

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА**

**Факультет вычислительной математики и кибернетики**

**Научная конференция**

# **Ломоносовские Чтения**

**Тезисы докладов**

**16–27 апреля 2018 года**

*Заседания конференции проходят  
на факультете ВМК во втором учебном корпусе  
Московского государственного университета*



---

Москва – 2018

УДК 519.7  
ББК 22.18  
Л75

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета  
факультета вычислительной математики и кибернетики  
МГУ имени М. В. Ломоносова*

Л75 **Ломоносовские чтения:** научная конференция, Москва, факультет  
ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, 17–26 апреля 2017 г.: тезисы  
докладов. – Москва: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ  
(лицензия ИД 05899 от 24.09.2001); МАКС Пресс, 2018. – 128 с.

ISBN 978-5-89407-584-6

ISBN 978-5-317-05815-9

В настоящий сборник вошли тезисы докладов секции Вычислительной математики и кибернетики конференции «Ломоносовские чтения-2018», проводимой Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова в 2018 году.

УДК 519.7  
ББК 22.18

Издательский отдел  
Факультета вычислительной математики и кибернетики  
МГУ имени М. В. Ломоносова  
Лицензия ИД N 05899 от 24.09.01 г.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,  
МГУ имени М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус

Отпечатано с готового оригинал-макета  
в издательстве ООО «МАКС Пресс»  
Лицензия ИД N 00510 от 01.12.99 г.

Подписано в печать 11.04.2018 г.  
Формат 60x90 1/16. Усл.печ.л. 8,0. Тираж 100 экз. Заказ 077.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова,  
2-й учебный корпус, 527 к.  
Тел. 8(495)939-3890/91. Тел./Факс 8(495)939-3891.

ISBN 978-5-89407-584-6  
ISBN 978-5-317-05815-9

© Издательский отдел факультета вычислительной математики  
и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, 2018  
© Авторы докладов, 2018

В соответствии с Уставом Московского университета для представления и обсуждения результатов работ по всем направлениям научных исследований на факультете ВМК ежегодная научная конференция «Ломоносовские чтения» пройдет с 16 апреля по 27 апреля 2018 года.

Секция вычислительной математики и кибернетики научной конференции «Ломоносовские чтения» включает следующие подсекции:

- 1) кафедра вычислительных технологий и моделирования  
(руководитель – академик РАН профессор Тыртышников Е. Е.);
- 2) кафедра интеллектуальных информационных технологий и лаборатория дискретных управляющих систем  
(руководитель – профессор Машечкин И. В.);
- 3) кафедра системного программирования  
(руководитель – чл. - корр. РАН профессор Аветисян А. И.);
- 4) кафедры вычислительных методов, суперкомпьютеров и квантовой информатики и лаборатория моделирования процессов тепломассопереноса  
(руководитель – академик РАН профессор Четверушкин Б. Н.);
- 5) кафедра математической физики  
(руководитель – профессор Денисов А. М.);
- 6) кафедра исследования операций  
(руководитель – профессор Васин А. А.);
- 7) кафедры математической кибернетики и информационной безопасности  
(руководитель – профессор Алексеев В. Б.);
- 8) кафедра математической статистики  
(руководитель – профессор Королев В. Ю.);
- 9) кафедра автоматизации научных исследований  
(руководитель – профессор Попов А. М.);
- 10) кафедра оптимального управления, лаборатория обратных задач  
(руководитель – академик РАН профессор Осипов Ю. С.);
- 11) кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления  
(руководители – академик РАН профессор Куржанский А. Б., профессор Фурсов А. С.);
- 12) кафедры общей математики и функционального анализа и его применений  
(руководитель – академик РАН профессор Моисеев Е. И.);
- 13) кафедра алгоритмических языков, лаборатории открытых информационных технологий, вычислительного практикума и информационных систем  
(руководители – профессор Мальковский М. Г., профессор Сухомлин В. А.);
- 14) Кафедры автоматизации систем вычислительных комплексов, суперкомпьютеров и квантовой информатики и лаборатория вычислительных комплексов  
(руководитель – чл. - корр. РАН профессор Смелянский Р. Л.).



# Содержание

<i>И. В. Машечкин, М. И. Петровский, А. Н. Терехин</i> Система поиска и мониторинг источников потенциально террористической и экстремисткой информации в сети Интернет . . .	14
<i>М. В. Абакумов, А. Д. Мельчукова</i> О методах построения картины линий тока двумерных векторных полей . . . . .	15
<i>А. И. Аветисян, В. Н. Игнатьев, М. В. Беляев</i> Статический анализ помеченных данных для поиска уязвимостей в программах на С# . . . . .	16
<i>А. И. Аветисян, А. В. Монаков, В. А. Иваншин</i> Полносистемная оптимизация размера кода и данных для динамически скомпонованных программ . . . . .	17
<i>В. И. Агошков, Е. И. Пармузин, Г. А. Балыбердин</i> Вариационная ассимиляция данных в задаче об ионосфере . . . . .	18
<i>В. И. Агошков, Н. Б. Захарова, А. Э. Зотов</i> Методы обработки гидрофизической информации для задач вариационной ассимиляции данных . . . . .	19
<i>В. И. Агошков, Н. Р. Лезина, В. А. Мастинен</i> Параллельный алгоритм для задачи вариационной ассимиляции данных температуры поверхности моря с использованием метода разделения области . . . . .	20
<i>В. И. Агошков, А. С. Сорокин, Т. О. Шелопут</i> Задача о минимизации ущерба от биологического загрязнения водоема	21
<i>В. Б. Алексеев</i> О замкнутых классах частичной $k$ -значной логики, содержащих класс монотонных функций . . . . .	22
<i>Д. А. Алимов, Н. К. Обросова, А. А. Шананин</i> О моделировании функционирования производства обрабатывающего сектора . . . . .	23

<i>А. С. Антонов, Н. И. Волков</i>	
Система визуализации информационных графов алгоритмов . . . . .	24
<i>А. И. Аристов</i>	
Об одном неклассическом нелинейном уравнении в частных производных . . . . .	25
<i>Е. И. Атамась</i>	
Об обратимости некоторых классов систем с несоизмеримыми запаздываниям . . . . .	26
<i>А. А. Атанесян, П. А. Точилин</i>	
Задача оптимальной стабилизации с кусочно-линейной функцией цены	27
<i>А. В. Афонин, А. В. Мещеряков, С. В. Герасимов</i>	
Исследование проблем переноса обучения при оценке фотометрических красных смещений внегалактических объектов методами машинного обучения . . . . .	28
<i>В. В. Балашов, Е. А. Антипина</i>	
Распределение вычислительной нагрузки в модульных ВС путем решения модифицированной задачи о мультипликативном рюкзаке . . . . .	29
<i>В. В. Балашов, С. А. Тутельян</i>	
Многокритериальная оптимизация распределения вычислительной нагрузки в модульных ВС . . . . .	30
<i>Г. А. Балыков, А. П. Смирнов</i>	
Параллельный алгоритм решения уравнений Максвелла методом конечных разностей с выбором оптимальной топологии . . . . .	31
<i>К. А. Батузов, А. А. Беззубиков</i>	
Исследование влияния размеров блоков трансляции на возможности проведения оптимизаций во время динамической двоичной трансляции	32
<i>А. А. Белеванцев, И. А. Дудина</i>	
Методы организации межпроцедурного анализа для поиска ошибок переполнения буфера . . . . .	33
<i>А. А. Белолипецкий, К. О. Семенов</i>	
Математическая модель образования в лазерной мишени криогенного топливного слоя при охлаждении газа до температуры тройной точки	34
<i>С. В. Богомолов, А. В. Владимиров, А. Е. Кувшинников</i>	
«Точный» разрывный метод частиц . . . . .	35
<i>С. В. Богомолов, Н. Б. Есикова</i>	
Столкновения частиц в магнитном поле . . . . .	36
<i>Ю. С. Владимирова, Х. Рамиль Альварес</i>	
Сжатие по Хаффману и самокорректирующиеся коды Хемминга на троичных машинах . . . . .	37

---

<i>А. А. Вылиток, Т. В. Генералова</i> L-графы без псевдоциклических путей . . . . .	38
<i>С. В. Гаврилов</i> Численное решение обратной задачи для уравнения Лапласа в области с одной неизвестной границей . . . . .	39
<i>С. С. Гайсарян, В. А. Падарян, О. В. Горемыкин</i> Автоматизация разработки динамического двоичного транслятора на базе спецификаций семантики набора команд . . . . .	40
<i>С. С. Гайсарян, Н. В. Шимчик</i> Поиск критических ошибок с помощью межпроцедурного анализа помеченных данных в программах на Си/Си++ . . . . .	41
<i>А. Б. Глонина</i> Программное средство моделирования модульных вычислительных систем для проверки ограничений реального времени . . . . .	42
<i>Д. Ю. Голембиовский, И. Н. Лагода</i> Применение генетических алгоритмов для построения стресс-сценариев портфеля заемщиков на основе их системно-динамических моделей . . . . .	43
<i>В. М. Головизнин, А. В. Соловьев, П. А. Майоров, П. А. Майоров</i> Многослойная негидростатическая модель течения жидкости со свободной поверхностью на основе схемы КАБАРЕ . . . . .	44
<i>С. Г. Головина, Е. В. Захаров, Е. Г. Цыбров</i> Определение границы диэлектрического тела вращения по отраженному электромагнитному полю (магнитная мода) . . . . .	45
<i>А. А. Голубков</i> Асимптотика передаточной матрицы уравнения Штурма—Лиувилля с кусочно-целым потенциалом на кривой . . . . .	46
<i>В. П. Горьков, Н. Л. Григоренко</i> Об одной задаче управления нелинейной системой с фазовым ограничением . . . . .	47
<i>Д. С. Гребенников, Г. А. Бочаров</i> Численное интегрирование уравнений движения взаимодействующих клеток в лимфоузле . . . . .	48
<i>Д. Е. Гурьев</i> Программное обеспечение для управления приемопередатчиком Ethernet в процессе тестирования и отладки . . . . .	49
<i>В. И. Дмитриев</i> О единственности решения обратной задачи электромагнитного зондирования . . . . .	50

<i>А. В. Домрина</i>	
Некоммутативная унитарная сигма-модель теории поля . . . . .	50
<i>С. В. Дрожжин, А. С. Братусь</i>	
Математическая модель эволюции гиперциклических репликаторных систем . . . . .	51
<i>В. Н. Егоров, А. В. Егоров</i>	
О гипотезе Райзера для циркулянтных матриц Адамара . . . . .	52
<i>Г. Г. Еленин, Т. Г. Еленина</i>	
Параметризация решения задачи о движении в центральном поле . . . . .	53
<i>К. Э. Еномян</i>	
Разработка архитектуры и реализация облачного сервиса для массовой обработки изображений с высокой реалистичностью . . . . .	54
<i>А. А. Ермичев, В. А. Крюков</i>	
Средства сравнительной отладки в DVM-системе . . . . .	55
<i>М. В. Ерофеев, Д. С. Ватолин</i>	
Увеличение эффективности субъективного удаленного сравнения видеопоследовательностей . . . . .	56
<i>Е. Ю. Ечкина</i>	
Математическое моделирование распространения лазерного импульса запредельной мощности в плазме, увеличение значения продольного электрического поля . . . . .	57
<i>Д. А. Желтков, А. И. Осинский</i>	
Исследование метода крестовой оптимизации в многомерных задачах ранга 1 . . . . .	58
<i>В. И. Жуковский</i>	
Равновесие по Ауманну в смешанных стратегиях . . . . .	59
<i>И. В. Зотов</i>	
Реконструкция распределения тока плазмы в токамаке на основе магнитных и газокинетических измерений . . . . .	60
<i>Е. М. Иванова, П. А. Точилин</i>	
Алгоритм синтеза целевых управлений для линейных динамических систем с переключениями . . . . .	61
<i>А. С. Ильинский, Т. Н. Галишиникова</i>	
Численный метод решения сингулярных интегральных уравнений в задаче отражения волн от нерегулярной поверхности . . . . .	62
<i>И. В. Капалин</i>	
Подход к построению оптимального функционального фильтра для линейных стационарных систем . . . . .	63



*Н. Ю. Капустин*

О задаче для оператора Лапласа на круге со спектральным параметром в граничном условии . . . . . 64

*А. В. Карев, И. В. Тихонов*

Оценки применимости итерационного метода при решении некоторых обратных задач для эволюционных уравнений . . . . . 64

*Ю. Н. Киселёв, С. Н. Аввакумов*

Прямое вычисление константы оптимального регулятора и функции Беллмана в задаче Фуллера с привлечением возможностей среды MAPLE . . . . . 66

*Ю. Н. Киселёв, С. Н. Аввакумов, М. В. Орлов, С. М. Орлов*

Исследование одной задачи оптимального управления с учащающимися переключениями . . . . . 67

*А. В. Краев, А. И. Роговский*

Описание нулевой динамики аффинных нелинейных систем управления . . . . . 67

*М. А. Кривов, Ф. И. Атауллаханов*

Разработка математической модели делящейся биологической клетки и проведение численного моделирования процесса митоза . . . . . 68

*Г. Кристоф, М. М. Монахов, В. В. Ульянов*

Неасимптотические оценки для приближений второго порядка распределений статистик на выборках случайного размера . . . . . 69

*А. А. Кудрявцев, С. И. Палионная, А. И. Титова*

Применение байесовского метода в моделях баланса . . . . . 70

*А. Н. Кулагин, В. Ю. Ладунов, Ю. И. Ожигов, Н. А. Сковорода*

Компьютерное моделирование системы зарядов и поля в конечномерных моделях КЭД . . . . . 71

*А. А. Кулешов*

Непрерывные суммы ридж-функций на выпуклом теле и условие Дини 72

*А. Б. Куржанский, Ю. А. Комаров*

Гамильтонов формализм в задачах оптимизации управления движением с векторным критерием . . . . . 73

*А. Б. Куржанский, А. И. Любимов*

Задача выживаемости для модели течения в скважине . . . . . 74

*М. А. Кушеверская, Д. В. Денисов*

Исследование влияния поведенческой экономики на моделирование экономических процессов . . . . . 75

<i>О. С. Лебедева, А. И. Осинский, С. В. Петров</i> Приближенные алгоритмы малоранговой аппроксимации в задаче восстановления матрицы по элементам на случайном шаблоне . . . . .	76
<i>О. С. Лебедева, А. И. Осинский, С. В. Петров</i> Приближенные алгоритмы малоранговой аппроксимации в задаче восстановления матрицы по элементам на случайном шаблоне . . . . .	78
<i>Д. А. Лукашевич, А. П. Смирнов, О. И. Баум, Э. Н. Соболев</i> Моделирование порообразования в биополимере при лазерном нагреве	79
<i>А. А. Лукьяница</i> Построение разделяющей поверхности для неравномерно распределенных классов . . . . .	80
<i>Л. Н. Лукьянова</i> Терминальное управление линейной системой при наличии помех на нефиксированном отрезке времени . . . . .	81
<i>А. В. Мазеев, А. С. Семенов, Д. И. Дорофеев</i> Сравнение методов выявления аномалий в графах . . . . .	82
<i>П. А. Михеев, В. А. Антоненко</i> О сравнении производительности контейнеров и виртуальных машин	83
<i>Е. И. Моисеев, Д. А. Гуляев</i> О полноте тригонометрических систем с нецелочисленным индексом в пространстве интегрируемых функций . . . . .	84
<i>Т. Е. Моисеев</i> Свойства решений уравнений не разрешенных относительно производной . . . . .	85
<i>В. В. Морозов, Е. Н. Гаскарова</i> Два метода оценки стоимости азиатских опционов европейского типа	86
<i>С. И. Мухин, Н. А. Афанасьев</i> Метод конечных объемов для уравнений Навье—Стокса на треугольных сетках . . . . .	87
<i>А. С. Нагорный</i> О решетке пересечений предполных классов из семейства $U$ в пятизначной логике . . . . .	88
<i>Л. В. Назаров, В. Д. Чабаненко</i> Калибровка моделей ценообразования опционов с использованием нейронных сетей . . . . .	89
<i>Д. Е. Намиот, О. Н. Покусаев</i> Моделирование пассажирских потоков городской железной дороги .	90

---

<i>А. А. Никитин</i>	
Исследование интегрального уравнения равновесия с ядрами-куртозианами . . . . .	91
<i>И. М. Никольский</i>	
Об одной параллельной имитационной модели беспроводной сенсорной сети . . . . .	92
<i>М. С. Никольский</i>	
Некоторые методы оценивания множеств достижимости нелинейных управляемых объектов . . . . .	93
<i>М. С. Огнева, А. А. Васин</i>	
О разделяющих равновесиях в конкурентных столкновениях с сигналами . . . . .	94
<i>В. А. Падарян, М. А. Соловьев, Д. В. Манушин</i>	
Обнаружение утечек чувствительных данных в исполняемом коде .	95
<i>А. А. Панфёров</i>	
Линейно сателлитные неизвестные в задаче частичной устойчивости линейных автономных дифференциальных систем . . . . .	96
<i>В. Н. Пашков</i>	
К вопросу повышения надежности распределенной платформы управления для транспортных программно-конфигурируемых сетей	97
<i>И. С. Петров, Р. Л. Смелянский</i>	
Задача предсказания значений счетчиков правил маршрутизации в SDN	98
<i>Л. И. Петрова</i>	
Об интегрируемости дифференциальных уравнений первого порядка	99
<i>А. А. Полосин</i>	
О смешанной задаче с наклонной производной для уравнения Гельмгольца в полукруге . . . . .	100
<i>А. М. Попов, Д. Е. Семенова</i>	
Метод Монте—Карло для моделирования энергетических состояний квантовой точки . . . . .	101
<i>А. М. Попов, Н. Э. Шагиров</i>	
Моделирование турбулентности плазмы при потере МГД устойчивости	101
<i>А. В. Разгулин, С. С. Будзинский</i>	
Об одном методе понижения размерности для описания двумерных волн в тонком кольце . . . . .	102
<i>В. Ю. Решетов, А. Г. Перевозчиков, И. Е. Яночкин</i>	
Модель «нападение-оборона» на сетях . . . . .	103

<i>Н. П. Савенкова, А. В. Калмыков, Н. С. Удовиченко</i> Исследование зависимости МГД-устойчивости от величины электромагнитного поля внутри электролизера . . . . .	104
<i>Н. П. Савенкова, В. С. Лапонин, А. Ю. Мокин, Л. А. Артемьева, А. А. Дряженков</i> Математическое моделирование производственных потоков в технологических процессах с фиксированной рецептурой производства	106
<i>Р. С. Савинков, Г. А. Бочаров</i> Стохастическое моделирование пространственно-временной динамики противовирусного иммунного ответа в лимфатическом узле . . . . .	107
<i>И. В. Садовнича</i> Классическая задача равносходимости для оператора Штурма—Лиувилля с сингулярным потенциалом . . . . .	108
<i>С. П. Самсонов</i> Численное решение задачи оптимального управления с интегральным функционалом качества . . . . .	109
<i>С. Н. Селезнева</i> Об $m$ -юнктивных предикатах над конечным множеством . . . . .	109
<i>А. Г. Сорока, А. В. Мещеряков, С. В. Герасимов</i> Применение глубоких сверточных сетей для морфологической классификации галактик в обзоре DECaLS . . . . .	110
<i>Е. П. Степанов</i> О массовой многопоточной передаче данных . . . . .	111
<i>В. В. Терновский, М. М. Хапаев, Т. М. Хапаева</i> Возмущение потенциала в обратной задаче Штурма-Лиувилля . . . . .	112
<i>И. В. Тимохин, С. А. Матвеев, А. П. Смирнов, Е. Е. Тыртышников</i> Реализация метода Ньютона для системы уравнений типа Смолуховского . . . . .	114
<i>В. А. Трофимов, Т. М. Лысак, А. А. Свинцов</i> Солитонное распространение лазерного излучения в среде с индуцированной фотолюминесценцией . . . . .	115
<i>Д. Ю. Турдаков, К. В. Архипенко</i> Автоматическое выделение сленговых выражений в сети Интернет для обогащения словарей именованных сущностей . . . . .	116
<i>А. С. Фурсов, В. С. Гусева</i> Стабилизация переключаемой линейной системы с запаздыванием в управлении . . . . .	117

---

<i>Е. Н. Хайлов, А. Д. Клименкова, А. Коробейников</i> Оптимальные стратегии антираковой терапии в управляемых моделях конкуренции Лотки–Вольтерры . . . . .	118
<i>А. В. Хорошилов, С. В. Зеленов, А. А. Карнов</i> Использование марковского анализа для оценки отказобезопасности программно-аппартных комплексов . . . . .	119
<i>М. А. Черепнёв, А. И. Тулебаев</i> Некоторые экспериментальные свойства спариваний на эллиптических кривых . . . . .	120
<i>М. В. Чистолинов</i> Архитектура стендовых комплексов имитации и регистрации трафика высоконагруженных бортовых интерфейсов . . . . .	121
<i>Е. В. Шальнов</i> Динамические визуальные сенсоры в компьютерном зрении . . . . .	122
<i>О. В. Шестаков</i> Пороговая обработка в моделях с негауссовым распределением шума . . . . .	123
<i>М. В. Шубин, Н. Н. Попова</i> Метод выделения фаз в коммуникационных взаимодействиях процессов МРІ-программ . . . . .	124
<b>Авторский указатель . . . . .</b>	<b>125</b>

# **СИСТЕМА ПОИСКА И МОНИТОРИНГ ИСТОЧНИКОВ ПОТЕНЦИАЛЬНО ТЕРРОРИСТИЧЕСКОЙ И ЭКСТРЕМИСТКОЙ ИНФОРМАЦИИ В СЕТИ ИНТЕРНЕТ**

**Машечкин Игорь Валерьевич, Петровский Михаил Игоревич, Терехин  
Андрей Николаевич**

Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mash@cs.msu.su, michael@cs.msu.su, ter@cs.msu.su

В современном мире растет число террористических актов и ущерб от террористических атак, осуществляемых экстремистскими группами или отдельными людьми, находящимися под влиянием экстремистских идей. Важными средствами общения организаторов и исполнителей терактов в зависимости от задач служат электронная почтовая переписка, социальные сети обмена сообщениями, программы-мессенджеры, блоги и веб ресурсы. Последние — в основном для ведения пропаганды и вербовки новых сторонников. Поэтому данные в сети Интернет могут оказаться бесценным источником информации для обнаружения, мониторинга активности, выявления структуры и оценки угрозы террористических и экстремистских сообществ. В настоящей работе описываются архитектура, сценарии работы, а также алгоритмы машинного обучения и текстовой аналитики, использованные в интеллектуальной программной системе для выявления электронных сообщений, документов, web ресурсов, содержащих террористическую и экстремистскую информацию, а также отдельных пользователей, групп и сообществ, распространяющих такую информацию в сети Интернет. Решаются задачи языково-независимого поиска по образцу [1] такой информации, а также задачи мониторинга и тематического моделирование потоков информации террористического и экстремистского содержания, выявление структуры групп пользователей и интернет сообществ, распространяющих такую информацию. Описаны экспериментальные результаты применения системы на реальных данных и на эталонных наборах данных проекта DarkWeb.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект офи\_м № 16-29-09555).

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Pattern based information retrieval approach to discover extremist information on the internet / M. Petrovskiy, D. Tsarev, I. Pospelova // In: vol. 10682 of Lecture Notes in Computer Science: 5th International Conference Mining Intelligence and Knowledge Exploration (MIKE 2017), Springer-Verlag, 2017 P. 240–249.

## **О МЕТОДАХ ПОСТРОЕНИЯ КАРТИНЫ ЛИНИЙ ТОКА ДВУМЕРНЫХ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ**

**Абакумов Михаил Владимирович, Мельчукова Анна Дмитриевна**

Кафедра вычислительных методов, e-mail: vmabk@cs.msu.ru, annam\_17@mail.ru

При анализе результатов численных расчетов часто возникает задача визуализации векторных полей, компоненты которых представлены сеточными функциями. Одним из распространенных способов визуализации здесь является построение линий тока, которое сводится к выбору начальных точек из рассматриваемой области и построению линий, проходящих через выбранные точки, путем численного решения задачи Коши для системы ОДУ первого порядка. Функции непрерывного аргумента, фигурирующие в правой части указанной системы уравнений, получаются из сеточных компонент с использованием того или иного способа интерполяции. Соответствующие алгоритмы реализованы во многих пакетах прикладных программ. Однако при их использовании зачастую не удается получить картину линий тока, адекватно отражающую специфику конкретного векторного поля, без существенных усилий. Как правило, требуется в интерактивном режиме задавать начальные точки, а также параметры численных методов для каждой линии.

В настоящей работе предлагается метод, позволяющий строить хорошо воспринимаемую визуально картину линий тока в автоматизированном режиме. Основная идея состоит в том, что каждая следующая начальная точка выбирается исходя из анализа положения ранее построенных линий. Для такого анализа используется разбиение исходной области на ячейки равномерной разностной сеткой и соответствующая разбиению матрица дискретизации. Матрица представляет собой приближенный портрет текущего изображения, детализация которого определяется шагами сетки. При построении каждой следующей линии тока модифицируются элементы матрицы. Они же анализируются при поиске следующей начальной точки, а также для прекращения расчета текущей траектории при ее приближении к ранее построенным линиям тока.

В работе обсуждаются недостатки простейших вариантов выбора начальных точек и ставится задача построения картины линий тока векторного поля в целом. Рассматриваются вопросы эффективности автоматического выбора шага и контроля точности методов Рунге-Кутты применительно к расчету траектории линии тока. Предлагаются экономичные алгоритмы, реализующие необходимые для поиска начальных точек вычисления значений элементов матрицы дискретизации. Приводятся результаты применения разработанных методов и алгоритмов к построению картин линий тока для реальных расчетных данных.

## СТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОМЕЧЕННЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПОИСКА УЯЗВИМОСТЕЙ В ПРОГРАММАХ НА C#

Аветисян Арутюн Ишханович, Игнатъев Валерий Николаевич<sup>1</sup>, Беляев Михаил Владимирович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ИСП РАН, e-mail: arut@ispras.ru, valery.ignatyev@ispras.ru

<sup>2</sup> Кафедра СП ВМК МГУ, ИСП РАН, e-mail: usrsse2@icloud.com

Анализ помеченных данных — вид статического анализа, целью которого является нахождение путей распространения данных от функций-источков в функции-стоки. Анализ помеченных данных применяется при реализации инструментов поиска дефектов, в том числе, дефектов безопасности [1].

В данной работе используется подход сведения задачи анализа помеченных данных к задаче межпроцедурного анализа потоков данных с дистрибутивными передаточными функциями (IFDS) [1]. Реализован алгоритм решения IFDS-задачи, аналогичный описанному в работе [2], не требующий построения расширенного межпроцедурного графа потока управления. Разработаны и реализованы 4 вида передаточных функций (ПФ) для прямого и обратного анализа кода на языке C#: обычная ПФ, ПФ вызова, ПФ возврата и ПФ «сквозь вызов» [1]. Для ускорения анализа используется сохранение результатов анализа методов в резюме и их повторное использование, а также параллельное выполнение анализа из различных истоков. Эти алгоритмы и методы реализованы в инструменте статического анализа SharpChecker [3].

Для практического применения реализованного механизма анализа помеченных данных разработан формат описания правил безопасности, основанный на JSON. Формат позволяет записывать правила, требующие для проверки решения одной или нескольких задач анализа помеченных данных.

Тестирование на наборе проектов с открытым кодом показало, что реализованный инструмент успешно находит следующие уязвимости: SQL-, LDAP-, XPath-инъекция, использование константных паролей, утечка информации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] FlowDroid: Precise Context, Flow, Field, Object-sensitive and Lifecycle-aware Taint Analysis for Android Apps / S. Arzt [et al.] // In Proceedings of the 35th ACM SIGPLAN Conference on Programming Language Design and Implementation. — 2014. — P. 259–269.
- [2] Кошелев В. К., Избышев А. О., Дудина И. А. Межпроцедурный анализ помеченных данных на базе инфраструктуры LLVM // Труды ИСП РАН. — 2014. — Т. 26, № 2. — С. 97–118.
- [3] Кошелев В. К., Игнатъев В. Н., Борзилов А. И. Инфраструктура статического анализа программ на языке C# // Труды ИСП РАН. — 2016. — Т. 28, №1. — С. 21–40.



# ПОЛНОСИСТЕМНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗМЕРА КОДА И ДАННЫХ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИ СКОМПОНОВАННЫХ ПРОГРАММ

Аветисян Арутюн Ишханович<sup>1</sup>, Монаков Александр Владимирович,  
Иванишин Владислав Анатольевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: arut@ispras.ru

<sup>2</sup> ИСП РАН, e-mail: amonakov@ispras.ru, vlad@ispras.ru

В связи с растущим интересом к портированию дистрибутивов полновесных операционных систем на встраиваемые устройства, возникает потребность в оптимизации размеров образов таких систем, специализированных для конкретных задач. Как правило, операционные системы общего назначения включают объёмные динамические библиотеки. Специализированное устройство может использовать лишь небольшую часть предоставляемой ими функциональности.

В докладе представлен метод модификации процесса сборки без изменения исходных кодов программ дистрибутива, позволяющий уменьшить образ системы, включающей исполняемые файлы и динамические библиотеки. Данный метод работает в предположении замкнутости программной системы: после окончания сборки к системе не могут быть добавлены новые программные компоненты.

Основная идея подхода состоит в получении глобального графа зависимостей с помощью plugin-модуля к компоновщику и исключении символов, не используемых данной системой, во время пересборки. В качестве одного из промежуточных шагов, с помощью методов, аналогичных представленным в [1, 2], решается задача идентификации файлов исходных текстов.

Реализация предложенного подхода позволяет добиться уменьшения суммарного размера секций кода и данных бинарных файлов программ операционной системы Tizen (профиль «Headless») на 18%.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dolstra E. Integrating software construction and software deployment. Proceedings of the 2001 ICSE Workshops on SCM 2001, and SCM 2003 Conference on Software Configuration Management, ser. SCM'01/SCM'03. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003, pp. 102–117.
- [2] Build interceptor: <http://build-interceptor.stage.tigris.org>

## ВАРИАЦИОННАЯ АССИМИЛЯЦИЯ ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ ОБ ИОНОСФЕРЕ

Агошков Валерий Иванович<sup>1</sup>, Пармузин Евгений Иванович<sup>2</sup>,  
Балыбердин Григорий Алексеевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Институт вычислительной математики РАН, e-mail: agoshkov@inm.ras.ru

<sup>2</sup> Институт вычислительной математики РАН, МФТИ, e-mail: parm@inm.ras.ru

<sup>3</sup> Кафедра ВТМ Факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: balyberdin\_grigoriy@mail.ru

Одной из важных проблем в настоящее время является задача оперативного мониторинга глобального распределения ионосферных параметров и исследования механизмов воздействий на состояние ионосферы. Данная проблема может быть решена путем построения адекватной математической модели, с помощью которой можно будет не только вычислять ионосферные характеристики, но и предсказывать поведение ионосферы.

В настоящей работе рассматривается реализация метода вариационной ассимиляции данных, основанного на теории сопряженных уравнений, для одномерной модели ионосферы. Система уравнений, описывающая поведение концентрации ионов в ионосфере, и применявшаяся для решения прямой задачи, подробно описана в работах [1, 2, 3]. В качестве основного уравнения модели было взято уравнение неразрывности для ионов с граничными условиями из [1, 3]. Была сформулирована задача вариационной ассимиляции данных наблюдений, предложен алгоритм ее решения и проведены численные эксперименты по восстановлению функции «полного электронного содержания».

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №17-17-01305).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Agoshkov V.I. The formulation and study of some variational assimilation problems and inverse problems in ionosphere // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2018. V. 33, №2, P. 1–18
- [2] Schunk R. W., Nagy A. F. Ionospheres. Physics, Plasma Physics, and Chemistry. Cambridge University Press. 2009. 456 p.
- [3] Ostanin P. A., Kulyamin D. V., Dymnikov V. P. Numerical modelling of the earth's ionosphere f region // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2017. V. 96, № 1, P. 012011(1)–012011(11).

## **МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ГИДРОФИЗИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ЗАДАЧ ВАРИАЦИОННОЙ АССИМИЛЯЦИИ ДАННЫХ**

**Агошков Валерий Иванович<sup>1</sup>, Захарова Наталья Борисовна<sup>2</sup>, Зотов  
Артём Эдуардович<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Институт вычислительной математики РАН, e-mail: agoshkov@inm.ras.ru

<sup>2</sup> Институт вычислительной математики РАН, e-mail: zakharova\_nb@inm.ras.ru

<sup>3</sup> Кафедра ВТМ Факультета ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: artyom-amg@yandex.ru

В задачах математического моделирования от качества данных во многом зависит точность модельных расчетов и прогнозов. Поэтому этап обработки данных наблюдений является важной частью решения задач математического моделирования. Работа посвящена обработке гидрофизической информации для задач вариационной ассимиляции данных и других задач гидротермодинамики океанов и морей.

В работе рассматриваются данные наблюдений о температуре поверхности Балтийского моря (ТПМ) с ресурса европейского проекта Коперникус ([www.marine.copernicus.eu](http://www.marine.copernicus.eu)). На языке программирования Python реализована программа, позволяющая получать с портала данные о ТПМ, интерполировать на требуемые расчетные сетки и переводить в формат численной модели гидротермодинамики Балтийского моря, разрабатываемой в ИВМ РАН [1]. Посредством реализованного набора скриптов обработаны среднесуточные данные о ТПМ Балтийского моря за 1982-2017 годы.

Построенные поля ТПМ и вычисленные по ним статистические характеристики (статистическое осреднение и среднеквадратическое отклонение) дополнили специализированную базу данных ИВС «ИВМ РАН - Балтийское море» [2] и могут быть использованы при решении различных задач гидротермодинамики океанов и морей. Поля ТПМ Балтийского моря будут использованы при решении задач ассимиляции данных [3]. Статистическое осреднение ТПМ позволяет проводить мониторинг изменчивости состояния моря и отслеживать тенденции. Среднеквадратическое отклонение может быть использовано в задач вариационной ассимиляции данных для построения ковариационных матриц ошибок данных и для решения задач верификации данных наблюдений [4].

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (проект № МК-3228.2018.5, в рамках которого выполнен обзор современных технологий обработки данных и разработаны алгоритмы обработки гидрофизических данных) и РФФИ (проект № 14-11-00609, в рамках которого создана и пополняется специализированная база данных наблюдений о ТПМ Балтийского моря).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zalesny V. B., Gusev A. V., Chernobay S. Yu., Aps R., Tamsalu R., Kujala P., Rytkonen J., The Baltic Sea circulation modelling and assessment of marine pollution // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2014. V. 29. Issue 2. P. 129–138.
- [2] Агошков В. И., Асеев Н. А., Захарова Н. Б., Пармузин Е. И., Шелопут Т. О., Шутяев В. П. Информационно-вычислительная система «ИВМ РАН – Балтийское море» - М. : ИВМ РАН, 2016. – 139 с.
- [3] Agoshkov V. I., Parmuzin E. I., Zakharova N. B., Zalesny V. B., Shutyaev V. P., Gusev A. V. Variational assimilation of observation data in the mathematical model of the Baltic Sea dynamics // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2015. V. 30. Issue 4. P. 203–212.
- [4] Захарова Н. Б. Верификация данных наблюдений о температуре поверхности моря // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2016. Т. 13. № 3. С. 106–113

**ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ  
ВАРИАЦИОННОЙ АССИМИЛЯЦИИ ДАННЫХ  
ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТИ**

Агошков Валерий Иванович<sup>1</sup>, Лезина Наталья Романовна<sup>2</sup>, Мастинен  
Валентин Алексеевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, МФТИ (ГУ), e-mail: agoshkov@inm.ras.ru

<sup>2</sup> ИВМ РАН, e-mail: lezina@phystech.edu

<sup>3</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, e-mail: mas.valyok@yandex.ru

Использование вариационной ассимиляции данных для улучшения прогноза в математических моделях представляет собой одну из наиболее актуальных задач в современной математической геофизике. В последнее время такие задачи получили распространение вследствие значительного увеличения данных наблюдений таких, как, например, спутниковые измерения. Это влечет за собой необходимость создания эффективных алгоритмов ассимиляции данных для многопроцессорных систем. В связи с бурным развитием суперкомпьютеров использование, создание и развитие параллельных алгоритмов становится неотъемлемой частью численного моделирования.

В настоящей работе рассматривается алгоритм вариационной ассимиляции данных наблюдений [1], основанный на методе разделения области [2], для модели гидротермодинамики моря, разработанной в ИВМ РАН [3], и его параллельная реализация.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 14-11-00609).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Variational assimilation of observation data in the mathematical model of the Baltic Sea dynamics / V.I. Agoshkov, E.I. Parmuzin, V.B. Zalesny, V.P. Shutyaev, N.B. Zakharova, A.V. Gusev // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2015. V.30, №4. pp. 203–212.
- [2] Агошков В. И. Методы разделения области в задачах гидротермодинамики океанов и морей. М. : ИВМ РАН, 2017. 187 с.
- [3] Numerical model of the Baltic Sea circulation / V.B. Zalesny, A.V. Gusev, V.O. Ivchenko, R. Tamsalu, R. Aps // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2013. V.28, №1. pp. 85–99.

## **ЗАДАЧА О МИНИМИЗАЦИИ УЩЕРБА ОТ БИОЛОГИЧЕСКОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОДОЕМА**

**Агошков Валерий Иванович<sup>1</sup>, Сорокин Александр Сергеевич<sup>2</sup>, Шелопут  
Татьяна Олеговна<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ РАН, МФТИ (ГУ), e-mail: agoshkov@inm.ras.ru

<sup>2</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, e-mail: sorokinaleksandr96@gmail.com

<sup>3</sup> ИВМ РАН, e-mail: sheloput@phystech.edu

Микроскопические водоросли, присутствующие в открытых водоемах, в значительной степени определяют качество воды. Массовое развитие цианобактерий (сине-зеленых водорослей) приводит к загрязнению водоема, явлению, получившему название вредоносного «цветения» воды. Вредоносность массового развития цианобактерий заключается в продуцировании большого числа опасных для здоровья людей и животных сильнодействующих токсинов, снижении качества воды, нарушении эстетического вида водоема, потере полезных для человека свойств водной экосистемы, массовой гибели рыб. В мировой практике используются различные физические и химические методы борьбы с цианобактериями (механическая очистка, аэрирование, облучение и т.д.), однако эти методы зачастую малоэффективны и вместе с тем связаны с большими финансовыми затратами. Одним из наиболее интересных способов предотвратить цветение водоема является альголизация суспензией *Chlorella vulgaris* – введение в водоем штаммов одноклеточной зеленой микроводоросли [1], которая борется с сине-зелеными водорослями за счет прямой конкуренции. В связи с этим интерес представляет задача о минимизации ущерба от загрязнения водоема сине-зелеными водорослями путем альголизации.

В настоящей работе была рассмотрена упрощенная модель, учитывающая как пространственно-неоднородное распределение сине-зеленой и зеленой

водорослей, так и их взаимодействие [1]. Для дискретизации модели по времени был использован метод расщепления [2]. В работе приведены результаты численных экспериментов для прямой задачи, а также постановка задачи о минимизации ущерба от биологического загрязнения водоема для полудискретной модели.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 14-11-00609).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Никитина А. В., Сухинов А. И., Угольницкий Г. А., Усов А. Б., Чистяков А. Е., Пучкин М. В., Семенов И. С. Оптимальное управление устойчивым развитием при биологической реабилитации Азовского моря // Матем. моделирование. 2016. Т. 28, № 7
- [2] Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М. : Наука, 1977. 456 с.

# О ЗАМКНУТЫХ КЛАССАХ ЧАСТИЧНОЙ $k$ -ЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ, СОДЕРЖАЩИХ КЛАСС МОНОТОННЫХ ФУНКЦИЙ

Алексеев Валерий Борисович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: vbalekseev@rambler.ru

Пусть  $A$  – предполный класс в  $k$ -значной логике  $P_k$  и  $T(A)$  – семейство всех замкнутых классов в частичной  $k$ -значной логике  $P_k^*$ , содержащих  $A$ . Вопрос о том, для каких  $A$  семейство  $T(A)$  содержит конечное число классов, а для каких бесконечное, впервые был рассмотрен автором и А.А. Вороненко [1] и полностью решен для  $k=2$ . К настоящему времени эта задача для произвольных  $k$  оставалась нерешенной только для предполных классов монотонных функций [2]. Недавно О.С. Дудакова [3] доказала существование в этом семействе (при  $k=6$ ) предполного класса  $A$ , для которого множество  $T(A)$  бесконечно. Автором доказана теорема, которая завершает решение рассматриваемой задачи для всех предполных классов  $k$ -значной логики.

Зафиксируем на  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$  некоторый частичный порядок  $R$ . При этом множество  $M_R$  всех всюду определенных  $k$ -значных функций, монотонных относительно  $R$ , образует предполный класс в  $P_k$  тогда и только тогда, когда  $R$  имеет ровно 1 минимальный и ровно 1 максимальный элемент.

Пусть  $A \subseteq E_k$ ,  $B \subseteq E_k$ ,  $A \cap B = \emptyset$ ,  $a_i \leq_R b_j$  для всех  $a_i \in A$ ,  $b_j \in B$ . Пару  $(A, B)$  будем называть неотделимой, если не существует такого  $c \in E_k$ , что  $a_i \leq c \leq b_j$  (относительно  $R$ ) для всех  $a_i \in A$ ,  $b_j \in B$ .

**Теорема.** Пусть  $M_R$  – предполный класс монотонных функций в  $P_k$  и  $T(M_R)$  – множество всех замкнутых классов из  $P_k^*$ , содержащих  $M_R$ . Множество  $T(M_R)$  конечно тогда и только тогда, когда в  $E_k$  нет неотделимых пар подмножеств (относительно  $R$ ).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-01-00782-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Алексеев В. Б., Вороненко А. А. О некоторых замкнутых классах в частичной двузначной логике // Дискретная математика. 1994. Т. 6, вып. 4. С. 58-79.
- [2] Lau D. Function algebras on finite sets: a basic course on many-valued logic and clone theory. Springer Monographs in Mathematics. Berlin. Springer, 2006. 668 p.
- [3] Дудакова О. С. О классах частичных монотонных функций шестизначной логики // Проблемы теоретической кибернетики: XVIII международная конференция (Пенза, 19-23 июня 2017 г.): Материалы: Под редакцией Ю.И. Журавлева. М.: МАКС Пресс, 2017. С. 78-81.

## О МОДЕЛИРОВАНИИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА ОБРАБАТЫВАЮЩЕГО СЕКТОРА

Алимов Дамир Алиевич, Шананин Александр Алексеевич<sup>1</sup>, Обросова  
Наталья Кирилловна<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра системного анализа, МФТИ(ГУ), e-mail: alimov2007d@gmail.com, alexshan@yandex.ru

<sup>2</sup> ВЦ ФИЦ ИУ РАН им. А. А. Дородницына, e-mail: nobrosova@yandex.ru

В работе [1] исследуется модель производственной компании в условиях нестабильного спроса и дефицита оборотных средств. Модель формализована в виде уравнения Беллмана для оценки стоимости производственной компании, зависящей от имеющихся запасов и задолженности компании:

$$W(Y_0, L_0) = \sup_{\tau \geq 0} \int_0^{+\infty} \lambda e^{-(\lambda+\Delta)t} [(p \min(Y(t), Y^*) - L(t))_+ + \\ + W((Y(t) - Y^*)_+, (L(t) - p \min(Y(t), Y^*))_+)] dt,$$

где  $Y(t) = Y_0 + \eta \min(t, \tau)$ ,  $L(t) = \eta y/r (e^{rt} - e^{r(t-\tau)_+}) + L_0 e^{rt}$ .

В работе [1] было найдено аналитическое решение этого уравнения  $W(Y_0, L_0) = V(Y_0) - L_0$  в случае  $\Delta = r$ . Явный вид функции  $V(Y_0)$  выписан в [1]. В [2] исследуется вопрос о единственности этого решения. Найден класс функций, в котором данное решение единственно. В [1] найден аналитический вид капитализации компании и доказана его единственность в случае отсутствия долговой нагрузки. В [3] найдено финальное распределение вероятностей случайного процесса изменения запаса и проведена идентификация модели по данным официальной статистики. В данной работе на основе полученного в [3] распределения вычисляется средняя величина долга компании, а также исследуется решение уравнения Беллмана в модели, учитывающей долговую нагрузку в случае  $\Delta < r$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ по гранту № 17–07–00507.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Обросова Н. К., Шананин А. А. Исследование уравнения Беллмана в модели производства с нестабильным спросом // ЖВМ и МФ. — 2014. — Т. 54, № 9. — С. 1465–1496.
- [2] Алимов Д. А. О существовании и единственности решения уравнения Беллмана в модели функционирования производственной компании с учётом влияния долговой нагрузки // ДУ. — 2018. — Т. 54, № 3. — С. 398–407.
- [3] Обросова Н. К., Шананин А. А. Модель производства в условиях нестабильного спроса с учетом влияния торговой инфраструктуры. Эргодичность и её приложения // ЖВМ и МФ. — 2015. — Т. 55, № 4. — С. 704–729.

# СИСТЕМА ВИЗУАЛИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ГРАФОВ АЛГОРИТМОВ

Антонов Александр Сергеевич<sup>1</sup>, Волков Никита Игоревич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> НИВЦ МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: asa@parallel.ru

<sup>2</sup> Кафедра Суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: volkovnikita94@gmail.com

Граф алгоритма — это ориентированный ациклический граф, вершины которого соответствуют операциям в алгоритме, а дуги — зависимостям по данным. Для каждого алгоритма по такому графу может быть вычислен его ресурс параллелизма и выявлены характерные структурные блоки. Цель нашей работы — создание инструмента для удобного визуального представления графов алгоритмов, с помощью которого можно быстро оценить эти свойства. Этот инструмент затем используется как часть описания алгоритмов в рамках проекта AlgoWiki.

Разрабатываемая нами система визуализации графов алгоритмов, названная AlgoView [1], состоит из двух частей: генератора 3D-моделей графов алгоритмов и средств для отображения этих моделей online. 3D-модели графов строятся путём синтаксического анализа представления графа алгоритма в виде XML-документа, в свою очередь получаемого цепочкой преобразований из кода референсной реализации алгоритма на языке программирования C / Fortran (эта часть парсера была написана ранее). В процессе этого анализа, как правило, требуется задавать набор внешних параметров, ответственных за размерные характеристики графа. Средствами Qt для генератора моделей создана обёртка в виде GUI приложений для Windows и Linux. Результатом работы генератора является набор моделей, в которых сохраняются соответствующие гнёздам циклов регулярные структуры алгоритма и его ресурс параллелизма, а также входные/выходные данные и макрооперации (если они заданы). Кроме того,



есть возможность генерации тестовых моделей непосредственно по списку вершин и ребёр графа алгоритма.

Отображение модели в режиме online осуществляется посредством технологии WebGL. На сервере хранится общий для всех алгоритмов набор JavaScript утилит и web-документ. Для визуализации конкретного алгоритма используется отдельная копия этого документа и нужный набор 3D-моделей. Визуализация интерактивная — поддерживаются свободная пользовательская камера, имитация выполнения алгоритма в рамках концепции неограниченного параллелизма в виде ярусно-параллельной формы и некоторые дополнительные настройки отображения. Web-документы включаются в описания алгоритмов из проекта Открытой энциклопедии свойств алгоритмов AlgoWiki [2] (<http://algowiki-project.org/>) с помощью расширения IFrame. Мы планируем непрерывно поддерживать и развивать нашу систему — например, сейчас обсуждается возможность дать пользователю прямо из браузера сгенерировать визуальное представление графа алгоритма с другим набором внешних параметров и сразу же его отобразить.

Результаты по реализации проекта AlgoWiki получены в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00190).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Antonov A. S., Volkov N. I. An AlgoView Web-visualization System for the AlgoWiki Project // Communications in Computer and Information Science. Vol. 753. 2017. Pp. 3–13.
- [2] Voevodin Vl., Antonov A., Dongarra J. AlgoWiki: an Open Encyclopedia of Parallel Algorithmic Features // Supercomputing Frontiers and Innovations. Vol. 2, № 1. 2015. Pp. 4–18.

# ОБ ОДНОМ НЕКЛАССИЧЕСКОМ НЕЛИНЕЙНОМ УРАВНЕНИИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Аристов Анатолий Игоревич

Кафедра общей математики, e-mail: ai\_aristov@mail.ru

Работа посвящена изучению уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta u - u) + \Delta u + \operatorname{div}(u \nabla u) = 0.$$

Оно выведено в [1, гл. 3] на основе модели нестационарного процесса в жидком полупроводнике.

Построено пять семейств точных решений этого уравнения, выражающихся через элементарные и специальные функции. Показано, что среди них есть как

определенные глобально по времени, так и обращающиеся в бесконечность на конечных временных промежутках.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых - кандидатов наук МК-1829.2018.1.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Свешников А. Г., Альшин А. Б., Корпусов М. О., Плетнер Ю. Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М., Физматлит, 2007. 736 с.

# ОБ ОБРАТИМОСТИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ СИСТЕМ С НЕСОИЗМЕРИМЫМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМ

Атамась Евгений Иванович

Кафедра НДСиПУ, e-mail: eatamas@cs.msu.ru

Рассматривается векторная линейная стационарная динамическая система постоянными запаздываниями, измеряемым выходом  $y(t)$  и неизвестным входом  $\xi(t)$

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=0}^k A_i x(t - \tau_i) + \sum_{i=0}^k B_i \xi(t - i\tau_i), \\ y = \sum_{i=0}^k C_i x(t - \tau_i), \end{cases} \quad (1)$$

где  $y(t), \xi(t) \in \mathbb{R}^m$ . Предполагается, что сигнал  $\xi(t)$  ограничен известной константой  $\xi_0$ .

Для данной системы рассматривается задача обращения, т. е. построения в реальном времени оценки  $\tilde{\xi}$  неизвестного входа. При этом для решения задачи доступна информация об измеряемом выходе  $y(t)$  и параметрах системы.

Ранее данная задача была решена при некоторых ограничениях в случае соизмеримых запаздываний [1]. Ключевую роль при этом играла каноническая форма с выделением нулевой динамики. Имеет место

**Теорема 1.** Пусть система (1) спектрально наблюдаема и приводима канонической форме с выделением нулевой динамики, спектр нулевой динамики устойчив, сигнал  $\xi(t)$  дифференцируем и ограничен вместе со своей производной. Тогда существует инвертор, позволяющий оценить искомый сигнал  $\xi(t)$  с любой наперед заданной точностью, начиная с некоторого момента времени  $T$ .

Оказывается, что условия приводимости к такой форме можно, используя теорему Квиллена—Суслина [2], обобщить и на случай несоизмеримых запаздываний.

Доклад посвящен обсуждению результатов, полученных в данном направлении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-37-00106-мол\_а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ильин А. В., Атамась Е. И., Фомичев В. В. Обращение векторных систем с неустойчивой нулевой динамикой// Доклады академии наук. — 2017. — Т. 473, № 4. — С. 407–10.
- [2] Ленг С. Алгебра. М. : Мир, 1968. 564 с.

## ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ С КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИЕЙ ЦЕНЫ

Атанесян Анна Артаковна<sup>1</sup>, Точилин Павел Александрович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра системного анализа, e-mail: at-an-ar@yandex.ru

<sup>2</sup> Кафедра системного анализа, e-mail: tochilin@cs.msu.ru

Работа посвящена решению задачи оптимальной стабилизации для нелинейной системы, с возможными переключениями между составляющими ее подсистемами. Предполагается, что каждая из подсистем обладает достаточно простой динамикой (например, линейной по фазовым переменным и управляющим параметрам). При этом переключения между подсистемами (мгновенные, скачкообразные смены режимов функционирования) производятся при определенных условиях, когда траектория системы попадает на специальные, выделенные многообразия переключений. В качестве последних в данной работе используются гиперплоскости переключений.

Основной целью работы является определение положений гиперплоскостей переключений с целью стабилизации совокупной кусочно-линейной системы, а также поиск стабилизирующих управлений для каждой из подсистем. При этом на множестве стабилизирующих управлений необходимо также минимизировать вспомогательный квадратичный интегральный функционал.

Решение поставленной задачи основывается на подходах, связанных с уравнениями Гамильтона-Якоби-Беллмана и принципе сравнения, позволяющем решать указанные уравнения приближенно [1,2]. В качестве кандидатов на роль функций Ляпунова и одновременно функций цены используются кусочно-линейные функции специального вида, заданные на сетке из симплексов в фазовом пространстве.

Полученные теоретические результаты продемонстрированы на конкретном примере решения задачи оптимальной стабилизации для системы с переключениями, возникающей при моделировании некоторых химических процессов [3].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-29-04191 офи\_м).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kurzhanski A. V., Varaiya P. Dynamics and control of trajectory tubes. Birkhäuser, 2014.

- [2] Точилин П. А. О построении невыпуклых аппроксимаций множеств достижимости кусочно-линейной системы // Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 51, № 11. С. 1503–1515.
- [3] Christofides P. D., El-Farra N. H. Control of nonlinear and hybrid process systems. Springer, 2005.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМ ПЕРЕНОСА ОБУЧЕНИЯ ПРИ ОЦЕНКЕ ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ КРАСНЫХ СМЕЩЕНИЙ ВНЕГАЛАКТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ**

**Афонин Антон Викторович<sup>1</sup>, Мещеряков Александр Валерьевич<sup>2</sup>,  
Герасимов Сергей Валерьевич<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> ВМК МГУ, студент, e-mail: 17afonin@gmail.com

<sup>2</sup> ИКИ РАН, К.ф.-м.н., научный сотрудник, e-mail: alexandre.meshcheryakov@gmail.com

<sup>3</sup> ВМК МГУ, Младший научный сотрудник, e-mail: sergun@gmail.com

Для решения многих задач современной астрофизики необходимо знать значения красных смещений небесных объектов. Но измерение этой величины при помощи спектроскопических наблюдений является затратным по ресурсам, что делает актуальной задачу прогнозирования красных смещений объектов по признакам, полученным со снимков объектов в разных фильтрах.

При решении данной задачи возникают следующие проблемы:

- Тренировочные выборки в большей степени состоят из близких объектов, далекие имеют иных характеристики, а их количество многократно возрастает. Поэтому распределения объектов в пространстве признаков обучающей и тестовой выборки не совпадают.
- С увеличением расстояния до небесного объекта, увеличивается величина шума (гетероскедастичность данных).

В данной работе была измерена точность ряда популярных ансамблевых методов для измерения красного смещения галактик на специальных выборках. В таблице выборка Teddy имитирует проблему, связанную с различными распределениями, Harry – с гетероскедастичностью. В подвыборках "В" эффект выражен слабее, в D – сильнее. Исследовалось поведение следующих алгоритмов: Random Forest, XGBoost, ExtraTrees, Catboost и LightGBM. Также исследовалось влияние предобработки данных PCA на качество прогнозов.

Результаты, полученные в работе, представлены в следующей таблице:

	RF	ET	XGB	CB	LGBM
Teddy B	1.21	1.21	1.25	<b>1.17</b>	<b>1.17</b>
Teddy D	4.85	4.97	4.80	4.47	<b>4.31</b>
Happy B	<b>1.43</b>	1.44	1.87	1.56	1.47
Happy D	5.61	<b>5.54</b>	6.36	5.74	5.66

Рис. 1: В таблице представлены результаты по метрике MAD. Лучшие результаты выделены жирным.

## **РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ В МОДУЛЬНЫХ ВС ПУТЕМ РЕШЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ЗАДАЧИ О МУЛЬТИПЛИКАТИВНОМ РЮКЗАКЕ**

**Балашов Василий Викторович, Антипина Екатерина Андреевна**

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: hbd@cs.msu.su,  
antipantipovych@gmail.com

В работе рассматривается задача распределения вычислительной нагрузки по модулям и процессорным ядрам в составе модульной вычислительной системы реального времени (МВС РВ). Вычислительная нагрузка для МВС РВ представляет собой набор разделов (групп взаимосвязанных задач), обмен данными между которыми осуществляется посредством передачи сообщений. Требуется распределить разделы по модулям и процессорным ядрам так, чтобы (а) минимизировать обмен данными между модулями и тем самым разгрузить сеть передачи данных, и (б) не превысить ограничения на загрузку процессорных ядер. Для раздела могут быть заданы ограничения на то, к каким ядрам его допустимо привязывать.

Авторами предложено сведение данной задачи к модифицированной задаче о мультипликативном рюкзаке (ЗМР) [1]. В рамках сведения модули соответствуют рюкзакам, разделы - упаковываемым объектам, загрузка ядра разделом - объему объекта, ограничения на загрузку ядер - объемам рюкзаков. Объем объекта зависит от рюкзака, в который он упаковывается. Отличие от исходной постановки ЗМР в том, что стоимость сопоставляется не отдельным объектам, а парам объектов, и отражает загрузку сети обменом данными между парами разделов. Стоимость пары объектов считается нулевой, если объекты расположены в разных рюкзаках.

В докладе представлен разработанный авторами алгоритм решения модифицированной ЗМР на основе метода ветвей и границ, в т.ч. схемы расчета верхней и нижней границ, а также эвристики для сокращения пространства поиска без потери оптимального решения. Масштабируемость алгоритма ис-

следована на данных, соответствующих характеристикам рабочей нагрузки реальных МВС РВ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-07-01566).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Martello S. Knapsack problems: algorithms and computer implementations // John Wiley & Sons, 1990.

# **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ В МОДУЛЬНЫХ ВС**

**Балашов Василий Викторович, Тутьельян Сергей Алексеевич**

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: hbd@cs.msu.su, pcqi20@yandex.ru

В работе рассматривается задача планирования вычислений в модульных вычислительных системах реального времени (МВС РВ). В этой задаче выделяют две подзадачи [1]: (а) распределение вычислительной нагрузки по модулям и процессорным ядрам, и (б) построение расписания окон выполнения вычислений. Вычислительная нагрузка для МВС РВ представляет собой набор разделов (групп взаимосвязанных задач), обмен данными между которыми осуществляется посредством передачи сообщений. Окна представляют собой интервалы времени, в каждом из которых могут выполняться задачи одного раздела; планирование задач внутри окна осуществляется динамически. Выполнение всех задач в рамках директивных сроков проверяется при помощи имитационного моделирования после решения задачи (б).

Исследования показали, что оптимизация единственного критерия при решении задачи (а), например минимизация загрузки межмодульной сети передачи данных, в общем случае не приводит к минимизации, и тем более обнулению числа задач, нарушающих директивные сроки. В данной работе задача (а) рассматривается как многокритериальная задача оптимизации. Авторами предложен ряд критериев, учитывающих загрузку сети, равномерность загрузки процессорных ядер, длительность цепочек зависимых задач с учетом затрат на передачу сообщений через сеть, и т.п. Многокритериальная оптимизация осуществляется генетическим алгоритмом, результатом работы которого является приближенное Парето-множество.

Проведено исследование работы алгоритма многокритериальной оптимизации при различных сочетаниях критериев. Итоговым показателем качества является минимальное, по всем решениям из полученного приближения Парето-множества, число задач, нарушивших директивные сроки. По результатам исследования сделаны выводы о наилучшем сочетании критериев для рассмотренной задачи многокритериальной оптимизации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-07-01566).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Balashov V. V., Balakhanov V. A., Kostenko V. A. Scheduling of computational tasks in switched network-based IMA systems // Proc. OPTI'2014. NTUA, Athens, Greece, 2014. P. 1001–1014.

# ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ С ВЫБОРОМ ОПТИМАЛЬНОЙ ТОПОЛОГИИ

Балыков Глеб Александрович, Смирнов Александр Павлович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: balykov.gleb@yandex.ru, sap@cs.msu.ru

Метод конечных разностей во временной области (FDTD), созданный К.Йи в 1966 году [1], широко применяется для моделирования в вычислительной электродинамике и заключается в численном решении уравнений Максвелла путем нахождения приближенного решения на каждом шаге по времени. Высоко-параллельные программы, которые используют метод конечных разностей во временной области, позволяют проводить моделирование сложных структур на больших разностных сетках с требуемой производительностью и точностью.

В работе описывается параллельный алгоритм решения уравнений Максвелла методом конечных разностей во временной области в декартовых координатах для различных размерностей пространства. Описывается метод сравнения различных распределений вычислительных узлов (виртуальных топологий) с целью выбора виртуальной топологии с наименьшим вычислительным временем для заданного числа вычислительных узлов и размеров разностной сетки Йи. Исходя из алгоритма конечных разностей во временной области [2], на вычислительное время влияет как объем данных для проведения вычислений на одном вычислительном узле, так и объем данных для обмена между узлами, которые определяются размером части разностной сетки Йи, сопоставленной вычислительному узлу.

По описываемому алгоритму разработана программа [3], позволяющая для гомогенных вычислительных систем автоматически определять оптимальную виртуальную топологию до начала расчета в зависимости от заданного размера сетки Йи. Расчеты подтверждают эффективность использования различных топологий для разных размерностей сетки Йи и разного числа вычислительных узлов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Yee K. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1966. V. 14, N. 3, P. 303–307.

- [2] Taflove A., Hagness S. Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method. Boston : Artech House, 2000.
- [3] GitHub Repository «fdtd3d». URL: <https://github.com/zer011b/fdtd3d>

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗМЕРОВ БЛОКОВ ТРАНСЛЯЦИИ НА ВОЗМОЖНОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИЙ ВО ВРЕМЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ДВОИЧНОЙ ТРАНСЛЯЦИИ**

**Батузов Кирилл Андреевич, Беззубиков Александр Александрович**

Кафедра системного программирования, ИСП РАН, e-mail: batuzovk@ispras.ru,  
abezzubikov@ispras.ru

Одной из актуальных задач в области программной эмуляции является увеличение ее производительности. Поэтому в большинстве современных эмуляторов, использующих динамическую двоичную трансляцию, применяются различные алгоритмы оптимизации генерируемого кода.

В эмуляторе QEMU [1] алгоритмы оптимизации, в частности, алгоритм распределения регистров, являются локальными. Специально для транслятора QEMU был разработан алгоритм глобального распределения регистров [2]. Однако в упомянутой работе было обнаружено, что для эффективного применения алгоритма текущий размер блоков трансляции недостаточен.

Целью данной работы является исследование влияния размера блоков трансляции на возможности проведения оптимизаций во время динамической двоичной трансляции. Для этого был разработан и реализован в эмуляторе QEMU метод построения увеличенных блоков трансляции.

Во время разработки указанного метода возникли и были успешно решены несколько задач, связанных с модификацией существующего процесса динамической двоичной трансляции. Во-первых, при увеличении блока трансляции появилась необходимость различать в процессе декодирования гостевых инструкций переходы в текущий блок трансляции и переходы в другой блок трансляции. Для решения этой проблемы был разработан механизм т. н. разрешения переходов. Во-вторых, увеличенные блоки трансляции могут иметь несколько выходов, что потребовало внесения изменений в существующий механизм сцепления блоков. Кроме того, т. к. большие блоки трансляции могут содержать в себе циклы, которые в некоторых случаях должны быть прерваны из-за возникновения исключительной ситуации, для обеспечения корректности полносистемной эмуляции каждый уже разрешенный внутриблочный переход предваряется инструкциями обработки исключений, которые ранее располагались только в начале каждого блока трансляции.



На основе разработанного метода проводится исследование эффективности глобального распределения регистров в зависимости от размера блоков трансляции.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bellard Fabrice. QEMU, a Fast and Portable Dynamic Translator // Proceedings of the Annual Conference on USENIX Annual Technical Conference. 2005.
- [2] Батузов К. А. Задача глобального распределения регистров во время динамической двоичной трансляции // Труды Института системного программирования РАН. 2016. Т. 28, №5. С. 199–214.

# МЕТОДЫ ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖПРОЦЕДУРНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ПОИСКА ОШИБОК ПЕРЕПОЛНЕНИЯ БУФЕРА

**Белеванцев Андрей Андреевич, Дудина Ирина Александровна**

Кафедра системного программирования, e-mail: [abel@ispras.ru](mailto:abel@ispras.ru), [eupharina@ispras.ru](mailto:eupharina@ispras.ru)

Ошибкой переполнения буфера называется ситуация, когда доступ к буферу для чтения или записи происходит по индексу, выходящему за пределы выделенного участка памяти. Следствием такой ошибки может быть падение программы, некорректная работа или даже появление уязвимости. Одним из методов поиска подобных дефектов является статический анализ. Данный подход предполагает автоматический масштабируемый анализ исходного кода программы без её запуска.

Существенная часть ошибок переполнения буфера возникает из-за нарушения контракта функции в точке её вызова. Подобные ошибки могут возникать как при вызове библиотечных, так и пользовательских функций. Чтобы их обнаруживать, статический анализ должен быть межпроцедурным, т.е. при анализе одной функции учитывать информацию о других функциях.

Для легковесных анализаторов, работающих на уровне последовательности лексем, связь между формальными и фактическими параметрами может быть установлена по именам, для случаев, когда они названы одинаково. Более тяжеловесные инструменты могут производить анализ межпроцедурного графа потока управления. При этом код вызываемой функции может анализироваться независимо в каждой точке вызова (более точно, но плохо масштабируется), либо контексты вызова могут анализироваться совместно (эффективно, но теряется контекстная чувствительность). В качестве альтернативного подхода можно при анализе инструкции вызова учитывать некоторое полученное извне приближение контракта функции. Многие инструменты получают контракты всех функций от пользователя в виде аннотаций. Полностью автоматические инструменты пытаются самостоятельно получить в ходе анализа описание

контракта функции и сохранить его в т.н. «резюме», которое используется для анализа вызывающих функций. Этот подход применяется в инструменте Svace [1]. Для поиска переполнения буфера необходимо межпроцедурно отслеживать значения целочисленных переменных, размеры массивов, длину строк и данные из недоверенного источника.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дудина И. А., Белеванцев А. А. Применение статического символьного выполнения для поиска ошибок доступа к буферу // Программирование — 2017. № 5. С. 3–17.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ В ЛАЗЕРНОЙ МИШЕНИ КРИОГЕННОГО ТОПЛИВНОГО СЛОЯ ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ ГАЗА ДО ТЕМПЕРАТУРЫ ТРОЙНОЙ ТОЧКИ

Белолипецкий Александр Алексеевич<sup>1</sup>, Семенов Константин Олегович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: abelolipet@mail.ru

<sup>2</sup> ВЦ РАН им. А. А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН, e-mail: semenovko@gmail.com

В работе рассматривается процесс технологии охлаждения лазерной мишени с образованием в ней криогенного топливного слоя [1]. Для определения времени формирования твердого топливного слоя разрабатывается математическая модель десублимации газообразного топлива и решается численно.

Из-за высокого градиента температур внутри лазерной мишени происходит "мгновенное" конвективное перемешивание газа и распределение температуры  $T_{sh}$  в оболочке мишени, данный процесс описывается квазилинейным уравнением теплопроводности

$$c_{sh}(T_{sh}) \rho_{sh}(T_{sh}) \frac{\partial T_{sh}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left( k_{sh}(T_{sh}) \frac{\partial T_{sh}}{\partial r} \right)$$

где  $T_g$  - температуру газа,  $P$  - его давление, независящие от расстояния до центра мишени -  $r$ . В мишени газовая смесь имеет температуры  $T_f$  близкую к температуре тройной точки водорода  $T_{tp}$ , криогенный топливный слой отсутствует далее происходит десублимация газа. Модель задается системой уравнений теплопроводности

$$\begin{cases} c_g(T) \rho_g(\xi(t)) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 k_g(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right], 0 < r < \xi(t), \\ c_s(T) \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 k_s(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right], \xi(t) < r < R_1, \\ c_{sh}(T) \rho_{sh} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 k_{sh}(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right], R_1 < r < R_0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} T(t, \xi(t)) = T_{tp} = const > 0, t \geq 0, \\ \mu \rho_s \frac{d\xi(t)}{dt} = k_s(T = T_{tp}) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\xi(t)-0} - k_g(T = T_{tp}) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=\xi(t)+0} \end{cases}$$

$c_g, \rho_g$  и  $k_g$  удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности газа соответственно. Описанная задача решена численно, ввиду ограниченности объема тезисов расчеты не приводятся.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Белолипецкий А. А. Математическое моделирование процесса десублимации изотопов водорода в лазерной мишени // М.: Труды МФТИ, 2009, т.1, № 4, с. 7-2.

## «ТОЧНЫЙ» РАЗРЫВНЫЙ МЕТОД ЧАСТИЦ

Богомолов Сергей Владимирович<sup>1</sup>, Владимиров Алексей Валерьевич<sup>2</sup>,  
Кувшинников Артем Евгеньевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: bogomo@cs.msu.su

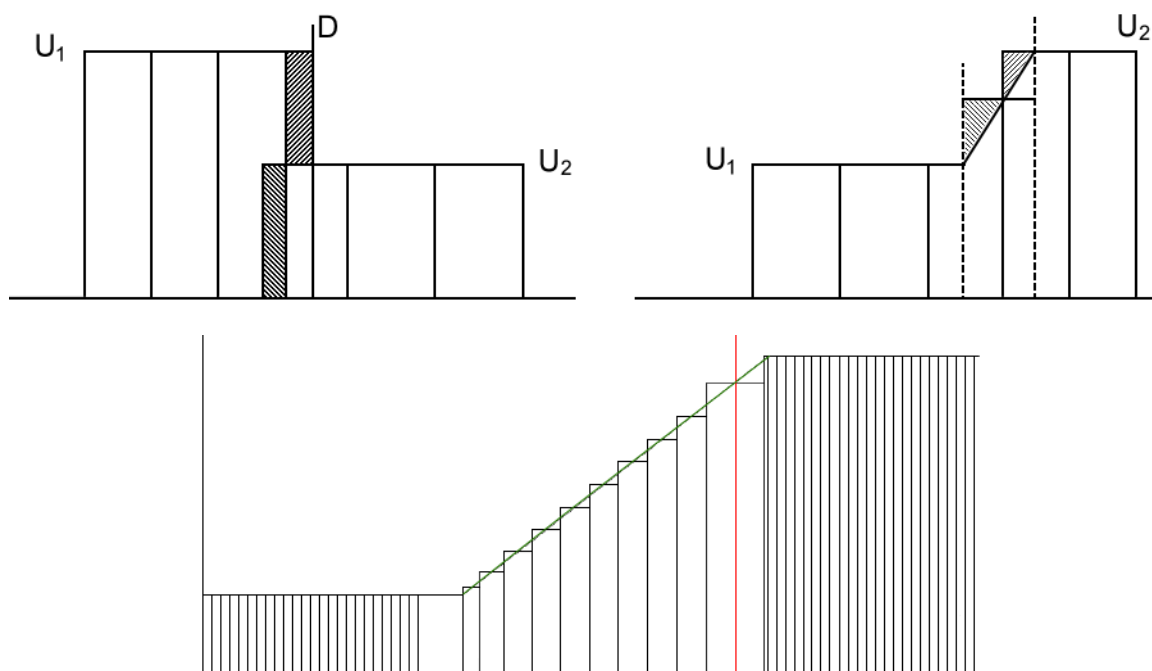
<sup>2</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: vladimirov-a@rector.msu.ru

<sup>3</sup> ИПМ им. М.В. Келдыша, e-mail: kuvsh90@yandex.ru

Идея методов частиц — в представлении функции  $u(x, t)$  [1,2]:

$$u(x, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x - x_i(t)) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Pi_i(x - x_i(t))$$

«Точный» метод частиц строится с использованием решения задачи о движении разрыва, аналогично методу С. К. Годунова. После сдвига частиц (предиктор) по явному методу Эйлера, проводится перестройка (корректор) — восстановление плотности по распределению и (новое) «рождение» частиц (сгущение). Результаты представлены на рисунках.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Богомолов С. В., Звенков Д. С. Явный метод частиц, несглаживающий газодинамические разрывы // Математическое моделирование. 2007. Т. 19, № 3. С. 74–86.
- [2] Баев А. Ж., Богомолов С. В. Об устойчивости разрывного метода частиц для уравнения переноса // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 9. С. 3–18.

**СТОЛКНОВЕНИЯ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

**Богомолов Сергей Владимирович, Есикова Наталия Борисовна**

Кафедра вычислительных методов, e-mail: bogomo@cs.msu.su, esikova.nata@yandex.ru

Уравнения магнитной гидродинамики (МГД) с помощью квазигазодинамического подхода получены в [1], благодаря представлению скорости движения частиц как комплексной величины, а также в предположении о локальной максвелловости функции их распределения.

Мы рассматриваем микро - модель сталкивающихся заряженных частиц в сильном магнитном поле, исходя из системы (обезразмеренной) стохастических дифференциальных уравнений по винеровской мере  $dw(t)$ , описывающей движение частицы ( $x(t)$  - её координата,  $v(t)$  - скорость) в фазовом пространстве при умеренных числах Кнудсена ( $Kn$ ) [2]:

$$dx(t) = v(t)dt,$$

$$dv(t) = -\frac{1}{Kn}a(c)(v(t) - V)dt + \frac{1}{\sqrt{Kn}}\sigma(c)dw(t) + [v(t) \times B]dt,$$

где  $c$  - модуль тепловой скорости  $\mathbf{c} \equiv v(t) - V$ ,  $V(x, t)$  - макроскопическая скорость, состоящая из двух компонент - вдоль (альфвеновская) и поперёк направления магнитного поля,  $\mathbf{B}(x, t)$  - вектор магнитной индукции,  $[\cdot \times \cdot]$  - векторное произведение, а коэффициенты во втором уравнении, вектор  $\mathbf{a}(c) = a(c)\mathbf{c}$  и матрица  $\sigma(c)$ , определены в [2]. Следуя [2], получена следующая макроскопическая гидродинамическая часть системы МГД:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{V}_j \rho) = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (Kn A \rho), \quad \tilde{V}_j = V_j + (Kn/a_0)[\mathbf{1} \times \mathbf{B}]_j, \\ \frac{\partial(\rho V_i)}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{V}_j(\rho V_i)) = -\frac{\partial}{\partial x_i} (D\rho) + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (Kn A(\rho V_i)), \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{V}_j(\rho E)) = -\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (D(\rho V_j)) + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (Kn A(\rho E)). \end{array} \right.$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Б.Н. Четверушкин, Н. Д'Асчензо, А.В. Савельев, В.И. Савельев. Кинетическая модель для магнитной газовой динамики// Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 3. С. 3 - 15.
- [2] Богомоллов С. В. Н.Б. Есикова, А.Е. Кувшинников. Микро - макро модели Фоккера - Планка - Колмогорова для газа из твёрдых сфер // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 2. С. 65 - 85.

## СЖАТИЕ ПО ХАФФМАНУ И САМОКОРРЕКТИРУЮЩИЕСЯ КОДЫ ХЕММИНГА НА ТРОИЧНЫХ МАШИНАХ

Владимирова Юлия Сергеевна<sup>1</sup>, Рамиль Альварес Хосе<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Лаборатория дискретных управляющих систем и их приложений, e-mail: valdmirova@cs.msu.ru

<sup>2</sup> Лаборатория дискретных управляющих систем и их приложений, e-mail: ramil@cs.msu.ru

В докладе рассматриваются алгоритмы для троичных вычислительных машин, оперирующих числами в троичной симметричной системе счисления (ТСС) с базовыми цифрами -1, 0 и 1. В исследованиях троичных алгоритмов используются троичная виртуальная машина ТВМ [1] и ДССП [2], в которую добавлены тип троичные данные, троичный стек и действия над этими данными. Троичный алгоритм сжатия по Хаффману подразумевает использование для вычисления кодов троичного дерева, которое требует нечетного количества блоков в сжимаемом массиве. Если это требование не выполнено, добавляется отсутствующий в массиве блок с нулевым количеством вхождений. Алгоритм является троичной модификацией сжатия по Хаффману, основанного на построении канонических кодов [3]. Рассматриваемый вариант сжатия допускает вычисление кодов без явного построения дерева. Сжатый троичным методом текст оказался приблизительно в полтора раза меньше по размеру того же текста, сжатого двоичным методом. Хэмминг Р.У. предложил помехоустойчивые коды для двоичных данных [4], позволяющие обнаруживать и исправлять однократные ошибки. В каждом трите информации возможны два типа ошибок: - и +. Поэтому для длин блока данных ( $m$ ) и блока контрольных тритов ( $k$ ) верно соотношение

$$m \geq \frac{1}{2}(3k - 1) - k.$$

В отличие от двоичного кода контрольный трит равен отрицанию суммы проверяемых тритов (некоторые из них инвертируются), и при правильной передаче поразрядное сложение всех тритов дает нуль. При одиночной ошибке номер ошибочного трита определяется модулем синдрома, а тип ошибки - его знаком.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Диалоговая система структурированного программирования ДССП-80. / Н. П. Брусенцов, В. Б. Захаров, И. А. Руднев, С. А. Сидоров // Диалоговые микрокомпьютерные системы. - М.: Изд-во Моск. Ун-та. 1986. С. 3-27. Образцов О. О. Некоторые свойства булевых функций // Труды XXIV
- [2] Сидоров С. А., Владимирова Ю. С. Троичная виртуальная машин. // Программные системы и инструменты. Тематический сборник № 12. М. : Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2011. С. 46-55.
- [3] Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео // М. : Диалог-МИФИ, 2002.
- [4] Hamming, Richard W. Error detecting and error correcting codes // Bell System Technical Journal, 1950, 29, №2: С. 147–160. (<http://www.lee.eng.uerj.br/gil/redesII/hamming.pdf>)

**L-ГРАФЫ БЕЗ ПСЕВДОЦИКЛИЧЕСКИХ ПУТЕЙ**

**Вылиток Алексей Александрович<sup>1</sup>, Генералова Татьяна Владимировна<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра алгоритмических языков, e-mail: [vylyitok@cs.msu.ru](mailto:vylyitok@cs.msu.ru)

<sup>2</sup> Кафедра алгоритмических языков, e-mail: [tanya.generalova@gmail.com](mailto:tanya.generalova@gmail.com)

Классические описания формальных языков, такие как формальные грамматики и автоматы, хорошо изучены и имеют много приложений. Однако в теории формальных языков остались интересные задачи, для которых до сих пор не найдены удовлетворительные для практических применений решения с помощью классических формализмов. К таким задачам можно отнести проверку равенства языков и проверку регулярности в тех подклассах языков, которые содержат регулярные языки как собственный подкласс.

L-графы являются новым способом описания формальных языков [1]. Их использование позволяет привлечь сильные стороны графов к анализу структуры языков и выявлению трудностей, обусловленных этой структурой. L-графы похожи на известные диаграммы состояний конечных автоматов [2], но отличаются от них тем, что каждая дуга может иметь вспомогательную пометку в виде скобки, называемую скобочной пометкой.

Успешным путем считается сбалансированный по скобкам путь из начальной вершины графа в заключительную. Множество пометок успешных путей составляет язык, задаваемый L-графом. В докладе рассматривается подкласс L-графов, описывающих контекстно-свободные (бесконтекстные) языки. Такие L-графы называются бесконтекстными. Для них предлагается нормальная форма — L-графы без псевдоциклических путей. Псевдоциклический путь — это цикл, который не может быть пройден более одного раза в любом успешном пути из-за особенностей сочетания скобочных пометок в этом пути.

Предлагается алгоритм построения L-графа без псевдоциклических путей по заданному бесконтекстному L-графу. Рассматриваются достаточные условия регулярности L-графов без псевдоциклических путей. Формулируется гипотеза критерия регулярности для L-графов без псевдоциклических путей, обладающих дополнительным свойством — детерминированностью.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вылиток А. А., Сутырин П. Г. Характеризация формальных языков графами // Сборник тезисов конференции «Тихоновские чтения» (Москва, 25–29 октября 2010 г.) М : Макс-Пресс. С. 81–82.
- [2] Вылиток А. А., Зубова М. А., Мельников Б. Ф. Об одном расширении класса конечных автоматов для задания контекстно-свободных языков // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2013. № 1, С. 39–45.

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ОБЛАСТИ С ОДНОЙ НЕИЗВЕСТНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Гаврилов Сергей Вадимович

кафедра математической физики, e-mail: gvrlserg@gmail.com

Пусть  $\Omega$  ограниченная односвязная двумерная область, а кривая  $\Gamma_0$  является её границей. Пусть  $\Omega_1$  односвязная область, ограниченная кривой  $\Gamma_1$ , такая, что  $\overline{\Omega_1} \in \Omega$  и область  $\Omega_0 = \Omega \setminus \overline{\Omega_1}$  является двусвязной. Кривые  $\Gamma_0$  и  $\Gamma_1$  гладкие:  $\Gamma_0, \Gamma_1 \in C^2$ .

Пусть функция  $u(M)$  такова что:  $u \in C^2(\Omega_0) \cap C^1(\overline{\Omega_0})$ ,

$$\Delta u(M) = 0, \quad M \in \Omega_0, \quad (1)$$

$$u(M) = a, \quad M \in \Gamma_1, \quad (2)$$

$$u(M) = f(M), \quad M \in \Gamma_0, \quad (3)$$

здесь  $a$  — постоянная, а  $f(M)$  — функция, непрерывная на  $\Gamma_0$ .

Рассмотрим следующую обратную задачу для краевой задачи (1)-(3). Пусть кривая  $\Gamma_0$  и непостоянная функция  $f(M)$  на  $\Gamma_0$  заданы, а кривая  $\Gamma_1$  и постоянная  $a$  неизвестны. Требуется определить  $\Gamma_1$ , если для решения  $u(M)$  краевой задачи (1)-(3) задано условие Неймана:

$$\frac{\partial u(M)}{\partial n_M} = g(M), \quad M \in \Gamma_0, \quad \int_{\Gamma_0} g(P) dl_P = 0,$$

где  $g(M)$  известная функция, непрерывная на  $\Gamma_0$ .

В докладе формулируется теорема единственности решения поставленной обратной задачи, предлагается численный метод определения неизвестной

границы  $\Gamma_1$ , основанный на выводе нелинейного операторного уравнения для функции, задающей неизвестную границу, и построении итерационного метода для решения этого операторного уравнения.

Работа выполнена при финансовой поддержке бюджета факультета ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова, гос. рег. № АААА-А16-116021510092-2.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kress R. Inverse Dirichlet problem and conformal mapping // Mathematics and Computers in Simulation. 2004. V. 66. p. 255-265.
- [2] Гаврилов С. В., Денисов А. М. Численные методы определения границы неоднородности в краевой задаче для уравнения Лапласа в кусочно-однородной среде // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2011. т. 51. № 8. С. 1476-89

## **АВТОМАТИЗАЦИЯ РАЗРАБОТКИ ДИНАМИЧЕСКОГО ДВОИЧНОГО ТРАНСЛЯТОРА НА БАЗЕ СПЕЦИФИКАЦИЙ СЕМАНТИКИ НАБОРА КОМАНД**

**Гайсарян Сергей Суренович, Падарян Вартан Андроникович,  
Горемыкин Олег Вячеславович**

ИСП РАН, e-mail: ssg@ispras.ru, vartan@ispras.ru, goremykin@ispras.ru

В основе многих эмуляторов лежит динамическая двоичная трансляция [1] кода гостевой системы в код целевой системы, что требует задания кодировки набора команд гостевой системы и семантики выполняемых ими действий.

В настоящее время уже существуют способы описания семантики команд и их кодировок, но все эти способы обладают ограничениями, которые не позволяют их использовать без доработок в практических задачах.

Способ спецификации команд разрабатывается для эмулятора QEMU [2] — бесплатной системы с открытым исходным кодом, поддерживающей множество гостевых процессорных архитектур, а также активно применяющейся в промышленной разработке.

В QEMU гостевой код транслируется во внутреннее машинно-независимое представление TCG (Tiny Code Generator), а затем — в код хостовой архитектуры. Транслятор TCG требует от разработчика явно описать порядок генерации промежуточного кода посредством вызовов API. Уровень описания правил трансляции оказывается слишком низок, трудоемок и неудобен для программиста.

Для описания семантики набора команд было разработано расширение языка Си, к которому были добавлены несколько бинарных операторов и специальный тип для переменных, значение которых будет известно только



во время выполнения гостевого кода. Входное описание приводится специальным препроцессором в «чистый» Си-код, затем транслируется в Си-код, использующий API Qemu. Транслятор разработан на базе clang.

Также был разработан инструмент, позволяющий автоматически генерировать декодер и дизассемблер команд в QEMU из их высокоуровневого и наглядного описания. На основе данного описания генерируется дерево (бор), которое будет отвечать за декодирование команд и их параметров.

Разработанные средства автоматизации были успешно протестированы на процессорной архитектуре Moxie и показали сокращение написанного кода в 2-4 раза.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Smith J., Nair R. Virtual Machines: Versatile Platforms for Systems and Processes // 500 Sansome Street, Suite 400, San Francisco Morgan, CA 94111: Elsevier Inc., 2005. 629 p.
- [2] Bellard F. QEMU, a fast and portable dynamic translator // The USENIX Annual Technical Conference. 2005. P. 41-46.

# ПОИСК КРИТИЧЕСКИХ ОШИБОК С ПОМОЩЬЮ МЕЖПРОЦЕДУРНОГО АНАЛИЗА ПОМЕЧЕННЫХ ДАННЫХ В ПРОГРАММАХ НА СИ/СИ++

Гайсарян Сергей Суренович<sup>1</sup>, Шимчик Никита Владимирович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра СП ВМК МГУ, ИСП РАН, e-mail: ssg@ispras.ru

<sup>2</sup> ИСП РАН, e-mail: shimnik@ispras.ru

Статический анализ помеченных данных — это один из способов поиска ошибок и уязвимостей в программах, который заключается в исследовании зависимостей между данными, получаемыми из источников помеченности и попадающими в стоки. Одним из основных методов решения этой задачи является её сведение к задаче из класса IFDS, как показано в работе [1].

В данной работе развиваются идеи, описанные в работе [2]. Основные изменения заключаются в следующем:

- поддерживается возможность помечать области памяти, на которые нет указателей;
- в ходе анализа конструируются трассы, позволяющие показать пользователю путь, который прошли помеченные данные;
- механизм отсечения тупиковых потоков помеченных данных позволил уменьшить число выполняемых шагов алгоритма;
- расширение возможностей анализа псевдонимов позволяет улучшить точность результатов работы инструмента.

Источниками помеченных данных в данном инструменте считаются вызовы функций, получающие данные от пользователя, а стоками — использование помеченных данных в качестве адреса при обращении к памяти. В частности, проведённые испытания инструмента на проекте OpenSSL версии 1.0.1f показали возможность обнаружения уязвимости CVE-2014-0160 (Heartbleed).

Предметом дальнейших исследований является обработка косвенных вызовов функций и фильтрация выдаваемых предупреждений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] FlowDroid: Precise Context, Flow, Field, Object-sensitive and Lifecycle-aware Taint Analysis for Android Apps / S. Arzt, S. Rasthofer, C. Fritz, E. Bodden, A. Bartel, J. Klein, Y. Traon, D. Octeau, P. McDaniel // Proceedings of the 35th ACM SIGPLAN Conference on Programming Language Design and Implementation. 2014. P. 259–269.
- [2] Кошелев В. К., Избышев А. О., Дудина И. А. Межпроцедурный анализ помеченных данных на базе инфраструктуры LLVM // Труды ИСП РАН. 2014. Т. 26, № 2. С. 97–118.

# **ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО МОДЕЛИРОВАНИЯ МОДУЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ОГРАНИЧЕНИЙ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

**Глонина Алевтина Борисовна**

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: alevtina@lvk.cs.msu.su

В работе рассматривается задача проверки выполнения ограничений реального времени (РВ) для конфигураций модульных вычислительных систем реального времени (МВС РВ). Под конфигурацией МВС РВ понимается количество, тип, числовые характеристики и взаимосвязи компонентов МВС РВ. Ограничения РВ предполагают, что для фиксированной конфигурации МВС РВ прикладные задачи должны выполняться в рамках заданных директивных интервалов. На основе анализа задач, возникающих при проектировании МВС РВ, были сформулированы требования к средству проверки выполнения ограничений РВ. Обзор существующих средств показал, что ни одно из них не удовлетворяет всем требованиям.

Автором было предложено программное средство, позволяющее моделировать функционирование МВС РВ и получать временные диаграммы их функционирования, используемые для проверки выполнения ограничений РВ. Модель МВС РВ с заданной конфигурацией строится на основе обобщенной модели с использованием разработанной автором библиотеки моделей стандартных компонентов МВС РВ. Благодаря выбранному для моделирования математическому аппарату (сетям временных автоматов с остановкой таймеров) корректность

синтезируемых моделей формально доказана. Библиотека моделей стандартных компонентов МВС РВ может быть пополнена пользовательскими моделями. Для этого пользовательские модели должны удовлетворять ряду требований корректности, сформулированных автором (проверка выполняется автоматизированно с помощью верификатора). Процесс построения и прогона модели для конкретной конфигурации полностью автоматизирован. Программное средство интегрировано с САПР планирования вычислений в МВС РВ, используемой в промышленности, и успешно апробировано на данных, приближенных к реальным.

Подробное описание разработанного программного средства приведено в работе [1]. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-07-01237).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Глоница А. Б. Программное средство моделирования модульных вычислительных систем для проверки допустимости их конфигураций // Программные продукты и системы. 2017. Т. 30, № 4. С. 574–582.

## ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СТРЕСС-СЦЕНАРИЕВ ПОРТФЕЛЯ ЗАЕМЩИКОВ НА ОСНОВЕ ИХ СИСТЕМНО-ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Голембиовский Дмитрий Юрьевич<sup>1</sup>, Лагода Ирина Николаевна<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.su

<sup>2</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: irenamaster@gmail.com

Данная работа посвящена построению макроэкономических сценариев, которые приводят к дефолту компании различных отраслей. Нахождение стресс-сценариев является необходимым условием качественной оценки риска заемщиков, что позволяет банкам смягчить последствия их реализации.

**Системно-динамические модели.** В данной работе описано построение и реализация системно-динамических моделей пяти компаний: компания «Арома», сельскохозяйственный холдинг «Агросила», «Волжская Металлургическая компания», группа компаний «У Сервис+» и «Ангстрем». Построение и реализация моделей осуществлялась в Matlab Simulink на основе статьи [1].

**Постановка задачи.** Необходимо построить сценарии макроэкономических переменных, которые максимизируют убыток портфеля заемщиков на заданном горизонте времени. При этом в ограничении задачи задана функция правдоподобия, т. е. выбираются сценарии, у которых функция правдоподобия принимает значение не меньше заданного уровня. Убыток считается по сумме кредитов, выданных каждой компании, которые ушли в дефолт.

**Генетический алгоритм.** В статье [2] показано применение генетического алгоритма для управления инвестиционной деятельностью нефтяной компании на основе ее системно-динамической модели.

Поставленная оптимизационная задача решается при помощи генетических алгоритмов в Matlab. Хромосомой задачи является сценарий всех макроэкономических переменных на рассматриваемом горизонте. Начальная популяция генерируется на основе ARIMA-GARCH модели по историческим данным.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Куренной Д. С, Голембиовский Д. Ю., Построение сценариев дефолта предприятий на основе системно-динамических моделей // Проблемы анализа риска. – 2017.
- [2] Акопов А. С., Системно-динамический подход в управлении инвестиционной деятельностью нефтяной компании // Центральный экономико-математический институт РАН. – 2006.

## МНОГОСЛОЙНАЯ НЕГИДРОСТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ СХЕМЫ КАБАРЕ

Головизнин Василий Михайлович<sup>1</sup>, Соловьев Андрей Валерьевич<sup>2</sup>,  
Майоров Павел Александрович<sup>3</sup>, Майоров Пётр Александрович<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

<sup>2</sup> Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, e-mail: solovjev@ibrae.ac.ru

<sup>3</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: pavel.a.mayorov@gmail.com

<sup>4</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: maiorpe@tut.by

В работе дан краткий обзор известных негидростатических моделей для морских и океанских течений, указаны их достоинства и недостатки. Приводится полная система уравнений циркуляции океанов в гидростатическом и негидростатическом приближениях с учетом силы Кориолиса, неровного дна, процессов переноса солености и температуры. В приближении слабой искусственной сжимаемости полная система уравнений, методом гиперболической декомпозиции, разделяется на две взаимосвязанные системы уравнений, одна из которых описывает баротропную компоненту течений, а другая – бароклинную. Показано, что обе системы остаются гиперболическими и для их численного решения предлагается использовать схему КАБАРЕ [1]. Приводятся тестовые расчеты модельной задачи о всплытии вихревого диполя и его взаимодействии со свободной поверхностью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов / В. М. Головизнин, М. А. Зайцев, С. А. Кара-

басов, И. А. Короткин М.: Издательство Московского университета, 2013. 472 с.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦЫ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ ПО ОТРАЖЕННОМУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМУ ПОЛЮ (МАГНИТНАЯ МОДА)

Головина Светлана Георгиевна<sup>1</sup>, Захаров Евгений Владимирович<sup>2</sup>,  
Цыбров Евгений Германович<sup>3</sup>

<sup>1</sup> МГУ им. Ломоносова, e-mail: sgolovina-msu@mail.ru

<sup>2</sup> МГУ им. Ломоносова, e-mail: spec@cs.msu.ru

<sup>3</sup> МГУ им. Ломоносова, e-mail: tsybrovevgeniy@yandex.ru

Рассматривается обратная задача определения границы диэлектрического тела вращения по отраженному электромагнитному полю возбуждаемому системой источников, обладающей осевой симметрией. Области  $\Omega_f$  и  $\Omega_p$ , где соответственно расположены источники и происходит измерение электромагнитного поля отраженного от неоднородности, не пересекаются с областью  $\Omega_0$  с параметрами  $\epsilon_0, \mu_0$ , содержащей исследуемое тело  $\Omega_1$  с параметрами  $\epsilon, \mu$ .

Полная скаляризация векторной граничной задачи для уравнений Максвелла возможна для осесимметричных полей, когда все компоненты векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  не зависят от азимутальной координаты  $\varphi$ . В цилиндрической системе координат  $\rho, \varphi, z$  выпишем  $\mathbf{E} = \{0, E_\varphi(\rho, z), 0\}$ ;  $\mathbf{H} = \{H_\rho(\rho, z), 0, H_z(\rho, z)\}$  — магнитная мода. Рассмотрена граничная задача с условиями сопряжения на границе неоднородности  $\partial\Omega_1$  для  $E_\varphi$  и ее нормальных производных, где  $n$  — внешняя нормаль к границе,  $k_1 = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ ,  $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ :

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\mu \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\varphi) \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial E(\varphi)}{\partial z} \right) + k_0^2 E_\varphi = E_{\varphi_0}, & \rho \text{ в } \Omega_0, \\ \mu \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\mu \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\varphi) \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial E(\varphi)}{\partial z} \right) + k_1^2 E_\varphi = 0, & \rho \text{ в } \Omega_1, \\ [E_\varphi] = 0, \quad \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_\varphi}{\partial n} \right] = -\frac{1}{\rho} E_\varphi \cos(n, \rho) \left[ \frac{1}{\mu} \right], & \rho \in \partial\Omega_1, \\ E_\varphi = O\left(\frac{1}{|\rho|}\right), \quad \frac{\partial E_\varphi}{\partial |\rho|} - \imath k_0 E_\varphi = o\left(\frac{1}{|\rho|}\right), & |\rho| \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\omega$  — частота,  $[\cdot]$  — разрыв значения функции на границе раздела,  $E_{\varphi_0}$  — первичное поле. Обратная задача сводится к нахождению коэффициента  $k_1(M)$  во втором уравнении системы (1). Обратная задача решалась в предположении, что  $k_1(M)$  постоянная величина. От задачи (1) перейдем к интегральным уравнениям и запишем их отдельно для  $M \in \Omega_1$  и  $M \in \Omega_p$ :

$$\begin{cases} E_\varphi(M) - E_{\varphi_0}(M) = \int_{\partial\Omega_1} G(M, P) \frac{k_1^2(P) - k_0^2}{4\pi} E_\varphi(M) dS_P, & M \in \Omega_1, \\ E_{\varphi_p}(M) = \int_{\partial\Omega_1} G(M, P) \frac{k_1^2(P) - k_0^2}{4\pi} E_\varphi(M) dS_P, & M \in \Omega_p, \end{cases} \quad (2)$$

где  $G(M, P) = \rho \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikr_{MP}}}{r_{MP}} \cos \varphi d\varphi$ . Для решения системы (2) использовался итеративно регуляризованный метод Ньютона-Гаусса.

## АСИМПТОТИКА ПЕРЕДАТОЧНОЙ МАТРИЦЫ УРАВНЕНИЯ ШТУРМА—ЛИУВИЛЛЯ С КУСОЧНО-ЦЕЛЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ НА КРИВОЙ

Голубков Андрей Александрович

СУНЦ МГУ, e-mail: andrej2501@yandex.ru

Впервые изучена асимптотика при  $|\lambda| \rightarrow \infty$  непрерывно дифференцируемых вдоль произвольной спрямляемой кривой  $\gamma \subset \mathbb{C}$  решений уравнения Штурма—Лиувилля

$$u''(z) + (Q(z) - \lambda^2)u(z) = 0 \quad (1)$$

с потенциалом  $Q$ , кусочно-целым на  $\gamma$ . Ограниченную на кривой  $\gamma$  функцию  $Q$  будем называть кусочно-целой на ней, если  $\gamma$  можно разбить  $N$  точками на участки, на которых  $Q$  совпадает с целыми функциями, различными на соседних участках. Точки разбиения  $\{z_j\}_1^N$  (при  $N \geq 1$ ), начальную  $z_0$  и конечную  $z_{N+1}$  точки кривой будем называть критическими точками. В докладе получена следующая асимптотика элементов передаточной матрицы уравнения (1) вдоль  $\gamma$ :

$$p_{\alpha\beta} = \sum_{s=1}^{2^{N+1}} d_{\alpha\beta}^{(s)}(\lambda) \exp \{ \lambda h_s \} \quad (\alpha, \beta \in \{1, 2\}). \quad (2)$$

В (2)  $h_s = \sum_{i=0}^N \alpha_i (z_{i+1} - z_i)$ ,  $\alpha_i \in \{\pm 1\}$  ( $i = \overline{0, N}$ ),  $s = 1 + \sum_{i=0}^N (1 + \alpha_i) 2^{i-1}$  (т.е.  $s \in \{1, \dots, 2^{N+1}\}$ ) и все функции  $d_{\alpha\beta}^{(s)}(\lambda)$  можно представить в виде:

$$d_{\alpha\beta}^{(s)}(\lambda) = \left( \frac{1}{\lambda} \right)^{m_{\alpha\beta}^{(s)}} \delta_{\alpha\beta}^{(s)} \left( 1 + \frac{O(1)}{\lambda} \right) \neq 0,$$

где целые числа  $m_{\alpha\beta}^{(s)} \geq 0$  и комплексные числа  $\delta_{\alpha\beta}^{(s)} \neq 0$  не зависят от  $\lambda$ .

Будем называть невидимой петлёй такую петлю кривой  $\gamma$  с заданной кусочно-целой функцией, узел которой совпадает с двумя последовательными критическими точками. Добавление к кривой или удаление из неё невидимой петли не меняет начальную и конечную точку кривой, а также передаточную матрицу вдоль неё. Это позволяет ограничиться исследованием асимптотики передаточной матрицы только вдоль кривых без невидимых петель. При этом доказывается, что в случае таких кривых существует как минимум два противоположно направленных луча, исходящих из нуля комплексной плоскости параметра  $\lambda$ , и два узких сектора, содержащих эти лучи, таких, что для каждого

такого сектора и каждого элемента передаточной матрицы среди  $2^{N+1}$  слагаемых в (2) существует ровно одно, имеющее наибольший экспоненциальный рост при  $\lambda \rightarrow \infty$  в этом секторе.

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ С ФАЗОВЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ

Горьков Валерий Павлович<sup>1</sup>, Григоренко Николай Леонтьевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Лаборатория обратных задач, e-mail: v-p-gorkov@yandex.ru

<sup>2</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.ru

Рассматривается нелинейная управляемая система, описываемая уравнениями [1]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\sin(\theta)u_1 + \epsilon \cos(\theta)u_2, \\ \ddot{y} = \cos(\theta)u_1 + \epsilon \sin(\theta)u_2 - 1, \\ \ddot{\theta} = u_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x, y, \theta \in R^1$  - фазовые переменные,  $u_1$  и  $u_2$  - управляющие параметры. Задача терминального управления состоит в нахождении граничных условий  $x(0), x'(0), y(0), y'(0), \theta(0), \theta'(0), x(T), x'(T), y(T), y'(T)$ , для которых существует управление  $u(t) = (u_1(t), u_2(t))$  и момент времени  $T > 0$ , при которых для траектории системы (1) выполнены граничные условия и фазовые ограничения  $\theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ,  $y(t) \geq 0$ . Предполагается, что краевые условия удовлетворяют фазовым ограничениям. Предлагаемый в докладе подход к поиску решения задачи управления основан на методе динамической линеаризации [1,2], вычисление управления в котором сведено к решению задачи Коши для нелинейной параметрической системы вспомогательных дифференциальных уравнений. Для вспомогательной системы найдены условия на параметры, при которых решение системы существует и нелокально продолжимо. Для случая неполной информации о начальных положениях системы получены достаточные условия окончания процесса терминального управления в классе пакетов программ [3]. Для численного расчета параметров управления, при краевых условиях общего вида предложена вспомогательная экстремальная задача и приводятся результаты расчета траекторий и управления для тестовых параметров процесса. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-11-00539).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hauser J., Sastry S., Meyer G. Nonlinear control design non-minimum phase systems: application to V/STOL aircraft // Automatica. 1992. Vol.28. N 4. P. 665–679.
- [2] Isidori A. Nonlinear control Systems, Springer, 1994.

- [3] Осипов Ю.С. Пакеты программ: подход к решению задач позиционного управления с неполной информацией // УМН. 2006. Т. 61, №4. С. 25–76.

## ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ КЛЕТОК В ЛИМФОУЗЛЕ

Гребенников Дмитрий Сергеевич<sup>1</sup>, Бочаров Геннадий Алексеевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт, e-mail: dmitry.ew@gmail.com

<sup>2</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: bocharov@m.inm.ras.ru

В данной работе исследовались вопросы численной реализации разработанной ранее двумерной пространственной модели передвижения иммунных клеток в лимфоузле, откалиброванной по экспериментальным распределениям поступательных скоростей, скоростей поворота и индексов меандрирования клеток [1]. Модель сформулирована в виде системы стохастических дифференциальных уравнений, являющихся уравнениями движения ньютоновской механики для клеток с параметрическим описанием сил межклеточного взаимодействия, диссипативных сил вязкости и сил стохастически задающих внутреннюю активную подвижность клеток. Приводятся результаты численных расчетов модели, описывающих характерный сценарий развития иммунного ответа в лимфоузле, вместе с прогнозами времени обнаружения инфицированной клетки цитотоксическими лимфоцитами при различных характеристиках иммунного статуса.

В докладе описываются симплектические численные методы, предназначенные для интегрирования уравнений движения модели: полунявный метод Эйлера первого порядка (метод Ньютона-Штёрмера-Верле), метод Штёрмера-Верле второго порядка. Описываются использованные граничные условия: периодические условия для калибровки модели и условие реполяризации клеток при контакте с границей области для численных расчетов в лимфоузле.

Исследования выполнены при поддержке проекта РНФ № 18-11-00171.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гребенников Д.С. Двумерная модель передвижения клеток иммунной системы в лимфоузле // Труды 60-й Всероссийской научной конференции МФТИ. 20-26 ноября 2017 г. Прикладная математика и информатика. — МФТИ Москва Долгопрудный Жуковский, 2017. — С. 185–186.



# ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРИЕМОПЕРЕДАТЧИКОМ ETHERNET В ПРОЦЕССЕ ТЕСТИРОВАНИЯ И ОТЛАДКИ

Гурьев Дмитрий Евгеньевич

Лаборатория открытых информационных технологий, e-mail: gouriev@oit.cmc.msu.ru

При тестировании и отладке приемопередатчиков Ethernet возникает необходимость его нестандартной, тонкой настройки, выполнения тестов, специфичных для этого передатчика. Некоторые из таких задач необходимо решать в условиях автономного тестирования приемопередатчика, без участия оборудования канального уровня.

Управление приемопередатчиками Ethernet осуществляется при помощи последовательного интерфейса управления Management Data Input/Output (MDIO) ([1] – Clause 22). Интерфейс обеспечивает доступ к внутренним управляющим регистрам приемопередатчика, среди которых есть как стандартные, так в введенные разработчиком приемопередатчика.

Разработана программа, обеспечивающая чтение и запись управляющих регистров по MDIO. В случае автономного тестирования передатчика для подключения к шине MDIO используется устройство Adafruit [2] или аналогичное, на основе микросхемы FT232H [3]. Такое устройство может быть запрограммировано для поддержки различных последовательных протоколов или интерфейсов, и программа программирует его для поддержки MDIO. В случае тестирования совместно с аппаратурой канального уровня подключение к MDIO обеспечивает MAC-контроллер, программа использует прямой доступ к регистрам MAC-контроллера. Еще один вариант выполнения действий с MDIO использует соответствующие вызовы `ioctl` в ОС Linux.

Программа выполняет чтение и запись регистров MDIO, а также групп битов и отдельных битов в этих регистрах, выдерживание пауз, проверку и ожидание выполнения условий. Перечисленные действия могут быть заданы как в командной строке, так и в текстовом файле (скрипте).

Программа используется для отладки приемопередатчика Ethernet 10/100/1000 Мбит/с.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] IEEE Std 802.3 - 2012. IEEE Standard for Ethernet.
- [2] Adafruit FT232H Breakout - General Purpose USB to GPIO+SPI+I2C. <https://www.adafruit.com/product/2264> Retrieved: 17.03.2018.
- [3] FT232H - Hi-Speed Single Channel USB UART/FIFO IC. <http://www.ftdichip.com/Products/ICs/FT232H.htm> Retrieved: 17.03.2018.

## О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Дмитриев Владимир Иванович

МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической физики, e-mail:  
dmitriev@cmc.msu.ru

Рассмотрена обратная задача электромагнитного зондирования слоистой среды, в которой находится локальное трехмерное тело с произвольным распределением электропроводности. Для класса слоистых тел, представленных в виде конечного числа слоев, в которых проводимость изменяется только вдоль слоя доказана теорема единственности решения обратной задачи определения распределения электропроводности в теле по известному электрическому полю на поверхности слоистой среды.

## НЕКОММУТАТИВНАЯ УНИТАРНАЯ СИГМА-МОДЕЛЬ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Домрина Александра Владимировна

Кафедра общей математики, e-mail: avdomrina@yandex.ru

Пусть  $H$  есть сепарабельное гильбертово пространство с ортонормированным базисом  $\{e_0, e_1, \dots\}$ . Операторы уничтожения  $ae_j = \sqrt{j}e_{j-1}$  и рождения  $a^*e_j = \sqrt{j+1}e_{j+1}$ ,  $j = 0, 1, \dots$ , отображают векторное подпространство  $D_\infty = \{x \in H \mid \sum_{j=0}^{\infty} (j+1)^k |x_j|^2 < \infty, k = 0, 1, 2, \dots\}$  в себя. Решениями некоммутативной  $U(1)$  сигма-модели называются критические точки функционала энергии  $4e(\Phi) = \|\partial_+ \Phi\|_{HS}^2 = \|\partial_- \Phi\|_{HS}^2$  на множестве  $M$  всех унитарных операторов  $\Phi : H \rightarrow H$ , для которых образ оператора  $\Phi - I$  является конечномерным подпространством в  $D_\infty$ . Здесь  $I$  есть тождественный оператор,  $\partial_+ \Phi = -[a^*, \Phi]$  и  $\partial_- \Phi = [a, \Phi]$  некоммутативные аналоги производных по  $z$  и  $\bar{z}$ , а  $\|X\|_{HS}^2 = \text{Tr} X^* X$  квадрат нормы Гильберта-Шмидта.

Для любого решения  $\Phi$  число  $e(\Phi)$  является целым и называется *нормированной энергией* этого решения. Число  $r(\Phi) = \dim \text{im } \partial_+ \Phi = \dim \text{im } \partial_- \Phi$  называется *каноническим рангом* решения  $\Phi$ . Как и в коммутативном случае [1], каждое решение  $\Phi$  записывается в виде произведения конечного числа отражений:  $\Phi = (I - 2P_0)(I - 2P_1) \dots (I - 2P_n)$ , где  $P_0 = 0$ , а  $P_1, \dots, P_n$  суть ортопроекторы специального вида, называемые *унитонами*. Наименьшее целое  $n \geq 0$ , при котором такая запись возможна, называется *минимальным унитонным числом* решения  $\Phi$  и обозначается через  $u(\Phi)$ . Для каждой тройки  $e, r, u$  неотрицательных целых чисел рассмотрим множество  $M(e, r, u)$  всех тех решений  $\Phi \in M$ , для которых  $e(\Phi) = e$ ,  $r(\Phi) = r$  и  $u(\Phi) = u$ .

Изучаемая в [2] гипотеза о размерности гласит, что множество  $M(e, r, u)$  всегда либо пусто, либо имеет комплексную размерность  $r$ . Эта гипотеза

справедлива при  $u = 1, 2$  (см. [2]). Однако в случае  $u \geq 3$  она уже неверна. В докладе будет показано, что при любом целом  $n \geq 3$  пространство  $M(4n - 1, n + 1, 3)$  имеет комплексную размерность не меньше, чем  $2n - 1$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-01-00592-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Uhlenbeck К. Harmonic maps into Lie groups: classical solutions of the chiral model // J. Diff. Geom. 1989. Vol. 30, № 1. P. 1–50.
- [2] Домрина А. В, Домрин А. В. О размерности пространств решений некоммутативной сигма-модели в случае унитарного числа 2 // Труды МИАН. 2017. Т. 298, С. 112–126.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ГИПЕРЦИКЛИЧЕСКИХ РЕПЛИКАТОРНЫХ СИСТЕМ

Дрожжин Сергей Вячеславович<sup>1</sup>, Братусь Александр Сергеевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра системного анализа, e-mail: myasnicc@yandex.ru

<sup>2</sup> Кафедра системного анализа, e-mail: alexander.bratus@yandex.ru

В конце 1970 - х годов М Эйген и П.Шустер предложили модель гиперциклов [1, 2]. Гиперцикл — это самовоспроизводящаяся макромолекулярная система, в которой каждая макромолекула катализируется с помощью предыдущей в замкнутом цикле. Схема гиперцикла еще очень далека от схемы самовоспроизводящейся молекулярно — генетической системы живой клетки, тем не менее, гиперцикл — это определенный шаг к живой клетке по сравнению с квазивидами. Кроме того, было доказано, что гиперциклические системы обладают рядом замечательных свойств, присущих биологическим системам: наследственность, изменчивость и борьба за существование.

В данной работе рассматривается математическая модель, описывающая эволюцию макромолекул. Взаимодействие макромолекул между собой, описывается некоторой матрицей, которая имеет постоянную норму. Сам процесс эволюции характеризуется экстремальным принципом, заключающимся в том, что средний фитнес(приспособленность) системы в процессе эволюции должен увеличиваться [3]. Для решения данной задачи максимизации, предлагается алгоритм, который последовательно решает задачу линейного программирования. Показано, что при достаточно большом количестве итераций, некоторые коэффициенты положения равновесия смещаются к границе единичного симплекса и обращаются в ноль. Происходит последовательное упрощение системы до тех пор, пока она не сводится к репликации одной единственной макромолекулы. При этом системы, полученные в ходе эволюции, становятся устойчивы к паразитам, от которых погибали до процесса эволюции. Для того, чтобы сохранить свойства устойчивости к паразитам и, при этом, предотвратить вырождение

системы, предложен изменённый функционал, который учитывает энтропию системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Eigen M. Self-organization of matter and the evolution of biological macromolecules //Naturwissenschaften. 1971. N. 58. P. 465–25.
- [2] Eigen M., Schuster P., The Hypercycle //New-York. Springer. 1979.
- [3] Fisher R. The genetical theory of natural selection //Oxford University Press. 1930.

## О ГИПОТЕЗЕ РАЙЗЕРА ДЛЯ ЦИРКУЛЯНТНЫХ МАТРИЦ АДАМАРА

**Егоров Владимир Николаевич, Егоров Андрей Владимирович**

Кафедра информационной безопасности, e-mail: egorov49@inbox.ru, egorov76@inbox.ru

В начале 60-х годов XX века известный специалист в области комбинаторного анализа Г. Дж. Райзер [1] сформулировал гипотезу о том, что циркулянтные матрицы Адамара существуют только для размерности 4.

В течение многих лет эта гипотеза волнует умы специалистов, неоднократно появлялись работы, в которых заявлялось положительное решение этой гипотезы, но позже выяснялось, что все они содержали ошибки. В настоящее время наиболее сильным результатом в этой области является, по мнению многих специалистов, теорема о том, что возможной размерностью циркулянтной матрицы Адамара является  $4t^2$ , где  $t$  — нечетное число [2]. Справедливость гипотезы Райзера доказана для некоторых значений параметра  $t$  (см., например, [3]). Кроме того, проведенные компьютерные вычисления показали справедливость данной гипотезы для размерности порядка  $10^{20}$ .

В данной работе показано, что существование циркулянтной матрицы Адамара порядка  $4t^2$ , где  $t$  — нечетное число эквивалентно наличию нетривиального решения системы матричных уравнений:

$$\begin{aligned} AA^T + BB^T &= t^2I, \\ AB^T + BA^T &= (0), \end{aligned}$$

где  $A$  и  $B$  циркулянтные  $(0, 1, -1)$  матрицы,  $I$  — единичная матрица,  $(0)$  — нулевая матрица. Все матрицы имеют размерность  $t^2$ .

При  $t = 1$  данная система превращается в систему числовых соотношений и имеет нетривиальные решения, откуда и следует существование циркулянтных матриц Адамара размерности 4. Показано, что матрицы  $AA^T$  и  $BB^T$  могут иметь в качестве собственных значений только 0 и  $t^2$ . На основании данного свойства показано отсутствие нетривиальных решений у данной системы при простом  $t$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Райзер Г. Дж. Комбинаторная математика. М. : Мир, 1966, 154 с.
- [2] Turyn R. J. Character sums and difference sets // Pacific Journal of Mathematics, p. 319–346.
- [3] Gallardo L. H. New duality operator for complex circulant matrices and a conjecture of Ryser // Electronic Journal of Combinatorics, 23 (1), 2016, p. 1.59.

## ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ДВИЖЕНИИ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ

Еленин Георгий Георгиевич<sup>1</sup>, Еленина Татьяна Георгиевна<sup>2</sup>

<sup>1</sup> МГУ имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, e-mail: elenin2@rambler.ru

<sup>2</sup> МГУ имени М. В. Ломоносова, Физический факультет, e-mail: t.yelenina@gmail.com

В докладе рассматриваются две параметризации решения задачи о движении в центральном поле, как с притягивающим, так и с отталкивающим силовым центром [1]. Дается определение времени пребывания материальной точки в окрестности силового центра, анализируются зависимости этого времени от начальных условий для определения «жесткости» консервативной задачи.

На основе рассмотренных параметризаций строятся семейства адаптивных вычислительных методов, осуществляющих симплектическое отображение и сохраняющих фазовый объем, полный импульс, полный момент импульса, полную энергию, орбиту движения, годограф скорости, а также дополнительные первые интегралы, вызванные симметрией потенциальной энергии [2, 3]. Переменный шаг в вычислительных методах выбирается автоматически, исходя из свойств решений задачи. Он существенным образом уменьшается в окрестности силового центра, где происходят наиболее быстрые изменения компонент решения. Методы приближают зависимости фазовых переменных от времени с либо вторым, либо четвертым, либо шестым порядком точности [4]. При некоторых соотношениях между параметрами методы являются точными.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М. : Наука, 1973. 208 с.
- [2] Еленин Г. Г., Еленина Т. Г. Об одном однопараметрическом семействе разностных схем для численного решения задачи Кеплера // ЖВМиМФ. 2015. Т. 55, № 8. С. 1292–1298.
- [3] Еленин Г. Г., Еленина Т. Г. Адаптивные симплектические консервативные численные методы решения задачи Кеплера // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 7. С. 950–961.
- [4] Еленин Г. Г., Еленина Т. Г. Тестовые испытания адаптивных симплектических консервативных численных методов решения задачи Кеплера // ЖВМиМФ. Т 58, № 6.

## **РАЗРАБОТКА АРХИТЕКТУРЫ И РЕАЛИЗАЦИЯ ОБЛАЧНОГО СЕРВИСА ДЛЯ МАССОВОЙ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ВЫСОКОЙ РЕАЛИСТИЧНОСТЬЮ**

**Стефанов Константин Сергеевич<sup>1</sup>, Енокян Кристина Эдуардовна<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> НИВЦ МГУ, e-mail: cstef@parallel.ru

<sup>2</sup> Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: krisi76@mail.ru

Целью работы является разработка архитектуры, и реализация облачного сервиса для использования суперкомпьютеров при создании спецэффектов в кинопроизводстве.

Осуществлять рендеринг сцен - получение изображения по модели с помощью компьютерной программы [1] можно как на локальных машинах, так и на удаленных. Для рендеринга на удаленных машинах необходимо использовать программные средства для автоматизации и управления задачами, называемые рендер-менеджерами. Для решения поставленной задачи было решено использовать в качестве рендер-менеджера Afanasy, а в качестве утилиты для рендера Houdini.

Весь технологический процесс создания фильма - пайплайн - можно представить в виде следующих шагов: отправка сцены на сервер рендер-менеджера; распределение задач на клиентов рендер-менеджера; запуск рендера сцены на вычислительных узлах.

Для решения поставленной задачи была использована виртуализация, а сама система была реализована в виде облачного сервиса. В данном случае, облако подразумевает прозрачный перенос работы на новые ресурсы, а виртуализация является способом сделать такой перенос проще, таким образом система становится намного более гибкой, переносимой и расширяемой. Виртуализация сервера рендер-менеджера осуществлялась с использованием виртуальной машины, клиента рендер-менеджера – с использованием lxc-контейнера - механизма виртуализации на уровне операционной системы, позволяющего исполнять множество изолированных Linux-систем (контейнеров) в одной системе [2]. В качестве вычислительных ресурсов использовался суперкомпьютер Ломоносов-2. Для организации облачности были выделены ресурсы под второй набор клиентов и сервера, на которых аналогично были установлены lxc-контейнеры и виртуальная машина. Для обеспечения отказоустойчивости работы системы, было реализовано перенаправление задач на другую тестовую систему в случае выхода из строя одной из них. При этом на рендеринг отправляются не все кадры, а лишь те, которые не успели досчитаться из-за выхода из строя системы. Весь этот процесс остается совершенно незаметным для пользователя.

В данный момент разработанная система проходит тестовую эксплуатацию на суперкомпьютере Ломоносов-2.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Appel A. Some techniques for shading machine renderings of solids. – 1968. – URL: <http://graphics.stanford.edu/courses/Appel.pdf> (дата обр. 30.03.2018).
- [2] Коренков В. LXC контейнеры. – 2016. – URL: <http://xgu.ru/wiki/LXC> (дата обр. 30.03.2018).

## СРЕДСТВА СРАВНИТЕЛЬНОЙ ОТЛАДКИ В DVM-СИСТЕМЕ

Ермичев Александр Александрович<sup>1</sup>, Крюков Виктор Алексеевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: a.ermich@gmail.com

<sup>2</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: krukov@keldysh.ru

Отладка параллельных программ является трудоемкой и нетривиальной задачей. Параллельные алгоритмы обычно значительно сложнее последовательных и могут содержать нетипичные для стандартной отладки ошибки. Поэтому исследования должны быть направлены на автоматизацию отладки параллельных программ. Одним из успешных примеров данного подхода является *сравнительная отладка*, реализованная в DVM-системе [1].

Принцип работы данного метода заключается в сравнении процесса выполнения двух программ посредством контроля значений переменных в определенных контролируемых точках. Сравнение может проводиться как между параллельно запущенными программами, так и с использованием файлов трассы. Сравнительная отладка в DVM-системе в настоящее время организована по второму принципу (накопление в файл трассы событий чтения и модификации переменных, итерации циклов и т. п.).

Однако, использование файла трассы затрудняет отладку реальных программ, для которых объем трассы может превысить допустимые пределы. Поэтому были реализованы режимы отладки, уменьшающие размер трассы без заметного ущерба покрытию операторов программы: *метод интегральных характеристик массива* и *метод представительных витков* [2].

Кроме того, существующая реализация отладки не рассчитана на расхождения в выполнении программ, вызванные отличиями при работе с вещественными числами (разные компиляторы, опции оптимизации и т. п.). Такие расхождения, вначале не превышающие порог погрешности, постепенно увеличиваются, и могут привести к различиям в потоках управления.

Для преодоления проблемы вещественных чисел планируется реализовать метод, основанный на замене некритично отличающихся вещественных значений на эталонные. А применение этого метода для реальных программ потребует реализации режима отладки, основанного на одновременном запуске эталонной и отлаживаемой программ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Крюков В. А., Удовиченко Р. В. Отладка DVM-программ // Программирование. 2001. № 3. С. 19–29.
- [2] Крюков В. А., Кудрявцев М. В. Автоматизация отладки параллельных программ // Вычислительные методы и программирование. 2006. Т. 7, № 4. С. 102–110.

## УВЕЛИЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СУБЪЕКТИВНОГО УДАЛЕННОГО СРАВНЕНИЯ ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Ерофеев Михаил Викторович<sup>1</sup>, Ватолин Дмитрий Сергеевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: merofeev@graphics.cs.msu.ru

<sup>2</sup> Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: dmitriy@graphics.cs.msu.ru

Во множестве задач обработки изображений и видеопоследовательностей (удаление шума, удаление объектов, сжатие, колоризация и т. д.) возникает проблема сравнения результатов работы различных алгоритмов их решения. Ввиду того, что конечным потребителем результатов работы таких алгоритмов является человек, «золотым стандартом» сравнения результатов обработки изображений и видеопоследовательностей является экспертная оценка, проведенная большой группой человек в хорошо контролируемых лабораторных условиях [1]. Ресурсозатратность таких оценок, а также отсутствие автоматических методов объективной оценки, корректно моделирующих человеческое восприятие, ведут к возникновению данной проблемы.

В работе исследуется вопрос возможности замены традиционного способа сравнения алгоритмов сжатия видео — экспертной оценки, проведенной в лабораторных условиях — сравнением с участием удаленных респондентов с использованием сети Интернет (далее онлайн сравнением). Очевидным недостатком онлайн сравнений является невозможность контролировать условия просмотра. Очевидным преимуществом — возможность проведения сравнения с большим числом респондентов в очень сжатые сроки. Доступность и скорость онлайн сравнений может существенно облегчить разработку новых алгоритмов обработки изображений и видеопоследовательностей, так как позволит проводить регулярную оценку новых версий алгоритма.

Для оценки точности онлайн сравнений алгоритмов сжатия видео в рамках работы было проведено онлайн сравнение исходных и искаженных видеопоследовательностей, использованных в экспертном сравнении, проведенном компанией Netflix в лабораторных условиях [2]. Было показано, что результаты онлайн сравнения имеют высокую корреляцию с лабораторными результатами и превосходят по этому показателю все объективные методы оценки.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] BT R. I. T. U. R. Methodology for the subjective assessment of the quality of television pictures. 2002.
- [2] Toward A Practical Perceptual Video Quality Metric. — URL: <https://medium.com/netflix-techblog/toward-a-practical-perceptual-video-quality-metric-653f208b9652> (дата обр. 30.03.2018).

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА  
ЗАПРЕДЕЛЬНОЙ МОЩНОСТИ В ПЛАЗМЕ, УВЕЛИЧЕНИЕ  
ЗНАЧЕНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ**

Ечкина Евгения Юрьевна

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: [ejane@cs.msu.ru](mailto:ejane@cs.msu.ru)

Физика высоких энергий— это наука, которая целиком основана на квантовых представлениях о мире. Ее теоретические и экспериментальные методы развивались вместе.

Основной целью проекта ELI (Европейский международный проект Extrime Light Infrastructure) является решение фундаментальных и прикладных задач в области лазерной физики высоких энергий, в частности, изучение поведения вещества в экстремальных световых полях [1]. Исследования будут нацелены на создание компактного лазерного ускорителя заряженных частиц и источников вторичного электромагнитного излучения высокой яркости (источники рентгеновского и гамма-излучения). Кроме прикладного значения, данные исследования будут охватывать и совершенно экзотические области физики. Новые технологии позволят, изучить поведение вещества в экстремальном состоянии под действием сверхинтенсивного лазерного излучения. [2]

На данный момент времени идет постройка сверхмощной лазерной установки и проводятся вычислительные эксперименты.

С помощью модернизированного двумерного кода REMP с добавлением в него силы радиационного трения были проведены расчеты взаимодействия сверхсильного лазерного импульса с веществом.

Получено увеличение значение продольного электрического поля в несколько раз при учете силы РТ. Расчет проводился при следующих параметрах: рассматривалось  $10^9$  частиц, область рассматривалась  $40\lambda \times 200\lambda$ , где  $\lambda$  - длина волны,  $a = 100$  амплитуда лазерного импульса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] <https://eli-laser.eu/the-eli-project/>

- [2] Ечкина Е. О зависимости энергии ионов от параметров лазерного импульса и мишени в радиационно-доминантном режиме ускорения // Физика плазмы. 2010. Т. 36, № 1. С. 17–32.

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА КРЕСТОВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ РАНГА 1

Желтков Дмитрий Александрович<sup>1</sup>, Осинский Александр Игоревич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ИВМ РАН, e-mail: dmitry.zheltkov@gmail.com

<sup>2</sup> МФТИ, e-mail: sasha\_o@list.ru

Матричный метод крестовой интерполяции [1] предназначен для малорангового приближения матриц. Аппроксимация строится на основе определяемых в ходе работы метода строк и столбцов приближаемой матрицы. Важной особенностью данного метода является то, что для построения приближения используется лишь малое число элементов матрицы — для приближения матрицы размеров  $m \times n$  матрицей ранга  $r$  используется всего  $O(r(m+n))$  элементов. Это крайне полезно при приближении матриц, элементы которых не хранятся в памяти, а заданы как функция.

В случае многомерных массивов (тензоров) общее число элементов крайне велико, нередко все элементы тензора невозможно ни вычислить, ни хранить. Поэтому наличие метода, выполняющего аппроксимацию тензора в малопараметрическом формате используя лишь небольшое число элементов, критически важно. Таким методом является ТТ-крестовый метод [2] выполняющий аппроксимацию тензора размерности  $D$  с размером  $N$  по каждому направлению тензором ТТ-ранга  $R$  используя лишь  $O(DNR^2)$  элементов. ТТ-крестовый метод активно использует матричный крестовый метод в ходе своей работы.

Матричный крестовый метод и ТТ-крестовый метод при построении приближения выполняют поиск больших по модулю элементов. Было замечено, что максимальный среди найденных элементов близок к максимальному по модулю элементу всего массива даже в случае, когда качество аппроксимации не очень высоко. Поэтому на основе ТТ-крестового метода был построен метод глобальной оптимизации [3, 4], успешно применяемый в ряде приложений.

В данной работе приведено обоснование работы метода ТТ-оптимизации для матриц и тензоров малой размерности ранга 1.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Goreinov S. A., Tyrtysnikov E. E., Zamarashkin N. L. A theory of pseudoskeleton approximations // Linear algebra and its applications. – 1997. – Т. 261. – №. 1-3. – С. 1-21.
- [2] Oseledets I., Tyrtysnikov E. TT-cross approximation for multidimensional arrays // Linear Algebra and its Applications. – 2010. – Т. 432. – №. 1. – С. 70-88.

- [3] Zheltkova V. V. et al. Tensor based approach to the numerical treatment of the parameter estimation problems in mathematical immunology // Journal of Inverse and Ill-posed Problems. – 2018. – Т. 26. – №. 1. – С. 51-66.
- [4] Желтков Д. А. и др. TTDock: метод докинга на основе тензорных поездов // Вычислительные методы и программирование. – 2013. – Т. 14. – №. 3. – С. 279-291.

## РАВНОВЕСИЕ ПО АУМАННУ В СМЕШАННЫХ СТРАТЕГИЯХ

**Жуковский Владислав Иосифович**

Кафедра оптимального управления, e-mail: zhukovskiy\_zhkvlad@yandex.ru

Для кооперативной игры в нормальной форме и нетрансферабельными выигрышами  $\Gamma = \langle \mathbb{N} = \{1, \dots, N\}, \{X_i\}_{i \in \mathbb{N}}, \{f_i(x)\}_{i \in \mathbb{N}} \rangle$ , где стратегия  $i$ -го игрока  $x_i \in X_i \in \text{comp} \mathbb{R}^{n_i}$ , ситуация  $x = (x_1, \dots, x_N) \in X = \prod_{i \in \mathbb{N}} X_i$ , функция выигрыша  $i$ -го игрока  $f_i(\cdot) \in C(X)$  ( $i \in \mathbb{N}$ ), в 1959 г. лауреат Нобелевской премии израильский математик Роберт Ауманн ввел понятие строгого равновесия (ASE)[1]:

**Определение 1.** Ситуация  $x^* \in X$  строго равновесна в  $\Gamma$ , если для любой коалиции  $K = \{i_1, \dots, i_K\} \subset \mathbb{N}$ ,  $\forall z_K = (z_{i_1}, \dots, z_{i_K}) \in X_K = \prod_{j \in K} X_j$  несовместна система строгих неравенств  $f_j(x^*) < f_j(z_K, x_{\mathbb{N} \setminus K}^*)$  ( $j \in K$ )  $\forall K \in 2^{\mathbb{N}}$ .

Введем подмножество ASE:

**Определение 2.** Ситуацию  $x^P \in X$  назовем коалиционно равновесной в игре  $\Gamma$ , если для любой коалиции  $K \in 2^{\mathbb{N}}$  несовместна система неравенств  $f_j(x^P) \leq f_j(z_K, x_{\mathbb{N} \setminus K}^P)$  ( $j \in K$ ), из которых по крайней мере одно строгое.

**Теорема.** Если в игре  $\Gamma$  множества  $X_i \in \text{comp} \mathbb{R}^{n_i}$  и  $f_i(\cdot) \in C(X)$  ( $\forall i \in \mathbb{N}$ ), то в этой игре существует коалиционно равновесная ситуация в смешанных стратегиях.

Доказательство базируется на построении гермейеровской свертки функций выигрыша  $\varphi(z, x) = \max_{K \in 2^{\mathbb{N}}} [\sum_{j \in K} f_j(z_K, x_{\mathbb{N} \setminus K}) - \sum_{j \in K} f_j(x)]$  и нахождении седловой точки в смешанных стратегиях для функции  $\varphi(z, x)$ . Тогда минимаксная стратегия является коалиционно равновесной. Существование седловой точки основывается на теореме Гликсберга [2].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Aumann R. J., Acceptable Points in General Cooperative n-Person Games // A. W. Tucker and R. D. Luce (eds.), Contributions to the Theory of Games IV, Annals of Mathematics Study 40. Princeton: Princeton University Press. 1959. P. 287–324.

- [2] Гликсберг И. Л. Дальнейшее обобщение теоремы Какутани о неподвижной точке с приложением к ситуациям равновесия в смысле Нэша // Бесконечные антагонистические игры / Н. Н. Воробьев. М.: Физматгиз, 1963. С. 497–503.

## **РЕКОНСТРУКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКА ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ НА ОСНОВЕ МАГНИТНЫХ И ГАЗОКИНЕТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

**Зотов Игорь Викторович**

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: iv-zotov@cs.msu.ru

Определение распределения тороидального тока в плазме токамака на основе внешних магнитных измерений представляет собой существенно некорректную нелинейную обратную задачу для двумерного уравнения равновесия Грэда-Шафранова. Задача вырождается (не имеет решения) в цилиндрической геометрии. В тороидальной геометрии вырождение снимается и на решение влияют такие параметры плазменной конфигурации как тороидальность, вытянутость, треугольность поперечного сечения. Предварительное исследование зависимости исходных данных обратной задачи от этих параметров проводилось в работе [1]. Для реальной геометрии установки Т-15М в рамках планируемого сценария разряда была определена необходимая точность магнитных измерений для успешного решения задачи восстановления профиля тока. Было показано, что необходимая точность измерений меняется в процессе разряда. Так, например, если на стадии подъема тока уровень погрешности измерений не должен превышать 4%, то на стационарной стадии эти требования снижаются до 10-10.5%. Превышение этого уровня погрешности измерений не позволяет различить только по магнитным сигналам два профиля тока, отличающихся друг от друга на 30%.

Для повышения точности реконструкции профиля тока в центральной части шнура, можно дополнительно использовать данные других (немагнитных) диагностик. В частности, комбинированные CXRS и MSE диагностики, основанные на инжекции нейтральных частиц, система Томсоновского рассеяния лазерных лучей позволяют получать локальные измерения температуры и плотности, что определяет давление плазмы. В работе представлены результаты решения обратной задачи реконструкции распределения тороидального тока в случае, когда известны магнитное поле и распределение давления.

Работа поддержана грантами РФФИ № 17-07-00544-а, 17-07-00883-а.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Численное моделирование системы электромагнитной диагностики токамака Т-15 / И. В. Зотов, А. Г. Белов, Д. Ю. Сычугов, В. Э. Лукаш, Р. Р. Хайрут-

динов // Вопросы атомной науки и техники. Серия Термоядерный Синтез. 2015. Т. 38, № 2. С. 51–61.

## АЛГОРИТМ СИНТЕЗА ЦЕЛЕВЫХ УПРАВЛЕНИЙ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ

Иванова Елена Михайловна, Точилин Павел Александрович

Кафедра системного анализа, e-mail: ivanova.elena1908@gmail.com, tochilin@cs.msu.su

В данной работе рассматривается движение, в каждый момент времени  $t \in [\tau, \theta]$  описываемое одной из  $k$  линейных управляемых систем дифференциальных уравнений с непрерывными матричными коэффициентами:

$$\dot{x}(t) = A_i(t)x(t) + B_i(t)u_c(\pi_t) \quad i = 1, \dots, k \quad (1)$$

Непрерывная компонента позиционного управления удовлетворяет ограничению:  $u_c(\pi_t) \in \mathcal{E}(p(t), P(t))$ , где  $\mathcal{E}(p(t), P(t))$  — невырожденный  $n_u$ -мерный эллипсоид, матрично-значные функции  $p(t)$ ,  $P(t)$  — непрерывны. Номер активной в момент времени  $t$  системы контролируется дискретной компонентой управления  $u_d(\pi_t)$ . При этом частота переключений между системами (1) ограничена сверху.

Под  $\pi_t$  понимается позиция  $\{t, x, i, t_{swl}\}$  совокупной гибридной [2] системы, где  $t \in \mathbb{R}$  — текущий момент времени,  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$  — значение вектора фазовых координат,  $i \in \{1, \dots, k\}$  — номер активной системы дифференциальных уравнений,  $t_{swl} \in (\infty, t]$  — время последнего переключения, произошедшего в системе к моменту времени  $t$ .

В работе исследуется разрешимость задачи о переводе системы за время  $\theta - \tau$  из начального состояния  $\{x, i, t_{swl}\}$  в целевую многозначную позицию

$$\mathcal{M} = \{\mathcal{E}(m, M), \{1, \dots, k\}, (-\infty, \theta]\},$$

где  $\mathcal{E}(m, M)$  — некоторый невырожденный  $n_x$ -мерный эллипсоид.

Множество разрешимости описывается посредством своих внутренних тугих эллипсоидальных аппроксимаций, которые используются для синтеза целевых управлений [1–3].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kurzhanski A. B., Varaiya P. Dynamics and control of Trajectory Tubes. Birkhauser, 2014.
- [2] Куржанский А. Б., Точилин П. А. Слабо инвариантные множества гибридных систем. // Дифференциальные уравнения. 2008. Т. 44, № 11. С. 1523–1533.

- [3] Mazurenko S. Partial differential equation for evolution of star-shaped reachability domains of differential inclusions. //Set-valued and variational analysis. 24:2, 2016, P.333–354.

## **ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ОТРАЖЕНИЯ ВОЛН ОТ НЕРЕГУЛЯРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

**Ильинский Анатолий Серафимович<sup>1</sup>, Галишникова Тамара Николаевна<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра математической физики, e-mail: celd@cs.msu.su

<sup>2</sup> Лаборатория вычислительной электродинамики, e-mail: tgalish@cs.msu.su

В докладе рассмотрена задача отражения поля плоской трехмерной Н-поляризованной электромагнитной волны от идеально проводящей границы раздела сред, содержащей локальную хорошо проводящую неоднородность. Математическая модель исследуемой задачи сведена к решению системы уравнений Максвелла в бесконечной области с нерегулярной границей раздела двух сред. Основное внимание уделено разработке вычислительного алгоритма для расчета отраженного поля в дальней зоне. Для его построения краевая задача сведена к решению двумерных уравнений Гельмгольца, которые, в свою очередь, сведены к решению системы сингулярных интегральных уравнений.

Используя метод аппроксимации и коллокации для решения системы сингулярных интегральных уравнений, получена комплексная система линейных алгебраических уравнений, для вычисления элементов матрицы которой, определяемых сингулярными ядрами, разработан авторами оригинальный алгоритм. Он основан на преобразовании подынтегральной функции в виде двух слагаемых, одно из которых будет полным дифференциалом некоей функции, и интеграл вычисляется аналитически, а входящая во второе слагаемое функция будет иметь логарифмическую особенность. Решение алгебраической системы дает распределение электромагнитного поля на хорошо проводящем участке неоднородности, зная которое, можно вычислить диаграмму направленности отраженного поля.

Разработанный авторами на основе метода сингулярных интегральных уравнений вычислительный алгоритм позволяет рассчитывать поля на неоднородном участке границы раздела двух сред при различных электродинамических характеристиках среды в резонансном частотном диапазоне [1].

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Ильинский А. С., Галишникова Т. Н. Метод интегральных уравнений в задачах отражения электромагнитных волн от неоднородных границ раздела сред // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61, № 9. С. 829–843.

# ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ОПТИМАЛЬНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ФИЛЬТРА ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

Капалин Иван Владимирович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: ikapalin@cs.msu.ru

В работе рассматриваются две задачи, тесно связанные с задачей оптимальной несмещенной фильтрации [1]: задача смещенной оптимальной фильтрации со смещением не выше заданной величины  $\varepsilon$  и задача совместной стабилизации и смещенной оптимальной фильтрации. Предложено сведение данных задач к задачам нелинейной оптимизации, которые предлагается решать, используя различные выпуклые аппроксимации множеств оптимизации. Преимуществом такого сведения состоит в том, что в новой формулировке задачи фильтрации предстает как задача оптимизации с конкретной структурой критерия оптимальности (дробнорациональной функцией), и в том, что множество оптимизации возможно конструировать из тех или иных критериев качества к работе фильтра или к системе управления, которая использует фильтр для задач управления. Кроме того, к полученным задачам оптимизации возможно применение широкого спектра методов теории оптимизации [2].

Задача фильтрации ставится для стохастической линейной стационарной системы

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + w(t), & x(t_0) = x_0, \\ y = Cx + v(t), \\ z = Fx, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x \in \mathbb{R}^n$  — неизвестный фазовый вектор системы,  $y \in \mathbb{R}^l$  — известный выход системы,  $u \in \mathbb{R}^r$  — назначаемое управление,  $z \in \mathbb{R}^p$  — оцениваемый (фильтруемый) вектор-функционал;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $F$  — постоянные матрицы соответствующих размеров,  $x_0$  — случайная величина и  $w(t)$ ,  $v(t)$  — белые шумы с известными вероятностными характеристиками.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00540-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Darouach M. On the optimal unbiased functional filtering // IEEE Transactions on Automatic Control. 2000. V. 45, N 7. P. 1374–1379.
- [2] Darouach M., Ali H. S. Optimal unbiased functional filtering in the frequency domain // Systems Science & Control Engineering: An Open Access Journal. 2014. V. 2. N 1. P. 308–315.
- [3] Nocedal J., Wright S. J. Numerical Optimization New York. : Springer-Verlag, 2006. 664 p.

## О ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА НА КРУГЕ СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

Капустин Николай Юрьевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: n.kapustin@bk.ru

Рассматривается задача для оператора Лапласа в круге

$$\Delta u + \lambda u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \lambda u = 0, \quad 0 < r < 1 \quad (1)$$

со спектральным параметром в граничном условии

$$\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=1} = d \lambda u \Big|_{r=1}, \quad d = \text{const} \neq 0. \quad (2)$$

В качестве вспомогательной задачи после разделения переменных

$$u(r, \phi) = R(r) \Phi(\phi)$$

выписывается спектральная задача для уравнения Бесселя  $n$ -го порядка

$$R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) + \left( \lambda - \frac{n^2}{r^2} \right) R(r) = 0, \quad R'(1) = d \lambda R(1), \quad (3)$$

Решением задачи (1)-(2) является система, функции которой определяются произведением функции Бесселя  $J_n(\sqrt{\lambda_{k,n}} r)$  на элемент классической тригонометрической системы. Собственные значения — решения трансцендентных уравнений  $J'_n(\sqrt{\lambda}) = d \sqrt{\lambda} J_n(\sqrt{\lambda})$ . Рассмотрены вопросы полноты, минимальности и базисности систем корневых функций задач (1)-(2) и (3). В частности установлено, что система собственных функций задачи (1)-(2) переполнена на бесконечно число элементов. Вопрос кратности собственных значений задачи (3) при  $n = 0$  рассмотрен в работе [1].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-10194).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Капустин Н. Ю., Моисеев Т. Е. О кратном спектре задачи для уравнения Бесселя со спектральным параметром в граничном условии // Дифференц. уравнения. 2016. Т. 52, № 10. С. 1426–1430.

## ОЦЕНКИ ПРИМЕНИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ПРИ РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ

Карев Александр Валерьевич<sup>1</sup>, Тихонов Иван Владимирович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра математической физики, e-mail: alexander.karev.30@gmail.com

<sup>2</sup> Кафедра математической физики, e-mail: ivtikh@mail.ru

Предлагаемый подход применим к широкому классу линейных обратных задач, указанному в [1]. Поясним идею на примере, подробно разобранным



в работе [2]. В банаховом пространстве  $E$  при  $t \in [0, T]$  рассмотрим задачу о нахождении неизвестного элемента  $g \in E$  из соотношений

$$\frac{du(t)}{dt} = Au(t) + g, \quad u(0) = u_0, \quad \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = u_1. \quad (1)$$

Считаем, что линейный замкнутый оператор  $A$  порождает в пространстве  $E$  полугруппу  $U(t)$  класса  $C_0$  с оценкой

$$\|U(t)\| \leq Me^{\beta t}, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

где  $M \geq 1$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$ . Задача (1) сводится к решению операторного уравнения

$$g - B_\gamma g = f_\gamma, \quad B_\gamma \equiv \frac{1}{T} \int_0^T (1 - \gamma T + \gamma t) U(t) dt, \quad (3)$$

с элементом  $f_\gamma \in E$ , определяемым через  $u_0, u_1 \in D(A)$ . Здесь  $\gamma$  — числовой параметр, выбираемый по принципу  $\gamma > \beta$  (подробнее см. [1], [2]).

Для обоснования итерационного метода при решении операторного уравнения (3) надо получить оценку спектрального радиуса оператора  $B_\gamma$ . Это можно сделать по схеме [2] на основе спектральной теории полугрупп (Хилле, Филлипс) с привлечением оценок из теории целых функций и компьютерных расчетов. В результате удастся обосновать итерационный метод для всех полугрупп, удовлетворяющих оценке (2) с показателем  $\beta \leq 1,45/T$ . Однако, при  $\beta = 1,46$  появляются примеры полугрупп, для которых итерационный метод решения операторного уравнения (3) не применим.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонов И. В., Эйдельман Ю. С. Вопросы корректности прямых и обратных задач для эволюционного уравнения специального вида // Матем. заметки. 1994. Т. 56, № 2. С. 99–113.
- [2] Карев А. В., Тихонов И. В. Распределений нулей одной целой функции типа Миттаг-Леффлера с приложениями в теории обратных задач // Челябинский физико-матем. журнал. 2017. Т. 2, № 4. С. 430–446.

# ПРЯМОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ КОНСТАНТЫ ОПТИМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА И ФУНКЦИИ БЕЛЛМАНА В ЗАДАЧЕ ФУЛЛЕРА С ПРИВЛЕЧЕНИЕМ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СРЕДЫ MAPLE

Киселёв Юрий Николаевич<sup>1</sup>, Аввакумов Сергей Николаевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: kiselev@cs.msu.su

<sup>2</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: asn@cs.msu.su

В докладе рассматривается классическая задача Фуллера [1]

$$\begin{cases} \dot{x} = y, & x(0) = a, \quad x(\infty) = 0, & |u| \leq 1, \\ \dot{y} = u, & y(0) = b, \quad y(\infty) = 0, & J[u] = \int_0^\infty x^2 dt \rightarrow \min_{u(\cdot)} \end{cases}$$

с оптимальным регулятором

$$u(x, y; m) = \text{sign}(-x - my^2 \text{sign}(y)) = \pm 1, \quad (x, y) \in I_\pm, \quad m \in (0, \frac{1}{2}),$$

где константа  $m = m_* = \frac{1}{12} \sqrt{6(\sqrt{33} - 1)} = 0.4446235601859373 \dots$

Доклад примыкает к публикации [2]. С привлечением среды MAPLE вычислено значение функционала при управлении  $u(x, y; m)$ ,  $m \in (0, \frac{1}{2})$ , и найден наилучший параметр  $m = m_*$ , который не зависит от начальной точки  $(a, b)$ . При  $m = m_*$  построена в явном виде функция  $W(a, b)$ , которая является решением дифференциального уравнения Беллмана

$$a^2 + W'_a(a, b)b + W'_b(a, b) \cdot (\pm 1) = 0, \quad (a, b) \in I_\pm.$$

Линия переключения  $a = -m_* b^2 \text{sign}(b)$  удовлетворяет условию  $W'_b(a, b) = 0$ . Построенный регулятор является оптимальным для рассматриваемой задачи. Получено явное описание функции Беллмана

$$W(a, b) = \frac{b}{15} (2b^4 + 10ab^2 + 15a^2) + (2a + b^2)^{\frac{5}{2}} \cdot K, \quad (a, b) \in I_-;$$

$$W(a, b) = W(-a, -b), \quad (a, b) \in I_+; \quad K = \frac{23q^4 - 14q^2 + 23}{120(1 - q^5)} \sqrt{\frac{1 + q^2}{2}}, \quad q = \sqrt{\frac{1 - 2m_*}{1 + 2m_*}},$$

где константы  $K > 0$ ,  $q = 0.24212 \dots$ . Свойства функции  $W(a, b)$  иллюстрируются графиками. Задача Фуллера является примером задачи оптимального управления с учащающимися переключениями (четтеринг-режимом).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фуллер А. Т. Оптимизация релейных систем регулирования по различным критериям качества // Тр. I конгр. ИФАК (1960) М. : Т. 2. С. 584–605.
- [2] Аввакумов С. Н., Киселёв Ю. Н. Задача Фуллера: прямое вычисление константы регулятора и функции Беллмана // Сб. VI конференция «Обратные и некорректно поставленные задачи». Тезисы докладов. М : 2000. С. 3.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С УЧАЩАЮЩИМИСЯ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ

Киселёв Юрий Николаевич<sup>1</sup>, Аввакумов Сергей Николаевич<sup>2</sup>, Орлов Михаил Владимирович<sup>3</sup>, Орлов Сергей Михайлович<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: kiselev@cs.msu.su

<sup>2</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: asn@cs.msu.su

<sup>3</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: orlov@cs.msu.su

<sup>4</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: sergey.orlov@cs.msu.su

В докладе рассматривается классическая двухмерная задача Фуллера: задача оптимального управления с учащающимися переключениями. Режимы с учащающимися переключениями (так называемые четтеринг режимы) являются одними из интересных режимов, встречающихся в задачах оптимального управления. При таких режимах управление, будучи релейным, подвергается бесконечному (счётному) числу переключений на конечном интервале времени. При этом моменты переключений имеют точку сгущения либо внутри, либо на границе интервала времени, на котором рассматривается задача. Задача с учащающимися переключениями характеризуется некой кривой, называемой кривой (поверхностью) переключения, на которой управляющий параметр испытывает разрыв (происходит переключение управления). Для изучения задачи Фуллера применяется подход, основанный на применении принципа максимума Понтрягина, что позволяет упростить анализ и не рассматривать инвариантно-групповые подходы, требующие повышенной математической подготовки. Кроме того, предложенный подход позволяет описать кривую переключения.

## ОПИСАНИЕ НУЛЕВОЙ ДИНАМИКИ АФФИННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Краев Андрей Владимирович, Роговский Александр Игоревич

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: akraev@cs.msu.su, alexander.rogovskiy@gmail.com

Рассматривается нелинейная аффинная система управления:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^l g_i(x(t))u_i(t)$$

$$y_i = h_i(x(t)), \quad i = \overline{1, l}.$$

Здесь  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  обозначает фазовый вектор системы,  $u(t), y(t) \in \mathbb{R}^l$  — вход и выход соответственно,  $h_i(x)$  — гладкие функции,  $f(x), g_i(x)$  — гладкие векторные поля.

Рассматривается задача нахождения нулевой динамики — множества решений системы, целиком принадлежащих многообразию  $h(x) = 0$ . Предполагает-

ся, что система не имеет относительного порядка, поскольку иначе решение этой задачи известно (см. [1 с. 225]). В такой постановке указанная задача рассматривалась, в частности, в работах [2], [3] (для линейных систем) и [1 с. 293], [4] (для нелинейных). Наиболее общий результат получен в работе [4], в которой предложен алгоритм нахождения нулевой динамики, применимый, в частности, к некоторым необратимым системам. В данной работе мы обобщим результат из [3] на нелинейный случай. Полученные методы применимы к некоторым системам, для которых алгоритм из [4] не применим.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Isidori A. *Nonlinear Control Systems*. London: Springer, 1995. 549с.
- [2] Sannuti P., Saberi A. Special coordinate basis for multivariable linear systems — finite and infinite zero structure, squaring down and decoupling // *International Journal of Control*. 1987. Vol. 45, Iss. 5. P. 1655–1704.
- [3] Фомичев В. В., Краев А. В., Роговский А. И. О свойствах нулевой динамики линейных систем // *Дифференциальные уравнения*. 2016. Т. 52, № 11. С. 1533–1544.
- [4] Liu X., Lin Z. On normal forms of nonlinear systems affine in control. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2011. Vol. 56, Iss. 2. P. 239–253.

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕЛЯЩЕЙСЯ БИОЛОГИЧЕСКОЙ КЛЕТКИ И ПРОВЕДЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА МИТОЗА

Кривов Максим Андреевич<sup>1</sup>, Атауллаханов Фазоил Иноятович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Лаборатория МПТМП, e-mail: m\_krivov@cs.msu.su

<sup>2</sup> ЦТП ФХФ РАН, e-mail: ataullakhanov.fazly@gmail.com

В докладе рассматривается фундаментальная проблема построения математической модели делящейся клетки, которая должна достаточно точно воспроизводить экспериментально наблюдаемые явления. Сложность задачи обусловлена многими факторами, в частности, использованием существенно различных временных масштабов (от долей секунды до часов) и необходимостью учёта как механических взаимодействий отдельных объектов, так и химических реакций. Актуальность подобных исследований обусловлена в первую очередь возможностью создания новых классов противоопухолевых препаратов, которые будут нацелены на подавление роста целевых групп клеток.

Как показано в обзоре [1], существует достаточно большое число различных математических моделей, которые, однако, в основном описывают функционирование отдельных частей клетки. Авторами предпринята попытка разработать комплексную модель сразу всей клетки, которая позволит провести численное моделирование таких стадий митоза, как прометафаза, метафаза и анафаза.

Данная модель была реализована в виде программного пакета [2], способного осуществлять расчёты на графических ускорителях и суперкомпьютерах.

С помощью предложенной модели было оценено влияние отдельных параметров клетки на процесс зацепления полимерных микротрубочек за кинетохоры и центрирования пар хромосом в экваториальной плоскости клетки. Показано, что наиболее существенное влияние оказывают такие параметры, как геометрические размеры центромеры и активной области кинетохора.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-07-01064-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] McIntosh J., Molodtsov M., Ataullakhanov F. Biophysics of mitosis // Quarterly Reviews of Biophysics. 2012. Vol. 45, № 2. pp. 147–207.
- [2] Разработка пакета для моделирования деления клеток на графических ускорителях / М. А. Кривов, Н. Ю. Захаров, Ф. И. Атауллаханов, П. С. Иванов // Суперкомпьютерные дни в России: Труды международной конференции (26-27 сентября 2016 г., г. Москва). 2016. С. 582–588.

## НЕАСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СТАТИСТИК НА ВЫБОРКАХ СЛУЧАЙНОГО РАЗМЕРА

Кристоф Герд<sup>1</sup>, Монахов Михаил Михайлович, Ульянов Владимир Васильевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Магдебургский университет имени Отто фон Герике, e-mail: gerd.christoph@ovgu.de

<sup>2</sup> Кафедра математической статистики, e-mail: mih\_monah@mail.ru, sentea@mail.ru

Пусть с. в.  $X, X_1, X_2, \dots \in \mathbf{R}$  и  $N_1, N_2, \dots \in \mathbf{N}$ , заданы на одном в. п.  $(\Omega, \mathbf{A}, \mathbf{P})$ . Предположим, что все с. в. независимы, и  $X, X_1, X_2, \dots$  одинаково распределены. Положим  $T_{N_n} = N_n^{-1}(X_1 + \dots + X_{N_n})$ . Приведем один из результатов работы [1]. Пусть  $\mathbf{E}|X|^5 < \infty$ ,

$$\mathbf{E}(X) = \mu, 0 < \text{Var}(X) = \sigma^2, \lambda_3 = \sigma^{-3} \mathbf{E}(X - \mu)^3, \lambda_4 = \sigma^{-4} \mathbf{E}(X - \mu)^4,$$

и с. в.  $X$  удовлетворяет условию Крамера:  $\limsup_{|t| \rightarrow \infty} |\mathbf{E}e^{itX}| < 1$ .

Пусть  $N_n$  – дискретная с. в. с распределением

$$\mathbf{P}(N_n = k) = \left(\frac{k}{1+k}\right)^n - \left(\frac{k-1}{k}\right)^n, k \in \mathbf{N}.$$

**Теорема 1.** Пусть  $x = x_\alpha - \alpha$ -квантиль статистики  $\sigma^{-1}\sqrt{n}(T_{N_n} - \mu)$  и  $u = u_\alpha - \alpha$ -квантиль распределения Лапласа  $L(x)$ . Тогда в обозначениях, введенных выше, для  $u \neq 0$  справедливо следующее асимптотическое разложение

$$x = u - \frac{\lambda_3}{6\sqrt{n}} \left( \frac{|u|}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - u^2 \right) + \frac{1}{n} B_2(u) + \mathcal{O}\left(n^{-3/2}\right), \quad \text{при } n \rightarrow \infty,$$

где

$$B_2(u) = -\frac{\lambda_3^2}{36} \left( \frac{\sqrt{2}u}{2|u|} \left( u^2 - \frac{|u|}{\sqrt{2}s} - \frac{1}{2s} \right)^2 + \left( u^2 - \frac{|u|}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) \left( 2u - \frac{u}{\sqrt{2}|u|} \right) \right) + \frac{u\lambda_3^2}{144} \left( 20u^2 - (2)^{3/2}|u|^3 - 15\sqrt{2}|u| - 15 \right) + \frac{u\lambda_4}{48} \left( 3 - 2u^2 + 3\sqrt{2}|u| \right).$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кристоф Г., Монахов М. М., Ульянов В. В. Разложения Чебышева–Эджворта и Корниша–Фишера второго порядка для распределений статистик, построенных по выборкам случайного размера // Записки научных семинаров ПОМИ. Вероятность и статистика. 26. 2017. Т. 466, С. 167–207.

## ПРИМЕНЕНИЕ БАЙЕСОВСКОГО МЕТОДА В МОДЕЛЯХ БАЛАНСА

Кудрявцев Алексей Андреевич, Палионная Софья Игоревна, Титова Анастасия Игоревна

Кафедра математической статистики, e-mail: nubigena@mail.ru, sofiko-10@yandex.ru, onkelskroot@gmail.com

В основе построения разного рода рейтингов и индексов обычно лежит разделение параметров модели на класс, включающий параметры, способствующие функционированию целевого объекта и позитивно влияющие на исследуемый процесс (р-факторы), и класс, включающий параметры, препятствующие и негативно влияющие (п-факторы). Вполне естественно, что функционирование исследуемой системы в итоге зависит не столько от значений п- и р-факторов, сколько от их отношения. При этом большое расхождение между величинами факторов обычно свидетельствует либо о чрезмерных затратах на «борьбу с негативным влиянием», либо о недооценке негативного воздействия. Таким образом, для того чтобы система была сбалансированной, имеет смысл стремиться приблизить к единице индекс баланса — отношение п-фактора к р-фактору. Однако существуют постановки задач (когда речь идет, например, о безопасности или надежности), в которых преобладания р-фактора над п-фактором имеет смысл добиваться, невзирая на «цену вопроса». В этом случае для лучшего понимания близости к решению задачи рассматривается индекс преимущества — отношение р-фактора к сумме р- и п-факторов — и его близость к единице. Примерами индексов баланса и преимущества служат многие характеристики из всевозможных областей знания от демографии до моделирования чрезвычайных ситуаций.

Невозможность досконального изучения «состояний природы», в которых функционирует исследуемая система, и неизбежно вносимые в измерения погрешности служат предпосылками для рассмотрения факторов, а следовательно

и индексов, как случайных величин. При этом стоит учитывать, что глобальные изменения окружающей среды происходят достаточно редко, поэтому законы, влияющие на значения факторов, можно считать неизменными. Из этого следует, что распределения рассматриваемых случайных величин следует полагать заданными априорно, что дает возможность применять к моделям баланса байесовский метод.

В докладе приводится ряд примеров индексов баланса и преимущества из конкретных областей знания, а также аналитические соотношения, описывающие характеристики индексов баланса для моделей с различными априорными распределениями.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-07-00577).

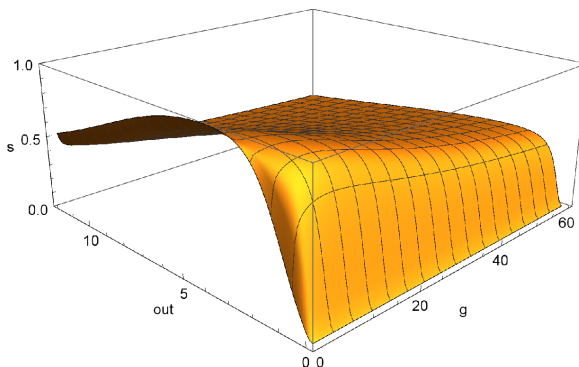
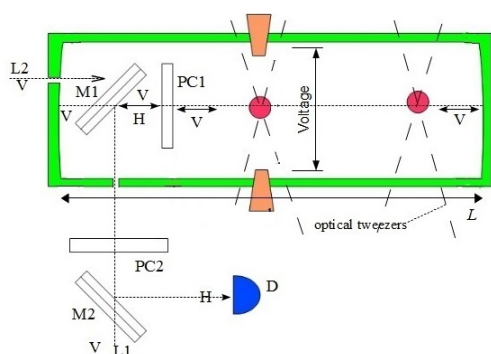
## **КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ И ПОЛЯ В КОНЕЧНОМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ КЭД**

**Кулагин Алексей Владимирович, Ладунов Виталий Юрьевич, Ожигов Юрий Игоревич, Скворода Никита Андреевич**

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: alexfmsu@mail.ru, ladunoff@gmail.com, ozhigov@cs.msu.ru, chalkex@gmail.com

Был точно рассчитан эффект усиления проводимости малых порций энергии поля вдоль цепочки полостей (DAT- эффект), обнаружен и исследован ряд эффектов, связанных с проводимостью: квантовое бутылочное горлышко, темные и почти темные атомные состояния, а также рассчитаны параметры гейта CSign состояниях квантового процессора на фотонах. Была установлена, в частности, связь DAT и «квантового бутылочного горлышка», а также получено полное описание темных состояний ансамблей двух-уровневых атомов в одной полости. Было доказано, что подпространство темных состояний в точном решении модели Тависа–Каммингса является линейной оболочкой тензорных произведений синглетных состояний пар атомов с размерностью  $\dim(D_n) = C_{2n}^n - C_{2n}^{n+1}$ . На основе такого описания был предложен эффективный метод физического получения темных состояний, основанный на эффекте Штарка–Зеемана, а также одно из их применений: для создания системы безопасного квантового доступа. Конечномерные модели КЭД были применены к анализу фотонного квантового процессора, реализующего гейт CSign, что позволило установить численные характеристики этой реализации гейта и оптимальные режимы его работы.

Исследованы также характеристики квантовых осцилляций — коллапсов и возрождений сложных состояний и динамических сценариев в одной полости, в частности — осцилляции нерабиевского типа, а также коллективный вариант рабиевских осцилляций в одной полости, а также важный случай возрождений — квантовое эхо в системе двух полостей.



Получение тёмных состояний Эффекты «бутылочного горлышка» и DAT

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ожигов Ю. И., Скворода Н.А. Компьютерное моделирование проводимости атомных возбуждений с помощью квантового основного уравнения // Матем. моделирование. 2017. Т. 29, № 12. С. 105–116.
- [2] Ozhigov Y.I., Skovoroda N.A., Ladunov V.Y. Computer simulation of quantum effects in Tavis–Cummings model and its applications // Proc. SPIE 10224, International Conference on Micro- and Nano-Electronics 2016, 102242X.
- [3] Ozhigov Y.I. Dark states of atomic ensembles: properties and preparation // Proc. SPIE 10224, International Conference on Micro- and Nano-Electronics 2016, 102242Y.

## НЕПРЕРЫВНЫЕ СУММЫ РИДЖ-ФУНКЦИЙ НА ВЫПУКЛОМ ТЕЛЕ И УСЛОВИЕ ДИНИ

Кулешов Александр Андреевич

Кафедра Общей математики, e-mail: kuleshov.a.a@yandex.ru

Как и в работах [1] - [4], будем предполагать, что  $n \geq 2$ ,  $E \subset \mathbb{R}^n$  - некоторое множество. Ридж-функцией на  $E$  будем называть функцию вида  $\varphi(\mathbf{a} \cdot \mathbf{x})$ , где  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in E$ ,  $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ ,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \sum_{j=1}^n a_j x_j$  и  $\varphi$  - действительнoзначная функция, определенная на  $\Delta(\mathbf{a}) = \{\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} : \mathbf{x} \in E\}$ . На множестве  $E$  рассмотрим сумму ридж-функций

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m \varphi_i(\mathbf{a}^i \cdot \mathbf{x}). \quad (1)$$

Всюду мы будем предполагать, что векторы  $\mathbf{a}^i$  попарно неколлинеарны. Обозначим  $\Delta_i = \Delta(\mathbf{a}^i)$ .

Пусть  $E$  - выпуклое тело в  $\mathbb{R}^n$ , функция  $f \in C(E)$  имеет вид (1), а функции  $\varphi_i$  принадлежат некоторому весьма широкому классу (достаточно потребовать, что все  $\varphi_i$  являются измеримыми на  $\text{int}(\Delta_i)$ ). В настоящей работе показано, что условие Дини на модуль непрерывности функции  $f$  в граничной точке



$E$  является достаточным для существования конечных пределов функций  $\varphi_i$  в соответствующих граничных точках своих областей определения  $\Delta_i$ . Далее показано, что при наличии конечных пределов функций  $\varphi_i$  в граничных точках своих областей определения, при их переопределении по непрерывности в самих граничных точках значения функции  $f$  на  $E$  не изменятся. Также показано, что найденное условие (условие Дини) является неулучшаемым на классе всевозможных условий, наложенных на модуль непрерывности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Конягин С. В., Кулешов А. А. О непрерывности конечных сумм ридж-функций // Матем. заметки. 2015. Т. 98, № 2. С. 308–309.
- [2] Конягин С. В., Кулешов А. А. О некоторых свойствах конечных сумм ридж-функций, определенных на выпуклых подмножествах  $\mathbb{R}^n$  // Тр. МИАН. 2016. Т. 293. С. 193–200.
- [3] Кулешов А. А. О некоторых свойствах гладких сумм ридж-функций // Тр. МИАН. 2016. Т. 294. С. 99–104.
- [4] Кулешов А. А. Непрерывные суммы ридж-функций на выпуклом теле и класс  $VMO$  // Матем. заметки. 2017. Т. 102, № 6. С. 851–858.

## **ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ С ВЕКТОРНЫМ КРИТЕРИЕМ**

**Куржанский Александр Борисович, Комаров Юрий Андреевич**

Кафедра системного анализа, e-mail: kurzahans@mail.ru, ykomarov94@gmail.com

Доклад посвящен методам решения задач динамической многокритериальной оптимизации. Нередко подобные задачи решаются путем сведения к оптимизации скаляризованной функции критериев. Однако в большинстве реальных векторных задач для принятия решения необходимо отыскание всей границы Парето (под паретовским фронтом множества в упорядоченном пространстве, согласно терминологии [2], понимается подмножество его недоминируемых по порядку точек), поэтому свертка критериев не может дать приемлемый результат. В связи со сказанным, представляется полезной разработка идеи векторного динамического программирования, аналогичного классическому подходу, описанному в [1]. Метод должен позволить построить весь паретовский фронт и изучить его динамику. Последнее предлагается докладчиком. Показано, что при выполнении определенных условий для введенной автором векторной функции цены выполняется векторный принцип оптимальности. Получен векторный аналог системы уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана.

На примере одномерной стационарной линейной системы с дискретным временем было продемонстрировано, что, в силу векторной природы задачи,

построенная система уравнений типа Гамильтона-Якоби-Беллмана является лишь необходимым, но не достаточным условием для отыскания функции цены. В общем случае она не позволяет однозначно определить искомую границу Парето решаемой задачи.

В связи с этим был предложен метод гарантированного точечного оценивания границы Парето, позволяющий свести полученный ранее векторный аналог уравнения Беллмана к набору скалярных задач, решение которых определено единственным образом и гарантированно принадлежит искомой границе Парето.

В заключительной части была рассмотрена многомерная постановка задачи достижимости для системы с дискретным временем и установлено взаимно-однозначное соответствие между решениями задачи в классической (скалярной) и векторной постановках.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-29-04191 офи\_м.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kurzanski A. B., Varaiya P. Dynamics and Control of Trajectory Tubes. Theory and Computation. Basel, Birkhäuser, 2014. 445 p.
- [2] Sawaragi Y., Nakayama H., Tanino T. Theory of Multiobjective Optimization. London, Academic Press Inc., 1985. 296 p.

## ЗАДАЧА ВЫЖИВАЕМОСТИ ДЛЯ МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЯ В СКВАЖИНЕ

**Куржанский Александр Борисович, Любимов Артур Ильдарович**

Кафедра системного анализа, e-mail: kurzzhans@mail.ru, ailubimov@cs.msu.ru

В работе рассматривается задача удержания системы в рамках заданного «безопасного» множества. Управление  $u(\cdot)$  действует на одной границе, «безопасное» множество  $S$  описывает допустимые состояния на другой.

**Случай несжимаемых фаз** Течение описывается конечномерной системой на  $v_m$  и  $\xi$ , где  $\xi$  — усредненная плотность, и помехой  $\omega$ . Для данной системы предложено конструктивное построение множества разрешимости, что дает возможность использовать алгоритмы из [2] и [3] для аппроксимации ядер выживаемости.

**Распределенное состояние** Для дискретизированной системы вводится функция цены  $V(t, x) = \inf_u \left\{ \int_t^T \text{dist}^2(x(\tau), S) d\tau \mid x(t) = x \right\}$ . Данная функция удовлетворяет уравнению Гамильтона-Якоби-Беллмана, с гамильтонианом  $H(t, x, p) = H_1(t, x, p) + H_p(p)$ ,  $H_1$  линейная,  $H_p$  вогнутая. Доказано (с помощью принципа сравнения [4]), что функция цены будет удовлетворять следующему соотношению:

$$V(t, x) \leq \inf_s v^s, \quad s \text{ — суперградиент } H_p,$$

$v^s$  — решение ГЯБ с гамильтонианом вида  $H_1(t, x, p) + \langle l, p \rangle$ . Аналогичное утверждение верно и когда  $H$  — вогнутая функция по всем переменным. Для модели с гибридной динамикой при неизвестных временах переключения доказано, что  $V(t, x, j) = \max_{i \in \mathcal{I}} V_i(t, x)$ , где  $j$  — текущий режим,  $V_i$  — функция цены системы, которая всегда находится в режиме  $i$ .

**Нелинейная дискретизация** При фиксации начального состояния системы, представлен алгоритм построения проекций ядра выживаемости на подпространства размерности два возможных состояний дискретизированной системы. Так, для подпространства  $(x_{k-1}, x_k)$  функция цены, соответствующая проекции ядра выживаемости функция цены может быть вычислена путем оптимизации вдоль траектории.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Синьков К. Ф. Приложение модели дрейфа к описанию многофазных течений в скважинах // Магистерская диссертация. Москва, 2013.
- [2] Saint-Pierre P. Approximation of the viability kernel // Applied Mathematics and Optimization, 29(2):187–209, 1994.
- [3] Lagrangian methods for approximating the viability kernel / J.N. Maidens, S. Kaynama, I.M. Mitchell, M.K. Oishi, G.A. Dumont // Automatica, 49(7):2017-2029, 2013.
- [4] Kurzhanski A. B., Varaiya P. Dynamics and control of trajectory tubes // Springer International Publishing, Switzerland, 2014.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОВЕДЕНЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКИ НА МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

**Кушеверская Мария Александровна<sup>1</sup>,  
Денисов Дмитрий Витальевич<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: mkusheverskaia@mail.ru

<sup>2</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: dvdn@bk.ru

В докладе проведено исследование влияния факторов поведенческой экономики на моделирование экономических процессов, путем включения в модель аспектов, которые не рассматриваются в рамках классической экономической теории [1, 2, 3]. Моделируется принятие оптимального решения при построении портфеля активов с учетом особенностей формирования ожиданий и предпочтений нерационального инвестора, таких как неприятие потерь и оценивание

инвестором изменения благосостояния [4]. Рассмотрена модель:

$$K = C + y^T X^0$$

Где  $X^i$  — вектор значений цен активов в момент времени  $i$ , заданный случайным процессом,  $C$  — потребление,  $y$  — оптимальная стратегия формирования инвестиционного портфеля,  $X^0$  — начальная точка процесса. Рассматриваются два варианта функций полезности. Первая отвечает классической теории:

$$U = \lambda C + r^{t_n} E(y^T X^n)$$

а вторая учитывает аспекты поведенческой теории:

$$U = \lambda C + \sum_{k=1}^n r^k \nu(E(y^T X^k) - E(y^T X^{k-1}))$$

С помощью моделирования разной динамики поведения цен активов проведен анализ моделей и сделаны выводы о влиянии изменения благосостояния и относительной точки отсчета на принятие оптимального решения и возможности применения подхода поведенческой теории.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Талер Р. Новая поведенческая экономика. М. : Эксмо, 2017
- [2] Рудык Н. Б. Поведенческие финансы или между страхом и алчностью. М. : Дело, 2004.
- [3] Солодухина А. В. Поведенческие модели ценообразования активов // Финансы и кредит. 2010. № 395. С. 63–73.
- [4] Назарова Е. В., Осечкина Т. А. Функция полезности и ее применение в задаче оптимизации инвестиционного портфеля // Пермский национальный исследовательский университет. 2012. С. 125–135.

## **ПРИБЛИЖЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ МАЛОРАНГОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ МАТРИЦЫ ПО ЭЛЕМЕНТАМ НА СЛУЧАЙНОМ ШАБЛОНЕ**

**Лебедева Ольга Сергеевна, Петров Сергей Владимирович<sup>1</sup>, Осинский Александр Игоревич<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: lebedevaos@gmail.com, spetrov.msk@gmail.com

<sup>2</sup> Институт вычислительной математики, e-mail: sasha\_o@list.ru

Эффективные методы решения задачи восстановления вещественной матрицы  $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$  малого ранга по небольшому числу элементов требуются в большом числе новых приложений. Пусть  $M = \{(i, j)\}$  множество индексов элементов  $X$  с предписанным порядком. Определим линейный оператор

$\mathcal{S} : \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{|M|}$  по правилу

$$(\mathcal{S}(X))_k = X_{ij}, \quad k = 1, \dots, |M|, \quad (1)$$

где  $(\mathcal{S}(X))_k$  – компонента вектора, соответствующая паре  $(i, j)$ . Тогда для произвольного вектора  $B \in \mathbb{R}^{|M|}$  задача восстановления матрицы  $X$  по части ее элементов записывается в виде

$$\psi_{\mathcal{S}}(X) = \frac{1}{2} \|\mathcal{S}(X) - B\|_2^2 \rightarrow \inf, \quad \text{rank}(X) \leq k. \quad (2)$$

Для решения используется итерационный алгоритм проекции на главные сингулярные пространства Singular Value Projection (SVP) [1] вида

$$X_{t+1} = \mathcal{P}_k(X_t - \tau \mathcal{S}^T(\mathcal{S}(X_t) - B)), \quad (3)$$

где  $\mathcal{P}_k$  – оптимальный проектор на множество матриц ранга не выше  $k$ , а  $\tau$  – шаг метода градиентного спуска. Основным недостатком SVP является высокая алгоритмическая сложность построения  $\mathcal{P}_k$ , основанного на вычислении полного или частичного SVD.

В работе исследовано влияние замены точного оператора проектирования  $\mathcal{P}_k$ , на эффективный приближенный  $\hat{\mathcal{P}}_k$ . Рассматривались различные методы построения  $\hat{\mathcal{P}}_k$ : (а) метод проектирования на рандомизированные пространства [2]; (б) метод обобщенной крестовой аппроксимации [3]; метод Ланцоша [4]. Доказана теорема о сходимости приближенного метода SVP.

Проведены вычислительные эксперименты с различными  $\hat{\mathcal{P}}_k$ . Показано, например, что приближённый метод на матрице порядка 1000 даёт ту же точность за время в пять раз меньшее, чем классический алгоритм SVP.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-11-00806)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jain P., Meka R., Dhillon I. S. Guaranteed rank minimization via singular value projection //Advances in Neural Information Processing Systems. 2010. С. 937-945.
- [2] Halko N., Martinsson P. G., Tropp J. A. Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions //SIAM review. 2011. Т. 53. №. 2. С. 217-288.
- [3] Osinsky A. I., Zamarashkin N. L. Pseudo-skeleton approximations with better accuracy estimates //Linear Algebra and its Applications. 2018. Т. 537. С. 221-249.
- [4] Simon H. D., Zha H. Low-rank matrix approximation using the Lanczos bidiagonalization process with applications //SIAM Journal on Scientific Computing. 2000. Т. 21. №. 6. С. 2257-2274.

# ПРИБЛИЖЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ МАЛОРАНГОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ МАТРИЦЫ ПО ЭЛЕМЕНТАМ НА СЛУЧАЙНОМ ШАБЛОНЕ

Лебедева Ольга Сергеевна, Петров Сергей Владимирович<sup>1</sup>, Осинский  
Александр Игоревич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: lebedevaos@gmail.com,  
spetrov.msk@gmail.com

<sup>2</sup> Институт вычислительной математики, e-mail: sasha\_o@list.ru

Эффективные методы решения задачи восстановления вещественной матрицы  $X \in \mathbb{R}^{m \times n}$  малого ранга по небольшому числу элементов требуются в большом числе новых приложений. Пусть  $M = \{(i, j)\}$  множество индексов элементов  $X$  с предписанным порядком. Определим линейный оператор  $\mathcal{S} : \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{|M|}$  по правилу

$$(\mathcal{S}(X))_k = X_{ij}, \quad k = 1, \dots, |M|, \quad (1)$$

где  $(\mathcal{S}(X))_k$  – компонента вектора, соответствующая паре  $(i, j)$ . Тогда для произвольного вектора  $B \in \mathbb{R}^{|M|}$  задача восстановления матрицы  $X$  по части ее элементов записывается в виде

$$\psi_{\mathcal{S}}(X) = \frac{1}{2} \|\mathcal{S}(X) - B\|_2^2 \rightarrow \inf, \quad \text{rank}(X) \leq k. \quad (2)$$

Для решения используется итерационный алгоритм проекции на главные сингулярные пространства Singular Value Projection (SVP) [1] вида

$$X_{t+1} = \mathcal{P}_k(X_t - \tau \mathcal{S}^T(\mathcal{S}(X) - B)), \quad (3)$$

где  $\mathcal{P}_k$  – оптимальный проектор на множество матриц ранга не выше  $k$ , а  $\tau$  – шаг метода градиентного спуска. Основным недостатком SVP является высокая алгоритмическая сложность построения  $\mathcal{P}_k$ , основанного на вычислении полного или частичного SVD.

В работе исследовано влияние замены точного оператора проектирования  $\mathcal{P}_k$ , на эффективный приближенный  $\hat{\mathcal{P}}_k$ . Рассматривались различные методы построения  $\hat{\mathcal{P}}_k$ : (а) метод проектирования на рандомизированные пространства [2]; (б) метод обобщенной крестовой аппроксимации [3]; метод Ланцоша [4]. Доказана теорема о сходимости приближенного метода SVP.

Проведены вычислительные эксперименты с различными  $\hat{\mathcal{P}}_k$ . Показано, например, что приближенный метод на матрице порядка 1000 даёт ту же точность за время в пять раз меньшее, чем классический алгоритм SVP.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-11-00806)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jain P., Meka R., Dhillon I. S. Guaranteed rank minimization via singular value projection //Advances in Neural Information Processing Systems. 2010. С. 937-945.
- [2] Halko N., Martinsson P. G., Tropp J. A. Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions //SIAM review. 2011. Т. 53. №. 2. С. 217-288.
- [3] Osinsky A. I., Zamarashkin N. L. Pseudo-skeleton approximations with better accuracy estimates //Linear Algebra and its Applications. 2018. Т. 537. С. 221-249.
- [4] Simon H. D., Zha H. Low-rank matrix approximation using the Lanczos bidiagonalization process with applications //SIAM Journal on Scientific Computing. 2000. Т. 21. №. 6. С. 2257-2274.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОРООБРАЗОВАНИЯ В БИОПОЛИМЕРЕ ПРИ ЛАЗЕРНОМ НАГРЕВЕ**

**Лукашевич Дмитрий Андреевич, Смирнов Александр Павлович<sup>1</sup>, Баум  
Ольга Игоревна, Соболев Эмиль Наумович<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: dmitri.luc@gmail.com, sap@cs.msu.ru

<sup>2</sup> Институт фотонных технологий, ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, e-mail: baumolga@gmail.com, esobol@rambler.ru

Цель данной работы – моделирование процесса порообразования в биополимере (хрящевой ткани) под действием лазерного излучения.

Лазерное излучение является источником неоднородного нагрева хрящевой ткани, при котором под действием термонапряжений происходит образование и рост новых пор. Это является новым методом лечения остеоартрита.

Вводится интегральная характеристика распределения плотности межмолекулярных связей, наблюдение за которой и есть результат численного эксперимента. Области с малой плотностью связей считаются порами.

В данной модели порообразование состоит из двух происходящих одновременно процессов.

Первый процесс: деформация. Вещество деформируется, минимизируя внутреннюю свободную энергию, которая задается конкретным функционалом от деформации, то есть двумерной функции, задающей перемещение всех точек вещества из одной области в другую.

Второй процесс: терморазрушение. то есть уменьшение плотности межмолекулярных связей, вследствие температурного воздействия. Процесс терморазрушения задается обыкновенным дифференциальным уравнением в каждой точке двумерной области. Оба процесса взаимосвязаны: скорость терморазрушения в конкретной области зависит от деформированности вещества в этой области,

а протекание процесса деформации зависит от плотности межмолекулярных связей.

Данная работа свободна от предположения о малых деформациях, в отличие от предыдущих подходов. Также введен в рассмотрение механизм термонапряжений, напряжений в веществе, индуцируемых разностью температур в соседних областях.

В работе подобраны и разработаны методы для решения задач модели, реализованы в виде программы, с помощью которой проведены численные эксперименты, моделирующие порообразование в хрящевой ткани.

## **ПОСТРОЕНИЕ РАЗДЕЛЯЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ДЛЯ НЕРАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КЛАССОВ**

**Лукьяница Андрей Александрович**

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: andrei\_luk@mail.ru

В области анализа данных существует широкий спектр задач, связанных с выявлением нестандартного поведения, например, случаев мошенничества с кредитными картами, поиск причин отказов в задачах технической диагностики, и ряд других. В задачах этого типа данные, которые обычно называют примерами, нужно разделить на два класса: позитивный, в котором присутствуют искомые события, и негативный – в котором их нет. Для разделения двух классов наиболее эффективным алгоритмом является метод опорных векторов [1], позволяющий построить оптимальную разделяющую поверхность, равноудаленную от обоих классов. Однако в указанных задачах, как правило, число позитивных данных не превышает одного процента от числа негативных, вследствие чего метод опорных векторов их попросту игнорирует, считая, что все примеры принадлежат одному классу с достоверностью, превышающей 99%.

В настоящей работе предлагается алгоритм, позволяющий учесть неравномерность распределения данных и построить оптимальную разделяющую поверхность, обеспечивающую точность классификации одного порядка как позитивных, так и негативных примеров. Алгоритм является итерационным; он основан на идеях, предложенных создателями метода RANSAC (RANDOM SAMPLE CONSENSUS) [2]. Для каждого примера вводится целочисленная переменная, являющаяся счетчиком событий, в которых этот пример был неверно классифицирован. На каждой итерации случайным образом формируются два множества, содержащих приблизительно равное количество как позитивных, так и негативных примеров. Для этих множеств методом опорных векторов строится разделяющая поверхность, которая затем тестируется на полном наборе данных. Если какой-либо пример был неверно классифицирован, то значение соответствующего ему счетчика увеличивается. При завершении ите-



раций выбираются примеры, на которых было минимальное число ошибок, и по ним строится искомая разделяющая поверхность.

Предложенный алгоритм использовался при решении ряда практических задач, на которых показал высокую робастность.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вапник В. Н., Червоненкис А. Я. // Теория распознавания образов. М.: Наука, 1974. 416 с.
- [2] Fischler A. M., Bolles R. C. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography // Comm. of the ACM, 1981, V. 24., p. 381–395.

# ТЕРМИНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ НА НЕФИКСИРОВАННОМ ОТРЕЗКЕ ВРЕМЕНИ

Лукьянова Лиля Николаевна

Лаборатория обратных задач, e-mail: lln@cs.msu.ru

Рассматривается движение векторов  $z \in R^n$ ,  $y \in R^n$  изменяющихся со временем по закону

$$z''(t) + \alpha z'(t) = \varphi(u, v), \quad z(0) = z_0, \quad z'(0) = z'_0. \quad (1)$$

$$y''(t) + \beta y'(t) = v(t), \quad y(0) = y_0, \quad y'(0) = y'_0. \quad (2)$$

Управление  $u(t)$  и вектор помехи  $v(t)$  являются измеримыми функциями, значения которых лежат в компактных множествах  $U \in E^r$ ,  $V \in E^s$ . При выборе управления  $u(t)$  в момент  $t$  возможно использовать знание начального положения  $z_0$  и вектора помехи  $v(t)$ . Здесь  $\alpha, \beta \in R^1$ ,  $\alpha, \beta > 0$ . Относительно функции  $\varphi : R^r \times R^s \rightarrow R^n$  предполагается, что она непрерывна по своим аргументам и множество  $\varphi(U, v) = \{\varphi(u, v) : u \in U\}$  выпукло при каждом  $v \in V$ . Имеется выпуклое замкнутое множество (многогранник)  $C \subset R^n$ ,  $y_0 \in C$ . Задача выбора управления  $u(t)$  состоит в таком выборе по информации о помехе  $v(t)$ , что  $z(t) \in M$  в некоторый момент времени  $t$ , где  $M$  - выпуклое замкнутое множество в  $R^n$ , до того как вектор  $y$  покинет множество  $C$ . В работах [1]-[4] получены результаты о теоремах существования решений дифференциальных игр в фиксированный и нефиксированный моменты времени для ряда линейных и нелинейных управляемых процессов. В настоящей работе, для управляемого процесса (1)-(2), на основе подхода работы [2] о конструировании пакетов программ, предложено управление, использующее знание помехи в текущий момент времени и позволяющее при неэкстремальной помехе закончить процесс приведения в конечное положение за время меньшее гарантированного. Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 14-11-00539).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Избранные труды Л.С.Понтрягина, М.: МАКС Пресс, 2004. - 552 с.
- [2] Осипов Ю.С. Пакеты программ: подход к решению задач позиционного управления с неполной информацией // УМН. 2006. Т. 61, №4. С. 25–76.
- [3] Никольский М.С. Исследование обобщенного контрольного примера Л.С. Понтрягина из теории дифференциальных игр, Тр. ИММ УрО РАН, 22, № 2, № 2, 2016, 211–217 с.
- [4] Пшеничный Б.Н. Остапенко В.В. Дифференциальные игры, Наукова Думка, Киев, 1992.

## СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ВЫЯВЛЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ГРАФАХ

Мазеев Артём Валерьевич<sup>1</sup>, Семенов Александр Сергеевич<sup>2</sup>, Дорофеев  
Дмитрий Иванович<sup>3</sup>

<sup>1</sup> МГУ им. М. В. Ломоносова, ВМК, Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: mav367@mail.ru

<sup>2</sup> АО «НИЦЭВТ», e-mail: alxdr.semenov@gmail.com

<sup>3</sup> МФТИ, e-mail: dmitry@dorofeev.su

Аномалия в графе — это объект, который существенно отличается от большинства других объектов в графе по некоторым характеристикам. В данной работе рассматривается ориентированный граф с весами. Рассмотрено три метода выявления аномалий в графах [1].

1) Метод на основе структур. Для каждого ребра графа рассчитывается плотность *egonet* вокруг начальной вершины. *Egonet* — окрестность радиуса 1 вокруг вершины. Плотность вычисляется следующим образом: пусть в *egonet* *N* вершин и *M* ребер, то плотность  $p = \log_N M$ .

2) Метод на основе сообществ. В графе запускается алгоритм *LabelPropagation* для выявления сообществ. Далее для каждого ребра вычисляется размер сообщества, в котором находится начальная вершина ребра.

3) Метод на основе признаков. Для каждого ребра графа вычислялись признаки (количество признаков  $n = 37$ ). Далее каждое ребро представлялось как точка в *n*-мерном пространстве. Затем, для полученного множества точек решалась задача выявления выбросов с помощью разработанной приближенной версии метода *LOF*.

В каждом методе для каждого ребра графа найдено числовое значение. Затем для каждого метода все ребра графа сортируются по полученным значениям, вручную выбираются границы значений, при превышении которых объекты считаются аномальными. Рассмотренные методы реализованы с помощью языка программирования *Scala* для программной платформы *Apache Spark*. Также произведено сравнение производительности разработанных методов

при выполнении на вычислительном кластере «Ангара-К1», установленном в АО «НИЦЭВТ». Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации. Уникальный ID прикладных научных исследований (проекта) RFMEFI57816X0218.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Akoglu L., Tong H., Koutra D. Graph Based Anomaly Detection and Description: A Survey // Data Min. Knowl. Discov. Kluwer Academic Publishers, 2015. Т. 29, №. 3. С. 626–688.

## **О СРАВНЕНИИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КОНТЕЙНЕРОВ И ВИРТУАЛЬНЫХ МАШИН**

**Михеев Павел Алексеевич<sup>1</sup>, Антоненко Виталий Александрович<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Лаборатория Вычислительных Комплексов, e-mail: mikpav@lvk.cs.msu.su

<sup>2</sup> Лаборатория Вычислительных Комплексов, e-mail: vantonenko@arccn.ru

Контейнер — изолированная группа процессов в операционной системе, имеющая доступ к ограниченному количеству ресурсов системы. Данная изоляция достигается за счет механизмов ядра ОС, таким образом, контейнеры используют это ядро, не тратя ресурсы на поддержку гостевого ядра.

Контейнеры обладают небольшим временем запуска, большой пропускной способностью, и показатель производительности вычислений в них ближе к показателю вычислений на физических ресурсах [1], [2]. Однако не существует систем, позволяющих исследовать производительность и деградацию производительности контейнеров при масштабировании и сравнить ее с производительностью и деградацией для виртуальных машин.

В данной работе предлагается использовать существующие методики измерения производительности виртуальных машин и применить их к легковесным контейнерам [3], [4].

Целью работы является разработка системы измерения производительности и ее деградации у виртуальных машин и контейнеров, запущенных на физическом сервере, а так же контейнеров, запущенных внутри виртуальной машины.

Данная система позволит сравнить численно производительность контейнеров и виртуальных машин.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-07-01261, 2016).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Anderson J., Agarwal U., Li H. Performance Considerations of Network Functions Virtualization using Containers. //2016International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC), 2016.
- [2] Felter W., Ferreira A. An Updated Performance Comparison of Virtual Machines and Linux Containers. // IBM Research Report, 2014.

- [3] Kousiouris G., Cucinotta T., Varvarigou T. The effects of scheduling, workload type and consolidation scenarios on virtual machine performance and their prediction through optimized artificial neural networks. // The Journal of Systems and Software, 2011.
- [4] Koh Y., Knauerhase R. An Analysis of Performance Interference Effects in Virtual Environments. // Performance Analysis of Systems & Software, 2007. ISPASS 2007. IEEE International Symposium on, 2007.

## О ПОЛНОТЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕЦЕЛОЧИСЛЕННЫМ ИНДЕКСОМ В ПРОСТРАНСТВЕ ИНТЕГРИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

**Моисеев Евгений Иванович, Гуляев Денис Анатольевич**

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: gulden@cs.msu.ru

Пусть  $f(t)$  интегрируема по Лебегу на  $[0, \pi]$ ,

$$\int_0^{\pi} f(t) \cos\left(n - \frac{\beta}{2}\right)t dt = 0, n = 1, 2, \dots,$$

и

$$\int_0^{\pi} f(t) dt = 0,$$

где  $\beta \in (-1, 2)$ , тогда  $f(t)$  почти всюду равна нулю на  $[0, \pi]$ .

Ранее было показано, что если  $f \in L_2(0, \pi)$  и  $\beta = 0$ , то  $f(t)$  также почти всюду равна нулю на  $[0, \pi]$ .

Данная работа является продолжением работы [5].

Работа выполнена при частичной поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №17-01-00847а и №17-51-18042 Болг-а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Zygmund A. Trigonometric Series. Vol. 1. Cambridge University Press; 2002
- [2] Moiseev E.I. On the basis property of systems of sines and cosines. Soviet Mathematics - Doklady. 1984;29:296–300.
- [3] Kolmogorov AN., Fomin SV. Elements of the theory of functions and functional analysis. Graylock Press, 1965.
- [4] Bateman H, Erdélyi A. Higher transcendental functions, Vol. 2. New York: McGraw-Hill; 1953.
- [5] Moiseev E.I., Gulyaev D.A. The completeness of the sines and cosines in the space of integrable functions. Integral Transforms and Special Functions, Vol. 29, United Kingdom, Taylor & Francis 2018.

## СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ НЕ РАЗРЕШЕННЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОДНОЙ

Моисеев Тихон Евгеньевич

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова факультет вычислительной математики и кибернетики кафедра вычислительных методов, e-mail: tsmoiseev@mail.ru

Впервые на практическую значимость уравнений с малым параметром было обращено внимание А.Н.Тихоновым и группой его учеников [1] в 1950-ые годы. Не утихает интерес этой теме и в наши дни [2,4]. В настоящем сообщении [5] речь пойдет о сравнении решения задачи Коши для уравнения теплопроводности и его гиперболизованной (добавляется малый параметр в уравнении) версии для разрывной, периодической и по модулю ограниченной функции, которая имеет не больше конечного числа разрывов. Доказывается, что решения этих уравнений представимы в виде рядов Фурье. Теоретическая оценка показала близость их решений с определенного момента времени. Расчеты проведенные на ЭВМ, подтверждают данный результат. Ранее эта задача была изучена Тишкиным В.Ф. и Мышецкой Е.Е. для непрерывной функции [3].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 17-71-30014.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тихонов А. Н. О системах дифференциальных уравнений, содержащих параметры //Матем. Сборник. Нов. сер. 1950. Т.27. №1. С.47-156
- [2] Репин С. И., Четверушкин Б. Н. Оценка разности приближенных решений задачи Коши для параболического диффузионного уравнения и гиперболического уравнения с малым параметром // Доклады РАН. 2013. Т.451.№3. С.255-258.
- [3] Мышецкая Е. Е., Тишкин В. Ф. Оценки влияния гиперболизации для уравнения теплопроводности // ЖВМ и МФ. 2015. Т. 55. № 8.
- [4] Ильин А. А., Рыков Ю. Г. О близости траекторий для модельных квазигазодинамических уравнений // Доклады РАН. 2016. Т.470.№ 4.
- [5] Моисеев Т. Е. , Мышецкая Е. Е., Тишкин В. Ф. О близости решений невозмущенных и гиперболизированных уравнений теплопроводности для разрывных начальных данных // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2017. № 86. 15 с.

## ДВА МЕТОДА ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ АЗИАТСКИХ ОПЦИОНОВ ЕВРОПЕЙСКОГО ТИПА

Морозов Владимир Викторович<sup>1</sup>, Гаскарова Екатерина Николаевна<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru

<sup>2</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: gaskate94@gmail.com

Азиатскими называются опционы, выигрыш которых зависит от средней цены актива на протяжении нескольких периодов времени. Такие опционы привлекательны для компаний, которые должны покупать товар в определенное время каждый год, но продавать его на регулярной основе в течение всего года. Если средняя цена базового актива превысила цену исполнения, то товар покупается оптом, а потом продается в розницу.

Рассматриваются два метода оценки стоимости азиатского опциона европейского типа. В статье [1] приводится нижняя оценка стоимости:

$$e^{-\rho} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{3} \phi(\sqrt{3}y) \int_0^1 \left[ S e^{3\sigma t(1-\frac{t}{2})y + \tilde{\alpha}t + \frac{1}{2}\sigma^2(t-3t^2(1-\frac{t}{2})^2)} dt - K \right]^+ dy$$

Для получения верхней оценки стоимости опциона выводится оценка погрешности:  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} \sigma^2 e^{\frac{7}{12}\sigma^2 + \rho} \left[ \frac{3}{2} \sigma^2 e^{\frac{3}{2}\sigma^2} + \frac{1}{2}(\rho + \sigma^2/4)^2 \right] + \frac{1}{18} \sigma^4 e^{\frac{1}{3}\sigma^2} (1 + \rho + \sigma^2/4) \right]^{1/2}$ .

Использование альтернативного метода в статье [2] приводит к следующей нижней оценке:

$$e^{-\rho} \left[ \int_0^1 S e^{\tilde{\alpha}t + \frac{1}{2}\sigma^2 t} \Phi \left( \frac{-\gamma^* + \sigma t(1-t/2)}{1/\sqrt{3}} \right) dt - K \Phi \left( \frac{-\gamma^*}{1/\sqrt{3}} \right) \right],$$

$\gamma^*$  определяется из  $\int_0^1 S \exp \left( 3\gamma^* \sigma t(1-t/2) + \tilde{\alpha}t + \frac{1}{2}\sigma^2 (t-3t^2(1-t/2)^2) \right) dt = K$ .

Верхняя оценка стоимости имеет вид:

$$\frac{S}{T} e^{-\rho T} \int_0^T e^{\rho t} \Phi(\sigma\sqrt{t} - \gamma) - e^{\gamma\sigma\sqrt{t} + \tilde{\alpha}t} \Phi(-\gamma) dt,$$

где  $\gamma$  находится из выражения:  $\frac{S}{K} \int_0^T e^{\gamma\sigma\sqrt{t} + \tilde{\alpha}t} dt = T$ .

В докладе будет дано численное сравнение оценок стоимости азиатского опциона.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Rogers L.C.G., Shi Z. The value of an Asian option. // Journal of Applied Probability. 32. 1995. p.1077–1088.
- [2] Thompson G. Fast narrow bounds on the value of Asian options. Working paper. 1999.

## МЕТОД КОНЕЧНЫХ ОБЪЕМОВ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ—СТОКСА НА ТРЕУГОЛЬНЫХ СЕТКАХ

Мухин Сергей Иванович<sup>1</sup>, Афанасьев Никита Александрович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: vmmus@cs.msu.ru

<sup>2</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: gandiken@yandex.ru

Данная работа посвящена некоторым аспектам аппроксимации уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости на треугольных сетках в двумерном случае.

Для дискретизации этих уравнений по пространству использовался неявный по времени метод конечных объемов [1,2], обеспечивающий консервативность получаемых разностных схем.

Отдельное внимание уделено вопросу о соотношении неизвестных к элементам сетки. Предложен вариант, когда давление относится к вершинам сетки, а скорость - к ребрам сетки, причем в схеме фигурируют лишь тангенциальные компоненты скоростей на каждом ребре, что позволяет значительно уменьшить число неизвестных. С помощью инвариантных определений дифференциальных операторов построены сеточные операторы дивергенции, градиента и ротора. В качестве контрольного объема ячейки использована сама ячейка, контрольного объема ребра - четырехугольник, составленный из вершин ребра и центров описанных окружностей соседних ячеек, контрольного объема вершины - многоугольник, составленный путем последовательного соединения центров описанных окружностей соседних к вершине ячеек. Сеточные операторы строились с учетом свойств сопряжения в смысле соответствующих скалярных произведений.

С помощью этого набора сеточных операторов построено трехпараметрическое семейство неявных консервативных разностных схем. В общем случае схемы представляют из себя системы нелинейных уравнений, которые решаются итерационным методом. Для решения СЛАУ, получаемой после линеаризации нелинейной системы, используется прямой метод, основанный на LU-разложении матрицы системы.

Для чисто-неявной схемы проведены тестовые и модельные расчеты в областях различных типов для течений с различными числами Рейнольдса.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Самарский А. А., Тишкин В. Ф., Фаворский А. П., Шашков М. Ю. Операторные разностные схемы // Дифференциальные уравнения. 1981. Т. 17, № 7. С. 1317–1327.
- [2] Разностные схемы на нерегулярных сетках / А. А. Самарский, А. В. Колдоба, Ю. А. Повещенко, В. Ф. Тишкин, А. П. Фаворский. Минск. : Критерий, 1996. 276 с.

# О РЕШЕТКЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ ПРЕДПОЛНЫХ КЛАССОВ ИЗ СЕМЕЙСТВА $U$ В ПЯТИЗНАЧНОЙ ЛОГИКЕ

Нагорный Александр Степанович

Кафедра математической кибернетики, e-mail: anagorny@list.ru

Пусть  $k \geq 2$ ,  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$  и пусть  $P_k$  есть множество всех конечно-местных функций (функций  $k$ -значной логики) на  $E_k$ . Все необходимые здесь определения можно найти в [1].

Из теоремы А. В. Кузнецова следует, что при любом  $k \geq 2$  в  $P_k$  имеется конечное число предполных классов. Их решетка пересечений также конечна и может служить удобной «базой» для классификации всех замкнутых классов.

Э. Пост в двузначной логике построил решетку всех замкнутых классов, для случая  $k = 3$  решетка пересечений всех предполных классов была ранее построена автором, а для всех  $k \geq 4$  она еще не построена.

Известно, что при любом  $k \geq 3$  все классы функций  $k$ -значной логики, сохраняющих нетривиальные разбиения множества  $E_k$ , являются замкнутыми и предполными в  $P_k$ . Обозначим решетку их пересечений через  $U^k$ .

**Теорема 1.** *Решетка пересечений  $U^5$  содержит в точности 271 380 узлов, из них ровно 2 542 попарно недвойственных (полный список и тех, и других размещен в [2]), а распределение их по количеству входящих в пересечение классов из  $U^5$  приведено в нижеследующей таблице.*

$n$	Пересечений из $n$ классов	Из них попарно не двойственных
1	50	5
2	0	0
3	80	2
4	6 860	77
5	117 489	1 091
6	138 795	1 285
7	8 105	81
$8 \leq n \leq 49$	0	0
50	1	1
Всего:	271 380	2 542

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №16-01-00593-а и №17-01-00782-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. — М. : Наука, 1986. — 384 с.
- [2] Нагорный А. С. Пересечения предполных классов функций, сохраняющих разбиения, в пятизначной логике // (<https://goo.gl/pn1tWc>), 2018.



## КАЛИБРОВКА МОДЕЛЕЙ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ ОПЦИОНОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Назаров Леонид Владимирович, Чабаненко Владислав Дмитриевич

Кафедра математической статистики, лаборатория статистического анализа, e-mail: nazarov@cs.msu.ru, chabanenko.vladislav@gmail.com

Наиболее популярными в настоящее время моделями, используемыми для оценки стоимости опционов являются модель Блэка-Шоулза [1], модель Хестона [2] и гамма-дисперсионная (Variance Gamma) модель [3]. Первая из них является базовой и самой простой, она предполагает константную подразумеваемую волатильность на рынке. Модели Хестона и Variance Gamma являются более сложными и показывают лучшую аппроксимацию рыночных цен, так как они моделируют стохастическую подразумеваемую волатильность. Однако они имеют и ряд недостатков: их калибровка занимает очень много времени (при этом она часто застревает в локальных минимумах из-за большого числа параметров); а также плохо аппроксимируются цены дальних опционов вне денег.

В работе представлена модель, в основе которой лежит нейронная сеть, используемая для достижения гибкости аппроксимации. На выходе сети для оценки стоимости опционов используется довольно простая модель смеси логнормальных распределений [4]. Для достижения устойчивости сети при обучении используются сгенерированные опционы (полученные исходя из рыночных данных), а также различные регуляризаторы.

В результате получена двухпараметрическая модель для оценки стоимости опционов, приближающая цены с достаточно хорошей точностью и устойчивая к стрессовым сценариям на рынке, а также быстро калибруемая.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // Journal of political economy. – 1973. – Т. 81. – №. 3. – С. 637-654.
- [2] Heston S. L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options // The review of financial studies. – 1993. – Т. 6. – №2. – С. 327-343.
- [3] Madan D. B., Seneta E. The variance gamma (VG) model for share market returns // Journal of business. – 1990. – С. 511-524.
- [4] White R. Mixed log-normal volatility model // Technical report, OpenGamma, 2012. <http://developers.opengamma.com/quantitative-research/Mixed-Log-Normal-Volatility-Model-OpenGamma.pdf>

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАССАЖИРСКИХ ПОТОКОВ ГОРОДСКОЙ ЖЕЛЕЗНОЙ ДОРОГИ

Намиот Дмитрий Евгеньевич<sup>1</sup>, Покусаев Олег Николаевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: dnamiot@gmail.com

<sup>2</sup> Центр цифровых высокоскоростных транспортных систем РУТ (МИИТ), e-mail: o.pokusaev@rut.digital

В работе рассматриваются вопросы моделирования (прогнозирования) пассажирского потока для городских железных дорог. Городские железные дороги, как, впрочем, и любые другие транспортные проекты в городах, являются довольно сложными и дорогостоящими проектами, которые требуют всесторонних обоснований и подтверждающих расчетов. Основой для расчета социально-экономических эффектов от городской железной дороги [1] является именно информация об ожидаемом трафике. Естественно, что именно оценка трафика позволяет оценивать выручку от перевозок. Также она также позволяет оценивать и экономию времени пассажиров от введения новых маршрутов, снижение транспортной усталости, обеспечение транспортной связности в городе, улучшение достижимости новых районов и т. д.

В работе описывается полная схема прогнозирования пассажирского потока для новых линий городской железной дороги. В основе системы моделирования лежит схема миграции в городе, которая строится на основании данных телекоммуникационных операторов [2]. Схема миграции накладывается на геоинформационную систему, в которой есть данные о маршрутах и остановках общественного транспорта. Эта информация сопоставляется с имеющимися данными о валидации (использовании) транспортных карт в общественном транспорте города. В предположении о том, что каждый пассажир использует наиболее оптимальный по времени маршрут, мы можем определить тех, кто воспользуется для перемещения железной дорогой.

Предложенная модель была использована в практических задачах при проектировании новых линий железных дорог в Москве [3, 4].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Намиот Д. Е. и др. Об оценке социально-экономических эффектов городской железной дороги // *International Journal of Open Information Technologies*. 2018. Т. 6. № 1. С. 92–103.
- [2] Steenbruggen J. et al. Mobile phone data from GSM networks for traffic parameter and urban spatial pattern assessment: a review of applications and opportunities // *GeoJournal*. 2013. V. 78. No. 2. P. 223–243.
- [3] Namiot D., Pokusaev O., Lazutkina V. On passenger flow data models for urban railways // *International Journal of Open Information Technologies*. 2018. V. 6. No. 3. P. 9–14.

- [4] Куприяновский В. П. и др. Пропускная способность и экономика цифровой железной дороги при трансформации сигнализации и управления поездами // International Journal of Open Information Technologies. 2017. V. 5. No. 3. P. 117–132.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ С ЯДРАМИ-КУРТОЗИАНАМИ

Никитин Алексей Антонович

Кафедра общей математики, e-mail: nikitin@cs.msu.ru

В настоящей работе продолжается начатое в статье [1] изучение интегральных уравнений, возникающих в модели стационарных биологических сообществ, [2], с ядрами, имеющими переменные коэффициенты эксцесса, ядрами-куртозианами. Эта характеристика отражает меру «пиковости» распределения случайной величины. Здесь будут приведены результаты, касающиеся изучения уравнений с ядрами рассеивания и конкуренции, имеющими следующий вид:

$$m(x) = c_m \exp\left(-\frac{s_0^m x^2 + s_1^m x^4}{2(1+x^2)}\right), \quad \omega(x) = c_\omega \exp\left(-\frac{s_0^\omega x^2 + s_1^\omega x^4}{2(1+x^2)}\right),$$

Рассматривается зависимость первого и второго пространственных моментов от размерности окружающей среды. Данные моменты получаются из нелинейного интегрального уравнения:

$$0 = \frac{\widehat{m} \mathbf{Y}}{b-d} + [\overline{\mathbf{C}} * \widehat{m}] - d\overline{\mathbf{C}} - \widehat{\omega}\overline{\mathbf{C}} - \\ - \frac{\alpha(b-d)}{2\mathbf{Y}} \left( \mathbf{Y}\overline{\mathbf{C}} + \overline{\mathbf{C}}[\widehat{\omega} * \overline{\mathbf{C}}] + [\widehat{\omega}\overline{\mathbf{C}} * \overline{\mathbf{C}}] - d' \right) + (1-\alpha)(b-d)\overline{\mathbf{C}},$$

где  $m$ ,  $w$  — заданные функции,  $b$ ,  $d$ ,  $d'$  — заданные константы, а  $Y = \langle \widehat{\omega}, \overline{\mathbf{C}} \rangle$ .

Разрабатывается алгоритм быстрого вычисления многомерной нелинейной свертки. Доказывается существование радиально-симметричного решения.

Автор выражает благодарность своим коллегам Николаеву М. В. и Савостьянову А. С. за помощь в проведении данной работы. Публикация подготовлена в результате проведения исследования (№ проекта 18-05-0011) в рамках Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Калистратова А. В., Никитин А. А. Исследование уравнения Дикмана с интегральными ядрами, имеющими переменное значение коэффициентов эксцесса // Докл. АН. 2016. **470**. No 6. С. 628–631.
- [2] Dieckmann U., Law R. Moment approximations of individual-based models // The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity /

Ed. by U. Dieckmann, R. Law, J. Metz. Cambridge University Press, 2000. P. 252–270.

## **ОБ ОДНОЙ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ БЕСПРОВОДНОЙ СЕНСОРНОЙ СЕТИ**

**Никольский Илья Михайлович**

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, e-mail: [oliv\\_mail@mail.ru](mailto:oliv_mail@mail.ru)

В настоящее время наблюдается развитие систем типа "умный дом" "умный город" и т.д. Все эти системы включают в себя большое количество датчиков, отслеживающих различные параметры окружающей среды. Подобный мониторинг позволяет более экономно расходовать ресурсы и быстрее реагировать на нештатные ситуации.

В целях эффективного получения информации датчики объединяются в беспроводные сети, что позволяет удаленным сенсорам передавать информацию на базовую станцию, используя другие узлы сети как ретрансляторы. Такие сети называются беспроводными сенсорными сетями (wireless sensor networks).

Ввиду динамичности и сложности БСС, их проектирование должно включать в себя компьютерное моделирование работы сети [1]. Актуальным является использование в этих целях суперкомпьютерных вычислений, так как современные БСС состоят из тысяч узлов.

В предлагаемой работе разработана параллельная имитационная модель цепочки стационарных сенсоров с несколькими стоками. Режим работы узлов сети и среда передачи данных подчинены условиям модели Чиассерини-Гаретто [2]. Учитывается наличие у сенсорных узлов активной и пассивной фаз, а также конкуренция за радиоканал. Вычислительные эксперименты, проводившиеся на суперкомпьютере BlueGene/P суперкомпьютерного комплекса МГУ, показали высокий уровень масштабируемости модели. С помощью построенной модели проведены исследования скорости заполнения буферов узлов в условиях отсутствия связи с базовой станцией. Изучено влияние таких параметров модели как среднее время сна и активности узлов, средняя скорость генерации информации на узлах и т.д.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Schmid S., Wattenhofer R. "Modeling sensor networks" in Algorithms and Protocols for Wireless Sensor Networks, A. Boukerche, Ed., John Wiley & Sons, 2008.
- [2] Chiasserini C.-F., Garetto M. Modeling the Performance of Wireless Sensor Networks, Proc. Infocom, 2004.

# НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Никольский Михаил Сергеевич

Кафедра оптимального управления факультета ВМК МГУ; МИАН РАН, e-mail: mni@mi.ras.ru

В докладе обсуждается проблема оценивания сверху множеств достижимости  $D(x_0, T)$  управляемых объектов. Для оценивания сверху мы будем использовать параллелепипеды. Пусть движение нелинейного управляемого объекта описывается уравнением

$$\dot{x} = a(x) + b(u), \quad (1)$$

где  $x \in R^n$  ( $n \geq 1$ ),  $x(0) = x_0$ ,  $u \in U$ ,  $U$  - компакт из  $R^r$  ( $r \geq 1$ ),  $T > 0$ .

Управления  $u(t)$ ,  $t \in [0, T]$ , рассматриваются в классе измеримых по Лебегу функций. В (1) функция  $a(x)$  непрерывно дифференцируема на  $R^n$  и удовлетворяет там условию роста вида  $|a(x)| \leq c(1 + |x|)$ , где  $|\cdot|$  означает длину вектора,  $c$  - неотрицательная константа; функция  $b(u)$  непрерывна на  $U$ . Для приложений представляет большой интерес оценивание сверху множества  $D(x_0, T)$  с помощью некоторых достаточно просто устроенных компактных множеств, например, с помощью шаров (А.Ф.Филиппов), параллелепипедов и т.д. В докладе обсуждается вопрос о покоординатном оценивании сверху множества  $D(x_0, T)$ . Для этого предлагается использовать решение  $\xi(t, x_0)$  уравнения сравнения  $\dot{\xi} = a(\xi) + v$  и решение  $\eta(t, x_0)$  уравнения сравнения  $\dot{\eta} = a(\eta) + w$ , где компоненты вектора  $v$  определяются по формуле  $v_i = \max_{u \in U} b_i(u)$ , а компоненты вектора  $w$  определяются по формуле  $w_i = \min_{u \in U} b_i(u)$ . Наложим на функцию  $a(x)$  следующее условие квазимонотонного роста Важевского: пусть  $x, y$  - некоторые произвольные векторы из  $R^n$  и для них при всех  $j = 1, \dots, n$  выполняются неравенства  $x_j \leq y_j$ , а при некотором  $i = 1, \dots, n$  выполняется равенство  $x_i = y_i$ , тогда имеет место неравенство  $a_i(x) \leq a_i(y)$ . В работе обосновывается, что при сделанных предположениях для векторов  $z$  из  $D(x_0, T)$  имеют место следующие покоординатные оценки:  $\eta_i(T, x_0) \leq z_i \leq \xi_i(T, x_0)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Отметим, что для практического вычисления векторов  $\eta(T, x_0)$ ,  $\xi(T, x_0)$  известны надежные численные методы, связанные с приближенными вычислениями решений задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В работе рассматриваются интересные примеры применения полученных результатов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления.— М. : Наука, 1972, — 576 с.

## О РАЗДЕЛЯЮЩИХ РАВНОВЕСИЯХ В КОНКУРЕНТНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ С СИГНАЛАМИ

Огнева Мария Сергеевна<sup>1</sup>, Васин Александр Алексеевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра Исследования операций, e-mail: mashog@rambler.ru

<sup>2</sup> Кафедра Исследования операций, e-mail: vasin@cs.msu.su

Данная работа посвящена исследованию модели трехэтапной сигнальной игры двух лиц. Существуют примеры таких моделей в экономике [1, 2] и поведенческой биологии [3, 4].

В работе рассматривается динамическая игра в развернутой форме, для которой основной этап взаимодействия описывается моделью «Ястребы и голуби» [5]. Ведется поиск оптимальных чистых стратегий, соответствующих последовательному равновесию определенного вида, а именно разделяющему равновесию. Для разделяющего равновесия получены ограничения на представления игроков, а также взаимосвязи представлений и ходов на третьем этапе. Далее сформулированы условия, при которых будет происходить упорядочивание ходов на третьем этапе. В итоге были получены условия существования разделяющего равновесия для всех возможных соотношений между полезностью объекта конкуренции, доли сильных игроков и затратами на подачу сигнала, и доказано, что равновесие будет сильным последовательным равновесием.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Spence A. M. Job market signaling // *The Quarterly Journal of Economics*. 1973. Vol. 87, № 3. P. 355–374
- [2] Milgrom P., Roberts J. Limit Pricing and Entry Under Incomplete Information: An Equilibrium Analysis // *Econometrica*. 1982. Vol. 50, № 2. P. 443–460.
- [3] Gardner R., Morris M. R. The evolution of bluffing in animal contests: an ESS approach // *Journal of Theoretical Biology*. 1989. Vol. 137, Iss. 2. P. 235–243.
- [4] Kim Y.-G. Status signaling games in animal contests // *Journal of Theoretical Biology*. 1995. Vol. 176, Iss. 2. P. 221–231.
- [5] Maynard Smith J. *Evolution and the Theory of Games* // Cambridge University Press, 1982. 234 p.

## ОБНАРУЖЕНИЕ УТЕЧЕК ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ В ИСПОЛНЯЕМОМ КОДЕ

**Падарян Варган Андроникович, Соловьев Михаил Александрович,  
Манушин Дмитрий Валерьевич**

Кафедра системного программирования, e-mail: vartan@ispras.ru, icee@ispras.ru,  
dman95@ispras.ru

В связи с ростом сложности ПО, проблема автоматизации обнаружения утечек чувствительных данных в ходе работы программ становится всё более актуальной. Чувствительные данные могут содержать пароли, ключи шифрования и другую конфиденциальную информацию. Раскрытие таких данных может приводить к нарушению безопасности системы.

В рамках данной работы предлагается следующая постановка задачи обнаружения утечек. С анализируемой программы снимаются трассы выполнения. Информация об источниках чувствительных данных задаётся в виде множества пар <шаг трассы, участок памяти>, означающих, что на данном шаге трассы данный участок памяти содержит чувствительные данные. Стоки задаются в виде множества пар <шаг трассы, участок памяти>, означающих, что на данном шаге трассы содержимое данного участка памяти доступно злоумышленнику. Под утечкой чувствительных данных будем понимать такую ситуацию, при которой злоумышленник, прослушивающий стоки, может восстановить чувствительные данные. Задача состоит в том, чтобы определить, содержит ли данная трасса утечки чувствительных данных.

Инструмент, разработанный в качестве модуля среды анализа бинарного кода [1], позволяет строить описания потоков чувствительных данных в виде композиций функций, применённых к источникам чувствительных данных. Описания включают в себя условно обратимые функции, задаваемые аналитиком, и другие функции, консервативно считающиеся обратимыми. Инструмент проводит редукцию описаний в соответствии с системой правил. Набор таких описаний на стоках позволяет проанализировать, какие данные мог получить злоумышленник. Аналитик может использовать эти описания, чтобы в автоматизированном режиме, основываясь на информации об обратимости функций из композиции, обнаруживать утечки чувствительных данных.

Дальнейшим направлением исследований может быть разработка инструмента автоматического распознавания утечек чувствительных данных и расширение системы правил редукции описаний потоков.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Методы и программные средства, поддерживающие комбинированный анализ бинарного кода / В.А. Падарян, А.И. Гетьман, М.А. Соловьев, [и др.] // Труды ИСП РАН. — 2014. — Т. 26, №1. — С. 251–276.

# ЛИНЕЙНО САТЕЛЛИТНЫЕ НЕИЗВЕСТНЫЕ В ЗАДАЧЕ ЧАСТИЧНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ АВТОНОМНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Панфёров Антон Александрович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: ast.a\_s@mail.ru

Рассмотрим классическую постановку задачи устойчивости по части переменных (см. [1]) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$y' = Ay, \quad (1)$$

где  $y = y(t) = (y_1(t), \dots, y_m(t))^T$ ,  $A$  — квадратная матрица размера  $m \times m$  с элементами из поля  $K$ . Далее будем полагать, что система (1) является автономной, т. е. все элементы  $K$  являются константами:  $K = \text{Const}(K)$ , где  $\text{Const}(K) = \{c \in K \mid c' = 0\}$ .

В системе (1) переменные, входящие в вектор  $y$ , разбиваются на две группы: 1) переменные  $y_1, \dots, y_k$  ( $1 \leq k < m$ ), по отношению к которым исследуется устойчивость положения равновесия (невозмущённого движения)  $y = 0$ ; 2) оставшиеся переменные  $y_{k+1}, \dots, y_m$ . Обозначим  $s = \{y_1, \dots, y_k\}$  — множество выделенных неизвестных,  $y_s = (y_1, \dots, y_k)^T$ . Невыделенные неизвестные  $y_{k+1}, \dots, y_m$  часто называют «неконтролируемыми» переменными; при изучении задачи частичной устойчивости поведение этих переменных системы (1) исследователя в принципе не интересует.

Обозначим  $y(t) = y(t; t_0, y_0)$  решение системы (1), определённое начальными условиями  $y_0 = y(t_0; t_0, y_0)$ ,  $\|y\| = (\sum y_i^2)^{1/2}$ .

**Определение.** *Невозмущённое движение  $y = 0$  системы (1) называется:*

- устойчивым по отношению к выделенным неизвестным (кратко  $y_s$ -устойчивым), если для любых чисел  $\varepsilon > 0$ ,  $t_0 \geq 0$  найдётся число  $\delta(\varepsilon, t_0) > 0$  такое, что из  $\|y_0\| < \delta$  следует  $\|y_s(t; t_0, y_0)\| < \varepsilon$  при всех  $t \geq t_0$ ;
- асимптотически  $y_s$ -устойчивым, если оно  $y_s$ -устойчиво и, кроме того, для каждого  $t_0 \geq 0$  существует число  $\Delta(t_0) > 0$  такое, что решение  $y(t; t_0, y_0)$  с  $\|y_0\| < \Delta$  удовлетворяет условию  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|y_s(t; t_0, y_0)\| = 0$ .

Ранее (см. [2]) была предложена концепция линейно сателлитных неизвестных в линейных дифференциальных системах: невыделенная неизвестная  $y_j$  системы (1) называется линейно сателлитной для множества выделенных неизвестных  $s = \{y_1, \dots, y_k\}$ , если  $j$ -я компонента любого решения (1) может быть представлена в виде конечной линейной комбинации выделенных компонент этого решения и их производных с коэффициентами из  $K$ . Там же был предложен символьный алгоритм распознавания линейно сателлитных



неизвестных, а также представлена его реализация в системе компьютерной алгебры Maple.

**Утверждение.** Пусть невозмущённое движение  $y = 0$  системы (1)  $y_s$ -устойчиво (асимптотически  $y_s$ -устойчиво) и пусть невыделенная неизвестная  $y_j \notin s$  является линейно сателлитной для  $s$ . Тогда невозмущённое движение  $y = 0$  будет также  $y_{s \cup \{y_j\}}$ -устойчиво (асимптотически  $y_{s \cup \{y_j\}}$ -устойчиво).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Воротников В. И., Румянцев В. В. Устойчивость и управление по части координат фазового вектора динамических систем: теория, методы и приложения. М.: Научный мир, 2001, 320 с.
- [2] Панфёров А. А. Символьный алгоритм распознавания сателлитных неизвестных в линейных дифференциальных системах с выделенными неизвестными // Научная конференция «Ломоносовские чтения — 2017» тезисы докладов. — 2017. — С. 122–122.

# К ВОПРОСУ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПЛАТФОРМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЕЙ

Пашков Василий Николаевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: pashkov@lvk.cs.msu.su

В работе приводится архитектура и принципы организации распределенной платформы управления (РПУ) с высокой степенью готовности для транспортных программно-конфигурируемых сетей (ПКС)[1,2]. Высокая готовность и надежность РПУ ПКС достигается за счет резервирования контроллеров, активных управляющих соединений между сетевыми устройствами и контроллерами, резервирования вычислительных ресурсов контроллеров и программных средств обнаружения угроз и восстановления управления[3,4].

Для повышения надежности РПУ разработаны алгоритм выбора основного и резервного контроллеров для каждого коммутатора ПКС, позволяющий минимизировать время восстановления управления сетью в случае одиночных отказов контроллеров, алгоритм синхронизации состояния контроллеров, алгоритм обнаружения отказов. Для предотвращения перегрузок контроллеров предлагается алгоритм балансировки нагрузки, обеспечивающий перераспределение управления коммутаторами между контроллерами РПУ и минимизирующий количество операций передачи управления коммутаторами. Предложенные алгоритмы реализованы для контроллера RUNOS. Проведена экспериментальная

оценка времени восстановления управления сетью после одиночных отказов контроллеров.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Open Networking Foundation. Software-Defined Networking: The New Norm for Networks // ONF White Paper, 2012.
- [2] Смелянский Р. Л. Программно конфигурируемые сети. // Открытые системы. СУБД. 2012. №9. С. 15–26.
- [3] Pashkov V., Shalimov A., Smeliansky R. Controller Failover for Enterprise SDN. // MoNeTec 2014, 28-29 октября 2014, Moscow, Russia. Proceedings of the Modern Networking Technologies, IEEE, pp. 27-32.
- [4] Пашков В. Н. Разработка высокодоступной платформы управления для программно-конфигурируемых сетей // Материалы 19-ой международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24-31 мая 2015 г, Алушта. — Изд-во МАИ М, 2015. — С. 169–171.

## ЗАДАЧА ПРЕДСКАЗАНИЯ ЗНАЧЕНИЙ СЧЕТЧИКОВ ПРАВИЛ МАРШРУТИЗАЦИИ В SDN

Петров Иван Сергеевич<sup>1</sup>, Смелянский Руслан Леонидович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра АСВК, e-mail: ipetrov@cs.msu.ru

<sup>2</sup> Кафедра АСВК, e-mail: smel@cs.msu.ru

Программно-конфигурируемые сети (SDN), по мнению ведущих производителей сетевого оборудования, являются одним из самых перспективных направлений сетевой индустрии на данный момент. Развитие этого направления произошло во многом благодаря разработке протокола OpenFlow, являющегося наиболее успешным и общепринятым протоколом в SDN.

SDN сети предоставляют возможность анализировать текущее состояние сети при помощи счетчиков, установленных на правилах маршрутизации. Счетчик каждого правила маршрутизации хранит информацию о количестве пакетов, которые были обработаны этим правилом с момента его установки на коммутатор.

Одной из проблем получения сетевой статистики является то, что запросы информации со счетчиков могут негативно влиять на производительность сети. Поэтому необходим алгоритм, позволяющий предсказывать значения счетчиков всех правил маршрутизации по минимальному набору счетчиков. Для разработки такого алгоритма необходима модель SDN сети, которая описывает значения счетчиков правил маршрутизации.

В настоящей работе представлена математическая модель SDN сети, работающей по протоколу OpenFlow, описывающая значения счетчиков правил маршрутизации как потоковую функцию на графе зависимостей правил [1].

Представление сети в виде графа зависимостей правил позволяет описывать произвольные комбинации правил маршрутизации, установленные в сети. Таким образом, возможно описание как сложных механизмов маршрутизации (агрегация потоков и балансировка нагрузки), так и ошибок маршрутизации (конечные циклы маршрутизации).

Для разработанной модели SDN сети доказано правило прохождения потока через вершины графа зависимостей правил и показано, как эта модель может быть использована для разработки алгоритма предсказания значений счетчиков правил маршрутизации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kazemian P. et al. Real time network policy checking using header space analysis // Presented as part of the 10th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 13). – 2013. – С. 99-111.

# ОБ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Петрова Людмила Ивановна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ptr@cs.msu.su

Изучение интегрируемости дифференциальных уравнений, описывающих реальные процессы, показало, что без дополнительных условий производные дифференциального уравнения не образуют дифференциал. Это указывает на то, что решения дифференциального уравнения не являются функциями, то есть зависят не только от переменных.

Исследование согласованности производных по разным переменным показало, что при обращении в нуль таких функциональных выражений как детерминант, якобиан и т.д. могут реализоваться условия вырожденного преобразования, при которых производные дифференциального уравнения образуют дифференциал. Такие условия описывают интегральные структуры, на которых решения становятся дискретными функциями. Примерами таких условий являются характеристические, канонические соотношения и т.д..

Получается, что дифференциальные уравнения, если на них не наложены дополнительные условия, имеют двойные решения: решения, которые не являются функциями (то есть зависят не только от переменных), и решения, которые являются дискретными функциями. При этом решения первого типа определены на исходном пространстве, а решения второго типа определены на интегральных структурах. Такие решения не могут быть получены непрерывным численным моделированием или только аналитическими методами. Решения первого типа, поскольку они не являются функциями, могут быть получены только численными методами. А решения второго типа могут быть

найжены или аналитическими методами или численными методами, но с помощью другой, неэквивалентной, системы отсчета, заданной на интегральных структурах.

Переход от решений первого типа к решениям второго типа, описывает разрывы дискретных функций или их производных [1].

Такие свойства дифференциальных уравнений могут быть продемонстрированы на примере дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Petrova L.I. Relationships between discontinuities of derivatives on characteristics and trajectories // J. Computational Mathematics and Modeling. 2009. Vol. 20, № 4. Pp. 367–372.

## **О СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ С НАКЛОННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА В ПОЛУКРУГЕ**

**Полосин Алексей Андреевич**

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: alexei-polosin@mail.ru

В [1] изучено расположение спектра и доказано отсутствие свойства базисности у системы корневых функций задачи с наклонной производной с постоянным углом наклона для оператора Лапласа. В [2] этот результат распространен на случай переменного угла наклона производной. В [3-4] изучено расположение спектра смешанных краевых задач, в которых на части границы задается условие с наклонной производной. В настоящей работе рассматривается смешанная краевая задача для уравнения Гельмгольца в полукруге. На диаметре полукруга ставится первое краевое условие, а на полуокружности – условие с наклонной производной. Показано, что задача сводится к обращению сингулярных интегральных операторов с переменными коэффициентами, отвечающих за поведение решения вблизи угловых точек. Также показано, что эти операторы допускают обращение в явном виде. Автор признателен Е.И. Моисееву за внимание к работе. Работа выполнена при частичной поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 17-01-00847а и № 17-51-18042 Болг-а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ильин В.А., Моисеев Е.И. Об отсутствии свойства базисности у системы корневых функций задачи с наклонной производной // Дифференциальные уравнения, 1994, т. 30, № 1, с. 128-143.
- [2] Полосин А.А. О расположении спектра и отсутствии свойства базисности у системы корневых функций задачи с наклонной производной с переменным

углом наклона //Дифференциальные уравнения, 2011, т. 47, № 10, с. 1466-1472.

- [3] Моисеев Е.И. О расположении спектра краевой задачи со смешанными краевыми условиями //Дифференциальные уравнения, 1998, т. 24, № 1, с. 123-135.
- [4] Полосин А.А. О расположении спектра смешанной краевой задачи для уравнения Лапласа в полукруге //Дифференциальные уравнения, 2006, т. 42, № 5, с. 684-697.

## МЕТОД МОНТЕ—КАРЛО ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКИ

Попов Александр Михайлович, Семенова Дарья Евгеньевна

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: popov@cs.msu.su,  
blackwolvessagalasthope@gmail.com

Для моделирования многоэлектронных молекулярных квантовых систем одним из методов является диффузионный метод Монте—Карло наиболее перспективный для многочастичной квантовой задачи. Предложен итерационный алгоритм выделения случайных блуждателей на основе метода обратных итераций. В диффузионном методе Монте—Карло используется решение уравнения Шредингера в мнимом времени [1] и использованию интегралов по траекториям. Функция Грина содержит два оператора — случайного блуждания и отбора под действием потенциала квантовой точки:

$$G(x, t|x_0, 0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{m}{2\pi\hbar\tau} \right)^{\frac{N}{2}} \times \\ \times \exp \left\{ - \sum_{j=1}^N \left[ \frac{m}{2\hbar\tau} (x_j - x_{j-1})^2 + \frac{V(x_j) - E_R}{\hbar} \right] \right\} dx_1 dx_2 \dots dx_{N-1}.$$

Гауссов оператор используется для генерации состояний случайных блуждателей. Влияние потенциалов энергии и реперного значения энергии состоит в генерации итерационного процесса рождения-уничтожения блуждателей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Попов А. М. Вычислительные нанотехнологии. М.: КНОРУС, 2014. 312 с.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЛАЗМЫ ПРИ ПОТЕРЕ МГД УСТОЙЧИВОСТИ

Попов Александр Михайлович, Шагилов Николай Эльдарович

Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: popov@cs.msu.su, nikolay050498@yandex.ru

Развитие МГД неустойчивости термоядерной плазмы в установках токамак анализируются на основе решения нелинейных трехмерных уравнений

магнитной гидродинамики [1].

$$\bar{\rho} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\bar{\rho}(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - \nabla P + [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] + \nu \nabla^2 \mathbf{V};$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = [\nabla \times [\mathbf{V} \times \mathbf{B}]] - [\nabla \times (\eta[\nabla \times \mathbf{B}])] + [\nabla \times \mathbf{E}_s];$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot (P\mathbf{V}) - (\Gamma - 1)P\nabla \cdot \mathbf{V} + \nabla_{\parallel} \cdot (K_{\parallel} \nabla_{\parallel} P) + \nabla_{\perp} \cdot (K_{\perp} \nabla_{\perp} P) + Q$$

Неустойчивость плазмы приводит к перезамыканию силовых линий и разрушению удерживающих магнитных поверхностей. Неустойчивость является жесткой и возбуждается с конечной амплитуды. В работе предложено параллельное (к основной системе) интегрирование дифференциальных уравнений силовых линий, позволяющее с большой точностью находить уровень возмущений приводящих к разрушению поверхности. Для параметров установки ITER получен критический порог возмущений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Popov A.M., La Haye R.J., Liu Y.Q., Murakami M., Popova N.N., Turnbull A.D. Simulation of neoclassical tearing modes (NTMs) in the DIII-D tokamak. Part I. NTM excitation // Phys. Plasmas. 2002. 9. P. 4205–4228.

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОНИЖЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДВУМЕРНЫХ ВОЛН В ТОНКОМ КОЛЬЦЕ

Разгулин Александр Витальевич, Будзинский Станислав Сергеевич

Кафедра математической физики, e-mail: razgulin@cs.msu.ru,  
stanislav.budzinskiy@protonmail.ch

Нелинейные оптические системы с запаздывающим контуром обратной связи и тонкой кольцевой апертурой обычно описывают начально-краевой задачей для *одномерного* уравнения диффузии на окружности [1]:

$$\begin{aligned} \partial_t u + u &= D/r^2 \partial_{\theta}^2 u + I_{\text{feedback}}, \quad \theta \in [0, 2\pi), \quad t > 0, \\ u|_{\theta=0} &= u|_{\theta=2\pi}, \quad \partial_{\theta} u|_{\theta=0} = \partial_{\theta} u|_{\theta=2\pi}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I_{\text{feedback}} = I_{\text{feedback}}(u(t - T))$ . Одномерные модели хорошо изучены; в частности для модели, учитывающей дифракцию свободно распространяющегося светового луча,  $I_{\text{feedback}}(v) = |\exp(iz_0/r^2 \partial_{\theta}^2) \exp(iv)|^2$ ,  $v = v(\theta)$ ,  $z_0 > 0$ , конструктивно описаны условия возбуждения устойчивых одномерных вращающихся и стоячих волн [1] на основе метода нормальных форм [2].

Здесь же исследуется возникновение волн в *двумерной* модели

$$\begin{aligned} \partial_t u + u &= D\Delta u + I_{\text{feedback}}, \quad \rho \in (r, \kappa r), \quad \theta \in [0, 2\pi), \quad t > 0, \\ u|_{\theta=0} &= u|_{\theta=2\pi}, \quad \partial_{\theta} u|_{\theta=0} = \partial_{\theta} u|_{\theta=2\pi}, \quad \partial_{\rho} u|_{\rho=r} = \partial_{\rho} u|_{\rho=\kappa r} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\kappa > 1$  — параметр толщины кольца, который мы считаем близким к единице, а  $I_{\text{feedback}}$  получается естественным переходом от  $\partial_{\theta}^2/r^2$  к  $\Delta$ . Оператор Лапласа—Неймана в кольце имеет полную ортогональную систему собственных функций  $\{\psi_{n,s}(\rho)e^{in\theta}\}_{n \in \mathbb{Z}, s \in \mathbb{N}}$  и собственные значения  $\{-\gamma_{n,s}^2\}$ . Известные асимптотики [3] говорят, что  $\gamma_{n,0} \rightarrow n/r$  и  $\psi_{n,0} \sim \text{const}$  при  $\kappa \rightarrow 1$ .

Это мотивирует использовать параметры из одномерной задачи (1) для моделирования двумерных волн в задаче (2). Численные эксперименты подтверждают, что свойство устойчивости «среди одномерных волн» переносится с одномерной задачи на двумерную.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Budzinskiy S. S., Razgulin A. V. Rotating and standing waves in a diffractive nonlinear optical system with delayed feedback under  $O(2)$  Hopf bifurcation // Commun Nonlinear Sci Numer Simul. 2017. Vol. 49. P. 17–29.
- [2] Faria T. Normal Forms for Semilinear Functional Differential Equations in Banach Spaces and Applications. Part II // Discrete Contin Dyn Syst Ser A. 2000. Vol. 7, Iss. 1. P. 155–176.
- [3] Cochran J. A. Remarks on the Zeros of Cross-Product Bessel Functions // J Soc Indust Appl Math. 1964. Vol. 12, Iss. 3. P. 580–587.

## МОДЕЛЬ «НАПАДЕНИЕ-ОБОРОНА» НА СЕТЯХ

Решетов Валерий Юрьевич<sup>1</sup>, Перевозчиков Александр Геннадьевич<sup>2</sup>,  
Яночкин Игорь Евгеньевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Кафедра исследования операций, e-mail: kadry@cs.msu.ru

<sup>2</sup> НПО РусБИТех, e-mail: pere501@yandex.ru

<sup>3</sup> НПО РусБИТех, e-mail: i-yanochkin@yandex.ru

Работа основана на результатах из [1-3]. В военных моделях пункты интерпретируются обычно как направления и характеризуют пространственное распределение ресурсов защиты по ширине. Однако реально имеет место также пространственное распределение ресурсов обороны по глубине, характеризующейся количеством уровней рубежей на данном направлении.

Предлагаемая модель обобщает классическую игру "нападение-оборона" Ю.Б. Гермейера [4] в части учета многорубежности обороны имеющей сетевую структуру и основана на работе [1]. В отличие от последней, оборона на каждом из возможных направлений движения между вершинами сети, заданных ориентированными ребрами, может иметь несколько рубежей, что приводит в общем случае к выпуклым минимаксным задачам, которые могут быть решены методом субградиентного спуска. В частности, предложенная модель обобщает классическую игру "нападение-оборона" на многорубежный случай без упрощающего предположения о том, что эффективность средств обороны не зависит от рубежа.

Из выпуклости предложенного критерия следует, что определенная на сети игра допускает исследование полученной игры в чистых и смешанных стратегиях по схеме [2].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hohzaki R., Tanaka V. The effects of players recognition about the acquisition of his information by his opponent in an attrition game on a network// In Abstract of 27th European conference on Operation Research (12-15 July 2015) University of Strathclyde. – EURO2015.
- [2] Перевозчиков А.Г., Лесик И.А., Яночкин И.Е. Многоуровневое обобщение модели "нападение-оборона"// Вестник Тверского Университета. Сер.: Прикладная математика. 2017. № 1. С. 39–51.
- [3] Решетов В.Ю., Перевозчиков А.Г., Лесик И.А. Модель преодоления многоуровневой системы защиты нападением// Прикладная математика и информатика: Труды факультета ВМК МГУ имени М.И.Ломоносова/ Под ред. В.И.Дмитриева. М.: МАКС Пресс, 2015. № 49. С. 80–96.
- [4] Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МГД-УСТОЙЧИВОСТИ ОТ ВЕЛИЧИНЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ВНУТРИ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРА**

**Савенкова Надежда Петровна, Калмыков Алексей Вадимович,  
Удовиченко Нелля Сергеевна**

Кафедра вычислительных методов, e-mail: nudovichenko@mail.ru

Алюминий является одним из основных конструкционных сплавов материалов, которые не подвержены коррозии при той же механической прочности, что и сталь, при этом они кратно легче стали. Несмотря на то, что алюминия в земной коре гораздо больше, чем железа, тонна чистого алюминия в 5-10 раз дороже тонны стали. Выплавка алюминия чрезвычайно энергоемкий процесс. Для получения тонны алюминия расходуется 13-14 МВт·ч электроэнергии, доля которой в себестоимости металла составляет 20-25%. Поэтому так велика роль исследования МГД-стабильности электролиза, что позволяет не допустить потерь выхода алюминия по току.

В настоящем докладе приводятся результаты исследования МГД- стабильности реального промышленного многоанодного электролизера, работающего в различных технологических режимах, главным отличием которых является величина подаваемого на электролизер тока и, соответственно, различное распределение электромагнитных полей в рабочем пространстве электролизной ванны.



Математическое моделирование проводилось в условиях, близких к реальным, и при изменяющейся во времени геометрии ванны. При этом учитывалось взаимодействие основных динамических физико-химических процессов, протекающих в ванне. Представленная математическая модель является трехмерной и трехфазной. Введение газовой фазы позволяет рассчитывать момент начала МГД-нестабильности, которая развивается в течение нескольких секунд. Поэтому такое исследование является весьма актуальным, т.к. позволяет вовремя принять практические меры по ликвидации МГД-нестабильности, что приводит к избежанию потерь выхода алюминия.

Введение в математическую модель химической кинетики, которая описывает движение основных ионов в расплаве, позволяет определить скорость первичного расхода криолита и скорость образования первичного металла и газа во времени, не считая эти величины постоянными, как это делалось ранее, а также наблюдать динамическое изменение зоны обратного окисления.

Разработанный алгоритм расчета изменения формы рабочего пространства ванны во времени, в основе которого находятся распределения температур в зоне расплава, позволяет увеличить степень адекватности математической модели, что подтверждается результатами верификации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Savenkova N. P., Kalmykov A. V. Stabilization of the Algorithm to Compute the Magnetohydrodynamic Field Distribution in an Electrolysis Bath // Computational Mathematics and Modeling. 2016. V. 27. Issue 1. P. 1–8.
- [2] Савенкова Н.П., Кузьмин Р.Н., Анпилов С.В., Калмыков А.В. Савенкова Н. П., Кузьмин Р. Н., Анпилов С. В., Калмыков А. В. Моделирование влияния динамики изменения внутреннего пространства ванны алюминиевого электролизёра на МГД-процессы //Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4, № 4. С. 409–415.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПОТОКОВ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ С ФИКСИРОВАННОЙ РЕЦЕПТУРОЙ ПРОИЗВОДСТВА

Савенкова Надежда Петровна, Лапонин Владислав Сергеевич, Мокин  
Андрей Юрьевич<sup>1</sup>, Артемьева Людмила Анатольевна, Дряженков  
Андрей Александрович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: nsavenkova@cs.msu.su, lap@cs.msu.ru, mknandrew@mail.ru

<sup>2</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: artemieva.luda@gmail.com, andrja@yandex.ru

В работе рассматривается модель перемещения продуктов между производственными объектами в рамках одного промышленного предприятия. Модель представляет собой направленный граф с вершинами, соответствующими производственным объектам, и рёбрами — путями перемещения продуктов между объектами. При этом каждому ребру ставится в соответствие число — количество продукта, прошедшее по нему за определённый период, — называемое потоком. Основной рассматриваемой задачей является поиск таких потоков, чтобы были выполнены уравнения баланса продукта в каждой вершине, а также двусторонние ограничения на каждый из потоков. Дополнительно, если удовлетворяющих таким ограничениям решений несколько, требуется найти решение, наиболее близкое по некоторым координатам к заданному вектору, а также имеющее как можно меньшую невязку относительно специальных линейных соотношений, — рецептов — записанных в некоторых вершинах. Описанная задача математически формулируется как задача квадратичного программирования:

$$\|Bu - d\|^2 \rightarrow \min, \quad u \in U = \{u \in U_0 \mid Au = f\}, \quad U_0 = \{u \mid a \leq u \leq b\}, \quad (1)$$

где неравенства понимаются по координатам. Для решения задачи (1) использовался экстраградиентный метод [1]:

$$\begin{aligned} \bar{u}_k &= \text{Pr}_{U_0}(u_k - \beta_k L_u(u_k, \lambda_k)), & u_{k+1} &= \text{Pr}_{U_0}(u_k - \tilde{\beta}_k L_u(\bar{u}_k, \bar{\lambda}_k)), \\ \bar{\lambda}_k &= \lambda_k + \gamma_k L_\lambda(u_k, \lambda_k), & \lambda_{k+1} &= \lambda_k + \tilde{\gamma}_k L_\lambda(\bar{u}_k, \bar{\lambda}_k), \end{aligned}$$

где  $L_u(u, \lambda)$  и  $L_\lambda(u, \lambda)$  — производные функции Лагранжа

$$L(u, \lambda) = \|Bu - d\|^2 + \langle \lambda, Au - f \rangle.$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Антипин А. С. Экстраполяционные методы вычисления седловой точки функции Лагранжа и их применение к задачам с блочно-сепарабельной структурой // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26, № 1. С. 150–151.

# СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ДИНАМИКИ ПРОТИВОВИРУСНОГО ИММУННОГО ОТВЕТА В ЛИМФАТИЧЕСКОМ УЗЛЕ

Савинков Ростислав Сергеевич<sup>1</sup>, Бочаров Геннадий Алексеевич<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, e-mail: dr.savinkov@gmail.com

<sup>2</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования ВМК МГУ, ИВМ им. Г.И.Марчука РАН, e-mail: bocharov@m.inm.ras.ru

Математическое моделирование иммунных процессов является сложной задачей в силу пространственной неоднородности лимфоидных органов, в которых происходит иммунный ответ. Поэтому актуальной является разработка подходов и методов моделирования процессов, учитывающих индивидуальную динамику клеток иммунной системы и их взаимодействия в трехмерной пространственной структуре лимфоидных органов.

Существуют несколько подходов к учету пространственной организации лимфоидных органов: многокомпартментные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, вероятностные модели на базе алгоритма Гиллеспи, агентные модели разной степени детализации процессов [1].

В настоящей модели рассматривается гибридная модель миграции клеток и реакции-диффузии веществ в ограниченной области лимфатического узла при наличии ВИЧ-инфекции с учётом пространственно-неоднородной сети фибробластных ретикулярных клеток [2], непроницаемых для диффундирующих веществ. Модель позволяет моделировать процессы миграции, взаимодействия, деления, инфицирования и гибели клеток, а также производство и поглощение ими таких веществ, как  $IL-2$ ,  $IL-7$ ,  $IFN-\alpha$ , вирусные частицы (ВИЧ), а также белок  $GP120$ . Кроме того, модель учитывает возможность клеток изменять форму для просачивания между препятствиями.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Towards a Multiscale Model of Acute HIV Infection / A. Bouchnita, G. Bocharov, A. Meyerhans, V. Volpert // *Computation* — 2017. — 5(1), 6.
- [2] Data-driven modelling of the FRC network for studying the fluid flow in the conduit system / R. S. Savinkov, A. A. Kislitsyn, D. J. Watson, et al. // *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. Том 62, с. 341-349, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2016.10.007>

# КЛАССИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА РАВНОСХОДИМОСТИ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ШТУРМА—ЛИУВИЛЛЯ С СИНГУЛЯРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Садовничая Инна Викторовна

Московский государственный университет, e-mail: ivsad@yandex.ru

Рассматривается оператор Штурма—Лиувилля на конечном отрезке с комплекснозначным потенциалом и краевыми условиями Дирихле. Изучается вопрос о равносходимости спектральных разложений возмущенного и невозмущенного операторов. В частности, ставится следующий вопрос: какому классу функций должен принадлежать потенциал, чтобы имела место равномерная на всем отрезке равносходимость для любой функции  $f$  класса  $L_1[0, \pi]$ ? Сформулированы некоторые достаточные условия, обеспечивающие такую равносходимость.

**Теорема 1.** Пусть  $Ly = -y'' + q(x)y$  — оператор Штурма—Лиувилля, действующий в пространстве  $L_2[0, \pi]$ , с граничными условиями Дирихле, где  $q(x) = u'(x)$ , а комплекснозначная функция  $u \in L_\infty$ , периодически продолженная за отрезок  $[0, \pi]$ , удовлетворяет условию:

$$\sup_{0 \leq x \leq \pi} \left| \int_0^x u(t) \sin ntdt \right| \leq \frac{C_u}{n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Тогда для любой функции  $f$  из пространства  $L_1[0, \pi]$  имеет место равномерная равносходимость спектральных разложений, соответствующих возмущенному и невозмущенному операторам.

**Следствие.** Пусть в условиях теоремы 1 функция  $u$  — произвольная из пространства  $L_\infty[0, \pi]$ . Тогда для любой функции  $f \in L_1[0, \pi]$  имеет место равномерная равносходимость

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left\| (C, 1) \sum_{n=1}^m \left( c_n y_n(x) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} c_{n,0} \sin(nx) \right) \right\|_{C[0, \pi]} = 0.$$

Здесь  $\{y_n\}$  — система корневых функций оператора,  $c_n$  и  $c_{n,0}$  — коэффициенты разложений функции  $f$  по биортогональной системе и по системе синусов соответственно. Символ  $(C, 1)$  перед знаком суммы означает суммирование ряда методом Чезаро средних арифметических. Утверждение сохраняется при замене метода суммирования на метод Абеля.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-01-00706).

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ФУНКЦИОНАЛОМ КАЧЕСТВА

Самсонов Сергей Петрович

Кафедра оптимального управления, e-mail: samsonov@cs.msu.ru

Работа посвящена рассмотрению численных методов решения линейных задач оптимального управления с интегральным функционалом качества. Использование линейности управляемой системы позволяет построить эффективно работающие численные алгоритмы. Разработке численных методов для линейных задач оптимального управления посвящен целый ряд работ. Следует однако заметить, что в большинстве опубликованных работ исследуется только сходимость методов и задается какой-то критерий остановки вычислений, который обеспечивает “близость” вычисляемых величин искомым, но не гарантирует заданной точности. Обычно используемые численные алгоритмы требуют численного решения некоторых задач из теории дифференциальных уравнений, линейной алгебры и т.д. Однако вычислительные погрешности решения этих вспомогательных задач могут оказаться весьма значительными, поэтому большой интерес представляют такие численные методы, для которых удастся получить оценку точности вычислений с учетом вычислительных погрешностей. Данный доклад как раз и посвящен численным методам, решающим линейные задачи оптимального управления с интегральным функционалом качества с заданной точностью и с учетом вычислительных погрешностей [1].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Самсонов С. П. Численный метод решения линейных задач оптимального управления с заданной точностью // Проблемы динамического управления. Вып. 4. 2009. С. 156–158.

# Об $m$ -юнктивных предикатах над конечным множеством

Селезнева Светлана Николаевна

Кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.ru

Пусть  $k \geq 2$ ,  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ ,  $R_k^{(n)}$  и  $P_k^{(n)}$  обозначают соответственно множества всех  $n$ -местных предикатов и функций над  $E_k$ ,  $n \geq 0$ . Функция  $f \in P_k^{(m)}$  сохраняет предикат  $g \in R_k^{(n)}$  (обозначение:  $g \in \text{Inv}(f)$ ), если для произвольных  $m$  наборов, обращающих предикат  $g$  в единицу, набор, в котором каждая  $i$ -я координата получена применением функции  $f$  к  $i$ -м координатам этих наборов,  $i = 1, \dots, n$ , также обращает предикат  $g$  в единицу. В [1]

рассматривались представления предикатов обобщенными конъюнктивными нормальными формами (ОКНФ). В [2] применялись понятия согласованности для систем предикатов, в [1] они аналогично определены для ОКНФ. Функция  $f(x_1, \dots, x_m, x_{m+1}) \in P_k^{(m+1)}$ ,  $m \geq 2$ , называется функцией почти единогласия, если  $f(y, x, \dots, x) = f(x, y, x, \dots, x) = \dots = f(x, \dots, x, y) = x$ . В [2] показано, что если  $g \in \text{Inv}(f)$ , где  $f \in P_k^{(m+1)}$  — функция почти единогласия, то такой предикат может быть представлен через свои всевозможные проекции не более, чем по  $m$  переменным. Отсюда сразу следует, что он представим ОКНФ, в которой каждый сомножитель содержит не более  $m$  переменных. Мы показываем, что он представим полностью согласованной ОКНФ не более, чем с  $m$  переменными в каждом сомножителе.

**Теорема 1.** *Если предикат  $g \in R_k^{(n)}$  сохраняет некоторая функция почти единогласия  $f \in P_k^{(m+1)}$ ,  $m \geq 2$ , то конъюнкция всех его простых имплициент, содержащих не более  $m$  переменных, является полностью согласованной ОКНФ, представляющей этот предикат  $g$ .*

Предикаты, которые сохраняет некоторая функция почти единогласия, назовем  $m$ -юнктивными. В [2] показано, что выполнимость системы отношений, сохраняемых некоторой функцией почти единогласия, можно проверить полиномиальным алгоритмом. Мы предлагаем представлять такие предикаты их приведенными ОКНФ и получаем быстрый полиномиальный алгоритм для соответствующей задачи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 17-01-00782-а.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Селезнева С.Н. О биюнктивных предикатах над конечным множеством // Дискретная математика. 2017. Т. 29, вып. 4. С. 130–142.
- [2] Jeavons P., Coher D., Cooper M. Constraints, consistency, and closure // Artificial Intelligence. 1998. V. 101. P. 251–265.

## ПРИМЕНЕНИЕ ГЛУБОКИХ СВЕРТОЧНЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ МОРФОЛОГИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ГАЛАКТИК В ОБЗОРЕ DECALS

Сорока Андрей Геннадьевич<sup>1</sup>, Мещеряков Александр Валерьевич<sup>2</sup>,  
Герасимов Сергей Валерьевич<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ВМК МГУ, студент, e-mail: soroka\_irk@mail.ru

<sup>2</sup> ИКИ РАН, К.ф.-м.н., научный сотрудник, e-mail: alexandre.meshcheryakov@gmail.com

<sup>3</sup> ВМК МГУ, Младший научный сотрудник, e-mail: sergun@gmail.com

С каждым днем телескопы захватывают все больше изображений далеких галактик. Чтобы понять, как различные морфологии галактик коррелируют с

физическими свойствами, их нужно сортировать и классифицировать. Автор ставил целью испробовать современные архитектуры сверточных нейронных сетей (CNN), чтобы построить автоматический классификатор морфологии галактик и исследовать его точность на данных обзора неба DECaLS-BASS-MzLS.

Для первичного тестирования моделей был выбран контекст Kaggle Galaxy Zoo Challenge. Целью конкурса является анализ изображений галактик и поиск модели, способной воспроизвести классификацию, собранную ранее от волонтеров.

В рамках работы получены результаты точности морфологической классификации для большинства современных предобученных (Imagenet) архитектур в сравнении с архитектурой победителя конкурса Galaxy Zoo Challenge.

Model	RMSE 100 epochs	RMSE After 60 hours	Parameters (millions)	Depth
Kaggle Galaxy Zoo Winner	0,1193	0,08623	42,446309	8
VGG16	0,17032	0,17013	138,357544	23
VGG19	0,1648	0,16328	143,66724	26
MobileNet	0,24735	0,24584	4,253864	88
DenseNet121	0,13641	0,13007	8,062504	121
Xception	0,09021	0,08821	22,91048	126
InceptionV3	0,09014	0,08547	23,851784	159
ResNet50	0,1164	0,10554	25,636712	168
DenseNet169	0,12378	0,11806	14,30788	169
DenseNet201	0,12075	0,11136	20,242984	201
NASNet	0,08899	0,08895	85,066051	260
InceptionResNetV2	0,08935	0,0905	55,873736	572

Рис. 1: Результат RMSE 100 эпох обучения, результат RMSE после 60 часов обучения, количество параметров, глубина модели.

По итогам тестов было получено, что наилучшие результаты дают архитектуры Xception, InceptionV3, InceptionResNetV2, NASNet, победителя Kaggle Galaxy Zoo.

Автор выражает благодарность сервису Microsoft Azure за предоставленную вычислительную мощность в рамках программы «Azure for education».

## О МАССОВОЙ МНОГОПОТОЧНОЙ ПЕРЕДАЧЕ ДАННЫХ

Степанов Евгений Павлович<sup>1</sup>, Смелянский Руслан Леонидович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.su

<sup>2</sup> Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: smel@cs.msu.su

Многие исследователи доказали, что демультимплексирование отдельного потока в несколько независимых подпотоков может увеличить его совокупную скорость [1]. Действительно, передача подпотоков по различным маршрутам в топологии дает преимущество, которое довольно легко понять. Чем больше путей доступно, тем больше возможностей у потока обойти узкие места в сети, тем больше ресурсов он может использовать и тем лучше предоставить сервис. Однако остается вопрос, сохраняются ли эти преимущества при *массовом*

демультиплексировании, когда оно применяется к каждому потоку в сети. Как только потоки начинают балансировать по подпотокам свою нагрузку, чтобы обойти перегруженную точку в сети, они создают перегрузку в других местах. Более того, демультиплексирование усиливает конкуренцию между потоками, что снижает эффективность работы их алгоритмов управления перегрузкой. Негативное влияние демультиплексирования может перевесить преимущества, которые оно предоставляет.

В этой работе исследуется, какой ценой достигается массовое демультиплексирование потоков в сетях ISP. Рассматривается несколько схем маршрутизации демультиплексированных потоков и предлагается эффективный способ их реализации при помощи программно-конфигурируемых сетей. Для каждой схемы под статической нагрузкой потоков проводится оценка параметров производительности сети в целом, собранных с помощью математического моделирования и эмуляции.

Результаты показали, что в сетях с небольшим количеством узлов и низкой утилизацией демультиплексированные соединения имеют преимущество в общей пропускной способности над обычными TCP соединениями, когда подпотоки направляются по максимально непересекающимся маршрутам. В то же время, можно добиться такого же результата при помощи балансировки однопоточных соединений по маршрутам неравной стоимости. Поэтому преимущества демультиплексирования следует искать в гибкости распределения потоков в сети и реакции на динамическую нагрузку.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-01255-А).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] A transport layer approach for improving end-to-end performance and robustness using redundant paths / M. Zhang, J. Lai, A. Krishnamurthy, L. Peterson, R. Wang // Proceedings of the Annual Conference on USENIX Annual. 2004. С. 8-8.

## ВОЗМУЩЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

Терновский Владимир Владимирович<sup>1</sup>, Хапаев Михаил Михайлович<sup>2</sup>,  
Хапаева Татьяна Михайловна<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: vladimir@chatroulette.com

<sup>2</sup> Кафедра общей математики, e-mail: tmhapa@post.ru

<sup>3</sup> Кафедра вычислительных методов, e-mail: tmhapa@yahoo.com

В течение последних 70 лет развиваются методы решения обратных задач математической физики. Обратная задача Штурма–Лиувилля впервые была рассмотрена в работе В.А. Амбарцумяна в 1923 г. [1]. Он доказал, что один спектр определяет потенциал задачи Неймана. Для случая общей задачи Дирихле–Неймана одного спектра недостаточно и в 1949 г G. Borg [2] показал, что



два бесконечных спектра однозначно определяют потенциал. В практических обратных задачах спектроскопии спектры конечны и собственные значения известны приближенно. То есть, обратная задача разрешается неоднозначно и, как следствие, некорректна. Для решения таких задач с неточными входными данными необходимо применять методы регуляризации, разработанные академиком А.Н. Тихоновым [3].

Численный алгоритм обратной задачи Штурма–Лиувилля использует априорную информацию о потенциале — принадлежность к функциональному классу, симметричность и др. Регуляризация позволяет выделить множество возможных потенциалов в условиях неполной информации о спектральных данных.

Различные граничные условия (как того требует теорема Борга) могут быть невозможны в силу физической постановки задачи. Альтернативным подходом можно считать расчет спектров с возмущенным потенциалом, а не вычисление собственных чисел при разных граничных условиях. Таким образом, обратная задача Штурма–Лиувилля формулируется как задача восстановления потенциала, состоящего из суммы неизвестного и модельного потенциала. В тоже время использование модельных потенциалов из различных функциональных классов оставляет открытым вопрос о единственности.

Предлагаемый численный метод состоит в минимизации регуляризирующего функционала с интегральными ограничениями. Сведение дифференциальной задачи к интегральным уравнениям позволяет расширить функциональный класс восстанавливаемых потенциалов, включая разрывные и неограниченные. На каждом шаге минимизации регуляризатора вычисляются собственные функции.

Приводятся примеры восстановления разрывных и гладких потенциалов с использованием нескольких наборов зашумленных собственных чисел (30) от возмущенных потенциалов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Borg G. Eine Umkehrung der Sturm–Liouvilleschen Eigenwertaufgabe. Bestimmung der Differentialgleichung durch die Eigenwerte // *Acta mathematica* 1946 96 p.
- [2] Ambarzumian V. Ueber eine frage der eigenwerttheorie // *Zeitschrift fuer Physik, A Hadrons and Nuclei*, 1929 - Springer
- [3] Тихонов А.Н. Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач // Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 2-е издание 1979

## РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА НЬЮТОНА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТИПА СМОЛУХОВСКОГО

Тимохин Иван Владиславович, Матвеев Сергей Александрович,  
Тыртышников Евгений Евгеньевич<sup>1</sup>, Смирнов Александр Павлович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: timokhin.iv@gmail.com,  
matseralex@gmail.com, eugene.tyrtysnikov@gmail.com

<sup>2</sup> Кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: sap@cs.msu.ru

Рассматривается следующая усечённая система уравнений типа Смолуховского с распадом частиц на мономеры:

$$\frac{dn_1}{dt} = J - n_1 \sum_{i=1}^N C_{1i} n_i + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^N (i+j) C_{ij} n_i n_j + \lambda n_1 \sum_{i=2}^N i C_{1i} n_i, \quad (1a)$$

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} C_{ik-i} n_i n_{k-i} - (1+\lambda) n_k \sum_{i=1}^N C_{ki} n_i, \quad k = \overline{2, N}, \quad (1b)$$

где  $n_i \geq 0$ ,  $C_{ij} = C_{ji} \geq 0$ .

Данная работа посвящена поиску стационарного решения уравнений (1).

В [1] для вычисления оператора в правой части получен алгоритм сложности  $O(NR \log N)$ , где  $R$  — ранг  $C$ . В [2] на его основе для поиска стационарного решения был использован метод Андерсона.

В данной работе предлагается использовать для той же цели использовать метод Ньютона-Крылова с релаксацией. Для этой цели

- найден алгоритм вычисления произведения матрицы Якоби на вектор за  $O(NR \log N)$  операций;
- предложен эффективный предобусловливатель для матрицы Якоби;
- показана возможность аналитической одномерной минимизации нормы невязки для выбора коэффициента релаксации.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 14-11-00806).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Matveev S. A., Smirnov A. P., Tyrtysnikov E. E. A fast numerical method the Cauchy problem for the Smoluchowski equation // Journal of Computational Physics. 2015. № 282, С. 23–32.
- [2] Anderson acceleration method of finding steady-state particle size distribution for a wide class of aggregation-fragmentation models / Matveev S. A., Stadnichuk V. I., Tyrtysnikov E. E., Smirnov A. P., Ampilogova N. V., Brilliantov N. V. // Computer Physics Communications. 2018. № 224, С. 154–163.

## **СОЛИТОННОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СРЕДЕ С ИНДУЦИРОВАННОЙ ФОТОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЕЙ**

**Трофимов Вячеслав Анатольевич, Лысак Татьяна Михайловна,  
Свинцов Алексей Андреевич**

Кафедра вычислительных методов, e-mail: vatro@cs.msu.ru

Настоящая работа посвящена аналитическому и численному исследованию солитонных режимов распространения лазерного излучения в среде с индуцированной фотолюминесценцией [1].

В основе математической модели, описывающей процесс фотолюминесценции в результате воздействия лазерного излучения на атомы среды, лежит система двух нелинейных уравнений Шредингера относительно комплексных амплитуд воздействующего лазерного излучения и индуцированного излучения. Индуцированное излучение является следствием перехода электронов внешней оболочки атома на более высокий энергетический уровень в результате воздействия лазерного излучения и последующей их релаксации, сопровождаемой испусканием излучения на частоте, отличной от частоты падающего лазерного излучения. Уравнения модели выведены в рамках квазиклассического подхода, при котором электромагнитное излучение описывается с помощью уравнений Максвелла, а состояние среды – на основе формализма матрицы плотности [2]. В предположении медленно меняющихся амплитуд и стационарности матрицы плотности данный подход позволяет свести уравнения модели к системе двух нелинейных уравнений Шредингера [3].

Для нахождения солитонных решений рассматриваемой модели была сформулирована задача на нахождение собственных функций и собственных значений. В результате был получен ряд частных точных аналитических решений данной задачи, отвечающих как светлым, так и темным солитонам. В частности, мы получили финитное солитонное решение - светлый солитон, обладающий нулевым чирпом (т.е. обладающий неизменной во времени фазой). Кроме того, получены аналитические решения для семейства нелинейно чирпированных эллиптических солитонов, распространяющихся на "предимпульсе", и семейства нелинейно чирпированных темных солитонов.

Полученные аналитические зависимости были подтверждены в численном эксперименте, проведенном на основе консервативной разностной схемы, построенной для рассматриваемой модели с учетом ее инвариантов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 14-21-00081).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Size dependent competition between second harmonic generation and two-photon luminescence observed in gold nanoparticles / H.-D. Deng, L. Guangcan, Q.-F. Dai, Ouyang Min, Sh. Lan, V. A. Trofimov, T. M. Lysak // *Nanotechnology*. 2013. V. 24, № 7. Paper 075201.
- [2] Boyd R. W. *Nonlinear Optics*, Third Edition. N.-Y. : Academic Press, 2008. 613 p.
- [3] Butylkin V. S., Kaplan A. E., Khronopulo Yu. G., Yakubovich E. U. *Resonant nonlinear interactions of light with matter*. Berlin : Springer, 1989. 352 p.

## **АВТОМАТИЧЕСКОЕ ВЫДЕЛЕНИЕ СЛЕНГОВЫХ ВЫРАЖЕНИЙ В СЕТИ ИНТЕРНЕТ ДЛЯ ОБОГАЩЕНИЯ СЛОВАРЕЙ ИМЕНОВАННЫХ СУЩНОСТЕЙ**

**Турдаков Денис Юрьевич, Архипенко Константин Владимирович**

Кафедра системного программирования, e-mail: turdakov@ispras.ru, arhipenko@ispras.ru

Сообщения пользователей социальных медиа, таких как ВКонтакте, содержат сленг. Это приводит к проблеме выделения в сообщениях упоминаний объектов интереса, являющихся сленговыми выражениями, и, следовательно, к затруднению анализа таких СМИ в целом. Основным видом упоминаний объектов (персон, организаций и пр.) являются именованные сущности; при этом одному объекту может соответствовать несколько таких сущностей. Эти соответствия отражает, например, база Викиданные ([wikidata.org](http://wikidata.org)), содержащая набор объектов и словари именованных сущностей для каждого объекта.

Мы разработали алгоритмы автоматического поиска сленговых выражений в социальных медиа с дальнейшим обогащением ими словарей именованных сущностей Викиданных. Алгоритмы основаны на активном обучении логистической регрессии и глубоких нейронных сетей [1]. Разработаны методы как выделения именованных сущностей в текстах, так и сопоставления сущностей с объектами Викиданных, использующие обогащенные словари.

Отличиями от существующих работ являются: поддержка русского языка; учет специфики сленга (морфологической близости и совместной встречаемости с соответствующими литературными выражениями) при помощи моделей векторного представления слов [2]; использование информации о тематике сообщества и автора, которым принадлежит текст, получаемой на основе обученных тематических моделей с аддитивной регуляризацией [3].

В работе продемонстрировано улучшение точности и полноты выделения именованных сущностей и сопоставления их с объектами в сравнении с существующими подходами на тестовых данных с ручной экспертной разметкой.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Deep Active Learning for Named Entity Recognition / Y. Shen, H. Yun, Z. C. Lipton, Y. Kronrod, A. Anandkumar // Proceedings of the 2nd Workshop on Representation Learning for NLP. 2017. P. 252–256.
- [2] Enriching Word Vectors with Subword Information / P. Bojanowski, E. Grave, A. Joulin, T. Mikolov // Transactions of the Association of Computational Linguistics. 2017. Vol. 5, Iss. 1. P. 135–146.
- [3] Voronstov K., Potapenko A. Additive regularization of topic models // Machine Learning. 2015. Vol. 101, Iss. 1. P. 303–323.

## СТАБИЛИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАЕМОЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В УПРАВЛЕНИИ

Фурсов Андрей Серафимович<sup>1</sup>, Гусева Виктория Сергеевна<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fursov@cs.msu.ru

<sup>2</sup> Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: vica.r@list.ru

Рассматривается непрерывная скалярная переключаемая линейная система с постоянным запаздыванием в управлении

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\sigma x(t) + b_\sigma u(t - \theta), \\ y(t) = c_\sigma x(t), \end{cases} \quad \sigma \in S_\tau, \quad (1)$$

где  $S_\tau$  — множество переключающих сигналов  $\sigma$ .

Замыкая систему (1) дискретным регулятором, получаем замкнутую непрерывно-дискретную систему

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\sigma x(t) + b_\sigma w(t), \\ v[(l+1)T] = Qv[lT] + qc_\sigma x[lT], \end{cases} \quad \sigma(t) \in S_\tau. \quad (2)$$

Замыкая дискретную модель непрерывной системы дискретным регулятором, получим:

$$\begin{cases} x^*[(l+1)T] = (A_\sigma^* + b^*hc_\sigma^*)x^*[lT] + b^*Hv[lT], \\ v[(l+1)T] = qc_\sigma^*x^*[lT] + Qv[lT], \end{cases} \quad \sigma \in [S]_{\tau,T}. \quad (3)$$

**Теорема 1.** *Непрерывно-дискретная система (2)  $S_{\tau,T}$ -устойчива тогда и только тогда, когда  $[S]_{\tau,T}$ -устойчива переключаемая дискретная система (3).*

Теорема 1 позволяет свести задачу построения цифрового стабилизатора для непрерывной переключаемой системы (1) к задаче построения дискретного регулятора, стабилизирующего дискретную переключаемую систему. Для решения указанной задачи предложено использовать методы одновременной стабилизации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фурсов А.С., Миняев С.И., Исхаков Э.А. Построение цифрового стабилизатора для переключаемой линейной системы // Дифференц. уравнения, 2017, Т. 53, N 8. С. 1121-1127.
- [2] Поляков К. Ю. Основы теории цифровых систем управления: учеб. пособие. СПбГМТУ, 2002.

## **ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ АНТИРАКОВОЙ ТЕРАПИИ В УПРАВЛЯЕМЫХ МОДЕЛЯХ КОНКУРЕНЦИИ ЛОТКИ—ВОЛЬТЕРРЫ**

**Хайлов Евгений Николаевич<sup>1</sup>, Клименкова Анна Дмитриевна<sup>2</sup>,  
Коробейников Андрей<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: khailov@cs.msu.su

<sup>2</sup> Кафедра оптимального управления, e-mail: klimenkovaad@mail.ru

<sup>3</sup> Центр Математических Исследований, Барселона, Испания, e-mail: akorobeinikov@crm.cat

В докладе, для описания взаимодействия концентраций здоровых и раковых клеток используется управляемая математическая модель конкуренции Лотки-Вольтерры. Такая модель содержит скалярное ограниченное управление, которое задает концентрацию лекарственного препарата или интенсивность радиотерапии при лечении, направленном на непосредственное уничтожение раковых клеток. Для такой управляемой модели рассматривается задача минимизации терминального функционала, представляющего собой взвешенную разность концентраций раковых и здоровых клеток в конечный момент периода лечения. Для анализа оптимального решения этой задачи, которое состоит из оптимального управления и отвечающих ему оптимальных решений дифференциальных уравнений, задающих рассматриваемую модель, используется принцип максимума Понтрягина. С помощью него выписываются соответствующая сопряженная система и условие максимума для оптимального управления. После чего, изучаются свойства сопряженных переменных. Эти свойства выделяют значения параметров рассматриваемой модели, при которых отвечающее им оптимальное управление является кусочно-постоянной функцией с не более чем одним переключением. Также, находятся значения параметров модели, при которых соответствующее оптимальное управление является либо релейной функцией с конечным числом переключений, либо помимо участков релейного вида (неособых участков) оно содержит еще и так называемый особый участок. При возникновении особого участка обсуждаются такие вопросы, как выполнение для него соответствующего необходимого условия оптимальности, вид особого множества, а также способы соединения особого и неособого участков. Далее возможно только численное исследование оптимального управления. Поэтому, в докладе приводятся результаты численных расчетов, выполненных в среде “ВОСОР-2.0.5”. На их основе делаются выводы относительно возмож-

ного вида оптимального управления и соответствующих оптимальных решений в рассматриваемой задаче минимизации.

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАРКОВСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ ОТКАЗОБЕЗОПАСНОСТИ ПРОГРАММНО-АППАРТНЫХ КОМПЛЕКСОВ**

**Хорошилов Алексей Владимирович<sup>1</sup>, Зеленев Сергей Вадимович<sup>2</sup>,  
Карнов Алексей Александрович<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: khoroshilov@ispras.ru

<sup>2</sup> Институт системного программирования РАН, e-mail: zelenov@ispras.ru

<sup>3</sup> Кафедра системного программирования, e-mail: karnov@ispras.ru

Рассматриваемая в данной работе [1] задача связана с верификацией моделей систем программно-аппаратных комплексов. Такими системами могут быть, например, системы управления самолетами, кораблями, медицинским оборудованием. В настоящее время широко используются три основных метода оценки безопасности систем – анализ дерева неисправностей, анализ логической схемы и марковский анализ.

Основным недостатком марковского анализа является экспоненциальный рост марковской цепи от размера системы. Однако, в отличие от анализа дерева неисправностей, марковский анализ применим для систем, которые способны возвращаться в уже пройденные состояния марковской цепи (восстанавливаться).

Modular Avionics System Integrator Workplace (MASIW) – разрабатываемый в Институте Системного Программирования инструментарий с открытым исходным кодом для разработки и анализа систем интегрированной модульной авионики. MASIW использует язык моделирования AADL для описания архитектуры систем и библиотеку Error Model Annex для описания поведения ее компонентов и распространения ошибок между ними.

В работе предлагается инструмент марковского анализа для оценки отказобезопасности программно-аппаратных комплексов, созданный в рамках проекта MASIW. В ходе работы над инструментом был разработан алгоритм трансляции исходной модели системы в марковскую цепь, а также были предложены и реализованы способы сокращения размера марковской цепи, не влияющие на результаты анализа, что сделало инструмент более применимым на практике.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Карнов А. А., Зеленев С. В. Стохастические Методы Анализа Комплексных Программно-Аппаратных Систем // Труды ИСП РАН, том 29, вып. 4, 2017 г., стр. 191-202.

## НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СПАРИВАНИЙ НА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Черепнёв Михаил Алексеевич, Тулебаев Азат Ирикович

Кафедра информационной безопасности, e-mail: cherepniiov@gmail.com, azatkabcs@yandex.ru

Рассматривается эллиптическая кривая над простым полем  $\mathbb{F}_r$  из  $r$  элементов

$$y^2 = x^3 + ax + b, a, b \in \mathbb{F}_r.$$

Для некоторого простого, отличного от  $r$  делителя  $p$  порядка группы  $E(\mathbb{F}_r)$ , рассмотрим все точки порядка  $p$ . Пусть  $k = \text{ord}_p r$ . При  $k > 1$  известно [1], что все эти точки образуют группу, являющуюся прямым произведением двух групп порядка  $p$ .

$$E[p] = G_1 \times G_2,$$

где  $G_1 = E[p] \cap \text{Ker}(\pi_r - [1])$ ,  $G_2 = E[p] \cap \text{Ker}(\pi_r - [r]) \in E(\mathbb{F}_{r^k})$ .

Также рассматривается рациональная функция  $f_{s,Q}(x, y)$  для произвольного целого  $s$  как функция, определённая равенством

$$\text{div}(f_{s,Q}) = s(Q) - (sQ) - (s-1)(\infty).$$

Подобную рациональную функцию степени  $O(s)$  можно получить с помощью алгоритма Миллера [2].

Пусть  $x$  — какой-либо корень характеристического многочлена автоморфизма Фробениуса  $\pi_r$  по модулю универсальной экспоненты  $N$  группы  $E(\mathbb{F}_{r^k})$ :

$$x^2 - tx + r \equiv 0 \pmod{N}, t = r + 1 - \sharp(E(\mathbb{F}_r)), x \equiv r \pmod{p}.$$

Для любых  $P, Q \in E(\mathbb{F}_{r^k})$  задаются отображения

$$\tilde{Q}(Q) = (\pi_r - [rx^{-1}])Q \quad \text{и} \quad \text{tr}P = \sum_{i=0}^{k-1} \pi_r^i P.$$

Пусть теперь  $T \equiv x^j \not\equiv 1 \pmod{N}$  мало при некотором  $j$ . Рассмотрим отображение на  $E(\mathbb{F}_{r^k})^2$ , заданное равенством

$$\tilde{e}_T(Q, P) = \frac{f'_{T, \tilde{Q}}(\text{tr}P)}{f'_{T, \tilde{Q}}(\infty)}, \quad \text{где} \quad \tilde{Q} = \tilde{Q}(Q + R), \quad (1)$$

где  $f'_{T, \tilde{Q}} = \frac{f_{T, \tilde{Q}}}{f_{T, \tilde{R}}}$  для некоторой случайной фиксированной точки  $\tilde{R} \in E(\mathbb{F}_{r^k}) \cap \text{Ker}(\pi_r - [x])$ , например  $\tilde{R} = \tilde{Q}(R)$ ,  $R \in E(\mathbb{F}_{r^k})$ .

В работе представлены условия на параметры  $r, p, k$  и  $T$ , при выполнении которых доказано и экспериментально подтверждено, что новое спаривание (1) невырожденно и билинейно на  $G_2 \times G_1$ .



**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Joseph H. Silverman, The arithmetic of elliptic curves, 2nd ed., Graduate Texts in Mathematics, vol. 106, Springer, Dordrecht, 2009.
- [2] Miller V. S. The Weil Pairing, and Its Efficient Calculation. J.Cryptology, 2004, p.235-261

**АРХИТЕКТУРА СТЕНДОВЫХ КОМПЛЕКСОВ ИМИТАЦИИ И РЕГИСТРАЦИИ ТРАФИКА ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ БОРТОВЫХ ИНТЕРФЕЙСОВ****Чистолинов Максим Владимирович**

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: mike@lvk.cs.msu.su

В работе проводится ретроспектива развития стендовых комплексов, разрабатываемых с участием специалистов Лаборатории вычислительных комплексов (ЛВК) кафедры АСВК с начала 2000 годов. Рассматривается линейка стендов предназначенных для отработки и интеграции бортовой авионики на различных этапах жизненного цикла разработки оборудования и ПО информационно-управляющих систем современных летательных аппаратов. Особое внимание уделяется единой архитектуре стендовых комплексов и вопросам имитации и регистрации трафиков высоконагруженных бортовых интерфейсов в целях наиболее полного воспроизведения работы системы передачи данных на борту современного самолёта.

В работе рассматриваются следующие бортовые интерфейсы:

- ARINC 429 (ГОСТ 18977-79 РТМ 1495-75);
- MIL-STD-1553B (ГОСТ Р 52070-2003);
- FC-AE-ASM;
- ARINC 818;
- ARINC 825 (CAN BUS);
- ARINC 664 (AFDX).

Рассматриваемая линейка стендовых комплексов является развитием решений стендов математического, имитационного и полунатурного моделирования комплексов бортового оборудования, разрабатываемых на основе системы моделирования ДИАНА [1].

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Применение среды моделирования ДИАНА для моделирования бортовых вычислительных систем / В. В. Балашов, А. Г. Бахмуров, Д. Ю. Волканов, М. В. Чистолинов, Н. В. Ющенко // В сборнике Труды Международной научной конференции «Моделирование-2010». Киев. Украина. 2010. Т. 1, С. 225–232.

# ДИНАМИЧЕСКИЕ ВИЗУАЛЬНЫЕ СЕНСОРЫ В КОМПЬЮТЕРНОМ ЗРЕНИИ

Шальнов Евгений Вадимович

Кафедра Ителлектуальных Информационных Технологий, e-mail: eshalnov@graphics.cs.msu.ru

Динамические визуальные сенсоры (DVS) представляют особый класс визуальных сенсоров, которые отличаются способом получения данных о наблюдаемой сцене. В то время как обычная RGB камера отдаёт значения цвета сразу во всех пикселях через равные промежутки времени, такой сенсор порождает асинхронные потоки событий изменения яркостей пикселей. Каждое событие описывается кортежем  $(t, x, y, p)$ , состоящим из момента времени  $t$ , положения пикселя  $(x, y)$  и бинарного типа события  $p$ : увеличение яркости или её уменьшение.

Динамические визуальные сенсоры имеют ряд преимуществ перед обычными RGB камерами, среди которых 1) высокая частота получения данных (потенциально более тысячи событий для пикселя в секунду), 2) отсутствие эффекта размытия, 3) низкое потребление энергии (от 15мВт), 4) малый размер устройства.

Благодаря своим характеристикам, динамические визуальные сенсоры нашли применение в робототехнике для решения задачи одновременной локализации робота и построения карты [1]. Особенно важно их применение при быстром движении БПЛА в помещениях, где частоты кадров стандартных камер недостаточно для навигации и обнаружения препятствий. За счёт высокого временного разрешения и отсутствия эффекта размытия динамические визуальные сенсоры позволяют лучше определять движение в сцене и используются также в решении задачи построения оптического потока [2]. В работе [3] также было показано, что применение таких сенсоров к задаче монокулярной 3D реконструкции даёт хорошее решение сразу по трем критериям: 1) точность реконструкции, 2) возможность применения к движущимся объектам, 3) устойчивость к наличию ярких источников света в сцене.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Weikersdorfer D., Adrian D. B., Cremers D., Conradt J. Event-based 3D SLAM with a depth-augmented dynamic vision sensor // IEEE Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA), Hong-Kong, 2014, С. 359–364.
- [2] Bardow P. A., Davison A. J., Leutenegger S. Simultaneous Optical Flow and Intensity Estimation from an Event Camera // IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Las Vegas, USA, 2016. С. 884-892.
- [3] Matsuda N., Cossairt O., Gupta M. MC3D: Motion Contrast 3D Scanning // IEEE Conference on Computational Photography (ICCP). 2015. С. 1–10.

# ПОРОГОВАЯ ОБРАБОТКА В МОДЕЛЯХ С НЕГАУССОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ШУМА

Шестаков Олег Владимирович

Кафедра математической статистики, e-mail: oshestakov@cs.msu.su

Многие современные методы анализа и обработки сигналов и изображений основаны на возможности экономного представления функции полезного сигнала в некотором базисе. Для довольно широкого класса функций такая возможность достигается с помощью вейвлет-базисов, обеспечивающих адаптацию к функциям, имеющим на разных участках различную степень регулярности. Это дает возможность эффективно отделять шум от полезного сигнала и удалять его с помощью простых процедур пороговой обработки, т.е. обнулении части вейвлет-коэффициентов, которые по предположению содержат в основном шум. Классическая модель наблюдений предполагает наличие белого гауссова шума. В этом случае свойства оценок, получаемых с помощью пороговой обработки хорошо изучены, и вычислены порядки среднеквадратичного риска для различных классов функций [1]. Также получены некоторые результаты, описывающие асимптотическое поведение оценки среднеквадратичного риска, построенной по зашумленным наблюдениям [2].

В докладе рассмотрен более широкий класс возможных распределений шума, в частности, распределения, имеющие более тяжелые хвосты, чем гауссово. Для этого класса вычислены значения универсального порога в методах жесткой и мягкой пороговой обработки, исследованы его асимптотические свойства и показано, что порядок среднеквадратичного риска близок к минимальному с точностью до логарифма числа наблюдений в некоторой степени, зависящей от параметров распределения [3]. Также в рамках рассматриваемой модели доказана сильная состоятельность и асимптотическая нормальность оценки среднеквадратичного риска универсальной пороговой обработки при предположении о принадлежности функции сигнала к классу Липшица с некоторым показателем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-07-00736).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Donoho D., Johnstone I. M. Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage // *Biometrika*. 1994. Vol. 81. Iss. 3. P. 425–455.
- [2] Шестаков О. В. Вероятностно-статистические методы анализа и обработки сигналов на основе вейвлет-алгоритмов. М. : АРГАМАК-МЕДИА, 2016. 200 С.
- [3] Шестаков О. В. Универсальная пороговая обработка в моделях с негауссовым шумом // *Информатика и ее применения*. 2017. Т. 11. № 2. С. 122–125.

## МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ФАЗ В КОММУНИКАЦИОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРОЦЕССОВ МРІ-ПРОГРАММ

Шубин Михаил Витальевич, Попова Нина Николаевна

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: mihshub@gmail.com, popova@cs.msu.su

Анализ поведения программ на основе выделения фаз в процессе их выполнения активно используется для решения многих проблем, связанных с оптимизацией программ, предсказания их поведения при изменении вычислительных платформ, входных параметров. Особую актуальность фазовый анализ получает для анализа параллельных программ.

В докладе предлагается метод определения фаз параллельной программы на основе коммуникационных взаимодействий процессов, в рамках которых выполняется эта программа. Применение предложенного метода демонстрируется на примере ряда параллельных программ.

Основные шаги алгоритма: сбор трассы параллельного приложения, построение последовательности коммуникационных матриц по собранным трассам, применение вейвлет-преобразований к построенной последовательности, кластеризация преобразованных матриц методом k-средних. Фазами назовем максимально длинные отрезки постоянства класса в таком образом построенной последовательности классов. Характеристики фаз определяются на основе характеристики соответствующих коммуникационных матриц.

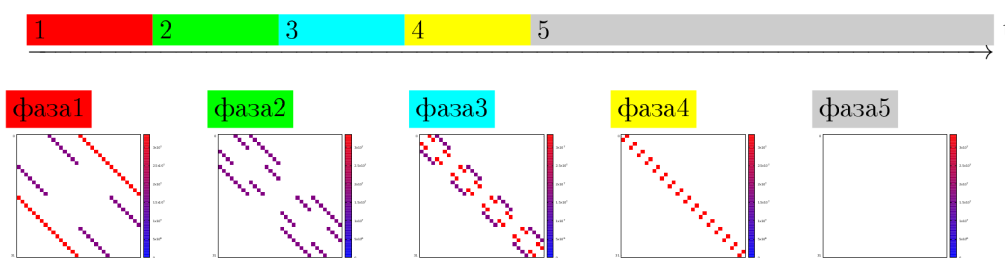


Рис. 1: Последовательность фаз, «Квантовое преобразование n-Адамар».

На рис. 1 представлен пример фазовой последовательности и соответствующих ей коммуникационных матриц для параллельной программы, осуществляющей квантовое преобразование n-Адамар. Из рисунка видно, что были выделены пять фаз, у каждой из которых своя коммуникационная матрица, существенно отличающаяся от других. Можно видеть, что характер взаимодействия меняется со временем.

Предполагается дальнейшее развитие метода и применение его для решения актуальной задачи динамического мэппинга параллельных программ.

Работа подготовлена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 17-07-00562.

# Авторский указатель

- М. В. Абакумов, 15  
С. Н. Аввакумов, 66, 67  
А. И. Аветисян, 16, 17  
В. И. Агошков, 18  
В. И. Агошков, 19–21  
В. Б. Алексеев, 22  
Д. А. Алимов, 23  
Е. А. Антипина, 29  
В. А. Антоненко, 83  
А. С. Антонов, 24  
А. И. Аристов, 25  
Л. А. Артемьева, 106  
К. В. Архипенко, 116  
Е. И. Атамась, 26  
А. А. Атанесян, 27  
Ф. И. Атауллаханов, 68  
Н. А. Афанасьев, 87  
А. В. Афонин, 28
- В. В. Балашов, 29, 30  
Г. А. Балыбердин, 18  
Г. А. Балыков, 31  
К. А. Батузов, 32  
О. И. Баум, 79  
А. А. Беззубиков, 32  
А. А. Белеванцев, 33  
А. А. Белолипецкий, 34  
М. В. Беляев, 16  
С. В. Богомоллов, 35, 36  
Г. А. Бочаров, 48, 107  
А. С. Братусь, 51  
С. С. Будзинский, 102
- А. А. Васин, 94  
Д. С. Ватолин, 56
- А. В. Владимиров, 35  
Ю. С. Владимирова, 37  
Н. И. Волков, 24  
А. А. Вылиток, 38
- С. В. Гаврилов, 39  
С. С. Гайсарян, 40, 41  
Т. Н. Галишникова, 62  
Е. Н. Гаскарова, 86  
Т. В. Генералова, 38  
С. В. Герасимов, 28, 110  
А. Б. Глоница, 42  
Д. Ю. Голембиовский, 43  
В. М. Головизнин, 44  
С. Г. Головина, 45  
А. А. Голубков, 46  
О. В. Горемыкин, 40  
В. П. Горьков, 47  
Д. С. Гребенников, 48  
Н. Л. Григоренко, 47  
Д. А. Гуляев, 84  
Д. Е. Гурьев, 49  
В. С. Гусева, 117
- Д. В. Денисов, 75  
В. И. Дмитриев, 50  
А. В. Домрина, 50  
Д. И. Дорофеев, 82  
С. В. Дрожжин, 51  
А. А. Дряженков, 106  
И. А. Дудина, 33
- А. В. Егоров, 52  
В. Н. Егоров, 52  
Г. Г. Еленин, 53

- Т. Г. Еленина, 53  
К. Э. Енокян, 54  
А. А. Ермичев, 55  
М. В. Ерофеев, 56  
Н. Б. Есикова, 36  
Е. Ю. Ечкина, 57  
  
Д. А. Желтков, 58  
В. И. Жуковский, 59  
  
Е. В. Захаров, 45  
Н. Б. Захарова, 19  
С. В. Зеленов, 119  
А. Э. Зотов, 19  
И. В. Зотов, 60  
  
В. А. Иванишин, 17  
Е. М. Иванова, 61  
В. Н. Игнатъев, 16  
А. С. Ильинский, 62  
  
А. В. Калмыков, 104  
И. В. Капалин, 63  
Н. Ю. Капустин, 64  
А. В. Карев, 64  
А. А. Карнов, 119  
Ю. Н. Киселёв, 66, 67  
А. Д. Клименкова, 118  
Ю. А. Комаров, 73  
А. Коробейников, 118  
А. В. Краев, 67  
М. А. Кривов, 68  
Г. Кристоф, 69  
В. А. Крюков, 55  
А. Е. Кувшинников, 35  
А. А. Кудрявцев, 70  
А. Н. Кулагин, 71  
А. А. Кулешов, 72  
А. Б. Куржанский, 73, 74  
М. А. Кушеверская, 75  
  
И. Н. Лагода, 43  
В. Ю. Ладун, 71  
  
В. С. Лапонин, 106  
О. С. Лебедева, 76, 78  
Н. Р. Лезина, 20  
Д. А. Лукашевич, 79  
А. А. Лукьяница, 80  
Л. Н. Лукьянова, 81  
Т. М. Лысак, 115  
А. И. Любимов, 74  
  
А. В. Мазеев, 82  
П. А. Майоров, 44  
Д. В. Манушин, 95  
В. А. Мастинен, 20  
С. А. Матвеев, 114  
И. В. Машечкин, 14  
А. Д. Мельчукова, 15  
А. В. Мещеряков, 28, 110  
П. А. Михеев, 83  
Е. И. Моисеев, 84  
Т. Е. Моисеев, 85  
А. Ю. Мокин, 106  
А. В. Монаков, 17  
М. М. Монахов, 69  
В. В. Морозов, 86  
С. И. Мухин, 87  
  
А. С. Нагорный, 88  
Л. В. Назаров, 89  
Д. Е. Намиот, 90  
А. А. Никитин, 91  
И. М. Никольский, 92  
М. С. Никольский, 93  
  
Н. К. Обросова, 23  
М. С. Огнева, 94  
Ю. И. Ожигов, 71  
М. В. Орлов, 67  
С. М. Орлов, 67  
А. И. Осинский, 58, 76, 78  
  
В. А. Падарян, 40, 95  
С. И. Палионная, 70  
А. А. Панфёров, 96

- Е. И. Пармузин, 18  
В. Н. Пашков, 97  
А. Г. Перевозчиков, 103  
И. С. Петров, 98  
С. В. Петров, 76, 78  
Л. И. Петрова, 99  
М. И. Петровский, 14  
О. Н. Покусаев, 90  
А. А. Полосин, 100  
А. М. Попов, 101  
Н. Н. Попова, 124  
  
А. В. Разгулин, 102  
Х. Рамиль Альварес, 37  
В. Ю. Решетов, 103  
А. И. Роговский, 67  
  
Н. П. Савенкова, 104, 106  
Р. С. Савинков, 107  
И. В. Садовничая, 108  
С. П. Самсонов, 109  
А. А. Свинцов, 115  
С. Н. Селезнева, 109  
А. С. Семенов, 82  
К. О. Семенов, 34  
Д. Е. Семенова, 101  
Н. А. Скворода, 71  
Р. Л. Смелянский, 98  
А. П. Смирнов, 31, 79, 114  
Э. Н. Соболев, 79  
А. В. Соловьев, 44  
М. А. Соловьев, 95  
А. Г. Сорока, 110  
А. С. Сорокин, 21  
Е. П. Степанов, 111  
  
А. Н. Терехин, 14  
В. В. Терновский, 112  
И. В. Тимохин, 114  
А. И. Титова, 70  
И. В. Тихонов, 64  
П. А. Точилин, 27, 61  
В. А. Трофимов, 115  
  
А. И. Тулебаев, 120  
Д. Ю. Турдаков, 116  
С. А. Тутельян, 30  
Е. Е. Тыртышников, 114  
  
Н. С. Удовиченко, 104  
В. В. Ульянов, 69  
  
А. С. Фурсов, 117  
  
Е. Н. Хайлов, 118  
М. М. Хапаев, 112  
Т. М. Хапаева, 112  
А. В. Хорошилов, 119  
  
Е. Г. Цыбров, 45  
  
В. Д. Чабаненко, 89  
М. А. Черепнёв, 120  
М. В. Чистолинов, 121  
  
Н. Э. Шагиров, 101  
Е. В. Шальнов, 122  
А. А. Шананин, 23  
Т. О. Шелопут, 21  
О. В. Шестаков, 123  
Н. В. Шимчик, 41  
М. В. Шубин, 124  
  
И. Е. Яночкин, 103

На сайте факультета ВМК в разделе “Наука, научные конференции” размещены программы конференций “Ломоносовские чтения” с 2011 г., а также электронные версии тезисов конференций 2011, 2013, 2014, 2016, 2017 и 2018 гг. В 2011, 2014, 2016, 2017, 2018 гг. изданы сборники тезисов. Тезисы 2016 года издание (метаданные) размещено в eLibrary по ссылке <http://elibrary.ru/item.asp?id=26560704>. Тезисы 2017 года – по ссылке <https://elibrary.ru/item.asp?id=29051579>

### **Научные конференции, которые прошли на факультете ВМК в 2017 году**

1. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых “Ломоносов - 2017”, секция ВМК (Москва, МГУ)  
10-14 апреля 2017 года
2. Ломоносовские чтения - 2017. Секция вычислительной математики и кибернетики (Москва, МГУ имени М.В.Ломоносова)  
17-26 апреля 2017
3. “Методы фотограмметрии и компьютерного зрения для видеонаблюдения, биометрии и медицинских приложений” 15-17 мая 2017 года.  
Лаборатория ММОИ
4. Международная Летняя Суперкомпьютерная Академия.  
с 23 июня 2017 по 01 июля 2017  
<http://academy.hpc-russia.ru/>
5. Международный научный семинар “Программные семантики, спецификации и верификации” (PSSV 2017). 26 июня 2017 года
6. Фестиваль науки 2017  
<http://www.science.festivalnauki.ru/festival-nauki-2017>  
6 октября по 8 октября 2017 года
7. XIX Международная конференция “Аналитика и управление данными в областях с интенсивным использованием данных” DAMDID/RCDL’2017  
10 октября по 13 октября 2017 года
8. Научная конференция “Тихоновские чтения”  
23 октября по 27 октября 2017 года
9. XII Международная научно-практическая конференция “Современные информационные технологии и ИТ-образование”  
24 ноября по 26 ноября 2017 года