вывод о том, что использование дополнительного источника постоянного напряжения при соответствующим образом выбранных значениях давления и входной мощности позволяет получить требуемые характеристики обрабатываемых изделий.

Литература

1. Diomede P., Longo S., Economu D. J., Capitelli M. Hybrid simulation of a dc-enhanced radio-frequency capacitive discharge in hydrogen // J. Phys. D: Appl. Phys. 2012. Vol. 45. P. 17520–17540.
2. Шишкин А.Г., Шишкин Г.Г. Плазменная стерилизация медицинских изделий // Биомедицинские технологии и радиоэлектроника, Москва, 2001, №11, С. 3–13.
3. Костомаров Д.П., Степанов С.В., Шишкин А.Г. Моделирование комбинированных ВЧ газовых разрядов // Доклады академии наук, 2014, Т. 90, №3, С. 706–709.
4. Костомаров Д.П., Степанов С.В., Шишкин А.Г. Интегрированная среда моделирования «Виртуальный разряд». Поддержка численных экспериментов для изучения плазмы газовых разрядов // Доклады академии наук, 2014, Т. 459, №2, С. 145–149.

Секция X
Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов

OpenFlow коммутатор на базе сетевого процессора NP–4

Антоненко Виталий Александрович, Бахмуров Анатолий Геннадьевич

Кафедра АСВК, e-mail: anvial@lvk.cs.msu.su, bahmurov@lvk.cs.msu.su

Описывается реализация программного обеспечения коммутатора для програмымно-конфигурируемых сетей (далее ПКС) с протоколом OpenFlow [1], разработанного на факультете ВМК МГУ на основе сетевого процессора NP-4 компании EZchip.

По сравнению с традиционными сетями, применение подхода ПКС и протокола OpenFlow позволяет построить быстрый сетевой коммутатор на основе специализироваaного сетевого процессора с обновляемым ПО.

Процессор NP-4 выполняет ряд задач обработки пакетов на скорости до 100 Гбит/с, в частности, туннелирование, маршрутизацию для IPv4 и IPv6, коммутацию, классификацию пакетов, поддержку политик QoS на скоростях до 50-70 гигабит в секунду.

В ходе разработки предложен компромисс в части распределения таблиц коммутации (FlowTable) по различным видам памяти: совместное использование хэш-таблиц в основной памяти и ассоциативной памяти TCAM, в которой располагается таблица, состоящяя из маскируемых при анализе полей. Проведено тестирование с помощью пакета OFtest [2] и собственных тестов. Достигнута скорость 10 Гбит/с на порт при размере пакетов от 64 до 1500 байт.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, уникальный идентификатор исследований RFMEFI60714X0070, соглашение о предоставлении субсидии №14.607.21.0070.

Литература

1. OpenFlow Switch Specification Ver 1.5.1, opennetworking.org/images/stories/ downloads/

sdn-resources/onf-specifications/openflow/openflow-switch-v1.5.1.pdf
2. OFTestTutorial:
openflow.org/wk/index.php/OFTestTutorial

Адаптивный генетический алгоритм для задачи оптимизации надежности вычислительной системы

Волканов Дмитрий Юрьевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@lvk.cs.msu.su

В данной работе задача оптимизации надёжности вычислительной системы (ВС) рассматривается в следующей постановке. Пусть нам задана ВС в виде набора модулей и структуры связей между модулями ВС. Каждый модуль содержит не менее одного аппаратного и программного компонентов, их число зависит от механизма обеспечения отказоустойчивости, используемого для модуля. Каждый компонент может иметь несколько версий. Тем самым возникает несколько вариантов ВС. Требуется выбрать сбалансированный набор вариантов модулей ВС в котором максимизируется надёжность ВС при ограничении на стоимость ВС.

В [1] было показано, что эта задача является NP-трудной. Для решения поставленной задачи, предложен адаптивный гибридный генетический (эволюционный) алгоритм. Этот алгоритм является расширением классического генетического алгоритма. Его ключевой особенностью является наличие блока нечёткой логики, позволяющего автоматически менять параметры алгоритма в процессе его работы. В данной работе была обоснована корректность данного алгоритма и проведено его экспериментальное исследование. Исследование показало, что предложенный в работе метод работает не хуже предложенных в статьях аналогичных алгоритмов, а на малой области приемлемых решений заметно лучше этих алгоритмов.

Благодарности

Исследование выполнено при поддержке Министерства Образования и Науки Российской Федерации, уникальный номер (ID) RFMEFI60714X0070, соглашение о предоставлении субсидии 14.607.21.0070.

Литература

1. Chern M. S. On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system // Operations Research Letters, vol.11, pp. 309-315, 1992.

Автоматическое построение имитационных моделей модульных ИУС РВ

Глонина Алевтина Борисовна

Кафедра АСВК, e-mail: alevtina@lvk.cs.msu.su

Для модульных ИУС РВ характерна стандартизация компонентов и разделение ресурсов приложениями. Приложению соответствует раздел с окнами (интервалами времени), в течение которых он имеет доступ к ресурсам модуля. Раздел содержит задачи, выполнением которых управляет динамический планировщик. Задачи взаимодействуют посредством сетей с виртуальными каналами. Под конфигурацией ИУС РВ понимается число и тип её компонентов, структура коммуникационной среды, привязка разделов к модулям, расписание окон, приоритеты задач. При проектировании системы выбирается лучшая конфигурация, в процессе чего для потенциальной конфигурации необходимо проверить, завершаются ли задачи в директивный срок. Для оценки времён завершения задач используется имитационное моделирование. Так как перебирается большое число конфигураций, построение моделей должно быть автоматизировано.

Для обоснования корректности оценок предложено в основу синтезируемых моделей положить формальную модель функционирования системы, представляющую собой сеть гибридных автоматов с правилами их взаимодействия. Правила — ограничения на последовательность синхронизаций и изменения переменных. Модель системы строится на основе библиотеки моделей компонентов. Показано, что если модели компонентов удовлетворяют ограничениям, что можно проверить с помощью верификатора, то итоговая модель корректна. Предложены сценарии использования разработанных методов и средств совместно с САПР систем ИМА [1].

Благодарности

Работы поддержана грантом РФФИ №16–07–01237.

Литература

1. Balashov V.V., Balakhanov V.A., Kostenko V.A. Scheduling of computational tasks in switched network-based IMA systems // Proc. International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization. NTUA, Athens, Greece, 2014. P.1001–1014.

Особенности построения комплексов бортового радиоэлектронного оборудования с архитектурой ИМА

Костенко Валерий Алексеевич, Балашов Василий Викторович

Лаборатория вычислительных комплексов, e-mail: kost@cs.msu.su, hbd@cs.msu.su

В докладе будут рассмотрены принципы построения комплексов бортового радиоэлектронного оборудования (БРЭО) с архитектурой интегрированной модульной авионики (ИМА) и на примере локационной системы будут рассмотрены основные причины, которые могут приводить к снижению эффективности использования аппаратных средств вычислительных и сетевых ресурсов комплекса: 1) использование универсальных вычислительных модулей разделяемых функциональными программами различных систем комплекса; 2) использование только языков программирования высокого уровня для достижения унификации программных средств; 3) увеличение потока данных в бортовой сети обмена при переносе функциональных программ с вычислителей систем комплекса на универсальные вычислительные модули.

Также значительно возрастает сложность этапа комплексирования по сравнению с комплексами БРЭО с федеративной архитектурой. На этапе комплексирования систем комплексов с архитектурой ИМА возникают следующие задачи: 1) распределение функциональных программ по вычислительным модулям и процессорным ядрам с минимизацией загрузки бортовой сети; 2) конфигурирование бортовой сети, включая формирование системы виртуальных каналов, расчет их характеристик и построение маршрутов виртуальных каналов в бортовой сети обмена; 3) построение расписаний выполнения функциональных программ на вычислительных модулях с учетом требований реального времени.

Для решения перечисленных задач, в Лаборатории вычислительных комплексов факультета ВМК МГУ разработаны системы автоматизированного проектирования (САПР) [1–3]. Использование подобных систем необходимо для сокращения сроков и стоимости проектирования комплексов БРЭО с архитектурой ИМА. Также целесообразна разработка высокоуровневой САПР, отвечающей за согласованное решение задач 1–3 и определение набора функциональных программ, которые следует переносить с вычислителей систем комплекса на универсальные вычислительные модули.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №16–07–01237.

Литература

1. Balashov V.V., Balakhanov V.A., Kostenko V.A. Scheduling of computational tasks in switched network-based IMA systems // Proc. International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization. — National Technical University of Athens (NTUA) Athens, Greece, 2014. P. 1001–1014.
2. Вдовин П.М., Костенко В.А. Исследование эффективности процедуры агрегации виртуальных каналов при построении бортовых коммутируемых сетей // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2015. №. 4. С. 32–40.
3. Р. Смелянский, В. Костенко, В. Балашов, В. Балаханов. Инструментальная система построения расписания обмена данными по каналу с централизованным управлением // Современные технологии автоматизации. 2011. №3 С.78–84.

Отказоустойчивая платформа управления ПКС сетями

Пашков Василий Николаевич

Кафедра АСВК, Центр прикладных исследований компьютерных сетей, e-mail: `pashkov@lvk.cs.msu.su`

В программно-конфигурируемых сетях (ПКС) [1] основные функции логически-централизованного управления сетевой инфраструктурой, сетевыми политиками и потоками данных сконцентрированы в сетевой операционной системе (или контроллере). Поэтому крайне важным для практического внедрения подхода ПКС в корпоративные сети, сети центров обработки данных, сети провайдеров и операторов является вопрос обеспечения безотказного функционирования контроллера.

В работе приводится архитектура и принципы организации распределенной отказоустойчивой платформы управления для ПКС. Отказоустойчивость платформы управления обеспечивается за счет резервирования контроллеров, активных управляющих соединений между коммутаторами и контроллерами, использования механизма ролей протокола OpenFlow [2], резервирования вычислительных ресурсов контроллеров и дополнительных программных компонентов для обнаружения угроз и восстановления управления. В работе приводится алгоритм выбора резервного контроллера для каждого коммутатора, позволяющий минимизировать время восстановления управления сетью в случае одиночных отказов контроллеров распределенной платформы управления. Для предотвращения перегрузок контроллеров предлагается алгоритм балансировки, минимизирующий количество операций передачи управления коммутаторами между контроллерами платформы управления ПКС.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства Образования и Науки Российской Федерации, ID: RFMEFI60914X0003, Соглашение №14.609.21.0003.

Литература

1. Смелянский Р.Л. Программно-конфигурируемые сети // Открытые системы. СУБД, 2012, №09, С. 15–26.
2. Open Networking Foundation. OpenFlow Switch Specification, Version 1.3.0 (Wire Protocol 0x04), 2012.

Секция XI
Кафедра оптимального управления

Метод стрельбы для решения задачи оптимального управления с неявно заданными краевыми условиями

Будак Борис Александрович

Кафедра оптимального управления, e-mail: babudak@gmail.com

Рассмотрим управляемый процесс, описываемый задачей Коши

$$\dot{x}(t) = D(t)x(t) + B(t)u(t) + f(t),\ t_0 \leqslant t \leqslant T; \quad x(t_0) = x_0,$$

где $D(t)$, $B(t)$, $f(t)$ – известные матрицы размеров $n\times n$, $n\times r$, $n\times 1$ соответственно с кусочно-непрерывными элементами, t_0, T — заданные моменты времени, $x_0 \in E^n$ — заданный вектор, $u = u(t) \in L_r^2(t_0, T)$ — управление. Под $x = x(t; u)$ будем понимать решение рассматриваемой задачи Коши, соответствующее управлению $u = u(t)$.

Поставим задачу оптимального управления

$$J(u) = g_0(x(T; u)) \to \inf_U;$$
$$U = \{u \in U_0 \subseteq L_r^2(t_0, T)\ :\ g_i(x(T; u)) \leqslant 0,\ i = 1, \ldots, m\},$$

где U_0 — заданное выпуклое замкнутое множество из $L_r^2(t_0, T)$.

Составим функцию Лагранжа этой задачи

$$L(u, \lambda) = g_0(x(T; u)) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x(T; u)),\ u \in U_0,$$
$$\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_m) \in E_+^m.$$

Для решения этой задачи предлагается метод, основанный на статье [1], описываемый уравнениями

$$u_0 \in U_0, \lambda_0 \in E_+^m \text{ заданы};$$

$$v_k = Pr_{U_0}\left(u_k - \alpha_k L'_u(u_k, \lambda_k)\right),\ \mu_k = Pr_{E_+^m}\left(\lambda_k + \alpha_k L'_\lambda(u_k, \lambda_k)\right);$$

$$C_k = \left\{(w, \nu) \in U_0 \times E_+^m\ :\ \begin{array}{c} \|v_k - w\|^2_{L_r^2(t_0,T)} + |\mu_k - \nu|^2 \leqslant \\ \leqslant \|u_k - w\|^2_{L_r^2(t_0,T)} + |\lambda_k - \nu|^2 \end{array}\right\};$$

$$Q_k = \left\{ (w,\nu) \in U_0 \times E_+^m \ : \ \begin{array}{l} \langle w - u_k, u_k - u_0 \rangle_{L_r^2(t_0,T)} + \\ + \langle \nu - \lambda_k, \lambda_k - \lambda_0 \rangle \geqslant 0 \end{array} \right\};$$

$$(u_{k+1}, \lambda_{k+1}) = Pr_{C_k \cap Q_k}\left((u_0, \lambda_0)\right).$$

При естественных предположениях доказана сильная сходимость метода к решению рассматриваемой задачи u_* в пространстве $L_r^2(t_0,T)$.

Литература

1. Будак Б.А. Метод стрельбы для решения задач равновесного программирования // ЖВМиМФ. 2013. Т. 53, №12. С. 2008–2013.

О получении необходимых условий в задаче оптимального управления для траектории с простым выходом на фазовую границу

Дмитрук Андрей Венедиктович[1], ***Самыловский Иван Александрович***[2]

[1] : Кафедра оптимального управления, e-mail: `dmitruk@member.ams.org`

[2] : Факультет ВМК, e-mail: `ivan.samylovskiy@cs.msu.ru`

На фиксированном отрезке времени $[0,T]$ рассматривается задача оптимального управления с фазовым ограничением:

$$\begin{cases} \dot{z} = f(z,x,u), \quad \dot{x} = g(z,x,u), \quad x(t) \geqslant 0, \quad \varphi\left(u(t)\right) \leqslant 0, \\ J_A := J(z(0), z(T), x(0), x(T)) \to \min, \end{cases} \tag{1}$$

Исследуется процесс $w^0 = \left(z^0, x^0, u^0\right)$, на котором траектория $x^0(t)$ выходит на фазовую границу на отрезке $\Delta_2^0 = [t_1^0, t_2^0,]$ причем посадка происходит с ненулевой производной, управление $u^0(t)$ липшицево на Δ_2^0 и $\varphi_i\left(u^0(t)\right) < 0$ на Δ_2^0. Аналогично [1], вводится новое время $\tau \in [0,1]$ и записывается "растроенная" задача, причем фазовое ограничение $y_2(\tau) \geqslant 0$ на $[0,1]$ заменяется парой из концевого и смешанного ограничений $y_2(0) \geqslant 0$, $\dfrac{dy_2}{d\tau} \equiv 0$. Выписыв для исследуемой траектории условия стационарности [2], мы выполняем первый этап варьирования исследуемого процесса, на котором рассматриваются только вариации, не затрагивающие отрезок Δ_2. Для получения условий знакоопределенности множителя при фазовом ограничении и скачков сопряженной переменной в точках посадки и схода с фазового ограничения в полученные для суженной задачи условия стационарности подставляются "оставшиеся" вариации $\bar{x} \geqslant 0$, сосредоточенные внутри отрезка Δ_2 и в окрестностях его концов.

Литература

1. A.V. Dmitruk, A.M. Kaganovich, The Hybrid Maximum Principle is a consequence of Pontryagin Maximum Principle // Systems & Control Letters. 2009. N 11. Vol. 57 P. 964–970.
2. Милютин А. А., Дмитрук А. В., Осмоловский Н. П. Принцип максимума в оптимальном управлении М.: Изд.-во Центра прикладных исследований при мех.-матем. ф.-те МГУ. 2004.

О решении задачи терминального управления для квадрокоптера

***Горьков Валерий Павлович*[1], *Григоренко Николай Леонтьевич*[2], *Румянцев Алексей Евгеньевич*[2]**

[1] : Лаборатория обратных задач, e-mail: `v-p-gorkov@yandex.ru`

[2] : Кафедра оптимального управления, e-mail: `grigor@cs.msu.su`, `rumiantcev@gmail.com`

Приводится математическая модель полета квадрокоптера с учетом инерционно-массовых характеристик объекта и ограничений на параметры управления и фазовые переменные. Рассмотрена задача терминального управления в классе позиционных управлений при не фиксированном интервале управления и наличии внешних ветровых возмущений [1]. Приведены условия на параметры управляемого процесса, при которых существует позиционное управление решающее задачу терминального управления. Для нахождения управления применена конструкция позиционного управления в форме экстремального прицеливания [1], гарантирующая приведение траектории управляемого процесса в малую окрестность конечного положения при любой допустимой помехе. В качестве управления системы поводыря, гарантирующего приведение вспомогательной траектории в малую окрестность целевого множества выбраны сигмоидальные управления [2]. Приведены результаты численных расчетов фазовых переменных модели и компонент вектора управления при различных вариантах краевых условий задачи и ветровых возмущений. Для задачи управления при наличии помех и неполной информации о начальных позициях системы, предложена конструкция управления в форме пакета программ [3].

Работы поддержана грантом РНФ (проект 14–11–00539).

Литература

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.,Наука, 1974.
2. Castillo P., Lozano R., Dzul A.E. Modelling and Control of Mini-Flying Machines, Springer-Verlag, London, 2005.
3. Осипов Ю.С. Пакеты программ: подход к решению задач позиционного управления с неполной информацией // Успехи мат. наук. 2006. Т. 61, вып. 4(370). С. 25–76.

Теорема существования решения игровой задачи управления для одной модели движения твердого тела

Григоренко Николай Леонтьевич, Румянцев Алексей Евгеньевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.su, rumiantcev@yandex.ru

В евклидовом пространстве R^3 происходит движение фазового вектора (x, z, θ), удовлетворяющее уравнениям:

$$\ddot{x}(t) = -(u_1(t) - v(t)) \sin\theta(t), \;\; \ddot{z}(t) = (u_1(t) - v(t)) \cos\theta(t) - 1,$$
$$\ddot{\theta}(t) = u_2(t),$$

где $t \in [0, T]$, $v(t) \in [-\sigma, \sigma]$ — параметр помехи, измеримая по Лебегу функция, $u_1(t), u_2(t)$ — управляющие параметры, измеримые по Лебегу функции, принадлежащие множеству

$$U_1(l, \rho, \rho_1) = \; \{(u_1, u_2) \colon -\rho_1 \leqslant u_1 \leqslant \rho + \rho_1, \; |u_2| \leqslant l\},$$

где l, ρ, ρ_1 — положительные константы. В момент времени t известны функции $x(s), z(s), \theta(s), \dot{x}(s), \dot{z}(s), \dot{\theta}(s), \;\; s \in [0, t]$. Заданы начальное положение системы: $x(0) = x_0, \;\; z(0) = z_0, \;\; \theta(0) = \theta_0, \;\; \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \;\; \dot{z}(0) = \dot{z}_0, \;\; \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0$ и конечное положение : $x(T) = x_T, \;\; z(T) = z_T, \;\; \theta(T) = \theta_T, \;\; \dot{x}(T) = \dot{x}_T, \;\; \dot{z}(T) = \dot{z}_T, \;\; \dot{\theta}(T) = \dot{\theta}_T$.

Задача терминального управления на отрезке $[0, T]$ *при наличии помехи* состоит в нахождении условий на параметры управляемого процесса и краевые условия, при которых существует момент времени T и управление $u = (u_1, u_2)$, в классе позиционных управлений [1], переводящее систему из начального положения в малую окрестность конечного положения за время T, при любой допустимой реализации помехи.

В докладе приведены теорема существования позиционного управления, решающего задачу терминального управления и конструкция пакета программ [2], решающего задачу управления для рассматриваемой системы при неполной информации.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта РНФ, проект 14-11-00539.

Литература

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. Осипов Ю.С. Пакеты программ: подход к решению задач позиционного управления с неполной информацией // Успехи мат. наук. 2006. Т. 61, вып. 4(370). С. 25–76.

Метод построения гарантирующих стратегий в одном классе игровых задач управления при наличии неопределенности

Камзолкин Дмитрий Владимирович

Кафедра оптимального управления, e-mail: kamzolkin@cs.msu.su

В докладе исследован один класс конфликтно-управляемых систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями с двумя управляющими параметрами: первого и второго игроков соответственно. Задача первого игрока заключалась в приведении траектории управляемой системы на заданное термножество в конечный момент времени при любом выборе управления противника. Предполагалось, что множества ресурсов управлений игроков, дискретны и для каждого значения управления второго игрока задана вероятность того, что в данный момент времени противник выберет это значение управления.

Предложен метод решения задачи, основанный на дискретизации управляемой системы по времени и фазовой переменной и методе динамического программирования. В процессе решения строятся множества достижимости терминального множества с заданными вероятностями и позиционное управление, решающее поставленную задачу с указанной вероятностью.

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ №14-00-90408.

Литература

1. Kamzolkin D.V., Grigorenko N.L., Pivovarchuk D.G. Optimization of Two-Step Investment in a Production Process // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, Vol. 262, 2008.
2. Камзолкин Д.В., Григоренко Н.Л., Лукьянова Л.Н., Пивоварчук Д.Г. Об одном классе задач управления в условиях неопределенности // Труды института математики и механики УрО РАН. Том 17, № 2, 2011.

Оптимальность особых режимов в модели двухсекторной экономики с интегральными функционалами

Киселёв Юрий Николаевич, Аввакумов Сергей Николаевич, Орлов Михаил Владимирович, Орлов Сергей Михайлович

Кафедра оптимального управления, e-mail: kiselev@cs.msu.su, asn@cs.msu.su, orlov@cs.msu.su, sergey.orlov@cs.msu.su

Для модели двухсекторной экономики с производственной функцией Кобба-Дугласа ставятся три задачи оптимального управления, содержащие различные интегральные функционалы и соответствующие области допустимых управлений. В двух задачах промежуток времени конечный, а в третьей — бесконечный.

Основным методом исследования задач является принцип максимума Понтрягина. Поиск особых режимов осуществляется при помощи исследования функции Гамильтона–Понтрягина и сопряжённой системы. В фазовом пространстве особое множество представляет собой луч, выходящий из начала координат и лежащий в первом квадранте, и он совпадает для всех трёх задач. Угол наклона луча определяется при решении соответствующего нелинейного алгебраического уравнения. Отметим, что управление, которое реализует движение траектории в пределах особого множества, совпадает в задачах на конечном промежутке времени и зависит от параметров производственной функции.

Для каждой задачи строится решение краевой задачи принципа максимума. При достаточно большом промежутке времени (в случае его конечности) и на бесконечном промежутке оно содержит особый участок. Оптимальность полученного решения обосновывается с помощью методологии, описанной в работе [1].

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16–31–00177 мол_а.

Литература

1. Киселёв Ю.Н. Достаточные условия оптимальности в терминах конструкций принципа максимума Понтрягина // Матем. модели в экон. и биол. 2003. М.: МАКС Пресс. С. 57–67.

Задача «гамма обхода» цилиндрического множества для линейной управляемой системы

Лукьянова Лиля Николаевна

Лаборатория обратных задач , e-mail: lln@cs.msu.su

Рассматривается задача управления линейной системой второго порядка с четырехмерным фазовым вектором при заданных краевых условиях, нефиксированном времени управления, наличии препятствия в виде цилиндрического множества и условии совершения траекторией системы «петлеобразного» обхода препятствия в процессе движения. Приведены достаточные условия существования решения в классе позиционных управлений, при наличии геометрических ограничений на управляющие параметры. Предложен способ построения управления, решающего такую задачу терминального управления, отличающийся от способа управления для подобной задачи работы [1]. Он основан на использовании подхода теории обратных задач динамики управляемых систем и включает построение параметрического семейства опорных траекторий системы, удовлетворяющих краевым условиям задачи и нахождении параметров процесса, обеспечивающих требуемую форму обхода препятствия в процессе движения. Предложены достаточные условия существования решения такой задачи управления при неполной информации о положениях системы, в форме пакетов программ [2]. Приведены результаты численных расчетов длительности интервала управления в зависимости от вариантов краевых условий, положений препятствия и требования к числу петлеобразных движений траектории вокруг препятствия.

Работы поддержана грантом РНФ (проект 14–11–00539).

Литература

1. Григоренко Н.Л.,Анисимов А.В.,Лукьянова Л.Н. Построение терминального управления для системы второго прядка при наличии фазовых ограничений. Труды института математики и механики УрО РАН, Т.20, № 4, 2014, С.97-105.
2. Осипов Ю.С. Пакеты программ: подход к решению задач позиционного управления с неполной информацией // Успехи мат. наук. 2006. Т. 61, вып. 4(370). С. 25–76.

Проблема фазового перехода в оптимальном гауссовом приближении теории спиновых флуктуаций

Мельников Николай Борисович, Параделсенко Георгий Витальевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: melnikov@cs.msu.su, gparadezhenko@cs.msu.su

Теория спиновых флуктуаций описывает магнитные свойства металлов при конечных температурах. В основе теории лежит оптимальное гауссово приближение в методе функционального интегрирования [1]. Характерной особенностью гауссова приближения является скачкообразный фазовый переход первого рода [2]. При помощи частичного усреднения членов старших порядков в разложении свободной энергии удается получить непрерывный фазовый переход второго рода, который наблюдается в эксперименте. Методы и результаты иллюстрируются на примере модели Изинга [3–5].

Литература

1. Мельников Н.Б., Резер Б.И., Оптимальное гауссово приближение в теории флуктуирующего поля // *Труды математич. института им. В. А. Стеклова.* Т. 271 (2010), С. 159–180.
2. Reser B.I., Melnikov N.B. Problem of temperature dependence in the dynamic spin-fluctuation theory for strong ferromagnets // *J. Phys. Condens. Matter*, Vol. 20 (2008), 285205 (10 p.)
3. Мельников Н.Б., Параделсенко Г.В. Перенормированная гауссова аппроксимация в теории спиновых флуктуаций // *Выч.*

мет. программирование, Т. 15, № 3 (2014), С. 461–475.

4. Мельников Н.Б., Парадеженко Г.В. Магнитный фазовый переход в теории спиновых флуктуаций // ТМФ, Т. 183, № 3 (2015), С. 486–497.
5. Melnikov N.B., Paradezhenko G.V. Problem of phase transition in spin-fluctuation theory // Physics procedia, V. 75 (2015), P. 731–738.

Некоторые линейные задачи управления с неполностью известным начальным вектором

Никольский Михаил Сергеевич

Кафедра оптимального управления, e-mail: mni@mi.ras.ru

Рассматривается стандартный линейный управляемый процесс (см., например, [1–3]). Целью управления является выведение траектории x(t) на терминальное множество M за конечное время. При известном начальном состоянии этого объекта и при выпуклом замкнутом множестве M вопрос о возможности выведения управляемой точки в рассматриваемом случае эффективно решается с помощью формулы Коши и аппарата опорных функций [3]. Мы будем рассматривать случай, когда вместо начального вектора известна лишь его проекция на некоторое линейное собственное подпространство. Неполнота информации о начальном состоянии сильно затрудняет решение задачи об управляемости изучаемого линейного объекта. Тут возможны различные подходы. Мы предлагаем использовать Калмановскую теорию наблюдаемости линейных управляемых систем при выполнении соответствующих условий наблюдаемости [2]. Сам процесс наведения управляемой точки на терминальное множество M тогда можно разделить на два этапа: на первом этапе $[0, T]$ собирается информация о спроектированной траектории, порожденной фиксированным постоянным допустимым управлением, и в конце этого этапа вычисляются векторы $x(0)$, $x(T)$. Затем уже можно использовать традиционные методы решения задачи об управляемости для линейных управляемых объектов. Важно заметить, что вычисление векторов $x(0)$, $x(T)$ при выполнении калмановских условий наблюдаемости можно проводить на $[0, T]$, наблюдая проекцию траектории лишь в дискретные, достаточно частые моменты времени из $[0, T]$, которые находятся эффективным образом. Это обстоятельство важно для приложений. В конце доклада для иллюстрации рассматриваются примеры.

Литература

1. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969.
2. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972.
3. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление. М.: Высшая школа, 2001.

Сведение одной расширенной задачи программного наведения к системе линейных неравенств

Орлов Сергей Михайлович

Кафедра оптимального управления, e-mail: `sergey.orlov@cs.msu.su`

Рассматривается задача позиционного наведения на выпуклое и замкнутое целевое множество в заданный момент времени с неполной информацией о начальных данных для линейной управляемой системы с линейным наблюдаемым сигналом и конечным множеством начальных состояний. Метод пакетов программ позволяет вместо задачи позиционного наведения с неполной информацией рассматривать задачу пакетного наведения и расширенную задачу программного наведения. Построив решение расширенной задачи программного наведения, можно найти наводящую позиционную стратегию в задаче позиционного наведения с неполной информацией. В работе [1] описывается метод поиска наводящего пакета программ для общей постановки расширенной задачи программного наведения.

В докладе предлагается альтернативный подход для построения наводящего пакета программ в расширенной задаче программного наведения в случае одномерного управления и целевого множества простой структуры, сводящий исходную задачу к эквивалентной системе линейных неравенств. В качестве иллюстрации применения разработанного подхода приводится пример управляемого объекта «тележка», а множество начальных состояний содержит десять точек. Полученная система линейных неравенств содержит 17 переменных и 54 неравенства, её частное решение находится с использованием симплекс-метода. По численно посчитанному решению системы неравенств строится наводящий пакет программ.

Благодарности

Работа поддержана РНФ, проект №14–11–00539.

Литература

1. Стрелковский Н. В. Построение стратегии гарантированного позиционного наведения для линейной управляемой системы при неполной информации // Вестник Московского университета. Серия 15: Выч. мат. и киб. 2015. №3. С. 31–38

Модификация вариационного метода для решения операторных уравнений в банаховых пространствах Лебега

Потапов Михаил Михайлович, Дряженков Андрей Александрович

Кафедра оптимального управления, e-mail:
`mpotapov@tochka.ru, andrja@yandex.ru`

Рассматривается операторное уравнение $\mathcal{A}u = f$ с линейным непрерывным оператором $\mathcal{A}$, действующим из пространства Лебега L^p, $1 < p < \infty$, в некоторое рефлексивное банахово пространство F. Ищется решение u_* этого уравнения, имеющее наименьшую норму. В данной работе для случая банаховых пространств предложена модификация вариационного метода, разработанного ранее в [1] для гильбертовых пространств. Когда $p = 2$ и пространство F гильбертово, модифицированная процедура превратится в частный случай метода из [1]. Для обоснованного применения предлагаемого здесь метода предъявляются следующие требования, аналогичные [1].

1. Исходное уравнение $\mathcal{A}u = f$ имеет решение.

2. Существует такой элемент $v_* \in F^*$, что $u_* = \mathcal{J}_p\mathcal{A}^*v_*$, где оператор $\mathcal{J}_p : L^q \to L^p$ действует по правилу $\mathcal{J}_p g = |g|^{q-2}g,\ 1/p + 1/q = 1$.

3. Известна оценка r нормы элемента v_*: $\|v_*\|_{F^*} \leqslant r$.

4. Приближённые операторы $\widetilde{\mathcal{A}}$ и правые части $\widetilde{f}$ удовлетворяют аппроксимационным условиям

$$\|\widetilde{\mathcal{A}}u - \mathcal{A}u\|_F \to 0,\ \|\widetilde{\mathcal{A}}^*v - \mathcal{A}^*v\|_{L^q} \to 0,\ \forall\, u \in H, \forall\, v \in F^*,\ \|\widetilde{f} - f\|_F \to 0.$$

В качестве итоговых приближений к u_* выбираются элементы вида $\widetilde{u} = \mathcal{J}_p\widetilde{\mathcal{A}}^*\widetilde{v}$, где $\widetilde{v} \in F^*$ являются решениями вспомогательной задачи минимизации на шаре:

$$\|\widetilde{\mathcal{A}}^*v\|^q_{L^q} - q\,\langle v, \widetilde{f}\rangle \to \min, \quad \|v\|_{F^*} \leqslant r.$$

Доказана сильная сходимость $\widetilde{u}$ к u_* в пространстве L^p.

Литература

1. Потапов М.М. Устойчивый метод решения линейных уравнений с неравномерно возмущённым оператором // Доклады АН. 1999. Т. 365, №5. С. 596–598.

Численные методы, решающие некоторые задачи оптимального управления с заданной точностью

Самсонов Сергей Петрович

Кафедра оптимального управления, e-mail: `samsonov@cs.msu.ru`

Доклад посвящен рассмотрению численных методов решения линейных задач оптимального управления. Именно для линейных задач численные методы, как правило, удается строго обосновать, то есть доказать их сходимость и установить оценки погрешности. Использование линейности управляемой системы позволяет построить эффективно работающие численные алгоритмы. Разработке численных методов для линейных задач оптимального управления посвящен целый ряд работ. Следует однако заметить, что в большинстве опубликованных работ исследуется только сходимость методов и задается какой-то критерий остановки вычислений, который обеспечивает «близость» вычисляемых величин к искомым, но не гарантирует заданной точности. Обычно используемые численные алгоритмы требуют численного решения некоторых задач из теории дифференциальных уравнений, линейной алгебры и т.д. Однако вычислительные погрешности решения этих вспомогательных задач могут оказаться весьма значительными, поэтому большой интерес представляют такие численные методы, для которых удается получать оценку точности вычислений с учетом вычислительных погрешностей. Данный доклад как раз и посвящен численным методам, решающим линейные задачи оптимального управления с заданной точностью и с учетом вычислительных погрешностей [1–4].

Литература

1. Самсонов С.П. Восстановление выпуклого множества по его опорной функции с заданной точностью // Вестник Московского университета. 1983, Серия 15, Вычислительная математика и кибернетика, №3, с. 68–71.

2. Самсонов С.П. Численный метод решения линейных задач оптимального управления с заданной точностью // Проблемы динамического управления, 2009, Выпуск 4, с. 156–158.
3. Самсонов С.П. Оценка погрешности времени быстродействия в линейной задачи оптимального управления // Проблемы динамического управления, 2010, Выпуск 5, с. 123–132.
4. Самсонов С.П. Одна задача оптимального управления с различными функционалами качества // Тр. МИАН СССР им. В.А.Стеклова, 1988, Т.185, С. 215–221.

Именной указатель