

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА



Факультет
вычислительной математики
и кибернетики



Научная конференция
**ЛОМОНОСОВСКИЕ
ЧТЕНИЯ**

Тезисы докладов

15–25 апреля 2019 г.

Москва

2019

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Научная конференция

Ломоносовские Чтения

Тезисы докладов

15–25 апреля 2019 года

*Заседания конференции проходят
на факультете ВМК во втором учебном корпусе
Московского государственного университета*



Москва – 2019

УДК 519.7
ББК 22.18
Л75

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М. В. Ломоносова*

Ломоносовские чтения: научная конференция, Москва, факультет
Л75 ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, 15–25 апреля 2019 г.: тезисы
докладов. – Москва: Издательский отдел факультета ВМК МГУ
(лицензия ИД 05899 от 24.09.2001); МАКС Пресс, 2019. – 124 с.
ISBN 978-5-89407-597-6 (ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова)
ISBN 978-5-317-06120-3 (МАКС Пресс)

В настоящий сборник вошли тезисы докладов секции Вычислительной математики и кибернетики конференции «Ломоносовские чтения-2019», проводимой Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова в 2019 году.

УДК 519.7
ББК 22.18

ISBN 978-5-89407-597-6
ISBN 978-5-317-06120-3

© Издательский отдел факультета вычислительной математики
и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, 2019
© Авторы докладов, 2019

В соответствии с Уставом Московского университета для представления и обсуждения результатов работ по всем направлениям научных исследований на факультете ВМК ежегодная научная конференция «Ломоносовские чтения» пройдет с 15 апреля по 25 апреля 2019 года.

Секция вычислительной математики и кибернетики научной конференции «Ломоносовские чтения» включает следующие подсекции:

- 1) кафедра системного программирования
(руководитель – чл. – корр. РАН профессор Аветисян А. И.);
- 2) кафедры вычислительных методов и суперкомпьютеров и квантовой информатики
(руководитель – академик РАН профессор Четверушкин Б. Н.);
- 3) кафедра математической физики
(руководитель – профессор Денисов А. М.);
- 4) кафедра исследования операций
(руководитель – профессор Васин А. А.);
- 5) кафедры математической кибернетики и математических методов прогнозирования
(руководитель – профессор Алексеев В. Б.);
- 6) кафедра математической статистики и лаборатория обратных задач
(руководитель – профессор Королев В. Ю.);
- 7) кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов и лаборатория моделирования процессов тепломассопереноса
(руководитель – чл.-корр. РАН профессор Смелянский Р. Л.);
- 8) кафедры алгоритмических языков и нелинейных динамических систем и процессов управления и лаборатория открытых информационных технологий
(руководители – профессор Мальковский М. Г., профессор Сухомлин В. А.);
- 9) кафедры системного анализа и нелинейных динамических систем и процессов управления
(руководители – академик РАН профессор Куржанский А. Б., профессор Фомичев В. В.);
- 10) кафедра вычислительных технологий и моделирования
(руководитель – академик РАН профессор Тыртышников Е. Е.);
- 11) кафедры общей математики и функционального анализа и его применений
(руководитель – академик РАН профессор Моисеев Е. И.);
- 12) кафедры интеллектуальных информационных технологий и математических методов прогнозирования
(руководитель – профессор Машечкин И. В.);
- 13) кафедра оптимального управления, лаборатория обратных задач
(руководитель – академик РАН профессор Осипов Ю. С.).

Содержание

<i>В. Г. Абрамов, И. В. Горячая, Д. А. Пучкин</i>	
Оценка качества сетевых графиков в управлении проектами	13
<i>С. В. Абухович, С. В. Сетуха</i>	
Численное решение трехмерной задачи рассеяния скалярных монохроматических волн на кусочно-однородных включениях	14
<i>А. И. Аветисян, К. А. Батузов, Е. М. Минибаев</i>	
Предметно-ориентированный отладчик для системы динамической двоичной трансляции QEMU	15
<i>Д. В. Ануфриенко, И. В. Капырин</i>	
Математическое моделирование фильтрации в безнапорных условиях и коллоидного переноса примесей в подземных водах	16
<i>А. В. Арутюнов, Р. Сенгупта, С. Е. Жуковский</i>	
Об условии типа Каристи в (q_1, q_2) -квазиметрических пространствах	17
<i>А. С. Асеев, С. П. Самсонов</i>	
Численное моделирование и оптимизация динамики в модели Калдора	18
<i>Д. В. Багаев, И. Н. Коньшин</i>	
Динамическая оптимизация параметров линейных решателей при моделировании нестационарных процессов	19
<i>А. В. Баев, С. В. Гаврилов</i>	
О решении одной обратной задачи рассеяния в нестационарной среде	21
<i>В. В. Балашов, Е. А. Антипина</i>	
Схема с обратной связью для планирования вычислений в модульных системах реального времени	22
<i>В. А. Бахтин, Н. С. Сактаганов</i>	
Эффективность выполнения DVMH-программ	23
<i>А. Г. Белов</i>	
Вычислительный код SSB расчета доверительных областей в регрессии	24
<i>А. Г. Белов</i>	
Совместные доверительные полосы для среднего значения повторных наблюдений	25

<i>Т. В. Белянкина, Т. А. Кочемасова</i>	
Исследование эффективности оценивания непрерывных стохастических процессов простейшего вида	26
<i>С. В. Богомолов, Д. А. Заричанский, И. В. Павлов</i>	
Разрывный метод частиц для двумерного уравнения Бюргерса	27
<i>С. В. Богомолов, Е. А. Леонов</i>	
Численное решение задачи стохастического оптимального управления: применение к моделям экономического роста	28
<i>С. В. Богомолов, Ж. Р. Серкулов, Н. Б. Досмаганбетова</i>	
Двумерная стохастическая модель распределения богатства	29
<i>А. Я. Буничева, Д. В. Василенко, С. И. Мухин, О. Б. Панина, А. Е. Парфенов</i>	
Математическое моделирование маточного кровообращения	30
<i>Ю. В. Василевский, С. С. Симаков, А. Е. Тимофеев</i>	
Интеграция модели имплантируемого роторного насоса крови в модель кровообращения	31
<i>А. Д. Васильченко, А. В. Мещеряков, С. В. Герасимов</i>	
Применение сверточных нейронных сетей в задаче детектирования астрономических объектов на рентгеновских изображениях	32
<i>Ю. С. Владимирова, Х. Рамиль Альварес</i>	
К 60-летию троичной ЭВМ «Сетунь»: аппаратура и программное обеспечение	33
<i>Д. Ю. Волканов, Ю. А. Скобцова, Р. Л. Смелянский</i>	
Обзор подходов к созданию сетевого процессорного устройства	34
<i>А. А. Вороненко, А. С. Окунева</i>	
Универсальные функции для классов, содержащих линейные функции двух переменных	35
<i>М. О. Воронцов, А. А. Кудрявцев</i>	
Гамма-экспоненциальная функция и смеси обобщенных гамма-распределений	36
<i>И. В. Востриков</i>	
О задаче импульсного управления для системы с запаздыванием.	37
<i>А. А. Вылиток, Н. А. Лобосов</i>	
Ограниченные L-графы и их свойства	38
<i>Д. Ю. Голембиовский, В. М. Добровольский</i>	
Построение портфеля ОФЗ с выпуклой функцией стоимости.	39

<i>Д. Ю. Голембиовский, А. С. Павлов</i> Генерация сценарной решетки для алгоритма стохастического двойственного динамического программирования с помощью методов классификации данных.	40
<i>Д. Ю. Голембиовский, Д. А. Сметанин</i> Модифицированный алгоритм стохастического двойственного динамического программирования для решения задач многоэтапного стохастического программирования	41
<i>В. М. Головизнин, Н. А. Афанасьев</i> Схема КАБАРЕ для уравнений мелкой воды в случае трансзвуковых течений	42
<i>В. М. Головизнин, Д. Ю. Горбачев</i> Балансно-характеристический метод 2 порядка точности для решения простейшего двумерного уравнения переноса на треугольной сетке	43
<i>О. И. Гончаров</i> Алгоритм назначения нулей для линейных динамических систем с несколькими входами	44
<i>В. П. Горьков, Н. Л. Григоренко</i> Об одной задаче управления для Вольтерровской модели конкуренции	45
<i>С. М. Гудков, Н. М. Новикова</i> Свойства процедуры вето-голосования при смешанном поведении участников	46
<i>С. И. Гуров, Г. В. Кормаков</i> Синтез сбоеустойчивых обратимых схем	47
<i>П. Н. Девянин, В. В. Кулямин, А. К. Петренко, А. В. Хорошилов, И. В. Щепетков</i> Формальное моделирование механизмов управления доступом в современных операционных системах	49
<i>В. Н. Денисов</i> Об экспоненциальной скорости стабилизации решения задачи Коши для параболического уравнения с растущими старшими коэффициентами	50
<i>Д. В. Денисов, Е. Г. Агаджанян</i> Об одной задаче максимизации прибыли	50
<i>В. И. Дмитриев, В. В. Лопушенко</i> Спектральный метод в задаче зондирования слоисто-неоднородных сред	52
<i>А. В. Дмитрук, Н. А. Мануйлович</i> О минимизации вырожденных квадратичных функционалов	53

<i>Л. В. Дородницын, А. В. Александров, А. П. Дубень</i> Генерация стохастического турбулентного поля и моделирование его временной эволюции	54
<i>С. В. Дрожжин, А. С. Братусь</i> Математическая модель эволюции двойного гиперцикла	54
<i>В. А. Егоренков, М. М. Логинова, В. А. Трофимов</i> Трехстадийный итерационный метод для 3D нестационарных задач эволюции лазеро-индуцированной плазмы полупроводника и сравнение его эффективности с методами расщепления	55
<i>Г. Г. Еленин, Т. Г. Еленина</i> Численные методы решения задачи о рассеянии на силовом центре	56
<i>В. Б. Захаров, А. И. Мостяев</i> Современные парадигмы программирования на основе языков Kotlin и Swift	57
<i>В. Б. Захаров, А. В. Пославский</i> Использование нейросетей для решения задачи распознавания фигур на шахматной доске	58
<i>Т. В. Захарова, И. М. Меньших</i> Об асимптотически оптимальных размещениях станций обслуживания на прямой	60
<i>Т. В. Захарова, Т. А. Южаков</i> Прогнозирование курса криптовалют на основе рекуррентных нейронных сетей и нахождение аналитического вида ошибки модели в виде смеси нормальных распределений	61
<i>В. Н. Игнатьев, М. В. Беляев</i> Средства достижения масштабируемости инструмента статического поиска ошибок в программах на языке C#	62
<i>А. В. Ильин, Е. И. Атамась</i> О робастности методов поиска ограниченных решений неустойчивых уравнений.	63
<i>А. С. Ильинский</i> Резонансное рассеяние в волноводе	64
<i>М. А. Казачук, М. И. Петровский, И. В. Машечкин</i> Применение нечеткой кластеризации в задаче динамической аутентификации пользователей по клавиатурному почерку	64
<i>Д. В. Камзолкин</i> Задача максимизации прибыли для упрощенной блочной модели разработки открытого карьера	65

<i>Н. Ю. Капустин</i> Задача Трикоми для вырожденного парабола-гиперболического уравнения	66
<i>Ю. Н. Киселёв, С. Н. Аввакумов, М. В. Орлов, С. М. Орлов</i> Универсальный вид особого луча в моделях многосекторной экономики	67
<i>А. С. Колганов, В. А. Крюков, С. В. Яшин</i> Автоматизация инкрементального распараллеливания Фортран-программ в системе САПФОР	68
<i>М. В. Коровина</i> Проблема Пуанкаре и классификация иррегулярных особых точек для линейных дифференциальных уравнений с голоморфными коэффициентами	69
<i>А. В. Краев</i> Некоторые подходы к организации коммуникации с пользователем в системах диалогового режима на примере учебно-аттестационного комплекса «Электронный Балл»	70
<i>М. А. Кривов, С. Г. Елизаров</i> Реализация операций над B^+ деревьями для массивно-параллельного процессора MALT-D	71
<i>В. А. Кубышкин, С. И. Мухин, А. Б. Хруленко, А. Ф. Рубина, Т. Р. Жалеев</i> Математическое моделирование патологий паренхимы печени	72
<i>А. В. Кулагин, В. Ю. Ладунов, Н. А. Сковорода, Н. Б. Викторова, Ю. И. Ожигов</i> Ансамбли возбужденных атомов в одномодовых резонаторах	73
<i>Е. Д. Куретова</i> Математическое моделирование нагрева плазмы в магнитной трубке на ранней фазе солнечных вспышек	74
<i>Е. Д. Куретова</i> О формировании локализованных структур, развивающихся в режиме с обострением на ненулевом фоне в цилиндрической трубке	75
<i>А. А. Липатьев, В. В. Ульянов</i> Неасимптотический анализ статистик MANOVA для данных большой размерности	76
<i>Л. Н. Лукьянова</i> Линейная нестационарная задача терминального управления с фазовым ограничением	77
<i>Д. В. Маркин, А. С. Братусь</i> Математическая модель эволюции в условиях множественности фенотипов и конкурентного взаимодействия видов	78

<i>В. В. Морозов, В. Ю. Решетов, А. А. Лыков</i>	
Решение двух игровых моделей распределения ресурсов	79
<i>В. В. Морозов, М. С. Холмогорова</i>	
Оценка бесконечного американского стрэнгл-опциона	80
<i>Д. Е. Намиот, И. П. Макарычев</i>	
Использование Physical Web как расширения социальных сетей	81
<i>Е. В. Никитина</i>	
О математических моделях проектирования линий передач с микроструктурой в промышленной электронике	82
<i>И. М. Никольский</i>	
Об исследовании энергопотребления в беспроводных сенсорных сетях	83
<i>М. С. Никольский</i>	
Методы оценивания множеств достижимости управляемых объектов сверху	84
<i>Е. А. Павельева, М. А. Проценко</i>	
Использование метода фазовой конгруэнтности в задаче сопоставления ключевых точек изображений	85
<i>Д. С. Павлов, В. А. Фролов</i>	
Генерация синтетических данных движений человека для приложений машинного обучения	86
<i>В. А. Падарян, М. Г. Бакулин, Д. И. Егоров</i>	
О применимости динамического анализа помеченных данных при полносистемной эмуляции	87
<i>Г. В. Парадеженко, Н. Б. Мельников, Б. И. Резер</i>	
Метод продолжения по параметру в динамической теории спиновых флуктуаций	88
<i>В. Н. Пашков</i>	
Отказоустойчивая распределенная платформа управления для программно-конфигурируемых сетей	89
<i>В. Н. Пашков, А. А. Курдюкова</i>	
Об алгоритме кэширования информационных объектов в сетях доставки контента на основе прогнозирования их популярности	90
<i>В. Н. Пашков, Ю. А. Скобцова</i>	
Прогнозирование нагрузки контроллера в программно-конфигурируемой сети	91
<i>М. И. Петровский, М. Н. Чукунов</i>	
Обнаружение онлайн экстремизма с использованием информации о структуре связей в социальной сети	92

<i>Н. М. Пинаева, В. А. Антоненко</i> Разработка системы мониторинга соединений с непостоянной пропускной способностью	93
<i>И. И. Поспелова, С. В. Кононов, М. Г. Некрасова</i> Результаты применения различающихся сверток в многокритериальной игре с нулевой суммой	94
<i>В. Ю. Решетов, А. Г. Перевозчиков, И. Е. Яночкин</i> Игра «нападение-оборона» на сетях с начальными остатками ресурсов сторон	95
<i>Р. С. Савинков, Г. А. Бочаров</i> Разработка ПО для решения задач математического моделирования клеточной динамики и иммунных процессов	96
<i>А. М. Савчук, И. В. Садовнича</i> О свойствах операторной группы, порожденной одномерной системой Дирака	97
<i>С. Н. Селезнева</i> Проверка выполнимости полиномов по составному модулю	98
<i>С. Н. Селезнева, Лю Юнцин</i> Расшифровка монотонных функций с искажениями	99
<i>С. Н. Селезнева, М. В. Мельник</i> Раскраски псевдорегулярных графов	100
<i>В. А. Серебряков, Е. К. Синельникова</i> Методы семантического аннотирования и категоризации статей математической энциклопедии	101
<i>М. А. Синякова, Е. П. Степанов</i> Анализ задержки потоков виртуального пласта в программно-конфигурируемой сети с помощью стохастического сетевого исчисления	102
<i>С. В. Степаненко, А. В. Разгулин, В. А. Трофимов</i> Некоторые точные решения обобщенного уравнения Шрёдингера	103
<i>Е. П. Степанов</i> Эффективность демультимплексирования транспортных соединений: анализ проблемы	104
<i>I. V. Tikhonov, Vu Nguyen Son Tung</i> Applications of superstable semigroups in inverse and nonlocal problems	105
<i>П. А. Точилин, А. А. Атанесян</i> Задача стабилизации для системы с переключениями	106

<i>Ю. В. Троицев</i>	
Оптимизированная вероятностная модель пористого фильтра и результаты расчетов	107
<i>Д. Ю. Турдаков, Ю. С. Трофимович, А. О. Варламова</i>	
Исследование влияния согласия аннотаторов на качество размечаемой коллекции данных	108
<i>А. С. Фурсов, Ю. М. Мосолова</i>	
Стабилизация переключаемой интервальной линейной системы цифровым регулятором	109
<i>Е. Н. Хайлов, А. Д. Клименкова, А. Коробейников</i>	
Оптимальные стратегии лечения раковых заболеваний с помощью одновременного уничтожения и подавления деления раковых клеток в модели конкуренции Лотки-Вольтерры	111
<i>А. В. Хвостиков, А. С. Крылов</i>	
Гибридный метод сегментации гистологических изображений	112
<i>М. В. Чистолинов, В. В. Балашов</i>	
Архитектура перспективного имитационного комплекса	113
<i>О. В. Шестаков, П. С. Попёнова</i>	
Гибридная пороговая обработка вейвлет-коэффициентов	114
<i>И. А. Широков</i>	
Исследование особенностей дозвукового обтекания осесимметричной модели на основе регуляризованных уравнений	115
<i>М. С. Шуплецов, С. В. Илларионова</i>	
Оптимизация решения задачи выполнимости булевых формул методами машинного обучения	116
<i>А. А. Шекалев, В. В. Китов</i>	
Стилизация изображений с адаптацией к центральным объектам сцены.	117
Авторский указатель	119

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА СЕТЕВЫХ ГРАФИКОВ В УПРАВЛЕНИИ ПРОЕКТАМИ

**Абрамов Владимир Геннадьевич, Горячая Илона Владимировна,
Пучкин Данила Андреевич**

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vlabr@cs.msu.ru, g-ilona@mail.ru,
danila.puchkin@mail.ru

Одной из проблем сетевого планирования в управлении проектами является оценка качества построенного для проекта сетевого графика [1]. В работе предложен метод оценки качества сетевого графика проекта с помощью математического функционала.

Данный функционал был получен в работе [2] на основе прямого анализа сетевых графиков с существенным использованием эвристик сетевого планирования в управлении проектами. Анализ графов проводился путем представления их в виде ярусно-параллельной формы [3] и использования их ярусных срезов [2]. Исследование показало, что проводить прямой анализ сетевых графиков с более чем 6 операциями неэффективно, так как зависимость числа сетевых графиков от количества операций проекта хуже, чем экспоненциальная. Поэтому построенный функционал был получен на основе анализа графов, отвечающих сетевым графикам с числом операций, не превышающим 6. Функционал, вычисляющий оценку качества графа соответствующего сетевого графика, имеет следующий вид:

$$F(G) = \begin{cases} F(g), & |g| = |G|, g \subseteq G, \\ n \cdot p \cdot \frac{\sum_{i=1}^{lc} lc_i \cdot i}{e^{lc}} \cdot \frac{1}{\ln(1 + \sum_{v_i \in V} w(v_i) \cdot d(v_i) \cdot l(v_i))}, & \text{иначе} \end{cases},$$

где G — граф сетевого графика, n — число ребер графа G , p — число путей графа G от начальной вершины до конечной, lc — число ярусных срезов графа G , lc_i — мощность ярусного среза с номером i графа G , V — множество вершин графа G , $w(v_i)$ — вес вершины v_i , $d(v_i)$ — степень вершины v_i , $l(v_i)$ — номер яруса вершины v_i .

Для оценки сетевых графиков с произвольным числом операций был предложен алгоритм, основанный на декомпозиции сетевого графика в подграфы с числом вершин, не превышающим 6. Алгоритм позволяет получать числовую оценку качества сетевого графика с произвольным количеством вершин.

Данный метод был реализован программно, и его корректность была подтверждена вычислительными экспериментами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Эрик У. Ларсон, Клиффорд Ф. Грей. Управление проектами: учебник: пер. с англ. пятого, полн. перераб. изд.: доп. тит. л. англ.: пер. В. В. Дедюхин. М.: Изд-во «Дело и сервис», 2013. 784 с.
- [2] Пучкин Д. А. Анализ и исследование свойств сетевых графиков в управлении проектами // Сборник тезисов лучших выпускных квалификационных работ факультета ВМК МГУ 2017 года / Сост.: Капалин И. В., Шевцова И. Г. М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М. В. Ломоносова; МАКС Пресс, 2017. С. 111.
- [3] Комбинаторно-логические задачи синтеза разбиений параллельных алгоритмов логического управления при проектировании логических мультиконтроллеров / Э. И. Ватугин, И. В. Зотов, В. С. Титов и др. Курск: Изд-во КурскГТУ, 2010. 200 с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ СКАЛЯРНЫХ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЛН НА КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫХ ВКЛЮЧЕНИЯХ

Абухович Станислав Викторович¹, Сетуха Алексей Викторович²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: rus. abaaac@gmail. com

² Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: setuhaav@rambler. ru

Рассматривается задача о рассеянии плоской монохроматической волны на системе однородных непересекающихся включений. Однородное включение моделируется как область, ограниченная замкнутой гладкой поверхностью, в которой скорость звука отличается от скорости звука во внешней среде. В результате решается краевая задача сопряжения для уравнения Гельмгольца.

В случае, когда длина волны много меньше характерных размеров отражающих объектов, хорошо работают методы физической оптики и асимптотические методы. Однако в случае, когда длина волны сопоставима с размерами объектов, необходимо формулировать и численно решать внешние краевые задачи для волновых полей в пространственных областях вне тел.

В данной работе численное решение ищется с помощью применения метода граничных интегральных уравнений, из-за следующих преимуществ: простота реализации, меньшая вычислительная сложность, по сравнению с сеточными и конечно-элементными методами, применимость на системах поверхностей произвольной сложной формы, отсутствует проблема увеличения расчетной области для выполнения условия на бесконечности — условия на бесконечности выполнены автоматически.

В работе использовался подход, при котором интегральные уравнения записываются на основе формулы Грина, связывающей решение уравнения Гельм-

гольца в области с краевыми значениями этого решения и его нормальной производной на границе. В результате возникает система уравнений Фредгольма второго рода на граничных поверхностях.

ПРЕДМЕТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ОТЛАДЧИК ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ДВОИЧНОЙ ТРАНСЛЯЦИИ QEMU

**Аветисян Арутюн Ишханович, Батузов Кирилл Андреевич,
Минибаев Евгений Маратович**

МГУ, ИСП РАН, e-mail: e-mail: arut@ispras.ru, batuzovk@ispras.ru, minibaev@ispras.ru

Программная эмуляция вычислительных систем является важным инструментом, разработки и тестирования ПО [1]. С помощью эмулятора возможно анализировать состояние гостевой системы в определённые моменты времени. Одной из наиболее популярных систем, поддерживающей большое количество архитектур, является эмулятор QEMU [2].

QEMU использует динамическую двоичную трансляцию на основе промежуточного представления TCG. Добавление поддержки новой гостевой архитектуры заключается в написании данной архитектуры во внутреннее представление эмулятора. Для тестирования реализации необходимо проверить корректность полученных в ходе трансляции гостевых, промежуточных и целевых инструкций, но возможность самоотладки эмулятора очень ограничены.

Для упрощения разработки транслятора предложен предметно-ориентированный [3] отладчик для QEMU, который работает на нескольких уровнях представления кода. В отладчике используется сопоставление диапазонов инструкций, схожее с подходом традиционных отладчиков. Пользователю доступно три представления: гостевой, TCG и целевой уровни. Таким образом возможно явно проконтролировать выполнение кода в каждом из них в течении одной отладочной сессии с помощью пошагового исполнения, а также получить доступ к данным на каждом уровне двоичной трансляции.

Во время работы эмулятор находится под отладкой, тем самым имеется полный контроль над ним. Инструмент при этом выполняется в отдельном процессе и взаимодействует с отладчиком. Отслеживание процесса трансляции достигается с помощью точек останова в ключевых моментах. Отладчику доступен машинный код и регистры основной машины, а предложенный инструмент позволяет интерпретировать эти данные, повысив их уровень представления. Предметно-ориентированный отладчик хранит соответствие между тремя упорядоченными множествами для гостевых, TCG и целевых инструкций. В процессе исполнения кода считывается информация: вначале об отображении гостевых инструкций, а затем о трансляции TCG. При каждом этапе трансляции запоминается соответствие между гостевыми регистрами, переменными

TCG и регистрами целевой машины. В общем случае такой подход расширяем для произвольного количества этапов трансляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] King S. T., Dunlap G. W., Chen P. M. Debugging operating systems with time-traveling virtual machines // Proceedings of the USENIX Annual Technical Conference, 2005. P. 1–1.
- [2] Bellard F. QEMU, a fast and portable dynamic translator // USENIX Annual Technical Conference, FREENIX Track, 2005. P. 41–46.
- [3] Chiş A., Denker M., Gîrba T., Nierstrasz O. Practical domain-specific debuggers using the Moldable Debugger framework // Computer Languages, Systems & Structures, 2015. P. 89–113.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ В БЕЗНАПОРНЫХ УСЛОВИЯХ И КОЛЛОИДНОГО ПЕРЕНОСА ПРИМЕСЕЙ В ПОДЗЕМНЫХ ВОДАХ

Ануприенко Денис Валерьевич¹, Капырин Иван Викторович²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: denis-anuprienko@yandex.ru

² ИВМ РАН, ИБРАЭ РАН, e-mail: ivan.kapyrin@gmail.com

Математическое моделирование в настоящее время является одним из основных инструментов оценки безопасности захоронений радиоактивных отходов. Для этих целей в настоящее время в ИВМ РАН и ИБРАЭ РАН разрабатывается программный комплекс GeRa (Геомиграция Радионуклидов) [1]. В GeRa доступны различные модели фильтрации и переноса, в этой работе рассматриваются две из них.

Модель фильтрации в безнапорных условиях [2] применяется для объектов, расположенных в приповерхностной зоне, где поры среды заполнены водой частично, и описывается уравнением Ричардса. Для связи влагосодержания, напора и относительной проницаемости используются кусочно-линейные функции, требующие меньше параметров по сравнению с нелинейными функциями, применяемыми в других моделях.

Модель коллоидного переноса разрабатывается для учета эффекта ускоренного переноса загрязнений в сорбированном виде на поверхности коллоидов – частиц размером 1 – 1000 нм, попадающих в подземные воды в результате выветривания пород или разрушения инженерных барьеров. Модель основывается на уравнениях адвекции–диффузии–дисперсии с дополнительными членами, описывающими сорбционные взаимодействия.

Для численного решения применяются различные схемы метода конечных объемов (МКО) на неструктурированных сетках в сочетании с полностью

неявной схемой по времени, для уравнений переноса также доступны явно-неявные схемы расщепления. Дискретизация уравнения Ричардса приводит к системе нелинейных уравнений относительно сеточных неизвестных, для решения которой используются итерационные методы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Интегральный код GeRa для обоснования безопасности захоронения радиоактивных отходов / И. В. Капырин, В. А. Иванов, Г. В. Копытов, С. С. Уткин // Горный журнал. 2015. №. 10. С. 44–50.
- [2] D. V. Anuprienko, I. V. Kapurin. Modeling Groundwater Flow in Unconfined Conditions: Numerical Model and Solvers' Efficiency // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2018. Vol. 39, Iss. 7. P. 867–873.

ОБ УСЛОВИИ ТИПА КАРИСТИ В (q_1, q_2)-КВАЗИМЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

Арутюнов А. В.¹, Сенгупта Р.², Жуковский С. Е.³

¹ Кафедра системного анализа ВМК МГУ, e-mail: arutyunov@cs.msu.ru

² Российский университет дружбы народов, e-mail: veryricheek@hotmail.com

³ Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, e-mail: s-e-zhuk@yandex.ru

Пусть задано множество X и действительные числа $q_1, q_2 \geq 1$.

Определение. Функция $\rho: X \times X \rightarrow \mathbb{R}_+$, такая что $\rho(x, y) = 0 \iff x = y$, называется (q_1, q_2) -квазиметрикой, если выполняется (q_1, q_2) обобщенное неравенство треугольника, т. е.

$$\rho(x, z) \leq q_1 \rho(x, y) + q_2 \rho(y, z) \quad \forall x, y, z \in X.$$

Пусть (X, ρ) – (q_1, q_2) -квазиметрическое пространство, определим топологию в нем стандартным образом. Наша задача состоит в том, чтобы получить достаточные условия для того, чтобы полунепрерывная функция, ограниченная снизу, определенная на (q_1, q_2) -квазиметрическом пространстве достигала минимума. Для этого нам понадобится, обобщение условия типа Каристи.

Пусть дана полунепрерывная снизу ограниченная функция $U: X \rightarrow \mathbb{R}$, положительное число k и число γ такое, что $\gamma \leq U(x)$ для любых $x \in X$.

Определение. Функция U удовлетворяет условию типа Каристи с константой k , если

$$\forall x \in X: \quad \gamma < U(x) \quad \exists x' \in X \setminus \{x\}: \quad q_2 U(x') + k q_1 \rho(x, x') \leq U(x) + (q_2 - 1) \gamma.$$

Обозначим через $B(x_0, r)$ замкнутый шар в X с центром в точке x , радиуса r , т. е.

$$B(x_0, r) = \{x \in X: \rho(x_0, x) \leq r\} \quad \forall x_0 \in X, \quad \forall r \geq 0.$$

Обозначим через $\text{cl}B(x_0, r)$ замыкание множества $B(x_0, r)$ в стандартной топологии (q_1, q_2) -квазиметрического пространства.

Теорема 1. Пусть (X, ρ) полное (q_1, q_2) -квазиметрическое пространство, $q_2 > 1$ и U удовлетворяет условию типа Каристи с константой k . Тогда для любой точки $x_0 \in X$, существует точка $\bar{x} \in X$ такая, что

$$U(\bar{x}) = \gamma, \quad \bar{x} \in \text{cl}B\left(x_0, \frac{U(x_0) - \gamma}{k}\right).$$

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 17-11-01168).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Арутюнов А. В. Условие Каристи и существование минимума ограниченной снизу функции в метрическом пространстве. Приложения к теории точек совпадения // Тр. МИАН, 2015, Т. 291, С. 30–44.
- [2] Арутюнов А. В., Грешнов А. В. (q_1, q_2) -квазиметрические пространства. Накрывающие отображения и точки совпадения // Изв. РАН. Сер. матем., 2018. 82:2, С. 3–32.
- [3] Арутюнов А. В., Жуковский С. Е. Вариационные принципы в нелинейном анализе и их обобщение, Матем. заметки, 103:6 (2018), С. 948–954.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИКИ В МОДЕЛИ КАЛДОРА

Асеев Антон Сергеевич, Самсонов Сергей Петрович

Кафедра оптимального управления, e-mail: anton.ser.as@gmail.com, samsonov@cs.msu.su

Рассмотрим следующую управляемую версию модели Калдора (см. [1]):

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t) &= \alpha [I(Y(t), K(t)) - (1 - u(t))S(Y(t))], \\ \dot{K}(t) &= I(Y(t), K(t)) - \delta K(t). \end{aligned}$$

Здесь $Y(t)$ и $K(t)$ — величины национального дохода и основных производственных фондов (капитала) в момент $t \geq 0$, $\alpha > 0$ — поправочный коэффициент, характеризующий скорость реакции системы, $\delta > 0$ — норма амортизации основных фондов. Функции инвестиций $I(Y, K)$, $Y, K \geq 0$, и сбережений $S(Y)$, $Y \geq 0$, имеют следующий вид:

$$I(Y, K) = \begin{cases} I(Y) - \beta K & \text{при } K \leq \frac{I(Y)}{\beta}, \\ 0 & \text{при } K > \frac{I(Y)}{\beta}, \end{cases} \quad S(Y) = \gamma Y,$$

где $\beta > 0$, $0 < \gamma < 1$, а функция $I(Y)$ — логистическая, т. е. такая положительная дважды непрерывно дифференцируемая функция, что $I(0) = I_0 > 0$, $\lim_{Y \rightarrow \infty} I(Y) = I_\infty < \infty$, $I'(Y) > 0$ и существует такое $\hat{Y} > 0$, что $I''(Y) > 0$ при $Y < \hat{Y}$ и $I''(Y) < 0$ при $Y > \hat{Y}$. Начальные значения $Y(0) = Y_0 \geq 0$ и $K(0) = K_0 \geq 0$ считаются известными. В качестве допустимых управлений рассматриваются все измеримые по Лебегу функции $u: [0, \infty) \mapsto [0, 1]$. В этом случае величина $u(t)$ характеризует долю сбережений $u(t)S(t) = \gamma u(t)Y(t)$, перераспределяемую центральным планирующим органом (государством) в потребление $Y(t) - (1 - u(t))S(t)$ в момент $t \geq 0$ за счет проводимой политики управления сбережениями, посредством стимулирования спроса.

Рассматриваются задачи оптимизации динамики в управляемой модели Калдора: задача с интегральным функционалом и задача быстрого действия. Обсуждается подход к численному решению, основанный на принципе максимума Понтрягина [2]. Показано, что оптимизация динамики улучшает экономические показатели системы по сравнению с неуправляемым случаем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Kaldor N. A model of trade cycle // The Economic Journal, 1940. Vol. 50, No. 197. pp. 78–92.
- [2] Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко . М.: Физматгиз, 1961.

ДИНАМИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНЫХ РЕШАТЕЛЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Багаев Дмитрий Владиславович¹, Коньшин Игорь Николаевич²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: bvdmitri@gmail.com

² Институт вычислительной математики, e-mail: ikonshin@gmail.com

Рассмотрена задача оптимизации параметров линейных решателей при моделировании нестационарных процессов. Выбор оптимальных параметров для различных линейных решателей может в значительной мере ускорить решение линейных систем и снизить общее время моделирования. В данной работе мы представляем стратегии и алгоритмы изменения параметров во время моделирования нестационарных процессов. Для численных экспериментов использовался программный пакет INMOST с линейным решателем BIILU2.

- Было изучено влияние выбора параметров на время решения линейных систем и общее время моделирования.
- Изучены стратегии и алгоритмы по оптимизации параметров линейных решателей в реальном времени

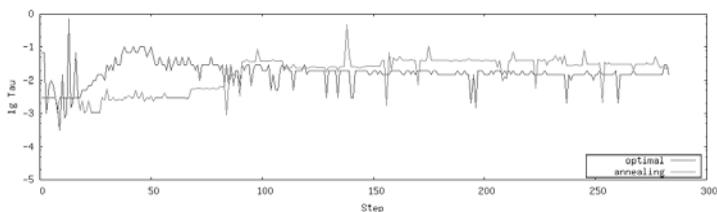


Рис. 1: Пример работы одного из алгоритмов по нахождению оптимального параметра τ линейного решателя ВІІLU2 в ходе моделирования нестационарного процесса.

— Выбранные алгоритмы оптимизации были протестированы на реальных задачах Института Вычислительной Математики

В нашей работе мы показали, что представленные алгоритмы оптимизации выдают более оптимальные параметры в ходе моделирования, чем использование предустановленного набора параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bagaev D. V, Konshin I. N, Nikitin K. D. Dynamic Optimization of Linear Solver Parameters in Mathematical Modelling of Unsteady Processes // Russian Supercomputing Days, Moscow, 2017. Communications in Computer and Information Science, vol 793. Springer, Cham
- [2] Nikitin K. D, Terekhov K. M, Vassilevski Y. V. A monotone nonlinear finite volume method for diffusion equations and multiphase flows. // *Comp. Geosciences* V. 18, No. 3, 311–324 (2014)
- [3] Kapurin I. E, Konshin I. N. A parallel block overlap preconditioning with inexact submatrix inversion for linear elasticity problems. // *Numer. Linear Algebra Appl.* V. 9, N. 2, 141–162 (2002)
- [4] Bhowmick S., Eijkhout V., Freund Y., Fuentes E., Keyes D. Application of Machine Learning to the Selection of Sparse Linear Solvers // *Int. J. High Performance Computing Applications*, 1–24 (2006)
- [5] Mishev I. D, Beckner B. L, Terekhov S. A, Fedorova N. Linear solver performance optimization in reservoir simulation studies. Society of Petroleum Engineers. // *SPE Reservoir Simulation Symposium*, The Woodlands, Texas, 1–9 (2009)
- [6] Voronov V. Yu, Popova N. N. Automatic performance tuning approach for parallel applications based on sparse linear solvers. // *Advances in Parallel Computing*, Vol. 19, IOS Press, 415–422 (2010)
- [7] Kotthoff L. Algorithm Selection for Combinatorial Search Problems // *A Survey. Data Mining and Constraint Programming*, 149–190 (2016)

О РЕШЕНИИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЕ

Баев Андрей Владимирович¹, Гаврилов Сергей Вадимович²

¹ Кафедра математической физики, e-mail: drbaev@mail.ru

² Кафедра математической физики, e-mail: gvr1serg@gmail.com

Рассмотрим гиперболическую систему уравнений в частных производных, описывающую распространение звуковых волн в трубке:

$$\rho_0(t)s_t + p_x = 0, \quad p_t + \rho_0(t)s_x = 0, \quad (1)$$

где $s(x, t)$ — скорость малых смещений среды, $p(x, t)$ — флуктуации давления. Работа посвящена решению обратной задачи, состоящей в определении функции $\rho_0(t)$ по данным рассеяния — акустическим волнам, рассеянным полупрямой $x > 0$ с изменяющейся во времени t плотностью ρ_0 .

Системе (1) сопоставим эквивалентную каноническую систему в римановых инвариантах (нестационарную систему Дирака):

$$v_t + v_x + z(t)u = 0, \quad u_t - u_x + z(t)v = 0, \quad z(t) = -\rho_0'(t)/(2\rho_0(t)). \quad (2)$$

Римановы инварианты v , u имеют физический смысл волн, распространяющихся вправо и влево вдоль оси x .

Поставим следующую начально-краевую задачу (*прямая задача рассеяния*) для системы (2) при $x, t > 0$:

$$v(x, 0) = u(x, 0) = 0, \quad x > 0, \quad v(0, t) = \varphi(t), \quad t \geq 0, \quad (3)$$

где $\varphi(t)$ — источник в граничном условии. В данной работе рассматриваются граничные источники $\varphi(t)$ из класса $\bar{C}^1[0, \infty)$ кусочно-гладких функций таких, что в конечном числе точек t_n потери гладкости либо имеет место разрыв непрерывности первого рода, либо $\varphi \in C^p(\mathcal{O}(t_n)) \setminus C^{p+\gamma}(\mathcal{O}(t_n))$ для некоторого $p \in (0, 1)$ и любого $\gamma > 0$ в некоторой окрестности $\mathcal{O}(t_n)$ точки t_n . Обозначим указанный класс функций как $\bar{C}^{1,p}[0, \infty)$ для $0 \leq p < 1$.

Рассмотрим *обратную задачу рассеяния* для (2,3) в T -локальной формулировке: найти $z \in C[0, 2T]$ при известном граничном источнике $\varphi \in \bar{C}^{1,p}[0, 2T]$ и данных рассеяния $u(0, t) = f(t)$, $f \in C^1[0, 2T]$.

Теорема 1. Пусть $\varphi(t)$ принадлежит на $[0, 2T]$ указанному классу функций. Тогда обратная задача рассеяния имеет на $[0, 2T]$ не более одного непрерывного решения.

На базе установленных в работе условий единственности решения обратной задачи рассеяния предложен численный алгоритм решения, основанный на методе обращения разностных схем и итерационном методе, и приведены некоторые результаты его применения для решения модельных задач.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 17-01-00525, в рамках бюджета ф-та ВМК, гос. рег. № АААА-А16-116021510092-2.

СХЕМА С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ДЛЯ ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ В МОДУЛЬНЫХ СИСТЕМАХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Балашов Василий Викторович, Антипина Екатерина Андреевна

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: hbd@cs.msu.su,
antipantipovych@gmail.com

Современные модульные вычислительные системы реального времени (МВС РВ) состоят из набора стандартизированных модулей, соединенных коммутируемой сетью передачи данных (СПД) с поддержкой виртуальных каналов (FC-AE-ASM-RT, AFDX). Вычислительная нагрузка для МВС РВ представляет из себя набор взаимосвязанных периодических работ, сгруппированных в разделы. Передача сообщений между работами, выполняющимися на разных модулях, вносит вклад в загрузку СПД.

Планирование вычислений в МВС РВ состоит из трех фаз: распределение разделов по модулям и процессорным ядрам; настройка СПД и конфигурирование виртуальных каналов для каждого потока данных; построение для каждого ядра расписания окон (временных интервалов) выполнения разделов. Для каждой фазы задаются ограничения (максимальные загрузки ядер, максимальные длительности передач сообщений и т. д.), которые необходимо учитывать при решении соответствующей задачи [1].

Последовательное решение задач каждой фазы не всегда позволяет спланировать выполнение всех работ, поскольку нет возможности задавать на каждом их этапов достаточно точные значения ограничений, а также выбирать подходящие критерии оптимизации. Например, слишком большая задержка на передачу нескольких сообщений между взаимосвязанными работами может привести к невозможности выполнения одной из работ в ее директивные сроки.

В докладе представлен алгоритм с обратной связью, который осуществляет анализ произошедших неудач на каждой из описанных фаз, уточнение входных ограничений для предшествующих шагов на основе проведенного анализа и их повторное выполнение.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-00614).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Балашов В. В. Семейство систем автоматизации проектирования бортовых вычислительных систем реального времени // Программные продукты, системы и алгоритмы. 2017. № 4. С. 1–19.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ DVMH-ПРОГРАММ

Бахтин Владимир Александрович¹, Сактаганов Нуржан Сарсенулы²

¹ Кафедра системного программирования, ИПМ им М.В. Келдыша РАН, e-mail: bakhtin@keldysh.ru

² Кафедра системного программирования, e-mail: nur92world@mail.ru

Для отладки эффективности параллельных программ в DVM-системе [1] используется анализатор производительности, который позволяет получить информацию об основных характеристиках эффективности выполнения программы (или ее частей) на параллельной вычислительной системе.

Модель параллельного программирования DVMH используется для разработки эффективных параллельных программ для кластеров, в узлах которых помимо многоядерных процессоров установлены графические ускорители NVidia или сопроцессоры Intel Xeon Phi [2].

Новая версия анализатора производительности позволяет оценить эффективность выполнения DVMH-программ на ядрах универсального многоядерного процессора, сопроцессора и графического ускорителя. Предложены новые характеристики эффективности для ускорителей, которые могут быть использованы для оценки всевозможных потерь, связанных с:

–копированием данных из памяти центрального процессора в память ускорителя и обратно (при входе и выходе из вычислительного региона);

–приведением переменных в памяти центрального процессора и ускорителя в согласованное состояние (операции ACTUAL/GET_ACTUAL);

–копированием данных для выполнения операций типа SHADOW, REDUCTION, REMOTE, ACROSS;

–выполнением различных динамических оптимизаций (например, реорганизации массивов в памяти ускорителя) [3].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-00889 А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] DVM-система [Электронный ресурс]. URL: <http://dvm-system.org/> (дата обр. 28.02.2019).
- [2] Решение прикладных задач с использованием DVM-системы / В. А. Бахтин, Д. А. Захаров, А. С. Колганов, В. А. Крюков, Н. В. Поддерюгина, М. Н. Притула // Вестник ЮУрГУ. 2019. Т. 8, № 1. С. 89–106. DOI: 10.14529/cmse190106.
- [3] Методы динамической настройки DVMH-программ на кластеры с ускорителями / В. А. Бахтин, А. С. Колганов, В. А. Крюков, Н. В. Поддерюгина, М. Н. Притула // Труды международной конференции «Суперкомпьютерные дни в России», М.: Изд-во МГУ, 2015, С. 257–268.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОД SSB РАСЧЕТА ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ В РЕГРЕССИИ

Белов Андрей Григорьевич

Лаборатория обратных задач, e-mail: belov@cs.msu.ru

Рассматривается задача вычисления поточечных и совместных доверительных областей [1, 2]

$$\left(\hat{y} \mp t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-k} \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{m} + \bar{x}^T A^{-1} \bar{x}} \right), \quad \left(\hat{y} \mp c \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{m} + \bar{x}^T \bar{A}^{-1} \bar{x}} \right) \forall \bar{x} \in D, \quad (1)$$

для среднего значения повторных наблюдений $\bar{y}_m = \bar{e}_m^T \bar{y}_m / m$, регрессии $\bar{x}^T \bar{\beta}$ (при $m \rightarrow \infty$) и отклика $y = \bar{x}^T \bar{\beta} + \varepsilon_1$ (при $m = 1$) в линейной множественной нормальной регрессионной модели $\bar{y} = X \bar{\beta} + \bar{\varepsilon}$, где $D = \{(x_1, \dots, x_k)^T : -\infty \leq a_i \leq x_i \leq b_i \leq \infty, i = 1, \dots, k\}$, $\bar{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$, $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T \sim \mathcal{N}_n(\bar{0}, \sigma^2 I_n)$, $\bar{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_k)^T$, $X \in R^{n \times k}$, $I_n = \text{diag}(1, \dots, 1)$, $\text{rank } X = k$, $k \leq n$, $\bar{y}_m = (y_1, \dots, y_m)^T$ – m повторных наблюдений, $\bar{x} = (x_1, \dots, x_k)^T$, $\bar{e}_m = (1, \dots, 1)^T \in R^m$, $A = X^T X$, $\hat{y} = \bar{x}^T \bar{\beta}$, $\bar{\beta} = A^{-1} X^T \bar{y}$, $\hat{\sigma}^2 = S(\bar{\beta}) / (n - k)$, $t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-k}$ есть $100(1 - \frac{\alpha}{2})\%$ -й квантиль распределения Стьюдента $St(n - k)$, $S(\bar{\beta}) = (\bar{y} - X \bar{\beta})^T (\bar{y} - X \bar{\beta})$.

Для решения задачи (1) написан вычислительный код SSB (Simulation Simultaneous Bands) в среде MatLab версии 7.0.5, в котором реализован численный метод вычисления критического значения c для определения совместного доверительного множества заданного уровня. Программа включает в себя интерфейс, состоящий из двух блоков: импорта данных и задания параметров расчета. Основные вычисляемые оценочные регрессионные характеристики используемой модели записываются в результирующий файл с задаваемым именем.

С помощью SSB проведено численное моделирование и сравнительный анализ поточечных и совместных доверительных интервалов для регрессии, среднего значения повторных откликов и отдельного наблюдения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Белов А. Г. Доверительное прогнозирование среднего значения повторных наблюдений // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2016. № 2. С. 14–19.
- [2] Белов А. Г. Моделирование совместной доверительной полосы среднего значения повторных откликов с прямоугольной областью для предикторов // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2018. № 3. С. 19–23.

СОВМЕСТНЫЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ПОЛОСЫ ДЛЯ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ ПОВТОРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Белов Андрей Григорьевич

Лаборатория обратных задач, e-mail: belov@cs.msu.ru

Рассматривается линейная множественная нормальная регрессионная модель наблюдений: $\vec{y} = X\vec{\beta} + \vec{\varepsilon}$, где $\vec{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$, $\vec{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T \sim \mathcal{N}_n(\vec{0}, \sigma^2 I_n)$, $\vec{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_k)^T$, $X \in R^{n \times k}$, $I_n = \text{diag}(1, \dots, 1)$, $\text{rank } X = k$, $k \leq n$.

Цель исследований заключается в построении альтернативной поточечному аналогу [1] совместной доверительной полосы для среднего $\bar{y}_m = \vec{e}_m^T \vec{y}_m / m$ повторных наблюдений $\vec{y}_m = (y_1, \dots, y_m)^T$ вида

$$\left(\hat{y} \mp c \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{m} + \vec{x}^T A^{-1} \vec{x}} \right) \forall \vec{x} \in D,$$

где $A = X^T X$, $\hat{y} = \vec{x}^T \vec{\beta}$, $\vec{\beta} = A^{-1} X^T \vec{y}$, $\vec{e}_m = (1, \dots, 1)^T$, $\hat{\sigma}^2 = S(\vec{\beta}) / (n - k)$, $S(\vec{\beta}) = (\vec{y} - X\vec{\beta})^T (\vec{y} - X\vec{\beta})$, $D = \{(x_1, \dots, x_k)^T : -\infty \leq a_i \leq x_i \leq b_i \leq \infty, i = 1, \dots, k\}$.

Основная проблема состоит в нахождении критической константы c , определяемой как $P\{T < c\}$, такой, чтобы доверительная полоса имела уровень

$1 - \alpha$, где $T = \sup_{x_i \in [a_i, b_i], i=1, \dots, k} |\hat{y} - \bar{y}_m| / \left(\hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{m} + \vec{x}^T A^{-1} \vec{x}} \right)$. Для вычисления T используется один из алгоритмов [2] решения задачи квадратичного программирования

$$\inf_{\vec{s} \in \Omega} \|\vec{s}\| - \|Z\|^2,$$

где $\Omega = \{\vec{s} : \vec{s} = \gamma \vec{\nu}, \vec{\nu} \in L, \gamma > 0\}$, $L = \{P\vec{x} : x_i \in [a_i, b_i], i = 1, \dots, k\}$, $(X^T X)^{-1} = P^T P$, $P = (\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_k) \in R^{k \times k}$, $Z = (P^T)^{-1} (\vec{\beta} - \vec{\beta}) / \sigma \sim \mathcal{N}_k(\vec{0}, I_k)$.

Проведено численное моделирование и сравнительный анализ совместных доверительных интервалов для регрессии, среднего значения повторных откликов и отдельного наблюдения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Белов А. Г. Доверительное прогнозирование среднего значения повторных наблюдений // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2016. № 2. С. 14–19.
- [2] Liu W., Jamshidian M., Zhang Y., Donnelly J. Simulation-based simultaneous confidence bands in multiple linear regression with predictor variables constrained in intervals // Journal of Computational and Graphical Statistics. 2005. 14. P. 459–484.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОСТЕЙШЕГО ВИДА

Белянкина Татьяна Валерьевна,
Кочемасова Татьяна Александровна

Кафедра исследования операций, e-mail: tbelyank@mail.ru, tkochem96@mail.ru

В литературе по теории оценивания стохастических процессов рассматриваются как различные типы задач оценивания (фильтрация, интерполяция, экстраполяция), так и различные виды стохастических процессов (скалярные и многомерные, непрерывные и дискретные, с наличием и отсутствием памяти в каналах наблюдения с коррелируемыми и некоррелируемыми шумами и др.). Трудность построения оптимального фильтра и его дальнейшего анализа возрастает как при усложнении вида уравнений, которыми описываются ненаблюдаемый и наблюдаемый стохастические процессы, так и при увеличении размерности этих процессов.

В настоящей работе на единой методологической основе теории условных марковских процессов [1] с применением метода семиинвариантных функций [2] проводится исследование задачи фильтрации на примере одномерных и двумерных непрерывных стохастических процессов простейших видов из [3, 4].

В докладе будут представлены оптимальные в среднеквадратическом смысле оценки фильтрации $\mu(t)$ для $x(t)$ и матрицы ковариации ошибок этих оценок $\Gamma(t)$, а также выражения для точности $\epsilon(t)$ оценки $\mu(t)$, которые определяются как след матрицы $\Gamma(t)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гихман И. И., Скороход А. В. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. Киев : Наукова думка, 1982. 612 с.
- [2] Дашевский М. Л., Липцер Р. Ш. Применение условных семиинвариантов в задачах нелинейной фильтрации марковских процессов // Автоматика и телемеханика. 1967. Выпуск 6. С. 63–74.
- [3] Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. М. : Мир, ООО «Издательство АСТ», 2003. 408 с.
- [4] Люю Ю.–Д. Методы и алгоритмы финансовой математики. М. : БИНОМ, Лаборатория знаний, 2007. 751 с.

РАЗРЫВНЫЙ МЕТОД ЧАСТИЦ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА

Богомолов Сергей Владимирович¹, Заричанский Давид Александрович²,
Павлов Илья Витальевич³

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: bogomo@cs.msu.su

² Кафедра математического моделирования, e-mail: zarichanskiy.david@yandex.ru

³ Кафедра вычислительных методов, e-mail: i.pavlov-psu@yandex.ru

Уравнение Бюргерса является модельным для явлений газовой динамики, главной особенностью которых является нелинейный перенос массы, импульса и энергии. Также в уравнении присутствует вторая производная, описывающую диффузию массы или импульса.

Для эффективного численного моделирования линейного и нелинейного переноса предлагается использование «разрывного» метода частиц, подробно описанного в статье [1], в которой получено необходимое и достаточное условие монотонности и устойчивости разрывного метода частиц для регуляризованного уравнения Хопфа. На простейшем примере разрывного решения показываются преимущества метода, которые включают размазывание разрыва только на одну частицу, самоадаптацию пространственного разрешения под особенности решения. В случае моделирования процесса диффузии, применяется способ, основанный на использовании идей методов частиц. Таким образом, в терминах метода, мы должны вычислить массу (импульс), перетекающую в соседние частицы.

Процесс моделирования разрывного метода частиц на одномерном квазилинейном уравнении переноса позволяет освоить двухэтапный алгоритм «предиктор-корректор», который перестраивает частицы таким образом, чтобы компенсировать наезды и разрежения частиц. Если в одномерной задаче учитываются параметры предиктора (положение и скорость); корректора (ширину и площадь частиц), то в двумерной задаче параметры в корректоре переходят от ширины к площади и от площади к объему частицы, предиктор сохраняет учёт параметров положения и скорости.

Отметим, что наш интерес к методу частиц вызван, кроме хорошего разрешения разрывов и самоадаптации, ещё и такими его характерными особенностями как экономичность для многомерных задач и естественная распараллеливаемость. Особенности одномерного алгоритма распространяются на двумерную задачу, чему и посвящён настоящий доклад.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Баев А. Ж., Богомолов С. В., Об устойчивости метода частиц для уравнения Хопфа // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 9. С. 3–18.

- [2] Богомолов С. В., Кувшинников А. Е.. Разрывный метод частиц на газодинамических примерах // Математическое моделирование. 2018. 9, №2. С. 62–68.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТОХАСТИЧЕСКОГО ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ: ПРИМЕНЕНИЕ К МОДЕЛЯМ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Богомолов Сергей Владимирович¹, Леонов Елисей Александрович²

¹ Д.ф.-м.н., проф. ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, Кафедра вычислительных методов, e-mail: bogomo@cs.msu.ru

² Магистрант ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, Кафедра вычислительных методов, м.н.с ИПЭИ РАНХиГС, н.с. ИЭП имени Е.Т. Гайдара, e-mail: elishaleonov@gmail.com, leonov@iep.ru

В настоящей работе проводится численный анализ задачи стохастического оптимального управления в непрерывном времени, возникающей в рамках построения DSGE-модели.

Формально задача состоит в максимизации целевого функционала при ограничениях, заданных в виде стохастических дифференциальных уравнений. Пусть имеем (Ω, F, P) вероятностное пространство с фильтрацией F_t , и пусть $cn(t)$ – вектор переменных управления, компонентами которого являются функции $c(t)$, $l(t)$ и $pub(t)$, отражающие соответственно потребление индивида, время работы и подушевой объем общественных благ, создаваемых государством, а $st(t)$ – вектор переменных состояния, основные компоненты которого представлены функциями $\tilde{k}(t)$, $tax_i(t)$, $b(t)$, выражающими соответственно фондовооруженность (капитал) на единицу эффективного труда, сборы по видам налогов, величину госдолга. Тогда оптимизационная задача в обобщенной (краткой) форме выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} V(t) = \max_{c, pub, l \in D} E_0 \int_0^\infty e^{-\rho t} u[c(t), l(t), pub(t)] dt \\ \dot{\tilde{k}}(t) = [Af(\tilde{k}(t), l(t)) - (\delta - n - g)\tilde{k} - ce^{-gt} - Gov(t)]dt + \sigma_{\tilde{k}} \tilde{k} dB_t^{\tilde{k}} \\ \dot{b}(t) = [pub(t) - T(t) + rb - nb]dt \\ dX(t) = \mu(X)dt + (\sigma_X \sqrt{X}) dB_t^X \end{array} \right.$$

Здесь $V(t)$ – функция полной полезности (ценности), $D(st)$ – множество допустимых управлений, $e^{-\rho t}$ – дисконтирующий множитель, $u[c(t), l(t), pub(t)]$ – функция мгновенной полезности, $T(t) = \sum tax_i(t)$, $\Sigma^{1/2}$ – ковариационная матрица, $X(t)$ – экзогенная величина, $Gov(t)$ – влияние гос.расходов, dB_t^i – Винеровский процесс. Задача дополняется условием отсутствия игры Понци.

Поиск оптимума в этой задаче сводится к решению уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана, что позволяет получить траектории функции ценности, переменных состояния и управления. В рамках работы проводится сопоставление полученных численных результатов и аналитических свойств аналогичной детерминированной модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Chang F.- R., Malliaris A. G. Asymptotic growth under uncertainty: existence and uniqueness. *Review of Economic Studies*, 54(1), 169 – 174, 1987.
- [2] Günter Coenen & Peter Mc Adam & Roland Straub, 2008. Tax reform and labour-market performance in the euro area: A simulation-based analysis using the New Area-Wide Model // *Journal of Economic Dynamics and Control*, Volume 32, Issue 8, Pages 2543-2583, August 2008.
- [3] Juan Carlos Parra-Alvarez A comparison of numerical methods for the solution of continuous-time DSGE models // *CREATES Research Paper 2013-39*, Department of Economics and Business, Aarhus University.
- [4] Yong J., Zhou X.Y. *Stochastic Controls. Hamiltonian Systems and HJB Equations*// Springer-Verlag New York Inc., 1999.

ДВУМЕРНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БОГАТСТВА

Богомолов Сергей Владимирович¹, Серкулов Жанибек Рустемулы²,
Досмаганбетова Назерке Булатбековна³

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: bogomo@cs.msu.su

² Кафедра математического моделирования, e-mail: serkulov@gmail.com

³ Кафедра математического моделирования, e-mail: bulatbekkyzy@gmail.com

В данной работе была рассмотрена микроскопическая модель взаимодействия i -го агента с j -м агентом. Эволюция денег в такой торговле может быть представлена в виде:

$$x_i^* - x_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \gamma(x_j - x_i) + \sigma \eta x_i$$

Здесь x_i^* - богатство i -го агента после столкновений, x_i - богатство i -го агента до столкновений; γ - склонность к инвестированию, σ - риски на рынке (волатильность рынка), η - нормально (гауссово) распределенная случайная величина с нулевым средним и дисперсией $\sigma^2 = 1$. Значит, можем составить стохастическое дифференциальное уравнение для богатства i -го агента в момент времени t

$$dx_i(t) = -\gamma(x_i - V)dt + \sigma x_i dw_i, dw_i \sim N(0, 1) * \sqrt{\Delta t}, V = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j$$

Такой одномерный случай был исследован в работах Торрегоссы и Тоскани[1]. Исходя из здравого смысла, что чем больше у агента денег тем больше у него склонности к инвестированию и наоборот, было написано следующее стохастическое дифференциальное уравнение для γ :

$$d\gamma_i(t) = x_i(t)dt + \sigma dw_i, dw_i \sim N(0, 1) * \sqrt{\Delta t}$$

Таким образом, получена система стохастических дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} dx_i(t) = -\gamma(x_i(t) - V)dt + \sigma_{(1)}x_i dw_i \\ d\gamma_i(t) = x_i(t)dt + \sigma_{(2)}d\tilde{w}_i \\ V = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \end{cases}$$

По формуле Ито замены переменной в стохастическом дифференциальном уравнении можно перейти к двумерному уравнению Фоккера–Планка, описывающему эволюцию во времени плотности вероятности распределения богатства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] M. Torregrossa, G. Toscani. E.. On a Fokker–Planck equation for wealth distribution, AIMS' // Journals'. 2017. 9, № 2. С. 62–68.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТОЧНОГО КРОВООБРАЩЕНИЯ

Буничева Анна Яковлевна, Василенко Дарья Валерьевна, Мухин Сергей Иванович, Парфенов Арсений Евгеньевич¹, Панина Ольга Борисовна²

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: bunicheva@cs.msu.ru, dariavasilenko0702@yandex.ru, vmmus@cs.msu.ru, ars-parfenov@yandex.ru

² Факультет фундаментальной медицины МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: olgapanina@yandex.ru

Работа посвящена разработке модели маточного кровообращения и дальнейшей интеграции построенной модели в общую модель сердечно – сосудистой системы человека. В работе изучается физиология сосудистой системы матки и особое внимание уделяется выделению отличительных особенностей ее кровоснабжения. Кровоснабжение внутреннего слоя матки происходит за счет мельчайших спиральных сосудов. В ходе беременности, часть этих сосудов, снабжающая кровью развивающуюся плаценту, меняет свою форму – ремоделируется (для обеспечения достаточного кровотока между плацентой и плодом спиральные сосуды превращаются в широкие воронки). Недостаточное расширение спиральных сосудов часто приводит к осложнениям течения беременности. Одной из основных задач при построении модели является математическое описание кровотока в спиральных артериях.

Геометрия спиральных артерий должна учитываться при моделировании маточного кровообращения, но из-за их большого количества моделирование каждого сосуда не рационально. Для начала рассматривается сосуд в трехмерной геометрии, а затем результаты редуцируются в одномерный случай. В качестве первого приближения выбрано соотношение между расходом в прямой трубе и расходом в винтовой трубе, полученное Germano [1-3]. Это соотношение получено в предположении о малой кривизне и кручении спирали и с учетом значений второго порядка.

В работе построен граф, моделирующий сосудистую систему матки в соответствии с известными медицинскими данными. Проведены расчеты, которые показывают, что характерные особенности течения крови в модели соответствуют реальным медицинским показателям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Germano M. On the effect of torsion on a helical pipe // *Journal of Fluid Mechanics*, 1982. p. 1–8.
- [2] Dean W.R., Note on the motion of fluid in a curved pipe // *Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1927. 4(7). p. 208-223.
- [3] Vasudevaiah M., Rajalakshmi R. Flow in a helical pipe // *Journal of Pure and Applied Mathematics*. 1988. 19(1). p. 75-85.

ИНТЕГРАЦИЯ МОДЕЛИ ИМПЛАНТИРУЕМОГО РОТОРНОГО НАСОСА КРОВИ В МОДЕЛЬ КРОВООБРАЩЕНИЯ

Василевский Юрий Викторович¹, Симаков Сергей Сергеевич²,
Тимофеев Александр Евгеньевич³

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: yuri.vassilevski@gmail.com

² МФТИ, Сеченовский Университет, e-mail: simakovss@ya.ru

³ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: richardstallman42@gmail.com

Имплантируемые насосы крови предназначены пациентам с тяжелой степенью сердечной недостаточности. Перед устройствами нового поколения ставятся такие требования как поддержка пульсирующего тока крови и открытия аортального клапана, синхронизация с сердечным циклом, выброс крови в соответствии с физической нагрузкой и проч. [1]. Особой значимостью в развитии данных технологий обладают методы математического моделирования.

В данной работе изучается вопрос взаимодействия педиатрического насоса крови Спутник [2] с кровеносной системой. Определена математическая модель насоса по экспериментальным данным. Разрабатывается программный комплекс для расчета одномерной модели гемодинамики с учетом работы насоса. Основной целью следующего этапа исследований является решение задачи управления насосом в соответствии с вышеперечисленными требованиями.

Численное решение системы уравнений одномерной модели гемодинамики получено с помощью явной двухшаговой сеточно—характеристической схемы. Граничные условия на концах сосудов определены с учетом дискретизированных условий совместности, модели сердца и модели насоса крови.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Daners M. S. et al. Left ventricular assist devices: challenges toward sustaining long-term patient care // *Annals of biomedical engineering*. 2017. Т. 45, № 8. С. 1836–1851.

- [2] Telyshev D. et al. The Progress in the Novel Pediatric Rotary Blood Pump Sputnik Development // Artificial organs. 2018. Т. 42, № 4. С. 432–443.

ПРИМЕНЕНИЕ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА РЕНТГЕНОВСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

**Васильченко Андрей Дмитриевич, Герасимов Сергей Валерьевич¹,
Мещеряков Александр Валерьевич²**

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий ВМиК МГУ, e-mail: ad.vasilchenko@yandex.ru, gerasimov@mlab.cs.msu.su

² Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru

Летом 2019 году планируется запуск национальной космической обсерватории Спектр-Рентген-Гамма (SRG), главной задачей которой станет 4-х летний рентгеновский обзор всего неба в диапазоне 0.5–10 кэВ с беспрецедентной чувствительностью [1]. Уникальные данные позволят ученым нанести на карту неба миллионы сверхмассивных черных дыр (квазаров) и все крупные скопления галактик в видимой Вселенной. Ключевым образом на результаты предстоящей космической миссии влияют алгоритмы обработки данных, в частности, методы детектирования рентгеновских объектов с основного телескопа eROSITA. В данной работе впервые исследуется применение нейросетевых алгоритмов для детектирования астрономических объектов на рентгеновских изображениях и делается сравнение со стандартными методами поиска объектов в составе программного комплекса eSASS рентгеновского телескопа eRosita. Основными задачами данной работы являлись:

- Исследование возможности применения сверточных нейронных сетей в при детектировании источников на астрономических изображениях в рентгеновском диапазоне
- Включение высокоточного нейросетевого алгоритма поиска источников в цепочку обработки данных телескопа eROSITA.

Процесс детектирование рентгеновских источников в eSASS состоит из следующих этапов: (i) сегментирование областей с рентгеновскими объектами, (ii) оценка фоновой компоненты на изображении, (iii) повторное детектирование источников и измерение их характеристик (положение, яркость, размер) на основе модели максимального правдоподобия с учетом фоновой компоненты. В рамках данной работы, мы заменили один из этапов цепочки обработки данных eSASS, а именно блок сегментации источников, на обученную сверточную нейронную сеть с модифицированной архитектурой на базе U-net [2]. Эксперименты на данных компьютерных симуляций телескопа eRosita показали, что предложенная нейросетевая модель по качеству сегментации источников значительно превосходит стандартный алгоритм erbox [3] работающий по

принципу скользящего окна. Предложенный нами нейросетевой алгоритм, в среднем (для разных значений порога детектирования) находит на 20% больше источников чем стандартный алгоритм `erbox` (при одинаковой площади маски на изображениях). В дальнейшем, мы планируем совершенствовать предложенные нейросетевые модели. Главной целью является замена всей цепочки детектирования астрономических объектов на рентгеновских изображениях на нейросетевую «end-to-end» архитектуру, что позволит значительно улучшить эффективность обработки данных национальной обсерватории SRG/eRosita.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Merloni A. eROSITA Science Book: Mapping the Structure of the Energetic Universe // arXiv:1209.3114
- [2] Ronneberger O. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation // Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2015: 18th International Conference, Munich, Germany, October 5–9, 2015, Proceedings, Part III, pp. 234–241.
- [3] Clerc N. Synthetic simulations of the extragalactic sky seen by eROSITA. I. Pre-launch selection functions from Monte-Carlo simulations // Astronomy & Astrophysics, V. 617, id. A92, pp. 1–12

К 60-ЛЕТИЮ ТРОИЧНОЙ ЭВМ «СЕТУНЬ»: АППАРАТУРА И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Владимирова Юлия Сергеевна¹, Хосе Рамиль Альварес²

¹ Лаборатория дискретных управляющих систем и их приложений, e-mail: vladimirova@cs.msu.ru

² Лаборатория дискретных управляющих систем и их приложений, e-mail: ramil@cs.msu.ru

Первая в мире троичная ЭВМ «Сетунь» была разработана в МГУ в 1958 г. и выпускалась серийно Казанским заводом математических машин с 1961 по 1965 г. Было произведено всего 50 машин, 46 из которых имели заводские номера. Машина предназначалась для решения задач средней сложности [1].

По ряду параметров ЭВМ «Сетунь» стала первой в СССР: опытный образец отмечен как первая в стране действующая универсальная вычислительная машина на безламповых элементах [1], и ЭВМ «Сетунь» оказалась первой в СССР машиной с алфавитно-цифровым выводом [2].

Применение троичной симметричной системы счисления и использование в качестве элементной базы ферро-магнитных элементов позволило создать недорогую, малогабаритную, надежную и непритязательную в обслуживании машину. Наличие алфавитно-цифровой печати упрощало для пользователей выдачу результатов расчетов в том числе в виде таблиц, матриц, графиков, карт (при необходимости двухцветных) [2].

Благодаря разработанному в ВЦ МГУ программному оснащению достигались удобство и эффективность в освоении и применении ЭВМ «Сетунь» [3].

Машина успешно применялась в самых различных прикладных областях: вычислительной математике, математическом моделировании в физике, химии, геологии, энергетике, кристаллографии и др., оптимизации управления производством, для составления краткосрочных прогнозов погоды, проектно-конструкторских расчетов, компьютерного обучения, автоматизированной обработки экспериментальных данных и пр.

Показатели коэффициента полезного времени использования ЭВМ «Сетунь» достигали у некоторых пользователей 95-97%, при том, что в полезное время включалось лишь время, потраченное на решение задач, но не на подготовку к работе и прохождение тестов.

Опытный образец ЭВМ «Сетунь» работал в НИВЦ МГУ до 19 июня 1973 г., когда был выключен для демонтажа в рабочем состоянии и при полной загруженности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Брусенцов Н. П. Из истории создания троичных цифровых машин в МГУ // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 10 (45). М. : Янус-К, 2005. С. 28–53.
- [2] Брусенцов Н. П., Маслов С. П., Розин В. П., Тишулина А. М. Малая цифровая вычислительная машина «Сетунь». М. : Изд-во Моск. ун-та, 1965. 145 с.
- [3] Рамиль Альварес Х., Владимирова Ю. С. Программное обеспечение малой ЭВМ «Сетунь» // Труды SORUCOM-2014. Казань. Т. 1, с. 315–318.

ОБЗОР ПОДХОДОВ К СОЗДАНИЮ СЕТЕВОГО ПРОЦЕССОРНОГО УСТРОЙСТВА

**Волканов Дмитрий Юрьевич, Скобцова Юлия Александровна,
Смелянский Руслан Леонидович**

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru, xenerizes@lvk.cs.msu.ru, smel@cs.msu.ru

Под сетевым процессорным устройством (СПУ) понимается программируемая встроенная полупроводниковая система, оптимизированная для выполнения операций передачи данных [1]. СПУ могут быть трёх типов: *интегральная схема специального назначения (ASIC), сетевой процессор, интегральная схема на базе процессоров общего назначения.*

В работе был проведён обзор существующих СПУ по следующим критериям: *год выпуска, программируемость процессора, тип, ключевые особенности архитектуры, характеристики кристалла, тип интерфейса к управляющему процессору, тип управляющего процессора на кристалле (если он предусмотрен), производительность, допустимые конфигурации и стоимость.*

Были рассмотрены архитектуры программируемых устройств ведущих мировых производителей: *Barefoot Tofino* и *Tofino 2*, *Mellanox NP-5* и *Switch X-2*, *Huawei ENP*, *Innovium Teralynx 7*, *Nokia FP4*, *Cisco NPU*, *Juniper Q5*, *Broadcom Tomahawk 3* и *Trident 3*.

По результатам проведенного обзора был сделан вывод о целесообразности применения следующих стратегий при разработке СПУ:

- разработка сетевого процессора для достижения максимальной гибкости программирования устройства без значительных потерь в производительности или усложнения процесса изготовления интегральной схемы;
- масштабируемая архитектура из однотипных конвейеров либо конвейер с набором однотипных ядер в стадиях;
- функциональная специализация стадий конвейера;
- использование блоков памяти на кристалле для хранения таблиц классификации, требующих высокой скорости доступа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-01076).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Orphanoudakis T., Perissakis S. Embedded Multi-Core Processing for Networking //Multi-Core Embedded Systems — 2010. — CRC Press — p. 399-463.

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ ДЛЯ КЛАССОВ, СОДЕРЖАЩИХ ЛИНЕЙНЫЕ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Вороненко Андрей Анатольевич¹, Окунева Анна Сергеевна²

¹ Кафедра математической кибернетики, e-mail: dm6@cs.msu.ru

² Кафедра математической кибернетики, e-mail: okuneva-anna@mail.ru

Будем говорить, что частичная булева функция $f(x_1, \dots, x_n)$ порождает некую функцию $g(x_1, \dots, x_n) \in K$, если существует такая подобласть X области определения функции $f(x_1, \dots, x_n)$, что функция $g(x_1, \dots, x_n)$ является единственной функцией, принадлежащей множеству K и совпадающей с $f(x_1, \dots, x_n)$ на этой подобласти. Функция $f(x_1, \dots, x_n)$ (возможно частичная) называется универсальной для класса K , если порождает все функции этого класса. Понятие универсальной функции было введено в рассмотрение в работе [1].

Теорема 1. Для множества $A = \{x_i \oplus x_j\}$, $i, j = \overline{1, n}$, $i \neq j$ существует универсальная функция, определенная на $4 \lceil \log_2 n \rceil$ наборах.

Доказательство теоремы опирается на следующую лемму.

Лемма 1. Пусть $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{a}, \mathbf{b}$ – элементы поля Галуа $GF(2^m)$, и $\mathbf{q}_1 \neq \mathbf{q}_2$. Если пары $(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$, $(\mathbf{q}_2, \mathbf{q}_1)$ являются решением системы

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 = \mathbf{a}, \\ \mathbf{x}_1^3 + \mathbf{x}_2^3 = \mathbf{b} \end{cases} \quad (1)$$

то эта система других решений не имеет.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ (проект № 16-11-10014).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вороненко А. А. Об универсальных частичных функциях для класса линейных функций // Дискретная математика, 2012. №3. С. 62-65

ГАММА-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ И СМЕСИ ОБОБЩЕННЫХ ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Воронцов Михаил Олегович, Кудрявцев Алексей Андреевич

Кафедра математической статистики, e-mail: m.vtsov@mail.ru, nubigena@mail.ru

В прикладных задачах, для решения которых используются методы теории вероятностей, большую роль играют распределения гамма-типа. К ним относятся показательное распределение, гамма-распределение, хи- и хи-квадрат распределения, распределения Эрланга, Вейбулла, Максвелла, Накагами, Рэля, Леви и др. Все эти распределения суть частные случаи обобщенного гамма-распределения, или распределения Стэйси [1], имеющего плотность

$$f(x) = \frac{|v|x^{vq-1}e^{-(x/\theta)^v}}{\theta^{vq}\Gamma(q)}, \quad v \neq 0, \quad q > 0, \quad \theta > 0, \quad x > 0.$$

Частные случаи обобщенного гамма-распределения позволяют адекватно моделировать многие стохастические процессы из разнообразных областей знания (физики, экономики, демографии, теорий управления, надежности, массового обслуживания и пр.).

При исследовании мультипликативных смесей обобщенных гамма-распределений важную роль играет гамма-экспоненциальная функция [2]

$$Ge_{\alpha, \beta}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \Gamma(\alpha k + \beta), \quad 0 \leq \alpha < 1, \quad \beta > 0, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Доклад посвящен описанию аналитических свойств гамма-экспоненциальной функции, вычислительным аспектам нахождения ее значений, а также рассмотрению нюансов анализа мультипликативных смесей обобщенных гамма-распределений с различными параметрами формы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-07-00577).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Stacy E.W. A Generalization of the Gamma Distribution // Annals of Mathematical Statistics. 1962. Vol. 33. P. 1187–1192.
- [2] Кудрявцев А. А., Титова А. И. Гамма-экспоненциальная функция в байесовских моделях массового обслуживания // Информатика и ее применения. 2017. Т. 11, вып. 4. С. 104–108.

О ЗАДАЧЕ ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ.

Востриков Иван Васильевич

Кафедра системного анализа, e-mail: ivan_vostrikov@cs.msu.ru

Рассматривается линейная управляемая система с запаздыванием:

$$dx(\tau) = A(\tau)x(\tau - h)d\tau + B(\tau)dU(\tau), \quad \tau \in [t_0, t_1 + 0], \quad (1)$$

$$x(\tau) = x^*(\tau), \quad \tau \in [t_0 - h, t_0], \quad (2)$$

$$x(\tau) \in \mathbb{R}^n.$$

Здесь $U(\cdot) \in BV([t_0, t_1], \mathbb{R}^m)$ - функция ограниченной вариации на отрезке $[t_0, t_1]$.

Решение системы (1),(2) понимается как кусочно-непрерывная функция, удовлетворяющая при любом значении переменной $t \in [t_0, t_1 + 0]$ интегральному уравнению

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^t A(\tau)x(\tau - h)d\tau + \int_{t_0}^t B(\tau)dU(\tau).$$

В точках разрыва функции $U(t)$ воздействия на систему можно трактовать как импульсные управления.

Особенностью систем с запаздыванием является бесконечномерная природа фазового состояния. Если нужно успокоить систему, то недостаточно привести ее в нулевое состояние. Требуется удерживать ее там некоторое время, соответствующее величине запаздывания. Особенностью систем с импульсным управлением является разрывность траекторий.

Рассмотрена задача целевого управления данной системой с ограничением на вариацию управления. Получены условия на управление. Применен метод динамического программирования. Найдены соответствующие функционалы цены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Беллман Р., Кук К. Л. Дифференциально-разностные уравнения. М.: Мир, 1967.

- [2] Куржанский А. Б. О синтезе импульсных управлений и теории быстрых управлений // Труды Математического института им. В. А. Стеклова РАН. — 2010. — Т. 268. — С. 215–230.
- [3] A. В. Kurzhanski, P. Varaiya Dynamics and Control of Trajectory Tubes. Theory and Computation. Boston: Birkhauser, 2014.

ОГРАНИЧЕННЫЕ L-ГРАФЫ И ИХ СВОЙСТВА

Вылиток Алексей Александрович¹, Лобосов Никита Андреевич²

¹ Кафедра алгоритмических языков, e-mail: vylitok@cs.msu.su

² Кафедра алгоритмических языков, e-mail: nikita961obosov@mail.ru

Понятие графа широко применяется во многих разделах математики. В частности, специальные виды графов позволяют описывать формальные языки. В докладе рассматриваются L-графы (буква L от слова language), которые в общем случае описывают весь класс рекурсивно-перечислимых языков [1].

Большой интерес среди рекурсивно-перечислимых языков представляют ограниченные языки, так как они имеют структуру, упрощающую их обработку. Подкласс бесконтекстных ограниченных языков хорошо изучен [2], автоматное представление таких языков дано в [3].

Однако формальные описания для всего класса рекурсивно-перечислимых ограниченных языков, по-видимому, ранее не рассматривались. Мы выделяем подкласс ограниченных L-графов, характеризующий ограниченные рекурсивно-перечислимые языки. Это богатый класс языков, но в нем практически важные задачи (например, определение принадлежности цепочки языку, заданному ограниченным L-графом) алгоритмически неразрешимы.

Рассматривается более узкий подкласс — линейные ограниченные L-графы. Для них найдены решения таких классических задач теории формальных языков, как: проверка принадлежности цепочки языку, заданному L-графом; построение L-графа для объединения, конкатенации, пересечения ограниченных языков; проверка эквивалентности двух заданных L-графов; проверка детерминированности L-графа.

Приводится пример, показывающий, что класс детерминированных ограниченных языков является собственным подмножеством ограниченных языков. Предлагается алгоритм уменьшения количества вершин в ограниченном L-графе для получения эквивалентного и более компактного описания ограниченного языка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вылиток А. А., Сутырин П. Г. Характеризация формальных языков графами // Сборник тезисов научной конференции «Тихоновские чтения» (Москва, МГУ имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, 25–29 октября 2010 г.). 2010. 78 с.

- [2] Гинзбург С. Математическая теория контекстно—свободных языков. М. : Издательство «МИР», 1970. 326 с.
- [3] Rovan. B. Bounded push down automata // Kybernetika. 1969. №4. С. 261–265.

ПОСТРОЕНИЕ ПОРТФЕЛЯ ОФЗ С ВЫПУКЛОЙ ФУНКЦИЕЙ СТОИМОСТИ.

Голембиовский Дмитрий Юрьевич¹, Добровольский Владимир
Михайлович²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: golembo@cs.msu.su

² Кафедра исследования операций, e-mail: VladimirDobrovolskysu@gmail.com

В данной работе исследуется проблема иммунизации портфеля долговых инструментов к факторам процентного риска. Классическим подходом к данной задаче является управление модифицированной дюрацией и выпуклостью портфеля. Данный подход подразумевает оценку чувствительности стоимости облигаций к параллельному сдвигу плоской кривой доходности. Модификацией данного метода является иммунизация с использованием дюрации Фишера – Вейла[1]. Преимуществом данного подхода является учет неплоской формы кривой процентных ставок. Несмотря на это, дюрация Фишера-Вейла по-прежнему учитывает только параллельный сдвиг кривой процентных ставок.

С целью модернизации данного подхода была исследована параметрическая модель временной структуры Нельсона-Сигеля[2] в реализации Московской Биржи (G-curve) и построена задача иммунизации портфеля к изменению факторов данной модели. Кроме иммунизации чувствительности, были исследованы вопросы оптимизации выпуклости функции стоимости портфеля, построен градиент и гессиан функции стоимости к факторам временной структуры, сформулирована задача оптимизации. На основе построенной модели проведено историческое моделирование. В качестве инструментов портфеля использовались торгуемые ОФЗ. Длинная позиция моделировалась путем покупки облигаций, короткая позиция – путем продажи облигаций, полученных в залог в рамках сделки обратного РЕПО. При историческом моделировании учитываются потенциальные комиссии за сделки, ставки и дисконты РЕПО, bid-ask спреда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Lawrence Fisher and Roman L. Weil The Journal of Business Vol. 44, No. 4 (Oct., 1971), pp. 408-431
- [2] Nelson, C.R., Siegel, A.F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves, Journal of Business, 60(4), pp. 473–489

ГЕНЕРАЦИЯ СЦЕНАРНОЙ РЕШЕТКИ ДЛЯ АЛГОРИТМА СТОХАСТИЧЕСКОГО ДВОЙСТВЕННОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ КЛАССИФИКАЦИИ ДАННЫХ.

Голембиовский Дмитрий Юрьевич¹, Павлов Антон Сергеевич²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: anton980307@mail.ru

Цель данной статьи заключается в сравнении различных методов генерации сценариев для алгоритма стохастического двойственного динамического программирования (SDDP), описанных в [1]. Поиск решения задачи стохастической оптимизации слишком сложен из-за наличия интеграла в целевой функции, поэтому необходимо аппроксимировать исходное непрерывное распределение дискретным, что позволит перейти от интеграла к сумме. Так как непрерывное распределение и его параметры считаются известными, то можно воспользоваться методом Монте-Карло. При таком подходе возникают следующие проблемы: при малом числе сценариев дискретное распределение будет плохо приближать непрерывное; при большом числе сценариев алгоритм будет работать слишком долго.

Для того, чтобы справиться с этими проблемами применяется следующий подход: генерируется большое количество сценариев, затем из них выбираются те, которые наилучшим образом описывают исходное распределение. Качество аппроксимации определяется с помощью расстояния между распределениями. Рассмотрены три метода выбора сценариев: кластеризация методом k-средних; метод, основанный на градиентном спуске; метод ячеек Вороного.

Для работы SDDP необходима сценарная решетка, состоящая из T этапов, при этом в первом одна вершина, в остальных N , каждой вершине соответствует один сценарий (вектор значений управляемых переменных) и вероятности перехода между вершинами. Алгоритм построения решетки выглядит следующим образом: для каждой из N вершин этапа t в соответствии с выбранным процессом генерируется M сценариев; из полученных $N \cdot M$ сценариев с помощью одного из трех методов выбираются N штук; вероятность перехода из вершины i этапа t в вершину j этапа $t+1$ определяется как число сценариев, сгенерированных из вершины i и отнесенных к вершине j (сценарий относится к вершине j , если расстояние от сценария до этой вершины минимально), к числу M ; данная процедура проводится на каждом из T этапов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Löhndorf N. // An empirical analysis of scenario generation methods for stochastic optimization. Nov2016 Vol. 255 Issue 1 p121-132.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДВОЙСТВЕННОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МНОГОЭТАПНОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Голембиовский Дмитрий Юрьевич¹, Сметанин Даниил Алексеевич²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.su

² Кафедра исследования операций, e-mail: smetanindaniil97@mail.ru

Цель данной статьи заключается в рассмотрении альтернативного подхода в работе СДДП(SDDP) алгоритма при марковской неопределенности. В обратном ходе алгоритма для каждой вершины сценарной решетки строится касательная гиперплоскость, приближающую задачу, связанную с данной вершиной. При стандартном подходе для получения соответствующей гиперплоскости необходимо решить столько двойственных задач, сколько последователей у рассматриваемой вершины[1]. В модифицированной версии алгоритма требуется решить только одну задачу для каждой вершины. В данной задаче учитываются все возможные последователи вершины. В итоге решается только одна двойственная задача для получения касательной гиперплоскости в каждой вершине. По результатам подсчетов такой алгоритм работает намного быстрее, чем обычный СДДП.

Изначально планировалось продемонстрировать работу алгоритма на задаче "продавца газет", где случайная величина - спрос, а управляемая - количество закупаемых газет. Но в ходе работы было доказано, что решение задачи продавца газет не зависит от будущих периодов даже в случае учета риска и ограниченного бюджета.

В связи с этим рассматривается модельная задача производства, хранения и продажи товара. Спрос является случайной переменной. Управляемая переменная - объем производимой продукции. Случай независимости между этапами и процессы, следующие геометрическому броуновскому движению и ARIMA-GARCH модели, рассмотрены в исследовании. Данная задача разрешима при использовании СДДП алгоритма. Сценарные решетки построены методами k-средних, расстояния Вассерштайна и ячеек Вороного. Рассмотрены случаи риск-нейтральности и с учетом риска.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Philpott A. B., de Matos V. L. Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion // European Journal of Operational Research, 218:2, 470–483, 2012.

СХЕМА КАБАРЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ В СЛУЧАЕ ТРАНЗЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ

Головизнин Василий Михайлович¹, Афанасьев Никита Александрович²

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: gandiken@yandex.ru

Решение одномерных уравнений мелкой воды представляет как теоретический, так и практический интерес. С одной стороны, уравнения мелкой воды - одна из простейших систем уравнений в частных производных гиперболического типа, и успешно построенную качественную схему для решения уравнений мелкой воды часто можно обобщить на многие другие задачи газовой гидродинамики. С другой стороны, с помощью уравнений мелкой воды описываются многие актуальные задачи океанологии и гидродинамики, например, моделирование приливных течений в морях или процесса разрушения плотины.

Схема КАБАРЕ позволяет приближенно решать уравнения мелкой воды с достаточно высокой точностью в случаях строго дозвукового или строго сверхзвукового течений. В случае транззвуковых течений классическую схему КАБАРЕ надо дополнять аппроксимационным алгоритмом вычисления новых потоковых значений в звуковых точках, т. е. в тех узлах по разные стороны от которых есть ячейки и с дозвуковым, и с сверхзвуковым течением. Попытки построить такие алгоритмы уже проводились ранее [1], но универсального метода, работающего для всех типов звуковых точек, получить так и не удалось.

В данной работе предлагается новый локально-невязный характеристический метод получения потоковых значений инвариантов Римана для мелкой воды $R = u + 2\sqrt{gH}$, $Q = u - 2\sqrt{gH}$ в звуковых точках. Метод имеет второй порядок аппроксимации по времени и пространству, обладает свойствами обратимости по времени и универсальности для всех типов звуковых точек. Также в работе приводятся результаты расчетов по новому методу на тестах Торо для задачи о распаде разрыва для уравнений мелкой воды [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-11-00163).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Головизнин В. М., Соловьев А. В., Исаков В. А. Аппроксимационный алгоритм обработки звуковых точек в схеме «кабаре» // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. — 2016. — Т.17. — С. 166-176.
- [2] Toro E. F. Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows. New York : Wiley, 2001. 326 p.

БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД 2 ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОСТЕЙШЕГО ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА НА ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКЕ

Головизнин Василий Михайлович¹, Горбачев Даниил Юрьевич²

¹ Кафедра вычислительных методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: gorbachev-daniil@inbox.ru

В промышленных задачах, связанных с решением систем уравнений гиперболического типа, используются сетки различной степени сложности. Схема КАБАРЕ зарекомендовала себя при решении таких задач на четырехугольных сетках. Однако, возникают задачи, для которых использование четырехугольных сеток не является оправданным в виду того, что на шаг по времени накладывается слишком сильные ограничения из-за малости ячеек. В таком случае хочется перейти на треугольные сетки или на смешанные сетки с треугольными и четырехугольными ячейками.

В данной работе предлагается балансно-характеристический метод 2 порядка точности для решения двумерного уравнения переноса на треугольной сетке. В данном методе аналогично КАБАРЕ используются консервативные переменные в центрах ячеек и потоковые переменные на ребрах, алгоритм состоит из 3 фаз: на 1 фазе вычисляются консервативные переменные на полуцелом слое, на 2 фазе вычисляются потоковые переменные на новом временном слое и на 3 фазе вычисляются консервативные переменные на новом временном слое. Также в данном методе шаблон состоит из 1 расчетной ячейки и выглядит следующим образом:

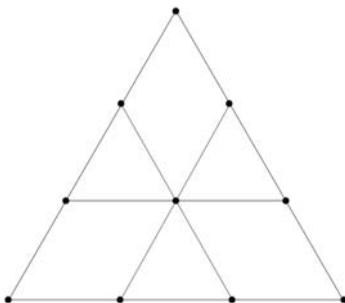


Рис. 1: Шаблон.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Головизнин В. М., Зайцев М. А., Карабасов С. А., Короткин И. А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов // Издательство Московского университета, 2013.
- [2] Магомедов К. М., Холодов А. С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1969, том 9, номер 2, 373–386

АЛГОРИТМ НАЗНАЧЕНИЯ НУЛЕЙ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕСКОЛЬКИМИ ВХОДАМИ

Гончаров Олег Игоревич

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: goncharovoi@yandex.ru

Одной из важнейших задач теории автоматического управления являются задача синтеза регулятора. Для случая линейных скалярных объектов она хорошо изучена, однако в некоторых ситуациях фундаментальные ограничения синтеза не позволяют достигнуть заданного качества управления [1, с. 208]. Так неустойчивый медленный ноль объекта не может быть скомпенсирован за счет регулятора, что приводит к появлению недорегулирования в замкнутой системе [1, с. 211].

При наличии у объекта нескольких входов использование многосвязного регулятора позволяет обойти ограничения скалярных систем управления, связанных с неустойчивыми нулями. В данной работе предлагается метод синтеза таких регуляторов, основанный на алгоритме синтеза скалярного регулятора по желаемой передаточной функции замкнутой системы [2, с. 171].

Пусть объект управления с двумя входами $u_1(t)$, $u_2(t)$ задан передаточными функциями $W_1(s) = \frac{\beta_1(s)}{\alpha(s)}$, $W_2(s) = \frac{\beta_2(s)}{\alpha(s)}$. Предположим, что полиномы $\beta_1(s)$ и $\beta_2(s)$ не имеют общих корней (нулевая динамика отсутствует).

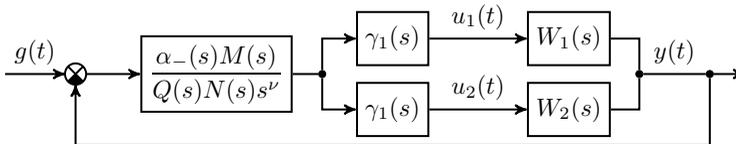


Рис. 1: Структура системы управления.

Рассмотрим систему управления, представленную на рис. 1. Полиномы $\gamma_1(s)$, $\gamma_2(s)$, $M(s)$ и $N(s)$, задающие регулятор, находятся из уравнений

$$\beta_1(s)\gamma_1(s) + \beta_2(s)\gamma_2(s) = Q(s), \quad \alpha_+(s)N(s)s^\nu + M(s) = G(s), \quad (1)$$

где $Q(s)$ – устойчивый полином, играющий роль параметра синтеза, $G(s)$ – желаемый знаменатель передаточной функции замкнутой системы, параметр ν

определяется требуемой степенью астатизма, а $\alpha_-(s)$ — устойчивая часть факторизации полинома $\alpha(s) = \alpha_-(s)\alpha_+(s)$.

При надлежащем выборе порядка полиномов $G(s)$ и $Q(s)$ система (1) имеет решение, отвечающее физически реализуемому многосвязному регулятору.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 17-07-00554-а, № 19-07-01226-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Goodwin G. C., Graebe S. F., Salgado M. E. Control System Design. 2000. 911 pp.
- [2] Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. 288 с.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ВОЛЬТЕРРОВСКОЙ МОДЕЛИ КОНКУРЕНЦИИ

Горьков Валерий Павлович¹, Григоренко Николай Леонтьевич²

¹ Лаборатория обратных задач, e-mail: v-p-gorkov@yandex.ru

² Кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.ru

В докладе, для описания взаимодействия концентраций двух типов клеток (1 тип — здоровые, 2 тип — злокачественные) используется управляемая математическая модель конкуренции Лотки-Вольтерры. Такая модель содержит скалярное ограниченное управление, которое задает концентрацию лекарственного препарата или интенсивность радиотерапии при лечении, направленном на непосредственное уничтожение клеток второго типа [1]. Рассматривается случай, когда параметры уравнения для скорости изменения концентрации клеток второго типа содержат неопределенные ограниченные параметры - помехи, ограничения для которых известны, а информация об их значениях становится доступна в текущий момент времени. Будущее их значение в текущий момент времени неизвестно. Для такой управляемой модели сформулирована задача управления при наличии неопределенных параметров, рассматриваемая как задача о выборе управления, приводящего концентрации клеток первого и второго типа в конечный (нефиксированный) момент периода лечения в заданное состояние. Для анализа решения этой задачи, которое состоит из управления и отвечающих ему решений дифференциальных уравнений, задающих рассматриваемую модель, используется подходы к решению нелинейных управляемых процессов [2, 3, 4, 5].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и ДНТ в рамках научного проекта 18-51-45003 ИНД_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Хайлов Е. Н., Клименкова А. Д., Коробейников А. Оптимальные стратегии антираковой терапии в управляемых моделях конкуренции Лотки—Вольтерры

терры. Ломоносовские чтения: научная конференция, Москва, факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, 17–26 апреля 2018, тезисы докладов. С. 118–119.

- [2] Избранные труды Л. С. Понтрягина // М. МАКС Пресс. 2004. 552 с.
- [3] Красовский Н. Н., Субботин А. И., Позиционные дифференциальные игры, М. Наука, 1974.
- [4] Осипов Ю. С. Пакеты программ: подход к решению задач позиционного управления с неполной информацией // УМН. 2006. Т. 61, № 4. С. 25–76.
- [5] Колесников А. А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем. М. Энергоатомиздат, 1987.

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ВЕТО-ГОЛОСОВАНИЯ ПРИ СМЕШАННОМ ПОВЕДЕНИИ УЧАСТНИКОВ

Гудков Сергей Михайлович¹, Новикова Наталья Михайловна²

¹ ВМК МГУ, e-mail: sergey_goudkov@mail.ru

² ФИЦ ИУ РАН, e-mail: n_novikova@umail.ru

Исследована процедура выбора путем открытого вето-голосования [1]: n участников (игроков) и $n + 1$ кандидат. Каждый игрок имеет свои строгие предпочтения и поочередно отклоняет одного из оставшихся к его ходу кандидатов. Последний оставшийся кандидат будет выбран. Результат зависит от порядка ходов игроков. Игроки знают предпочтения партнеров. В [2] доказано, что кандидат K_0 может победить в ситуации сложного равновесия тогда и только тогда, когда выполнено условие Холла:

$$\forall I \subseteq N \left| \bigcup_{i \in I} J_i(K_0) \right| \geq |I|, \text{ где } N = \{1, \dots, n\}, \quad (1)$$

$|\dots|$ — число элементов множества, $J_i(K_0)$ — множество таких кандидатов K_j , которые менее предпочтительны, чем кандидат K_0 , для игрока V_i .

Но не все игроки рациональны и действуют соответственно сложному равновесию. Некоторые исключают худшего для себя из оставшихся кандидатов, даже если такая стратегия приводит к неоптимальному для него исходу игры. Этих игроков называют близорукими. В игре со смешанным поведением, где часть игроков близорукие, а часть рациональные, условие (1) необходимо для того, чтобы кандидат K_0 мог быть выбранным, но не является достаточным.

Пусть близорукие игроки ($i \in M$) ходят первыми и $\mathbf{K}'(\vec{M})$ — множество кандидатов, исключаемых ими при порядке их ходов \vec{M} . Для каждого множества $\mathbf{K}'(\vec{M})$ рассмотрим подыгру с $k = n - m$ игроками с рациональным поведением и множеством из $k + 1$ кандидата $\mathbf{K} \setminus \mathbf{K}'(\vec{M})$, где \mathbf{K} — множество всех кандидатов в игре. Если $\exists \vec{M}$ такой, что в подыгре для кандидата K_0 выполняется

условие (1), то существует порядок ходов игроков, когда K_0 будет выбран в изначальной игре. Данное условие уже оказывается не только необходимым, но и достаточным для возможности выбора K_0 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mueller D. C. Voting by veto // Journal of Public Economics. 1978. Vol. 10, P. 80–91.
- [2] Новикова Н. М., Поспелова И. И. Свойства процедуры голосования путем последовательного наложения вето // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2018. № 4. С. 32–40.

СИНТЕЗ СБОЕУСТОЙЧИВЫХ ОБРАТИМЫХ СХЕМ

Гуров Сергей Исаевич¹, Кормаков Георгий Владимирович²

¹ Кафедра математических методов прогнозирования, e-mail: sgur@cs.msu.ru

² Кафедра математических методов прогнозирования, e-mail: egor2898@mail.ru

Согласно законам термодинамики, при выполнении логических операций классическими схемами на каждый потерянный бит информации выделяется энергия $kT \ln 2$ Дж, k — постоянная Больцмана, T — температура в градусах Кельвина (принцип Ландауэра [1]).

Одним из способов принципиального решения проблемы тепловыделения является переход к использованию техники обратимых вычислений [2]. Ш. Бене предложил трёхшаговую процедуру, делающую обычные вычисления обратимыми [2]. В последнее время активизировались исследования по разработке синтеза обратимых схем, как комбинационных, так и последовательностных [3, 4, 5, 6]. Второй важной проблемой современной ВТ является надёжность функционирования ИМС, причём на первый план здесь выходит задача обеспечения их устойчивости к кратковременным самоустраняемым отказам или сбоям (SEU, single event upsets). Сбоеустойчивость является важнейшим требованием к аппаратуре, работающей, например, в тяжелых условиях космоса.

В данной статье рассмотрены основные существующие модели построения сбоеустойчивых обратимых комбинационных схем и предложен новый подход к данной проблеме. В работе рассмотрены основные понятия, связанных с обратимыми вычислениями. Обратимые элементы имеют малое энергопотребления, большую скорость вычислений и повышенную плотность расположения вентилей на кристалле. Последнее обстоятельство послужило причиной их более детального изучения, в частности, сбоеустойчивости и тестируемости. Благодаря указанным преимуществам, обратимая схемотехника отвечает основным требованиям современной технологии ВТ.

Предложен оригинальный метод синтеза сбоеустойчивых обратимых элементов в поляризованном пространстве Хэмминга [7], обладающий высокой способностью корректировать как единичные, так и многократные ошибки. На

основании этого метода построены обратимый сумматор (рис. 1) и аналоги основных обратимых элементов.

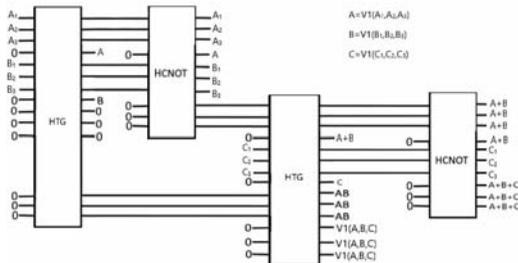


Рис. 1: Обратимый сумматор в пространстве Хэмминга

Рассмотренные методы синтеза сбоеустойчивых схем уже являются важными для обратимой схемотехники. В то же время на сегодняшний день настоящей необходимостью является создание обратимых сбоеустойчивых таких стандартных элементов, как мультиплексор, демультиплексор, шифратор, дешифратор, сумматор и триггеры и др. Также требует развития общая теория синтеза рассматриваемых схем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Landauer R. Irreversibility and heat generation in the computing process // IBM Journal of Research and Development, 5: 183–191, July 1961.
- [2] Bennet C. Logical Reversibility of Computation IBM Journal of Research and Development, vol. 17, no. 6, pp. 525–532, 1973.
- [3] Бобровский С. Будет ли обратимым зеттафлопсный компьютер? // PCWeek/RE (474) 12'2005.
- [4] Kalyan S. Perumalla. Introduction to Reversible Computing // CRC Press, 2014.
- [5] Saeedi M., Markov I.L. Synthesis and Optimization of Reversible Circuits // A Survey. Oct 2011. [https://arxiv.org/pdf/1110.2574]
- [6] Закаблуков Д. В. Методы синтеза обратимых схем из функциональных элементов NOT, CNOT и 2-CNOT. : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.01.09. / Закаблуков Дмитрий Владимирович. Москва, 2018.
- [7] Кормаков Г. В., Гуров С. И. Сбоеустойчивые обратимые схемы и метод их синтеза в пространстве Хэмминга // Прикладная математика и информатика: труды факультета ВМК МГУ им. М. В. Ломоносова / Под ред. В. И. Дмитриева. М.: МАКС Пресс, 2018. № 57. С. 21–35.

ФОРМАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДОСТУПОМ В СОВРЕМЕННЫХ ОПЕРАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Девянин П. Н.¹, Кулямин В. В.², Петренко А. К., Хорошилов А. В.,
Щепетков И. В.³

¹ НПО „РусБИТех“, e-mail: devyanin.peter@yandex.ru

² Кафедра системного программирования, ВМК МГУ им. М. В. Ломоносова, e-mail: kuliamin@ispras.ru

³ Институт системного программирования им. В. П. Иванникова РАН, e-mail:
petrenko@ispras.ru, khoroshilov@ispras.ru, shchepetkov@ispras.ru

В современных операционных системах (ОС) из-за работы многих пользователей с данными сложной структуры применение *дискреционного управления доступом* (DAC) часто небезопасно и неудобно. *Управление доступом на основе ролей* (RBAC) облегчает администрирование политик безопасности. Для строгого контроля информационных потоков подходит *мандатное управление доступом* (MAC). При использовании многочисленных программ из разных источников, нужен *мандатный контроль целостности* (MIC), не позволяющий изменять важные данные и вмешиваться в работу критичных процессов.

Мы представляем формальную иерархическую модель управления доступом и информационными потоками NIMACF (ранее она называлась MPOСЛ ДП-модель [1]), интегрирующую все указанные механизмы и включающую элементы других моделей — Белла-ЛаПадулы, Биба, систем военных сообщений и модели Take-Grant.

Модель NIMACF описана на формальном языке Event-B в виде четырех модулей, последовательно уточняющих друг друга. Базовый модель описывает RBAC, второй — MIC, третий — MAC, четвертый определяет информационные потоки в системе, аналогично модели Take-Grant, и с помощью понятия контроля процессов друг над другом. Свойства безопасности представлены в виде инвариантов модели и формально доказаны, всего модель содержит 52 переменные, 75 событий, 196 инвариантов, объем модели около 5000 строк кода.

Модель использована при реализации ОС Astra Linux Special Edition, предназначенной для работы с критически важной информацией.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 18-01-00378.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] П. Н. Девянин. Модели безопасности компьютерных систем. Управление доступом и информационными потоками. Горячая линия — Телеком, 2013.

ОБ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ СТАБИЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С РАСТУЩИМИ СТАРШИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Денисов Василий Николаевич

Кафедра общей математики, МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: vdenisov2008@yandex.ru

Изучается асимптотическое поведение при $t \rightarrow \infty$ решения задачи Коши. В полупространстве $\bar{E} = R^N \times [0, \infty)$ рассмотрим задачу Коши при $N \geq 3$

$$Lu + c(x)u - u_t = 0, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = v(x), \quad (2)$$

где

$$Lu = \sum_{i,k=1}^N a_{ik}(x)u''_{x_i x_k}, \quad c(x) \leq -\beta^2.$$

Предполагается, что функция $v(x)$ ограничена и что коэффициенты $a_{ik}(x)$ в (1) растут при $|x| \rightarrow \infty$, как $|x|^m$, $0 < m < 2$. Установлена экспоненциальная скорость стабилизации решения задачи (1), (2), равномерная по x на компактах.

В работе [1] ранее была получена степенная скорость стабилизации, при условии, что $a_{ik}(x)$ растут как $|x|^2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Денисов В. Н. Об асимптотике при большом времени решений параболических уравнений с растущими старшими коэффициентами // Докл. РАН. 2017. Т. 475, № 1. С. 10–13.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ МАКСИМИЗАЦИИ ПРИБЫЛИ

Денисов Дмитрий Витальевич, Агаджанян Елизавета Георгиевна

Кафедра исследования операций, e-mail: dvden@cs.msu.ru, a_lizzi@mail.ru

При производстве продукции существует множество факторов, которые могут влиять на размер издержек. Данная работа основана на дискретной модели изменения объема запаса продуктов (проблеме определения размера партии). В общем случае задачу можно описать следующим образом: существует прогноз спроса на продукцию на текущий интервал времени, затраты на настройку оборудования, понесенные для каждого заказа, и затраты на инвентаризацию единицы продукции за период времени. Проблема заключается в определении количества единиц продукции, которые следует произвести в каждый момент

времени, чтобы минимизировать сумму затрат на перенастройку оборудования и затрат на хранение запасов.

Исследуется усложнённая задача определения размера партии, основанная на работах [1, 2, 3]. В работе приведены две модели. Первая модель является расширением модели, представленной в [1]. Целевая функция может быть описана следующим выражением:

$$\text{Max}(\text{revenue} - \text{prodcost} - \text{setupcost} - \text{inventcost}),$$

где *revenue* – общий доход, *prodcost* – затраты на производство, *setupcost* – затраты на перенастройку, *inventcost* – затраты на хранение.

Вторая исследуемая модель является модификацией первой модели. Размер партии в данном случае связан не только с периодом производства, но и с периодом реализации продукции. Также вводится понятие начального запаса продукции.

Для решения задач оптимизации, рассмотренных в данных моделях, были применены метаэвристические алгоритмы на основе методов, описанных в [4]. С помощью полученных результатов было проведено сравнение вышеуказанных моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Single machine multi-product capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups / В. Almada-Lobo, D. Klabjan, M.A. Carravilla, J.F. Oliveira // International Journal of Production Research. 2007. Vol. 45 (20), pp.4873 – 4894.
- [2] N. Sereshti, M. Bijari. Profit maximization in simultaneous lot-sizing and scheduling problem // Applied Mathematical Modelling. 2013. Vol. 37(23), pp. 9516 – 9523.
- [3] M. Bijari, M. Jafarian. Integrated production planning model for noncyclic maintenance and production planning // Industrial Engineering Non-Traditional Applications in International Settings. 2015. pp.1 – 19
- [4] P. Vaez. A New Mathematical Model for Simultaneous Lot-sizing and Production Scheduling Problems Considering Earliness/Tardiness Penalties and Setup Costs // International Journal of Supply and Operations Management. 2017. Vol. 4(2), pp. 167 – 179.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ МЕТОД В ЗАДАЧЕ ЗОНДИРОВАНИЯ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

Дмитриев Владимир Иванович¹, Лопушенко Владимир Васильевич²

¹ Кафедра математической физики, e-mail: dmitriev@cs.msu.ru

² Лаборатория математической физики, e-mail: lopushnk@cs.msu.ru

Одним из важнейших разделов прикладной электродинамики является математическое моделирование электромагнитных полей в проводящих неоднородных средах. В частности, представляет особый интерес построение методов решения прямых и обратных задач электромагнитного зондирования неоднородной среды с целью определения её строения. В исследовании подобных моделей высокую эффективность показал метод интегральных уравнений. Однако, при анализе сложных трехмерных задач с неоднородностями больших размеров, размерность алгебраической системы, к которой сводится интегральное уравнение, сильно возрастает. В связи с этим возникает необходимость разработки моделей строения среды, для которых можно применять более простые и эффективные методы решения. К такому классу моделей, в частности, относится слоистая среда, содержащая тонкие неоднородные слои.

В данной работе используется модификация метода интегральных уравнений в спектральной области, предложенная в [1] и показавшая высокую эффективность при моделировании плоских дефектов однородной диэлектрической подложки. Рассматривается модель неоднородности, состоящей из тонких неоднородных горизонтальных слоев. В этом случае построение решения прямой задачи зондирования может быть выполнено на основе объемного интегрального уравнения, которое допускает существенное упрощение, а переход в спектральную область позволяет использовать компоненты тензора Грина в аналитическом виде. Высокая эффективность метода позволит использовать его в обратной задаче магнитотеллурического зондирования слоистых сред, содержащих тонкие слои, для которой была доказана теорема единственности [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Еремин Ю. А., Лопушенко В. В. Метод интегральных уравнений в спектральной области для анализа плоских дефектов подложки // Дифференциальные уравнения. 2014. Т. 50, № 9. С. 1187–1195.
- [2] Дмитриев В. И. Магнитотеллурическое зондирование слоистой среды, содержащей тонкие неоднородные слои // Прикладная математика и информатика. 2017. № 55. С. 5–11.

О МИНИМИЗАЦИИ ВЫРОЖДЕННЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ

Дмитрук А. В., Мануйлович Н. А.

Кафедра оптимального управления, e-mail: avdmi@cemi.rssi.ru, nataliiaparilova@gmail.com

На линейной системе управления $\dot{x} = A(t)x + B(t)u$, $x(0) = a$ (где $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$) рассматривается интегральный квадратичный функционал с вырожденным коэффициентом при квадрате управления (вырожденным условием Лежандра):

$$\Omega(a, u) = \int_0^T ((Q(t)x, x) + 2(P(t)x, u)) dt + (Sx_T, x_T). \quad (1)$$

Требуется найти его минимум при заданном значении $x(0)$ и свободном значении $x(T)$, которое входит в терминальную часть функционала. Стандартный подход к этой задаче заключается в добавлении к функционалу квадрата управления с малым коэффициентом и решения серии полученных невырожденных задач. Однако он требует не только большого количества вычислений, но и обоснования предельного перехода.

Мы предлагаем другой подход, состоящий в преобразовании исходного функционала с помощью некоторой замены переменных к другому, который в типичном случае оказывается невырожденным. А именно, сделав замену фазовой переменной $x \mapsto (\xi, y)$, где $\dot{y} = u$, $y(0) = 0$, $\xi = x - By$ (т.н. преобразование Гоха), так что

$$\dot{\xi} = A(t)\xi + B_1(t)y, \quad \xi(0) = x(0), \quad \text{где } B_1 = AB - \dot{B},$$

нетрудно показать, что функционал (1) можно представить в виде:

$$\Omega = \int_0^T ((Q(t)\xi, \xi) + 2(P_1(t)\xi, y) + (R(t)y, y)) dt + g(\xi(0), \xi(T), y(T)) \quad (2)$$

с некоторыми матрицами P_1 , S_1 , R и конечномерной квадратичной формой g . Поскольку управление u не входит теперь в подынтегральное выражение, можно перейти к новому управлению y и считать его элементом $L_2[0, T]$; при этом ξ есть новая фазовая переменная (см. напр. [1]).

Полученный функционал (2) в типичном случае невырожден относительно нового управления y , поэтому для его минимизации применима классическая процедура, основанная на решении матричного уравнения Риккати. В отличие от стандартного подхода здесь надо решить лишь одну задачу, а не бесконечную серию задач минимизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Дмитрук А.В., Шишов К.К. Исследование квадратичного функционала с частично вырожденным условием Лежандра // Вестник МГУ. Сер. ВМК. Т. 34, №. 1. 2010.

ГЕНЕРАЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОЛЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЕГО ВРЕМЕННОЙ ЭВОЛЮЦИИ

Дородницын Людвиг Вацлавович¹, Александров Анатолий Витальевич,
Дубень Алексей Петрович²

¹ Лаборатория математического моделирования в физике, e-mail: dorodn@cs.msu.su

² ИПМ им. М.В.Келдыша, e-mail: alexandrov@imamod.ru, alexey.duben@gmail.com

Рандомизированный спектральный метод, ранее предложенный для генерации однородных изотропных турбулентных полей скорости, обобщается на трехмерный случай. Аналитически и численно демонстрируется совпадение статистических и спектральных свойств турбулентных полей, искусственно сгенерированных на основе данного метода, со свойствами их физических прототипов. Валидационный LES расчет, использующий полученные турбулентные поля в качестве начальных условий, демонстрирует хорошее совпадение результатов с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00726-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Боровская И. А., Козубская Т. К., Курбанмурадов О., Сабельфельд К. К. О моделировании однородных случайных полей и сигналов и их использовании в задачах аэроакустики // Матем. моделирование. 2007. Т. 19, № 10, С. 76–88.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ДВОЙНОГО ГИПЕРЦИКЛА

Дрожжин Сергей Вячеславович¹, Братусь Александр Сергеевич²

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: myasni.cc@yandex.ru

² Кафедра системного анализа, e-mail: alexander.bratus@yandex.ru

Основная теорема Р. Фишера о естественном отборе [1] положила начало применению экстремальных принципов к теории эволюции Дарвина. В случае репликаторных систем, данная теорема справедлива лишь когда матрица описывающая взаимодействие видов является симметрической. Однако, ситуация в корне меняется если рассмотреть способность к адаптивному изменению ландшафта приспособленности. При этом возникает естественный вопрос о способе, которым может достигаться эта адаптация. В качестве основной гипотезы предлагаемой модели, выступает гипотеза о том, что время в течение

которого происходит эволюционное изменение ландшафта приспособленности, во много раз более медленное, чем время которое описывает динамику системы до момента её выхода в стационарное состояние. Из этого предположения следует, что процесс эволюционной адаптации может быть описан с помощью уравнений стационарного состояния, все элементы которого зависят от некоторого параметра, который мы назовем эволюционным параметром или эволюционным временем.

В предлагаемой работе, эволюционный метод изменения ландшафта приспособленности применяется к гиперциклическим репликаторным системам [2, 3].

В первой части рассматривается процесс эволюции системы, в которой репликация каждого вида происходит последовательно с помощью двух предыдущих видов в замкнутом цикле. Такие системы мы будем называть двойными гиперциклами.

Во второй части статьи рассмотрен процесс эволюции системы гиперцикла в том случае, когда в случайные моменты времени к системе присоединяются новые виды. Цель этого исследования, показать как может сочетаться детерминированное поведение системы со случайными событиями и исследовать влияние случайности на эволюционную динамику системы. Важность исследования такого процесса неоднократно отмечалась многими исследователями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Fisher R. The genetical theory of natural selection //Oxford University Press. 1930.
- [2] Eigen M. Self-organization of matter and the evolution of biological macromolecules //Naturwissenschaften. 1971. N. 58. P. 465–25.
- [3] Eigen M., Schuster P., The Hypercycle //New-York. Springer. 1979.

ТРЕХСТАДИЙНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД ДЛЯ 3D НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ЭВОЛЮЦИИ ЛАЗЕРО-ИНДУЦИРОВАННОЙ ПЛАЗМЫ ПОЛУПРОВОДНИКА И СРАВНЕНИЕ ЕГО ЭФФЕКТИВНОСТИ С МЕТОДАМИ РАСЩЕПЛЕНИЯ

**Егоренков Владимир Александрович, Логинова Мария Михайловна,
Трофимов Вячеслав Анатольевич**

Кафедра вычислительных методов, e-mail: vatro@cs.msu.ru

В настоящей работе развиваются методы численного решения задачи взаимодействия высокоинтенсивного лазерного импульса с полупроводником в трехмерной постановке. Математическая модель данного процесса представляет собой систему нестационарных нелинейных дифференциальных уравнений

относительно концентраций свободных электронов и ионизированных доноров в зоне проводимости полупроводника, интенсивности падающего оптического излучения, а также уравнения Пуассона относительно потенциала светоиндуцированного электрического поля. Задача решается в прямоугольной области, на границе задаются граничные условия второго рода. Для решения поставленной нестационарной задачи нами предложен трехстадийный итерационный процесс на основе консервативной симметричной разностной схемы [1]. На основе компьютерного моделирования проведен анализ эффективности данного подхода и проведено сравнение эффективности предлагаемого метода с методами расщепления [2-4], широко используемыми для решения нестационарных нелинейных задач в трехмерной постановке.

Отдельным вопросом является подход к выбору метода решения задачи Неймана для уравнения Пуассона относительно потенциала электрического поля. В данной работе проведено сравнение эффективности использования метода расщепления для решения уравнения Пуассона и метода БДПФ, реализованного в библиотеке Intel MKL, в случае постановки как однородных, так и неоднородных граничных условий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Trofimov V. A., Loginova M. M., Egorenkov V. A. Conservative finite-difference scheme and two-stage iteration process of its realization for the 2D problem of semiconductor plasma generation by femtosecond pulse // *Communications in Computational Physics*. 2018. V. 23, № 5. P. 1512–1533.
- [2] Марчук Г. И. Методы вычислительной математики // Наука, 1980.
- [3] Самарский А. А. Теория разностных схем // Наука, 1989.
- [4] LeVeque R. J. Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems // SIAM, 2007.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАССЕЯНИИ НА СИЛОВОМ ЦЕНТРЕ

Еленин Георгий Георгиевич¹, Еленина Татьяна Георгиевна²

¹ Москва, 119991, Ленинские горы 1, МГУ имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, e-mail: eelenin2@rambler.ru

² Москва, 119991, Ленинские горы 1, МГУ имени М. В. Ломоносова, Физический факультет, e-mail: t.yelenina@gmail.com

В докладе предлагаются семейства численных методов решения задачи о рассеянии материальной точки на силовом центре [1]. Особенностью решений задачи Коши для уравнений, описывающих инфинитное движение материальной точки, является наличие области резкого изменения скорости точки. Наиболее ярко внутренний погранслои проявляется при значительной кинетической энергии налетающей на отталкивающий центр материальной точки и

малом прицельном расстоянии. Для эффективного численного решения задачи следует привлекать численные методы с автоматическим выбором шага, сохраняющие геометрию фазового пространства и интегралы движения в рамках точной арифметики.

На основе двух параметризаций решения задачи строятся семейства адаптивных вычислительных методов, осуществляющих симплектическое отображение начального состояния в текущее состояние и сохраняющих все первые интегралы задачи, орбиту движения и годограф скорости. Переменный шаг в вычислительных методах выбирается автоматически, исходя из свойств решений задачи. Методы аппроксимируют зависимости фазовых переменных от времени с либо вторым, либо четвертым, либо шестым порядком. При некоторых соотношениях между параметрами методы являются точными. Новые методы решения задачи о рассеянии на силовом центре, аналогичны методам, предложенным ранее для решения задачи Кеплера [2, 3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М. : Наука, 1973, 208 с.
- [2] Еленин Г. Г., Еленина Т. Г. Адаптивные симплектические консервативные численные методы решения задачи Кеплера // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 7. С. 950-961.
- [3] Еленин Г. Г., Еленина Т. Г. Тестовые испытания адаптивных симплектических консервативных численных методов решения задачи Кеплера // ЖВМиМФ. 2018. Т. 58, № 6. С. 895-913.

СОВРЕМЕННЫЕ ПАРАДИГМЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЯЗЫКОВ KOTLIN И SWIFT

Захаров Виктор Борисович, Мостяев Артем Игоревич

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: victordis@gmail.com, reistlin12@gmail.com

Уменьшение порога входа является главной тенденцией в развитии языков программирования. В конце 90-х в начале 2000-х годов упрощение программирования достигалось за счет использования таких механизмов, как интерпретация программ, автоматическая сборка мусора, отказ от указателей [1]. Следствием этих подходов явилось замедление скорости работы получаемых программ.

Среди новых языков программирования, популярность которых растет высокими темпами, можно выделить языки Kotlin и Swift [2,3]. Эти языки основаны на компиляции программ, что обеспечивает более высокую скорость выполнения. При этом во многих случаях программист также может *не описывать типы переменных*, они определяются автоматически на основе анализа кода программы. Значительно упрощают код механизмы *безопасных нулевых ссылок* (Null-Safety) [4] и *функций-расширений* [2], применимых в том числе для

стандартных классов. Языки содержат развитые средства функционального программирования.

В докладе анализируется значимость нововведений и оценивается вероятность широкого перехода на новое поколение компилируемых языков. С одной стороны, достоинства новых языков не вызывают сомнений [3], но с другой, переход на новые языки всегда тормозится громадной кодовой базой и сформировавшимися техниками программирования. Большое количество факторов должно быть учтено для точного прогноза популярности нового языка. Решающим фактором может стать наличие гибких средств конвертации программ с языков Kotlin и Swift на другие и обратно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Головин И. Г., Захаров В. Б., Мостяев А. И. Влияние тенденций современного общества на процесс создания, распространения и поддержки программ для мобильных устройств // Научный взгляд в будущее. 2016. Т. 4, № 2. С. 41–51.
- [2] Жемеров Д. Б., Исакова С. С. Kotlin в действии // М. : ДМК-Пресс, 2018. 402 с.
- [3] Усов В. Swift. Основы разработки приложений под iOS и macOS // СПб. : Питер, 2018. 448 с.
- [4] Когтенков А. В. Обеспечение практической безопасности пустых ссылок // Системная информатика. 2017. № 10. С. 45–56.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЙРОСЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПОЗНАВАНИЯ ФИГУР НА ШАХМАТНОЙ ДОСКЕ

Захаров Виктор Борисович, Пославский Александр Владимирович

Кафедра алгоритмических языков, e-mail: victordis@gmail.com, slink21@mail.ru

Повсеместное распространение мобильных устройств с камерами высокого разрешения и мощными вычислительными системами открыло большой спектр возможностей в области искусственного интеллекта. Одной из задач в данном направлении является определение шахматных позиций по фотографии. На турнирах или дистанционных партиях людям приходится вручную вводить информацию о текущей позиции или использовать дорогостоящее оборудование. Существует работа [1], демонстрирующая 84,6% точность классификации шахматных фигур. Однако такая точность приводит к высокой вероятности наличия ошибок в каждой распознанной шахматной позиции.

Задачи распознавания шахматной позиции можно разделить на два вида: распознавание по единичной фотографии и распознавание по потоку последовательных кадров. В обоих случаях первым этапом является поиск доски на

фотографии [2], вырезание и преобразование к квадратному виду. Далее квадратная доска нарезается на 64 клетки. В случае распознавания по единичной фотографии, каждая клетка подается на вход нейронной сети. Было опробовано более сорока предобученных нейронных сетей, веса которых были использованы для инициализации при обучении классификатора фотографий шахматных фигур. Лучшую точность (99.33%) по отношению к скорости работы продемонстрировала MobileNetV2_0.35_224 [3]. Вторым вариантом предполагается, что между какими-то двумя кадрами из потока был сделан ход, а также часть кадров непригодна для распознавания. Для отсеивания кадров с явным движением или отсутствием хода был реализован инвариантный к освещению и шумам алгоритм поиска различий между двумя кадрами [4]. После этого кадр проверяется на наличие в нем руки при помощи специально обученного SSDLite детектора, основанного на нейронной сети MobileNetV2 [3,5]. При помощи детектора различий выбирается несколько клеток, на которых высока вероятность хода. При несоответствии результата классификации шахматным правилам алгоритм берет следующий кадр, что устремляет вероятность ошибки к нулю.

Реализация алгоритма при помощи библиотек OpenCV и TensorFlow Lite обрабатывает один сделанный ход менее, чем за 250мс на одном ядре Pixel 1, что делает этот алгоритм первым способным качественно обрабатывать шахматные партии в режиме реального времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ding J. ChessVision : Chess Board and Piece Recognition //Technical Report. Stanford University. URL: https://web.stanford.edu/class/cs231a/prev_projects_2016/CS_231A_Final_Report.pdf
- [2] Bennett S., Lasenby J. ChESS — Quick and Robust Detection of Chess-board Features //arXiv preprint arXiv:1301.5491 — 2013
- [3] Sandler M., Howard A., Zhu M., Zhmoginov A., Chen L. MobileNetV2 : Inverted Residuals and Linear Bottlenecks //arXiv preprint arXiv:1801.04381 — 2019
- [4] Sanin A., Sanderson C., Lovell B.C. Shadow Detection : A Survey and Comparative Evaluation of Recent Methods //arXiv preprint arXiv:1304.1233 — 2013
- [5] Liu W., Anguelov D., Erhan D., Szegedy C., Reed S., Fu C., Berg A. C. SSD : Single Shot MultiBox Detector //arXiv preprint arXiv:1512.02325 — 2016

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕЩЕНИЯХ СТАНЦИЙ ОБСЛУЖИВАНИЯ НА ПРЯМОЙ

Захарова Татьяна Валерьевна, Меньших Игорь Михайлович

Кафедра математической статистики, e-mail: lsa@cs.msu.ru, s02160118@stud.cs.msu.ru

Постановка задачи. Рассматривается неклассическая задача теории массового обслуживания. На прямой возникают вызовы, и для их обслуживания имеется n станций, координаты которых образуют множество-размещение $\{x_1, \dots, x_n\}$. Вызов поступает на ближайшую к нему станцию. Точка-источник вызова ξ есть случайная величина с заданной плотностью распределения ρ . Время обслуживания вызова есть некоторая возрастающая функция, зависящая от расстояния между вызовом и станцией. Требуется так расположить станции, чтобы минимизировать время обслуживания появляющихся вызовов, а именно параметрический критерий $\varphi(x) = \mathbb{E} \min_{1 \leq i \leq n} |\xi - x_i|^s, s > 0$.

Результат. Приведен алгоритм построения асимптотически оптимальных второго порядка ($k = 2$) размещений для семейства критериев оптимальности с вещественным положительным параметром s , то есть таких размещений $x = \{x_1, \dots, x_n\}$, которые удовлетворяют $\lim_{n \rightarrow \infty} (\varphi(x^*) - \varphi(x))n^{s+k-1} = 0$, где $x^* = \{x_1^*, \dots, x_n^*\}$ — оптимальное размещение по критерию φ . Результат является обобщением полученных ранее результатов для семейства критериев с параметром $s \in \mathbb{N}$. Это обобщение нацелено на повышение гибкости подхода к конкретной задаче: появилась возможность строить описанные размещения для $s < 1$, то есть эффективно обрабатывать вызовы из «интенсивных» областей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Захарова Т. В. Оптимизация расположения в пространстве систем массового обслуживания : дис. . . . канд. физ.-мат. наук : 01.01.05 / Захарова Татьяна Валерьевна. Москва, 2008. 107 с.
- [2] Захарова Т. В., Фисак А. А. Необходимое условие оптимального размещения станций обслуживания на отрезке для параметрического семейства критериев оптимальности // Издательство Пермского государственного университета. Статистические методы оценивания и проверки гипотез. 2015. Т. 26. С. 86–94.
- [3] Захарова Т. В., Фисак А. А. Об оптимальных размещениях станций обслуживания // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2018. № 2. С. 40–47.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КУРСА КРИПТОВАЛЮТ НА ОСНОВЕ РЕКУРРЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И НАХОЖДЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ВИДА ОШИБКИ МОДЕЛИ В ВИДЕ СМЕСИ НОРМАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Захарова Татьяна Валерьевна¹, Южаков Тимофей Алексеевич²

¹ Кафедра математической статистики, e-mail: yuzhakovtimofei@yandex.ru

² Кафедра математической статистики, e-mail: tvzaharova@mail.ru

Постановка задачи. В работе строится модель прогнозирования курса наиболее популярных на данный момент криптовалют: Bitcoin и Ethereum. А также находится аналитический вид ошибки.

Результат. Было рассмотрено множество архитектур, однако эмпирически было выявлено, что наилучший результат показывают нейронные сети с архитектурой LSTM, поэтому они и были выбраны в качестве основной модели, несмотря на то что значительным недостатком данной архитектуры является значительная вычислительная сложность. В работе показано, что построенная модель работает достаточно эффективно в прогнозировании хаотической динамики рынков криптовалют. Результаты тестирования на наличие нелинейности показали, что временные ряды, рассматриваемых криптовалют, демонстрируют длинную память, а также фрактальную динамику и самоподобие. В качестве одной из возможных архитектур рассматриваются обобщенно-регрессионные нейронные сети (GRNN), но они не могут аппроксимировать глобальные нелинейные скрытые закономерности независимо от степени зашумленности, поскольку они основаны на ядрах Гаусса, подходящих только для локальной аппроксимации нестационарных сигналов.

Были выбраны входные характеристики модели, относящиеся к макроэкономике, глобальным валютным отношениям и информации о блокчейне. Использование информации о блокчейне связано с тем, что она напрямую связана со спросом и предложением криптовалют на валютном рынке.

В работе для построенной модели был найден аналитический вид ошибки в виде смеси нормальных распределений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dwyer G. P. The economics of bitcoin and similar private digital currencies. // Journal of Financial Stability, vol. 17, pp. 81–91, 2015.
- [2] Kanna K. S., Sekar P. S., Sathik M. M., and Arumugam P. T. Financial stock market forecast using data mining techniques // Proceedings of the International Multiconference of Engineers and computer scientists, vol. 1, 2010, p. 4.
- [3] McNally S. Predicting the price of bitcoin using machine learning. // Ph.D. dissertation, Dublin, National College of Ireland, 2016.

- [4] Li T. R., Chamrajnagar A. S., Fong X. R., Rizik N. R. and, Fu.F. Sentiment-based prediction of alternative cryptocurrency price fluctuations using gradient boosting tree model. // arXiv preprint arXiv:1805.00558, 2018.

СРЕДСТВА ДОСТИЖЕНИЯ МАСШТАБИРУЕМОСТИ ИНСТРУМЕНТА СТАТИЧЕСКОГО ПОИСКА ОШИБОК В ПРОГРАММАХ НА ЯЗЫКЕ C#

Игнатъев Валерий Николаевич¹, Беляев Михаил Владимирович²

¹ ИСП РАН, кафедра СП ВМК МГУ, e-mail: valery.ignatyev@ispras.ru

² ИСП РАН, e-mail: mbelyaev@ispras.ru

Традиционным подходом к реализации масштабируемого инструмента статического анализа является использование резюме методов и обратный топологический порядок обхода методов с детерминированным разрывом циклов для достижения детерминированных результатов. Это позволяет анализировать каждый метод один раз, а затем при анализе вызывающего метода использовать сохранённый результат. Параллельная обработка независимых методов позволяет сократить время работы инструмента на многоядерных компьютерах.

Однако при анализе больших проектов возникает проблема размещения резюме в памяти, так как они занимают большой объём. Одним из методов, позволяющих снизить размер хранимых резюме, является разбиение резюме на компоненты и удаление из памяти неинформативных компонент. Эффективность этого метода основана на том, что многие проекты содержат методы, некоторые свойства которых аналогичны соответствующим свойствам пустых методов. Использование компонент также позволяет сэкономить память в случае, если не все детекторы дефектов включены пользователем.

Другим методом является сериализация резюме в файл. Это позволяет выгружать из памяти неиспользуемые резюме, освобождая память для дальнейшей работы инструмента, а также использовать сжатие, например, ZIP, для снижения объёма хранимых данных.

Перечисленные методы реализованы в инструменте статического поиска ошибок SharpChecker [1] и позволили значительно увеличить его масштабируемость по размеру анализируемых программ.

В дальнейшем планируется реализовать построение и обход межмодульного графа вызовов и полное удаление из памяти без сохранения на диск резюме методов после завершения анализа всех вызывающих методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кошелёв В. К., Игнатъев В. Н., Борзилов А. И. Инфраструктура статического анализа программ на языке C# // Труды ИСП РАН. 2016. Т. 28, №1. С. 21–40.

О РОБАСТНОСТИ МЕТОДОВ ПОИСКА ОГРАНИЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ НЕУСТОЙЧИВЫХ УРАВНЕНИЙ.

Ильин Александр Владимирович¹, Атамась Евгений Иванович²

¹ Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: iline@cs.msu.ru

² Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: eatamas@cs.msu.ru

При решении ряда обратных задач математической теории управления возникает вспомогательная задача восстановления ограниченных решений неустойчивых линейных уравнений. В частности, при решении задачи обращения для систем с запаздыванием возникает необходимость восстановления ограниченных решений неустойчивых функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа. Разработанный ранее подход подразумевает выделение конечномерной неустойчивой подсистемы и применение к ней методов восстановления ограниченных решений для ОДУ [1]. Однако специфика систем с запаздыванием делает точное аналитическое выделение такой подсистемы трудноосуществимым на практике для большинства систем. Вышесказанное обуславливает необходимость изучения устойчивости предлагаемых методов восстановления ограниченных решений ОДУ к возмущениям в матрице системы.

Рассматривается система ОДУ вида

$$\dot{x} = \hat{A}x + f, \quad (1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, начальные условия считаются неизвестными, а функция f известна лишь до текущего момента t . Матрица \hat{A} получена в результате возмущения исходной матрицы A : $\hat{A} = A + \Delta A$.

В работе рассматривается влияние возмущения ΔA на искомое ограниченное решение, а также исследуется робастность предложенных ранее ([2]) подходов к поиску ограниченных решений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19-07-00294-а, № 18-37-00106-мол_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Атамась Е. И. Восстановление ограниченных решений неустойчивых уравнений запаздывающего типа // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 8. С. 1133.
- [2] Ильин А. В., Атамась Е. И., Фомичев В. В. О задаче поиска ограниченного решения неустойчивого дифференциального уравнения // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53, № 1. С. 111–116.

РЕЗОНАНСНОЕ РАССЕЯНИЕ В ВОЛНОВОДЕ

Ильинский Анатолий Серафимович

Кафедра математической физики, e-mail: celd@cs.msu.su

Резонансное рассеяние в волноводе описывает для каждой заданной геометрии последовательность частот возбуждения волновода, при которых коэффициент прохождения достигает локального максимального значения. В последние годы резонансное рассеяние в волноводе было применено к исследованию туннелирования в квантовых волноводах. Простейшая модель резонансного туннелирования описывается стационарным уравнением Шредингера с потенциалом, состоящим из двух потенциальных барьеров. Эффект резонансного туннелирования состоит в том, что коэффициент прохождения равен единице при некоторых «резонансных» значениях энергии. В качестве модели резонансной структуры может быть принят волновод переменного сечения, где роль потенциальных барьеров выполняют сужения волновода. Коэффициенты матрицы рассеяния в волноводе описывают эффект «резонансного» туннелирования [1].

В настоящем докладе рассмотрена задача резонансного рассеяния в нерегулярном волноводе с помощью метода интегральных уравнений. Метод получения интегральных уравнений подробно изложен в монографии [2].

В докладе проводится сопоставление численного метода интегральных уравнений и результатов асимптотического исследования задачи из [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Baskin Lev, Pekka Neitaanmaki, Plamenevskii Boris, Sarafanov Oleg Resonant Tuuneling // Springer International Publ. Switzerland, 2015. 275 p.
- [2] Ильинский А. С., Галишникова Т. Н. Метод интегральных уравнений в задачах дифракции. М: МАКС Пресс, 2013. 248 с.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ АУТЕНТИФИКАЦИИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ ПО КЛАВИАТУРНОМУ ПОЧЕРКУ

Казачук Мария Андреевна, Петровский Михаил Игоревич, Машечкин Игорь Валерьевич

Кафедра Интеллектуальных Информационных Технологий, e-mail: kazachuk@mlab.cs.msu.su, michael@cs.msu.su, mash@cs.msu.su

В данной работе рассматривается проблема динамической аутентификации пользователей по клавиатурному почерку. Данная задача является задачей своевременного обнаружения внутренних вторжений и сводится к задаче одноклассовой классификации [1]. Для ее решения предлагается новый нечеткий

метод выявления аномалий в данных на основе эллиптической кластеризации в пространстве характеристик высокой размерности (RKHS). Основной идеей предложенного метода является переход из исходного пространства признаков в RKHS и дальнейшая нечеткая кластеризация образов наблюдений в результирующем пространстве с использованием метрики Махаланобиса для расчета расстояний между объектами и центром кластера. Центр кластера также находится в индуцированном пространстве и итерационно пересчитывается. За счет использования расстояния Махаланобиса, результирующий кластер имеет не сферическую, а эллипсоидальную форму в RKHS, что позволяет более точно описать основную часть легитимной обучающей выборки и построить более точную одноклассовую модель соответственно. Поиск оптимальных значений метапараметров данного алгоритма осуществляется собственно разработанным методом без использования информации о данных нелегитимного класса. Поскольку зачастую представляют интерес результаты аутентификации пользователей не за короткий интервал времени, а за целую сессию работы за компьютером, дополнительно был разработан и протестирован метод оценки аномальности поведения пользователя на основе анализа целых сессий работы за компьютером с использованием статистики Welch's t-Test, показавший высокое качество работы.

В ходе экспериментального исследования предложенный метод показал высокое качество распознавания (порядка 0.96 ROC AUC) и превзошел результаты работы алгоритмов SVC и KPCA.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Developing a keystroke biometric system for continual authentication of computer users / J. V. Monaco, N. Bakelman, S. H. Cha, C. C. Tappert // In: 2012 European Intelligence and Security Informatics Conference (EISIC) IEEE 2012, P. 210–216.

ЗАДАЧА МАКСИМИЗАЦИИ ПРИБЫЛИ ДЛЯ УПРОЩЕННОЙ БЛОЧНОЙ МОДЕЛИ РАЗРАБОТКИ ОТКРЫТОГО КАРЬЕРА

Камзолкин Дмитрий Владимирович

МГУ имени М.В.Ломоносова, e-mail: kamzolkin@cs.msu.ru

Рассматривается блочная модель процесса разработки открытого карьера. Трехмерное рудное тело разделяется на блоки, внутри которых концентрация полезных ископаемых считается постоянной. В упрощенной модели блоки группируются в панели (группы блоков, расположенных на одном уровне), упорядоченные по времени извлечения. Извлечение каждой панели не начинается до тех пор, пока все предыдущие панели не будут извлечены полностью. Чтобы

избежать сложностей, связанных с определением порядка извлечения блоков внутри панели, предполагается, что процесс добычи идет от верхней части панели к нижней, поэтому все блоки в панели добываются одновременно. Это позволяет реализовать упрощенную модель [1] процесса добычи, включающую только два управляющих параметра: скорость добычи и пороговое содержание полезного ископаемого в зависимости от времени.

Процесс добычи делится на периоды. В пределах каждого периода имеются верхние ограничения на общее количество добытой руды и на общее количество руды, отправляемой на переработку. Скорость добычи и пороговое содержание могут варьироваться от периода к периоду, но остаются постоянными в течение каждого периода. Добытая руда с концентрацией полезных ископаемых выше порогового значения отправляется на переработку, а затем на продажу. Цена продажи полезного ископаемого считается постоянной в течение всего процесса разработки месторождения.

Задача состоит в том, чтобы найти оптимальный график добычи, максимизирующий общий дисконтированный денежный поток для заранее заданных значений мощностей добычи и переработки.

Для решения поставленной задачи использовался метод динамического программирования. Задача была решена численно. Проведен расчет для модельного карьера небольшого размера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Григоренко Н. Л., Камзолкин Д. В., Лукьянова Л. Н. Оптимальное управление процессом разработки пласта месторождения // Тихоновские чтения МГУ им. М. В. Ломоносова, Научная конференция: Тезисы докладов (Москва, 15-22 октября 2010 г.). МАКС Пресс, 2010. С. 49–50.

ЗАДАЧКА ТРИКОМИ ДЛЯ ВЫРОЖДЕННОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Капустин Николай Юрьевич

Кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: kapustin@bk.ru

Рассматривается параболо-гиперболическое уравнение

$$\begin{aligned} y^2 u_{xx}(x, y) - u_{yy}(x, y) + a(x, y)u_x(x, y) &= f(x, y), \quad y < 0, \\ u_x(x, y) - u_{yy}(x, y) &= f(x, y), \quad y > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$a(x, y), a_x(x, y) \in C(\bar{D}), a(x, y) \geq \mu > 0$.

Область определения D – объединение характеристического треугольника D^- уравнения (1) с вершинами в точках $A(0, 0), C(1/2, -1), B(1, 0)$, квадрата D^+ с вершинами в точках $A, M(0, 1), N(1, 1), B$ и интервала AB .

Классическим решением задачи Трикоми для уравнения (1) будем называть функцию $u(x, y)$ из класса $C(\bar{D}) \cap C^1(D \cup MN) \cap C^{1,2}(D^+) \cap C^2(D^-)$,

являющуюся решением уравнения (1) в областях D^+ , D^- и удовлетворяющую граничным условиям

$$u(x, y)|_{CA} = \psi(y), \quad u(x, y)|_{AM} = \phi_1(y), \quad u(x, y)|_{MN} = \phi_2(x), \quad (2)$$

где $f(x, y) \in C(D^+ \cup D^-)$, $\psi(y) \in C[-1, 0]$, $\phi_1(y) \in C[0, 1]$, $\phi_2(x) \in C[0, 1]$, $\psi(0) = \phi_1(0)$, $\phi_1(1) = \phi_2(0)$.

Теорема 1. Пусть $f(x, y) \in L_2(D)$ и существует классическое решение задачи Трикоми. Тогда для этого решения справедлива априорная оценка

$$\|u(x, y)\|_{L_2(D)} + \|u(x, 0)\|_{L_2(0,1)} \leq C_1 \left(\|f(x, y)\|_{L_2(D)} + \|y\psi(y)\|_{L_2(-1,0)} + \|(a(y^2/2, y) - 1)\psi(y)\|_{L_1(-1,0)} + \|\phi_1(y)\|_{L_1(0,1)} + \|\phi_2(x)\|_{L_2(0,1)} \right), \quad (3)$$

в которой положительная постоянная C_1 не зависит от функции $u(x, y)$.

Класс граничных функций на характеристике AC при переходе к изучению обобщенной L_2 -разрешимости зависит от коэффициента $a(x, y)$. Свойства такого пространства могут быть изучены по методам работ [1, 2].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 17-01-00847 а, № 17-51-18042 Болг а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Капустин Н. Ю. Задача Трикоми для вырожденного параболого-гиперболического уравнения. I. // Дифференциальные уравнения. 1987. Т. 23. № 1. С. 72–78.
- [2] Капустин Н. Ю. Задача Трикоми для параболого-гиперболического уравнения с вырождающейся гиперболической частью. II. // Дифференциальные уравнения. 1988. Т. 24. № 8. С. 1379–1386.

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ВИД ОСОБОГО ЛУЧА В МОДЕЛЯХ МНОГОСЕКТОРНОЙ ЭКОНОМИКИ

Киселёв Юрий Николаевич, Аввакумов Сергей Николаевич,
Орлов Михаил Владимирович, Орлов Сергей Михайлович

Кафедра оптимального управления, e-mail: kiselev@cs.msu.su, asn@cs.msu.su, orlov@cs.msu.su, sergey.orlov@cs.msu.ru

В докладе рассматриваются различные многомерные модели экономического роста с производственной функцией Кобба–Дугласа с одинаковыми и различными коэффициентами амортизации. Задачи содержат критерии качества в интегральном виде, характеризующие интегральный объём потребления либо его полезность с учётом дисконтирования на конечном или бесконечном горизонтах планирования. При достаточно большом горизонте планирования в моделях существует особый луч (магистраль), вдоль которого экстремальное

решение развивается во времени. Интересно отметить универсальный вид особого луча: в рассматриваемых моделях это всегда прямая, конкретный вид которой определяется исходными параметрами задачи. Основным аппаратом исследования является принцип максимума Понтрягина. С его помощью находят экстремальные решения. Обоснование оптимальности полученных решений проводится с помощью теоремы о достаточных условиях в терминах конструкций принципа максимума, разработанной Ю. Н. Киселёвым. Все задачи могут содержать особые участки в случае достаточно большого промежутка времени, которые были найдены при исследовании функции Гамильтона—Понтрягина и сопряжённой системы, причём в случае двухсекторной модели экономики особое множество в фазовом пространстве представляет собой луч, исходящий из начала координат и лежащий в первой четверти, а в многофакторной модели может быть несколько особых режимов, между которыми с течением времени происходит переключение, а «последний» по времени особый режим образует множество в фазовом пространстве, являющееся обобщением особого луча из двухсекторной модели.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00454.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ИНКРЕМЕНТАЛЬНОГО РАСПАРАЛЛЕЛИВАНИЯ ФОРТРАН-ПРОГРАММ В СИСТЕМЕ САПФОР

**Колганов Александр Сергеевич¹, Крюков Виктор Алексеевич², Яшин
Сергей Владимирович³**

¹ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: alexander.k.s@mail.ru

² ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, e-mail: krukov@keldysh.ru

³ МГУ им. М.В. Ломоносова, e-mail: yashserge@gmail.com

Основная сложность разработки параллельных программ для кластера заключается в анализе целой программы, включая все её компоненты, распределении данных и вычислений между узлами кластера и дальнейшей модификации программы и её отладке. Программы с большим объёмом кода и многомодульные программы плохо поддаются такому анализу.

Как показывает практика использования старой системы САПФОР для распараллеливания больших программных комплексов, более оптимальным является подход частичного или инкрементального распараллеливания наиболее времяёмких участков кода, постепенно добавляя к ним другие участки. С этой целью была создана новая система [1], реализующая в том числе инкрементальный подход распараллеливания участков кода программы, называемых областями распараллеливания, для которых автоматически создаются необходимые копии массивов и функций, а затем строится распределение данных и вычислений.

Для обеспечения возможности инкрементального распараллеливания на кластер в новой системе автоматизации предлагается ввести понятие области распараллеливания. Это позволит последовательно переходить от рассмотрения отдельных небольших областей к более крупным областям, вплоть до целой программы, сохраняя при этом преемственность ранее принятых решений по распараллеливанию отдельных областей и уточняя их при необходимости

С помощью разработанного метода удалось автоматизированно распараллелить программный комплекс, решающий задачу моделирования добычи залежей нефти и газа, а также удалось сократить время счета в области 501x501x6 с общим количеством скважин 5103 с 6 часов до трех минут при использовании 256 ядер кластера K10 [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №17-01-00820 А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Инкрементальное распараллеливание для кластеров в системе САПФОР / В. А. Бахтин, О. Ф. Жукова, Н. А. Катаев, А. С. Колганов, Н. Н. Королев, В. А. Крюков, М. Ю. Кузнецов, Н. В. Поддерюгина, М. Н. Пригула, О. А. Савицкая, А. А. Смирнов // Труды Всероссийской научной конференции «Научный сервис в сети Интернет». 2017, С. 48-52. DOI: 10.20948/abrau-2017.
- [2] Суперкомпьютер K10 [Электронный ресурс]. URL: <http://kiam.ru/MVS/resources/> (дата обр. 01.12.2018).

ПРОБЛЕМА ПУАНКАРЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ ИРРЕГУЛЯРНЫХ ОСОБЫХ ТОЧЕК ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ГОЛОМОРФНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Коровина Мария Викторовна

Кафедра общей математики, e-mail: betelgeuser@yandex.ru

Проблема представления асимптотики решения уравнения с голоморфными коэффициентами в окрестности иррегулярной особой точки впервые была сформулирована А. Пуанкаре в работе [1]. Там рассматривались уравнения нефуксова типа и впервые было показано, что решение уравнения с голоморфными коэффициентами в окрестности иррегулярной особой точки в некоторых случаях может разлагаться в асимптотический ряд. Проблема Пуанкаре состоит в том, чтобы найти вид асимптотических разложений для произвольных линейных уравнений с голоморфными коэффициентами.

Рассмотрим обыкновенные дифференциальные уравнения

$$b_n(r) \left(\frac{d}{dr} \right)^n u(r) + \dots + b_i(r) \left(\frac{d}{dr} \right)^i u(r) + \dots + b_0(r) u(r) = 0, \quad (1)$$

где $b_i(r)$ являются голоморфными функциями. Пусть ноль является регулярной или иррегулярной особой точкой уравнения (1). Уравнение (1) может быть сведено к уравнению вида $\hat{H}u = H\left(r, -r^k \frac{d}{dr}\right)u = 0$, где \hat{H} – дифференциальный оператор с голоморфными коэффициентами. Очевидно, что значение k определяется неоднозначно. Можно найти минимальное натуральное значения k . Если $k = 1$ уравнение является уравнением фуксова типа, если $k > 1$, то уравнение является уравнением нефуксова типа. Примером асимптотик нефуксова типа являются асимптотики вида

$$\sum_j \exp\left(\frac{p_j}{r^k} + \sum_{i=1}^{km-v} \frac{\alpha_i^j}{r^{\frac{i}{m}}}\right) r^{\sigma_j} \sum_{l=0}^{\infty} b_l^j r^l \quad (2)$$

Здесь через $\sum_{i=0}^{\infty} b_i^j r^i$ обозначен асимптотический ряд, $p_j, j = 1, \dots, n$ – корни многочлена, α_{k-i}^j, σ_j – некоторые числа.

ГИПОТЕЗА. Все асимптотики решения уравнения (1) представимы в виде суммы нефуксовой асимптотики (2) и конормальной асимптотики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Poincare H. Sur les integrales irregulieres des equations lineaires. //Acta math. 1886, v. 8, p. 295-344.

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К ОРГАНИЗАЦИИ КОММУНИКАЦИИ С ПОЛЬЗОВАТЕЛЕМ В СИСТЕМАХ ДИАЛОГОВОГО РЕЖИМА НА ПРИМЕРЕ УЧЕБНО-АТТЕСТАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА «ЭЛЕКТРОННЫЙ БАЛЛ»

Краев Андрей Владимирович

Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: akraev@cs.msu.su

При проектировании и программировании учебно-аттестационного комплекса «Электронный Балл» [1] автором ставились и были успешно решены следующие задачи [2]:

1) Допускается ввод и корректное отображение математических формул в текстах заданий, для ввода формул используется формат `LaTeX`. При этом установка самой системы `LaTeX` ни на сервере ни на клиенте не требуется, преобразование `LaTeX` в `HTML` осуществляется посредством `javascript`.

2) Разрешена постановка заданий, имеющих более одного правильного ответа, и даже бесконечное их количество. Необходимо лишь, чтобы существовал алгоритм проверки правильности ответа, работающий мгновенно.

3) Легко реализуется мультивариантное масштабирование задания, когда одно и то же по сути задание в разных сессиях отображается с разными

числовыми параметрами, например, коэффициентами системы. То есть можно провести контрольную с индивидуальным вариантом заданий на каждом рабочем месте студента.

4) Есть возможность создания интерактивных заданий, в которых во время тестирования студент может сам выбрать некоторые параметры решаемой задачи, например, порядок системы. Оценка может зависеть от выбранной студентом сложности.

5) Нет препятствий к созданию интерактивных заданий с элементами искусственного интеллекта, например, многоуровневых разветвляющихся квестов, где ход решения в зависимости от выбора студента может пойти по нескольким ветвям, в том числе тупиковым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Краев А. В. Использование учебно-аттестационного комплекса на основе интернет-технологий в образовательном процессе // Учебно-методическое пособие. М. : МАКС-ПРЕСС, 2011. 45 с.
- [2] Краев А. В. О подходах к организации коммуникации с пользователем в системах диалогового режима // Успехи Современной науки и образования. 2017. Т. 2, № 2. С. 102—105.

РЕАЛИЗАЦИЯ ОПЕРАЦИЙ НАД В+ ДЕРЕВЬЯМИ ДЛЯ МАССИВНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОЦЕССОРА MALT-D

Кривов Максим Андреевич¹, Елизаров Сергей Георгиевич²

¹ Лаборатория моделирования процессов тепломассопереноса факультета ВМК МГУ, e-mail: m_krivov@cs.msu.su

² Лаборатория инженерной физики физического факультета МГУ, e-mail: elizarov@physics.msu.ru

В+ деревья является популярной структурой для хранения пар вида "ключ-значение" и уже долгое время в том или ином виде применяются в файловых системах и базах данных. Первые работы по распараллеливанию операций над В+ деревьями были опубликованы ещё в 70-ых годах прошлого века. Один из основных подходов того времени [1] заключался в использовании на каждом узла дерева до 4 видов мьютексов, которые могут конвертироваться друг в друга. Как показало независимое тестирование на приближённых к реальности сценариях [2], алгоритмы данного класса успешно масштабируются на системах с восемью и более процессорами.

После появления массивно-параллельных архитектур с десятками и сотнями ядер был предложен алгоритм PALM [3], ключевой особенностью которого является отказ от каких-либо механизмов блокировки потоков. Основная идея заключается в выполнении операций группами, что позволяет по скорости обработки запросов обойти аналоги на величину до 19 раз.

В докладе рассматривается процесс адаптации данного алгоритма PALM под разрабатываемый в России энергоэффективный процессор MALT-D, спецификой которого является наличие сотен легковесных ядер и отсутствие кэшей. Приводятся результаты тестирования на программном эмуляторе, которые показали, что на приближённых к реальности частотах и задержках доступа к памяти предложенная модификация алгоритма PALM имеет идеальную масштабируемость по ядрам. Делаются оценки относительно ожидаемого энергопотребления при запуске на ПЛИС и производится сравнение с современными моделями процессоров Intel Xeon.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bayer R., Schkolnick M. Concurrency of Operations on B-Trees // Acta Informatica. 1977. Vol. 9, P. 1–21.
- [2] Srinivasan V., Carey M. Performance of B+ Tree Concurrency Control Algorithms // VLDB Journal. 1993. Vol. 2, P. 361–406.
- [3] PALM: Parallel Architecture-Friendly Latch-Free Modifications to B+ Trees on Many-Core Processors / J. Sewall, J. Chhugani, C. Kim, N. Satish, P. Dubey // PVLDB. 2011. Vol. 4, No 11. P. 795–806.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАТОЛОГИЙ ПАРЕНХИМЫ ПЕЧЕНИ

Кубышкин Валерий Алексеевич¹, Мухин Сергей Иванович, Хруленко Александр Борисович, Рубина Алевтина Федоровна, Жалеев Тимур Рауфович²

¹ Факультет фундаментальной медицины, e-mail: kubvaleri@yandex.ru

² Кафедра вычислительных методов, e-mail: vmmus@cs.msu.ru, khruenko@cs.msu.ru, alevtina.rubina@yandex.ru, trzhaleev@mail.ru

Печень — самая большая железа в организме человека, уникальный орган по морфологической структуре и многочисленности функций. Воздействие токсичных продуктов и вирусные поражения приводят к снижению функциональной способности печени и повышению давления в системе воротной вены. Этот процесс несет риск развития опасных для жизни осложнений. Одним из способов компенсации поражения печени являются процедуры шунтирования и стенозирования, заключающиеся в создании искусственных протоков крови. Это приводит к особой роли математического моделирования паталогий кровотока, позволяющего проводить численные эксперименты, на основе которых можно делать выводы о возможном протекании реальных физиологических процессов.

В данной работе построена модель печени, состоящая из семи сегментов. Предложенная модель встроена в программный комплекс CVSS, позволяющий проводить моделирование сердечно-сосудистой системы человека.

Был проведен ряд численных экспериментов, отражающих поведение кровеносной системы печени и других органов, формирующих систему воротной вены при различных степенях патологии печени. Проводилось моделирование шунтов (анатомических переплетений между бассейнами венозной крови), а также портокавальных и спленоренальных анастомозов (искусственных соединений между кровеносными сосудами). Результаты, полученные при математическом моделировании, качественно согласуются с данными, имеющимися в современной медицинской литературе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ашметков И. В., Буничева А. Я., Лукшин В. А., Кошелев В. Б., Мухин С. И., Соснин Н. В., Фаворский А. П., Хруленко А. Б. // Математическое моделирование кровообращения на основе программного комплекса CVSS // Сборник «Информатика и прогресс медицины» под ред. О.М.Белоцерковского, А.С.Холодова. М. : Наука, 2001. С. 194-218
- [2] Вишневецкий В. А., Кубышкин В. А., Чжао А. В. // Операции на печени: Руководство для хирургов // М. : МИКЛОШ 2003. С. 114-128.

АНСАМБЛИ ВОЗБУЖДЕННЫХ АТОМОВ В ОДНОМОДОВЫХ РЕЗОНАТОРАХ

Кулагин Алексей Владимирович¹, Ладунев Виталий Юрьевич², Ожигов Юрий Игоревич³, Скворода Никита Андреевич⁴, Викторова Надежда Борисовна⁵

¹ Кафедра СКИ ВМК МГУ, e-mail: alexfmsu@mail.ru

² Кафедра СКИ ВМК МГУ, e-mail: ladunoff@gmail.com

³ Кафедра СКИ ВМК МГУ, e-mail: ozhigov@cs.msu.su

⁴ Кафедра СКИ ВМК МГУ, e-mail: chalkerx@gmail.com

⁵ РГГУ, Институт информационной безопасности, e-mail: nbvictorova@list.ru

Конечномерная модель КЭД Джейнса-Каммингса-Тависа-Хаббарда описывает взаимодействие двух-уровневых атомов, нумерованных индексом j с одномодовыми полями в системе оптических полостей, нумерованных индексами k, l и соединенных оптоволоконном. Гамильтониан данной системы имеет вид

$$H_{TCH}^{RWA} = \sum_k H_{TC}^k RWA + \sum_{k<l} \nu_{kl} (a_k a_l^\dagger + a_l a_k^\dagger),$$

$$H_{TC}^{RWA} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \sum_{j=1}^n \hbar\omega_a \sigma_j^\dagger \sigma_j + (a^\dagger + a) \sum_{j=1}^n g_j (\sigma_j^\dagger + \sigma_j), \quad (1)$$

Факторы декогерентности A_q с их интенсивностями d_q входят как ортонормированная в пространстве Лиувилля система операторов в основное квантовое уравнение Линдблада на матрицу плотности ρ .

Установлены следующие результаты ([1]):

1. Найдено аналитическое решение задачи о релаксации одного атома в полости при утечке фотонов.

2. Получена картина динамики населенностей в условии термической некогерентности (эффект DAT) и парадоксальная зависимость их от интенсивности стока (квантовое бутылочное горлышко).

3. Показано, что ансамблевые рабиевские осцилляции между двумя группами атомов как в одной, так и в разных резонаторах, имеют "гребенчатый" характер, причем наблюдаются коллапсы и возрождения. Результат получен для групп их 50 атомов с помощью суперкомпьютера Ломоносов - 2.

4. Показано, что динамика матрицы плотности в модели Тависа-Каммингса с постоянной интенсивностью вылета фотонов из полости в общем случае имеет так называемый термический аттрактор, вид которого для двух-атомного ансамбля изображен на рисунке 4. Наличие аттракторов при нулевой температуре внешнего фотонного резервуара вытекает из существования темных состояний, в которых атомный ансамбль не может взаимодействовать со светом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № а-18-01-00695).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОЙ ТРУБКЕ НА РАННЕЙ ФАЗЕ СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК

Куретова Екатерина Дмитриевна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ekaterina.kuretova@gmail.com

Предложена математическая модель, описывающая вспышечный нагрев магнитных трубок в короне Солнца. Предполагается, что вспышки возникают при ускорении заряженных частиц в магнитной ловушке, образованной сходящимися перетяжками магнитной трубки. На ранней стадии вспышки происходит ускоренный нагрев плазмы в режиме с обострением [1]. Наблюдения позволяют предположить, что магнитная трубка расслаивается на пучок коллапсирующих горячих тонких нитей, погруженных в более холодную фоновую плазму, длиной от одной до нескольких тысяч километров и толщиной несколько сотен метров.

Уравнение энергии для вспышечной плазмы было сведено к уравнению теплопроводности с нелинейным объемным источником и нелинейным анизотропным коэффициентом теплопроводности. Модель учитывает нагрев и радиационное охлаждение плазмы в ходе вспышки, эмпирические степенные зависимости плотности плазмы, коэффициентов теплопроводности, источника нагрева и функции лучистого охлаждения от температуры. Параметры модели вычислялись в соответствии с реальными физическими данными. Был подобран вид знакопеременной функции источника и значения свободных параметров модели. В результате расчетов были построены локализованные

решения в виде схлопывающихся тонких горячих нитей, имеющих необходимые пространственные масштабы [2]. Результаты моделирования позволяют объяснить наблюдаемое взрывное выделение тепла на начальной фазе вспышки, эффект уменьшения меры эмиссии и наблюдаемую самофокусировку тепла в поперечном сечении трубок.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00436).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Быстрый и медленный режимы солнечной вспышки / В. А. Ковалев, И. Г. Костюченко, М. И. Савченко, Ю. Е. Чариков // Динамика сложных систем–XXI век. 2015. №3. С. 78.
- [2] Куркина Е. С., Куретова Е. Д., Ковалев В. А. Математическое моделирование динамики нагрева плазмы в магнитной трубке во время солнечных вспышек // Прикладная математика и информатика. Труды факультета ВМК МГУ. 2018. Т. 58, С. 111–119.

О ФОРМИРОВАНИИ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ СТРУКТУР, РАЗВИВАЮЩИХСЯ В РЕЖИМЕ С ОБОСТРЕНИЕМ НА НЕНУЛЕВОМ ФОНЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБКЕ

Куретова Екатерина Дмитриевна

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ekaterina.kuretova@gmail.com

Проведено исследование решений нелинейного уравнения теплопроводности с объемным источником тепла, развивающихся в режиме с обострением. Задача рассматривалась в цилиндрической системе координат в предположении радиальной симметрии. В качестве объемного источника рассматривались знакопеременные функции, обеспечивающие устойчивый ненулевой температурный фон, на котором происходило формирование и развитие тепловых структур. Предпосылкой для рассмотрения такой задачи явилось предположение о возможности использования уравнения такого вида для моделирования нагрева плазмы в магнитных трубках во время вспышек на Солнце.

Исследования проводились как для изотропной, так и для анизотропной среды, в частности, для среды с сильно различающимися коэффициентами теплопроводности. Численно построены примеры формирования в цилиндрической трубке различных видов радиально-симметричных структур, изучены условия их формирования и развития [1]. Показано, что формирование областей интенсивного горения происходит при некоторых сверхкритических возмущениях температурного фона, тогда как начальные распределения ниже критических затухают и возвращаются со временем к фоновым значениям температуры. Типы получаемых режимов с обострением зависят от соотношений

между показателями степенных зависимостей коэффициентов теплопроводности и старшего члена разложения в источнике от температуры.

Алгоритм построения решений основан на методе переменных направлений. Расчеты проводились с переменным шагом по времени на пространственных сетках, состоящих примерно из миллиона узлов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00436).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Куретова Е. Д., Куркина Е. С. Динамика режимов с обострением в цилиндрической трубке // Прикладная математика и информатика. Труды факультета ВМК МГУ. 2018. Т. 57, С. 50–68.

НЕАСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТАТИСТИК MANOVA ДЛЯ ДАННЫХ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Липатьев Александр Андреевич¹, Ульянов Владимир Васильевич²

¹ Газпромбанк, e-mail: allipatev@cs.msu.ru

² Кафедра математической статистики, e-mail: vladim53@yandex.ru

Мы рассматриваем известные статистики для модели многомерного дисперсионного анализа MANOVA: статистику отношения правдоподобия T_{LR} , обобщённую статистику Лоули-Хотеллинга T_{LH} и статистику Бартлетта-Нанда-Пиллай T_{BNP} когда количество наблюдений n сравнимо с размерностью данных p , а именно $p/n \rightarrow c \in (0, 1)$. В силу того, что точные распределения данных статистик достаточно сложны и неудобны для анализа, нам необходимо найти них подходящие аппроксимации.

Ошибки аппроксимации могут быть описаны либо асимптотически - указанием степени малости остатка по отношению к n и p (см. [1]) или в неасимптотической форме - в виде точных границ для остаточного члена в явном виде зависящих от n, p и моментных характеристик случайных элементов или наблюдений (см. главы 13-16 в [2]).

Неасимптотические результаты для T_{LR} были получены в [3]. Данное выступление посвящено аналогичным неасимптотическим границам для статистик T_{LH} и T_{BNP} (см. [4]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Wakaki H., Fujikoshi Y., Ulyanov V.V. Asymptotic expansions of the distributions of MANOVA test statistics when the dimension is large // Hiroshima Math. J. 2014. Vol. 44. No. 3. P. 247–259.
- [2] Fujikoshi Y., Ulyanov V.V., Shimizu R. Multivariate statistics. High dimensional and large-sample approximations. Hoboken, N.J.: John Wiley and Sons, 2010. 533 p. 2006. 448 с.

- [3] Ulyanov V. V., Wakaki H., Fujikoshi Y. Berry-Esseen bound for high dimensional asymptotic approximation of Wilks' Lambda distribution // *Statistics & Probability Letters*. 2006. Vol. 76. P. 1191–1200.
- [4] Липатьев А. А., Ульянов В. В. Вычислимые оценки точности приближений для статистики Бартлетта-Нанда-Пиллай // *Математические труды*. 2016. Т. 19. № 2. С. 109–118.

ЛИНЕЙНАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ФАЗОВЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ

Лукиянова Лиля Николаевна

Лаборатория обратных задач, e-mail: lln@cs.msu.ru

Рассматривается линейная n -мерная система $\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$, $t \in [t_0, T]$, $x(t_0) = x_0$, $C(T)x(T) = K$, $\|C(t)x(t) - C(t)b\| > 0$, $t \in [t_0, T]$, где $x, b, K \in R^n$, $u \in R^r$, элементы матриц $A(t) - (n \times n)$, $B(t) - (n \times r)$, $C(t) - (p \times n)$, $2 \leq p \leq n$, являются гладкими действительными функциями времени, $u(t)$ - параметр управления, непрерывная функция, удовлетворяющая ограничению $\|u\| \leq \rho$, ρ - положительная константа, t_0 - фиксированный момент начала процесса, T - нефиксированный момент окончания процесса. Требуется найти условия существования решения задачи терминального управления и построить управление, решающее соответствующую краевую задачу с фазовым ограничением. Задача уклонения траектории от встречи с препятствием, при наличии неопределенных параметров, изучалась в работах [1-3]. В этих работах получены достаточные условия существования управления, гарантирующего уклонение траектории от встречи с препятствием и оценка снизу для расстояния от траектории управляемого процесса до препятствия в процессе управления. В работах [1-2] конечное условие на траекторию управляемого процесса не накладывалось. В настоящей работе приведены условия существования решения задачи терминального управления с фазовым ограничением для траектории системы, опирающиеся на результаты работ [1-4]. Для инерционной системы второго порядка приведены результаты численных расчетов терминального управления и траекторий. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект № 14-11-00539).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Понтрягин Л. С., Мищенко Е. Ф. Задача уклонения от встречи в линейных дифференциальных играх. // *Дифференциальные уравнения*, 1971, Т.7, N.3, с. 436-445.
- [2] Мищенко Е. Ф., Никольский М. С., Сатимов Н. Ю. Задача уклонения от встречи в дифференциальных играх многих лиц. *Труды математического*

института имени В.А.Стеклова АН СССР, том 142, Изд-во „Наука“, 1977, С. 105–128.

- [3] Осипов Ю. С. Пакеты программ: подход к решению задач позиционного управления с неполной информацией,” Успехи мат. наук. Т. 61, вып. 4(370). С. 25–76. 2006.
- [4] Ройтенберг Я. Н. Автоматическое управление. М.Наука. 1971. 396 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ В УСЛОВИЯХ МНОЖЕСТВЕННОСТИ ФЕНОТИПОВ И КОНКУРЕНТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИДОВ

Маркин Дмитрий Валерьевич¹, Братусь Александр Сергеевич²

¹ Кафедра системного анализа, e-mail: diman131193@yandex.ru

² Кафедра системного анализа, e-mail: alexander.bratus@yandex.ru

В работе ставится задача об отыскании стратегии терапии в случае возникновения мутаций, если применяемое лекарство направлено на преимущественное уничтожение видов клеток, генетически близких лишь к одному из видов («дикий» вид) [1]. Между видами с различными фенотипами существует конкурентное взаимодействие, причём «дикий» вид имеет конкурентное преимущество, так как при отсутствии лекарственного воздействия «дикий» вид имеет минимальные показатели смертности. В качестве математической модели рассматривается модифицированная репликаторная модель Кроу-Кимуры, в которой учитываются смертности видов. Под действием лекарственного средства в системе происходит изменение ландшафта приспособленности (мутация) с целью увеличения среднего значения приспособленности (фитнеса). Математическая модель эволюции системы строится на предположении, что время изменения ландшафта приспособленности гораздо более медленное, чем время, которое описывает динамику системы. Поэтому для описания процесса адаптации системы можно использовать стационарное положение равновесия. В результате мутаций преимущество в динамике популяций получает вид, отличный от «дикого». С этого момента применять лекарственное средство становится нецелесообразно. При этом происходит восстановление популяции «дикого» вида, который в силу своего конкурентного преимущества начинает тормозить рост остальных видов, в том числе и вида, который получил преимущество на первом этапе терапии. Однако через определенный период необходимо вернуться к интенсивной терапии вплоть до исчерпания предельного ресурса применяемого средства.

В работе представлены результаты численных экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. Динамические системы и модели биологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.

РЕШЕНИЕ ДВУХ ИГРОВЫХ МОДЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Морозов Владимир Викторович¹, Решетов Валерий Юрьевич², Лыков Александр Андреевич³

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: kadry@cs.msu.su

³ Кафедра исследования операций, e-mail: alex.lykov.95@gmail.com

Рассмотрим модель Дрешера прорыва нападения через n пунктов защиты с функцией выигрыша $F(x, y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i (x_i - \mu_i y_i)^+$, где $x \in X$, $y \in Y$ — распределения бесконечно-делимых средств нападения и защиты в количествах A и B соответственно. Здесь μ_i — количество средств нападения, уничтожаемое единицей средств защиты, а λ_i — величина ущерба, наносимого единицей прорвавшихся средств нападения на i -м пункте. Без потери общности будем считать, что $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n$. При $\lambda_i = 1$ получаем модель Гермейера [1], а при $\mu_i = 1$ — модель Гросса. Укажем решение данной антагонистической игры.

Пусть $a(l) = \sum_{i=1}^l 1/\mu_i$, $b(l) = \sum_{i=1}^l 1/(\mu_i \lambda_i)$, $c(l) = a(l) - \lambda_l b(l)$, $l = \overline{1, n}$. Значение игры совпадает с минимаксом и равно $v = (Aa(k) - B)/b(k)$, где k определяется из неравенства $c(k+1) > B/A \geq c(k)$ (при $k = n$ первое неравенство отсутствует). Защита имеет чистую оптимальную стратегию $y_i^0 = A/\mu_i - v/(\mu_i \lambda_i)$, $i = \overline{1, k}$, $y_i^0 = 0$, $i = \overline{k+1, n}$. Оптимальная смешанная стратегия нападения состоит в нанесении концентрированного удара (всеми средствами) по пункту i с вероятностью $p_i^0 = 1/(\mu_i \lambda_i b(k))$, $i = \overline{1, k}$, $p_i^0 = 0$, $i = \overline{k+1, n}$.

Во второй модели защита производит целераспределение своих средств по средствам нападения [2]. Пусть μ_i — вероятность уничтожения единицей защиты единицы нападения на i -м пункте. Тогда выигрыш нападения задается функцией $F(x, y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \max(x_i - \mu_i x_i, x_i - \mu_i y_i)$. Если $B \leq A$, то решение игры совпадает с решением модели Дрешера. В докладе будет разобран и случай $B > A$. О решении в смешанных стратегиях модели, более общей, чем две рассмотренные, см. [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.
- [2] Перевозчиков А. Г., Решетов В. Ю., Яночкин И. Е. Модель «нападение-оборона» с неоднородными ресурсами сторон // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2018. Т. 58. № 1. С. 41–50.

- [3] Огарышев В. Ф. Смешанные стратегии в одном обобщении модели Гросса // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1973. Т. 13. № 1. С. 59–70.

ОЦЕНКА БЕСКОНЕЧНОГО АМЕРИКАНСКОГО СТРЭНГЛ-ОПЦИОНА

Морозов Владимир Викторович¹, Холмогорова Мария Сергеевна²

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: vmorosov@mail.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: kholmogorovamariya@gmail.com

Стрэнгл-опцион, представляет собой портфель, состоящий из колл и пут-опционов на акцию одного вида с платежом $f(S) = a_1(S - K_1)^+ + a_2(K_2 - S)^+$, где $a_1 > 0$ и $a_2 > 0$ — количество в портфеле соответственно колл и пут-опционов. Бесконечный стрэнгл-опцион, приобретенный в момент $t = 0$, можно предъявить в любой момент $t \geq 0$. Его оценка при $K_1 \geq K_2$ найдена в [1] с использованием мартингального подхода. Здесь рассмотрен общий случай.

Процесс стоимости акции $S(t)$, $t \geq 0$, удовлетворяет уравнению геометрического броуновского движения $dS(t) = S(t)((r - \delta)dt + \sigma dz(t))$, где $z(t)$ — винеровский процесс, $r > 0$ — процентная ставка, $\delta > 0$ — темп выплаты дивидендов, а $\sigma > 0$ — волатильность. Стоимость опциона не зависит от времени и равна $C(S) = \sup_{\tau} \mathbb{E}[e^{-r\tau} f(S(\tau)) | S(0) = S]$, где верхняя грань берется по всем решающим правилам предъявления опциона (моментам остановки).

Определим множество $\mathcal{E} = \{S > 0 | C(S) = f(S)\}$ немедленного исполнения опциона. Оптимальное правило состоит в предъявлении опциона в момент $\tau^* = \min\{t | S(t) \in \mathcal{E}\}$. Показано, что дополнение к \mathcal{E} — множество $\mathcal{E}^c = \{S > 0 | C(S) > f(S)\}$ — может состоять из одного или двух интервалов. В точках $S \in \mathcal{E}^c$ $C(S) = AS^{\beta_1} + BS^{\beta_2}$, где коэффициенты A и B зависят от выбранного интервала, а $\beta_{1,2} = (-\tilde{\alpha} \pm \sqrt{(\tilde{\alpha})^2 + 2r\sigma^2})/\sigma^2$, $\tilde{\alpha} = r - \delta - \sigma^2/2$.

Лемма. Пусть $S_1 \in \mathcal{E}$ и $S_1 > \max[K_1, K_2]$ ($S_1 < \min[K_1, K_2]$). Тогда любое $S_2 > S_1$ ($0 < S_2 < S_1$) также принадлежит \mathcal{E} .

Из леммы следует, что при $K_1 \geq K_2$ множество немедленного исполнения имеет вид $\mathcal{E} = (0, p_2] \cup [p_1, \infty)$, где константы $p_1 > K_1$, $p_2 < K_2$, A и B определяются из системы уравнений

$$C(p_1) = a_1(p_1 - K_1), C'(p_1) = a_1, C(p_2) = a_2(K_2 - p_2), C'(p_2) = -a_2. \quad (1)$$

Доказано, что система (1) имеет единственное решение и сводится к нахождению корня нелинейного уравнения. Оптимальное решающее правило построено и в случае, когда $K_2 > K_1$.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-01-00533-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Gerber H. U., Shiu E. S. W. Martingale approach to pricing perpetual American options // *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*. 1994. V. 24. N 2. P. 195–220.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ PHYSICAL WEB КАК РАСШИРЕНИЯ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Намиот Дмитрий Евгеньевич¹, Макарычев Иван Павлович²

¹ Лаборатория открытых информационных технологий, e-mail: dnamiot@gmail.com

² Студент факультета ВМК МГУ им. М.В.Ломоносова, e-mail: makyvan@yandex.ru

В работе рассматриваются вопросы представления мобильным пользователям информации из социальных сетей, которая связана (относится) к другим мобильным абонентам, находящимся в данный момент поблизости [1]. Без совершения мобильными абонентами каких-либо регистрационных действий (отметок) в социальных сетях им может быть представлен доступ к информации, которую открыли специально для них другие мобильные пользователи (абоненты) находящиеся поблизости.

Для распространения данных используется подход на основе Physical Web [2]. Мобильный телефон распространяет в беспроводной сети (Bluetooth) веб-ссылку (URL) для выбранного ресурса в социальной сети. Для распространения информации используется предложенный ранее подход, связанный с кастомизацией данных, которые узлы беспроводной сети используют для рассылки информации о своем присутствии. Иными словами, представление узла в беспроводной сети используется для передачи пользовательских данных. Это позволяет использовать стандартные механизмы поиска соседних узлов беспроводной сети для передачи какой-либо пользовательской информации [3, 4].

В работе рассматривается мобильное приложение для платформы Android, которое позволяет мобильным пользователям рассылать ссылку на свой профиль в социальной сети Вконтакте другим мобильным абонентам в непосредственной близости. Таким образом осуществляется расширение социальной сети — представление данных из сети в реальном мире.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Namiot D., Snep-Sneppe M. On Proximity-Based Information Delivery // *International Conference on Distributed Computer and Communication Networks*. Springer, Cham, 2018. С. 83–94.
- [2] Snep-Sneppe M., Namiot D. On physical web models // *2016 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*. IEEE, 2016. С. 1–6.
- [3] Namiot D., Snep-Sneppe M. The physical web in smart cities // *2015 Advances in Wireless and Optical Communications (RTUWO)*. IEEE, 2015. С. 46–49.

- [4] Namiot D., Sneps-Sneppe M. On physical web browser // Proceedings of the 18th Conference of Open Innovations Association FRUCT. FRUCT Oy, 2016. С. 220–225.

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧ С МИКРОСТРУКТУРОЙ В ПРОМЫШЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ

Никитина Екатерина Валентиновна

Кафедра математической физики, e-mail: niki@cs.msu.ru

В современной промышленной электронике при конструировании используют компьютерную симуляцию на основе моделирования процессов передачи электрических сигналов и вычисления базовых характеристик линий передач в квазистатических приближениях. Развитие технологий и перспективных инженерных решений в высокочастотном диапазоне (GB/s regime) требуют более детального моделирования и более точных методов расчета параметров линий передач.

На международной конференции DesignCon2018 представлено актуальное исследование новых математических моделей полосковых линий передач с неоднородной микроструктурой. Эффективность компьютерной симуляции зависит от точности оценки таких параметров, как потери и временные задержки сигнала в сегментах линий передач, которые представляют разводку полосковых проводников с различными нагрузками в многослойном диэлектрике. Неидеальная шероховатая поверхность проводника с неоднородной микроструктурой, возникающей случайным образом при технологической печати металлических элементов в слоях микросхем, оказывает влияние на высокочастотные технические параметры линии. Авторы доклада [1] ввели вероятностную аналитическую форму в виде комплексной корректирующей функции для двух известных моделей (Hammerstad and Cannonball-Huray models), которые учитывают фактор шероховатости металла в зависимости от частоты. Полученные аналитические оценки дают высокую точность результатов компьютерной симуляции. В сравнении с известными моделями, применение новой вероятностной модели демонстрирует увеличение значений фазовой задержки сигнала и характеристического импеданса. Компьютерная симуляция реализованной вероятностной версии детально исследована, прошла успешное тестирование и подтверждение на промышленных образцах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Dmitriev-Zdorov V., Simonovich B., Kochikov I. A Causal Conductor Roughness Model and its Effect on Transmission Line Characteristics. // DesignCon 2018. <http://2018.www.signalintegrityjournal.com/articles/999->

a-causal-conductor-roughness-model-and-its-effect-on-transmission-line-characteristics.

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЯХ

Никольский Илья Михайлович

Кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики, e-mail: oliv_mail@mail.ru

Беспроводные сенсорные сети (БСС) применяются для мониторинга нефтепроводов, дорог и других объектов. Узлом такой сети является так называемый “умный сенсор” - устройство, состоящее из датчика, микроконтроллера, батарейки и приемопередатчика.

БСС значительно отличаются от привычных компьютерных сетей. Эти сети как правило функционируют автономно, без постоянного администрирования. Использование радиоканала заставляет учитывать погодные условия, наличие препятствий, интерференцию сигнала. Питание от батарейки накладывает жесткие ограничения на расход энергии. Ввиду сложности БСС предварительное математическое моделирование является необходимым условием для создания эффективно работающей сети.

В данной работе рассматривается цепочка сенсоров, расположенных вдоль прямой с равными интервалами. Такая сеть может применяться для мониторинга дорожного движения и состояния покрытия на шоссе. В качестве протокола маршрутизации выбран цепочечный (chain-based) протокол PEGASIS [1]. Данный протокол позволяет снизить расход энергии за счет того, что каждый узел взаимодействует только с соседями по цепочке. Это исключает передачи на длинные расстояния, которые весьма энергозатратны. Функционирование сети при использовании PEGASIS строится в виде совокупности раундов. На каждом раунде происходит сбор информации со всех сенсоров на некоторый выделенный узел (сток).

В исходной работе по PEGASIS рассматривалась ситуация когда все узлы постоянно находятся в активном состоянии. Между тем, в реальных БСС сенсоры значительную часть времени проводят в режиме сна. В этом режиме энергия практически не потребляется, что позволяет сэкономить заряд батареи.

В предлагаемой работе рассматривается БСС, узлы которой функционируют в соответствии с предположениями модели Чиассерини-Гарретто [2]. Эта модель учитывает наличие активной фазы и фазы сна в процессе работы сенсора. Длительности этих фаз предполагаются случайными, распределенными по геометрическому закону.

С помощью имитационного моделирования было изучено влияние параметра распределения фазы сна на работу сети. Было показано, что при определенных условиях наличие фазы сна может значительно увеличить продолжительность

раунда и даже привести к большему расходу энергии, чем при отсутствии фазы сна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] S. Lindsey, C. S. Raghavendra PEGASIS: Power efficient gathering in sensor information systems // Proceedings of the IEEE Aerospace Conference, Big Sky, Montana, March 2002.
- [2] C.-F. Chiasserini, M. Garetto Modeling the Performance of Wireless Sensor Networks , Proc. Infocom, 2004.

МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ ОБЪЕКТОВ СВЕРХУ

Никольский Михаил Сергеевич

Кафедра оптимального управления факультета ВМК МГУ; МИАН РАН, e-mail: mni@mi.ras.ru

В докладе обсуждается проблема оценивания сверху множеств достижимости $D(x_0, T)$ управляемых объектов (см., например, [1]). Для оценивания сверху ранее мы использовали параллелепипеды (см. [2]). В работах [3,4] для оценивания сверху использовались гладкие функции $v(x)$, которые можно назвать функциями Ляпуновского типа. В работе [4] был приведен пример использования функции Ляпуновского типа для оценивания множества достижимости сверху. В настоящем докладе рассматривается известная в теории абсолютной устойчивости регулируемых систем задача прямого регулирования (см., например, [5]) при наличии управляющих параметров, которые аддитивно добавляются в правую часть регулируемой системы дифференциальных уравнений. С помощью традиционной для теории абсолютной устойчивости функции Ляпунова (см., например, [5]) были получены конструктивные условия общего вида, при которых удастся оценить множество $D(x_0, T)$ сверху с помощью конструктивно вычисляемого шара в фазовом пространстве изучаемого управляемого объекта. Аналогичные результаты были получены при наличии нескольких нелинейных членов традиционного для теории абсолютной устойчивости вида и аддитивно входящих в правую часть регулируемой системы дифференциальных уравнений параметров. И в этом случае при выполнении конструктивно проверяемых условий общего вида удастся получить оценку сверху для $D(x_0, T)$ в виде конструктивно вычисляемого шара в фазовом пространстве изучаемого управляемого объекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ли Э. Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. — М. : Наука, 1972. 576 с.

- [2] Никольский М. С. О покоординатном оценивании множества достижимости нелинейных управляемых систем // Вестник Московского ун-та. Серия 15. Вычисл. математика и кибернетика. 2018. №2. С. 310–35.
- [3] Гусев М. И. О внешних оценках множеств достижимости нелинейных управляемых систем // Труды Ин-та математики и механики УрО РАН. 2011. Т. 17. №1. С. 60–69.
- [4] Никольский М. С. Об оценивании множества достижимости для некоторых управляемых объектов // Материалы Межд. конференции, посвященной 110-летию со дня рождения Л. С. Понтрягина. Москва, 12–14 декабря 2018. С. 194–196.
- [5] Айзерман М. А., Гантмахер Ф. Р. Абсолютная устойчивость регулируемых систем. — М. : Изд-во АН СССР, 1963. 140 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ФАЗОВОЙ КОНГРУЭНТНОСТИ В ЗАДАЧЕ СОПОСТАВЛЕНИЯ КЛЮЧЕВЫХ ТОЧЕК ИЗОБРАЖЕНИЙ

Павельева Елена Александровна, Проценко Мария Александровна

Кафедра математической физики, e-mail: pavelyeva@cs.msu.ru, ma.protsenko@mail.ru

В работе разработан метод сопоставления ключевых точек изображений на основе фазовой информации. Ключевые точки получены методом масштабно инвариантного преобразования (SIFT) [1]. В каждой ключевой точке на основе метода фазовой конгруэнтности вычисляется вектор признаков, характеризующий данную точку.

Рассмотрим вейвлет-преобразование изображения $f(x, y)$ с функцией Габора:

$$F_{\theta}(s, p, q) = \left[f(x, y) * \frac{1}{\sqrt{s}} G_{\theta}\left(\frac{x}{s}, \frac{y}{s}\right) \right] \Bigg|_{x=p, y=q},$$

где

$$G_{\theta}(x, y) = e^{-\frac{x'^2 + y'^2}{2s^2}} e^{i(2\pi \frac{x'}{\lambda})}, \quad x' = (x \cos \theta + y \sin \theta), \quad y' = (-x \sin \theta + y \cos \theta).$$

Здесь s — параметр масштаба, p — параметр сдвига, θ — угол поворота функции Габора, λ — обнаруживаемая длина волны, символ $*$ обозначает свертку двух функций. Мерой фазовой конгруэнтности называется выражение [2]:

$$PC(p, q) = \frac{\sum_{\theta} |\sum_s F_{\theta}(s, p, q)|}{\sum_{\theta} \sum_s |F_{\theta}(s, p, q)|}.$$

Для каждой ключевой точки вычисляется дескриптор — вектор признаков, состоящий из значений меры фазовой конгруэнтности в точках, расположенных на концентрических окружностях вокруг нее. Расстоянием между точками является евклидово расстояние между дескрипторами. Ключевые точки считаются

сопоставимыми, если расстояние между ними меньше порогового значения. Результаты тестирования показали, что разработанный метод сопоставления изображений достаточно устойчив к изменению размера изображений, повороту и условиям освещенности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Lowe D. G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints // International journal of computer vision. 2004. Vol. 60, №2. Pp. 91–110.
- [2] Kovese P. Phase congruency detects corners and edges // DICTA. 2003. Pp. 309–318.

ГЕНЕРАЦИЯ СИНТЕТИЧЕСКИХ ДАННЫХ ДВИЖЕНИЙ ЧЕЛОВЕКА ДЛЯ ПРИЛОЖЕНИЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Павлов Денис Сергеевич, Фролов Владимир Александрович

Кафедра ИИТ, Лаборатория КГиМ, e-mail: denis.pavlov@graphics.cs.msu.ru,
vladimir.frolov@graphics.cs.msu.ru

В задачах машинного обучения часто возникает необходимость в большом кол-ве данных для обучения. В некоторых случаях сбор подходящих данных чрезвычайно затруднителен или даже невозможен. В таких случаях генерируют синтетические данные, которые похожи на настоящие (как-минимум в нужных для модели аспектах). Задача определения и классификации человека по походке на видео — одна из них.



Рис. 1: Сегментация, Оптический поток, RGB 30fps кадр, DVS кадр.

Целью работы является разработка фреймворка, позволяющего генерировать большой датасет фотореалистичных движений человека для DVS камеры, включающий в себя как обычное видео с походкой, так и сегментацию, карту глубины, оптический поток и другие данные, необходимые для обучения нейросетевых моделей под нашу задачу. Существуют методы, позволяющие генерировать похожие синтетические данные, но обычно они недостаточно реалистичны, не разнообразны или не расширяемы. Метод, предложенный в работе [1] подходит под вышеупомянутую задачу, но является слишком медленным, так как производит весь рендеринг на ЦП. Он позволяет генерировать 1-2 кадра в секунду и создавать 30fps видео за разумное время, но так как DVS

(Dynamic Vision Sensor) камера имеет гораздо большую частоту регистрации событий, генерация видео даже с 120 fps становится не реализуемой на практике. В рамках данной работы был разработан фреймворк на основе OpenGL 4.0, позволяющий генерировать тот же датасет со скоростью примерно 30fps при большем разрешении и дополнительными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Varol G. et al. Learning from synthetic humans // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2017. С. 109–117.

О ПРИМЕНИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПОМЕЧЕННЫХ ДАННЫХ ПРИ ПОЛНОСИСТЕМНОЙ ЭМУЛЯЦИИ

Падарян Варган Андроникович¹, Бакулин Максим Геннадьевич², Егоров
Данила Игоревич³

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: vartan@ispras.ru

² ИСП РАН, e-mail: bakulinm@ispras.ru

³ Кафедра системного программирования, e-mail: egorov@ispras.ru

Динамический анализ помеченных данных - это выполнение кода программы параллельно с отслеживанием того, на какие вычисления оказывают влияние помеченные входные данные [1]. За счет своей простоты, данный способ анализа позволяет решить множество прикладных задач, связанных с обеспечением надежности и защищенности программного обеспечения.

На сегодняшний день существует большое количество различных инструментов динамического анализа помеченных данных [2, 3]. Основными критериями применимости инструментов, использующих в своей основе полносистемную эмуляцию, является скорость их работы и точность, где под точностью понимается малое количество ложноположительных и ложноотрицательных срабатываний инструмента. Поэтому целью этой работы и является улучшение данных критериев.

Для увеличения точности работы нашего инструмента применяется разработанная нами концепция распространения помеченных данных - концепция ослабевающей пометки данных [2], используются более детальные правила (относительно [1]) для определенных инструкций (sbb, and/or, movzx, iret/iretd, mul/imul) [2], а также реализована поддержка SIMD-инструкций для всех наборов от MMX до SSE4.2.

Ускорение (на 20-30%, относительно [2]) достигается за счет использования в основе инструмента одной из последних версий полносистемного эмулятора QEMU, а также за счет векторных оптимизаций для наиболее часто используемых инструкций (add/sub, and/or/xor).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Schwartz E. J., Avgerinos T., Brumley D. All You Ever Wanted to Know About Dynamic Taint Analysis and Forward Symbolic Execution (but Might Have Been Afraid to Ask) // Proceedings of the 2010 IEEE Symposium on Security and Privacy. SP '10. Washington, DC, USA : IEEE Computer Society. 2010. P. 317–331.
- [2] Bakulin M., Klimushenkova M., Egorov D. Dynamic Diluted Taint Analysis for Evaluating Detected Policy Violations // 2017 Ivannikov ISPRAS Open Conference (ISPRAS). 2017. P. 22–26.
- [3] О некоторых ограничениях полносистемного анализа помеченных данных / М. А. Климушенкова, М. Г. Бакулин, В. А. Падарян, П. М. Довгалюк, Н. И. Фурсова, И. А. Васильев // Труды Института системного программирования РАН. 2016. Т. 28, № 6. С. 11–26.

МЕТОД ПРОДОЛЖЕНИЯ ПО ПАРАМЕТРУ В ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СПИНОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ

Парадеженко Георгий Витальевич, Мельников Николай Борисович¹,
Резер Борис Ильич²

¹ Кафедра оптимального управления, факультет ВМК МГУ им. М. В. Ломоносова, e-mail: gparadezhenko@cs.msu.ru, melnikov@cs.msu.ru

² Отдел теоретической и математической физики, Институт физики металлов им. М. Н. Михеева УрО РАН, e-mail: reser@imp.uran.ru

Метод продолжения по параметру применяется к системам нелинейных уравнений, которые легко решаются при некотором значении параметра (см., напр., [1]). С его помощью мы вычисляем температурную зависимость магнитных характеристик металлов в динамической теории спиновых флуктуаций (ДТСФ) [2]. Особенностью системы уравнений ДТСФ является наличие двух групп переменных. Одна группа описывается несколькими скалярными нелинейными уравнениями, а вторая — функциональным уравнением. Дискретизацией задача сводится к конечномерной системе уравнений

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, T) = 0, \quad \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, T) = 0, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{y} \in \mathbb{R}^N, \quad (1)$$

где $n \ll N$, а температура T рассматривается как параметр. При каждом значении T мы решаем первые n уравнений $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, T) = 0$ относительно \mathbf{x} , где переменные \mathbf{y} вычисляются из оставшихся N уравнений $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, T) = 0$ на каждом шаге численного метода по \mathbf{x} . Преимущество такого подхода в том, что каждая из частей системы (1) решается подходящим численным методом.

В ДТСФ нас интересует температурная зависимость $\mathbf{x}(T)$ первой группы переменных. Для вычисления $\mathbf{x}(T)$ мы продолжаем решение системы (1) по температуре от $T = 0$, где уравнения ДТСФ имеют простой вид. При высоких температурах требуется слишком мелкий шаг по T , так как якобиан $\det(\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{x})$

становится близок к нулю. В этом случае $x(T)$ вычисляется с помощью замены параметра с температуры T на компоненту вектора x .

Метод продолжения по параметру в ДТСФ реализован в программном комплексе «MAGPROP 2.0» [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Condition Estimates for Pseudo-Arclength Continuation / K.I. Dickson, C. T. Kelley, I. C. F. Ipsen, and I. G. Kevrekidis // SIAM J. Numer. Anal. 2007. Vol. 45, Iss. 1. P. 263–276.
- [2] Melnikov N. B., Reser B. I. Dynamic Spin-Fluctuation Theory of Metallic Magnetism. Berlin, Springer, 2018.
- [3] Резер Б. И., Парадеженко Г. В., Мельников Н. Б. Программный комплекс «MAGPROP 2.0» // Официальный бюллетень «Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем». 2018. №6. С. 2018617208.

ОТКАЗОУСТОЙЧИВАЯ РАСПРЕДЕЛЕННАЯ ПЛАТФОРМА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЕЙ

Пашков Василий Николаевич

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: pashkov@lvk.cs.msu.su

В работе приводится архитектура и принципы организации отказоустойчивой распределенной платформы управления (РПУ) для транспортных программно-конфигурируемых сетей (ПКС) [1,2]. Отказоустойчивость РПУ ПКС достигается за счет резервирования контроллеров, активных управляющих соединений между сетевыми устройствами и контроллерами, резервирования вычислительных ресурсов контроллеров и программных средств обнаружения угроз и восстановления управления [3].

Для обеспечения отказоустойчивости РПУ ПКС разработаны алгоритм выбора основного и резервного контроллеров для каждого коммутатора ПКС, позволяющий минимизировать время восстановления управления сетью в случае одиночных отказов контроллеров, алгоритм синхронизации состояния контроллеров, алгоритм обнаружения отказов. Для предотвращения перегрузок контроллеров предлагается алгоритм балансировки нагрузки, обеспечивающий перераспределение управления коммутаторами между контроллерами РПУ ПКС и минимизирующий количество операций передачи управления коммутаторами. Предложенные алгоритмы реализованы для контроллера RUNOS [4]. Проведена экспериментальная оценка времени восстановления управления сетью после одиночных отказов контроллеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Open Networking Foundation. Software-Defined Networking: The New Norm for Networks // ONF White Paper, 2012.
- [2] Смелянский Р. Л. Программно конфигурируемые сети. // Открытые системы. СУБД. 2012. №9. С. 15–26.
- [3] Pashkov V., Shalimov A., Smeliansky R. Controller Failover for Enterprise SDN. // MoNeTec 2014, 28-29 октября 2014, Moscow, Russia. Proceedings of the Modern Networking Technologies, IEEE, pp. 27-32.
- [4] Shalimov A. et al. The runos openflow controller //2015 Fourth European Workshop on Software Defined Networks. – IEEE, 2015. – С. 103-104.

ОБ АЛГОРИТМЕ КЭШИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ В СЕТЯХ ДОСТАВКИ КОНТЕНТА НА ОСНОВЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ИХ ПОПУЛЯРНОСТИ

Пашков Василий Николаевич¹, Курдюкова Анна Андреевна²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: pashkov@lvk.cs.msu.su

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: a_kurdiukova@mail.ru

В глобальной сети Интернет для повышения скорости доступа и загрузки мультимедиа контента для конечных пользователей Интернет-провайдеры используют сети доставки контента (Content Delivery Networks, CDN). CDN представляет собой дополнительную географически физически распределенную сетевую инфраструктуру и множество серверов, образующих кэш CDN, в котором динамически размещаются копии наиболее часто запрашиваемого пользователями контента. Использование провайдерами сетей CDN позволяет существенно сократить путь между источником контента и конечным пользователем, уменьшить задержку передачи контента за счет перенаправления запроса пользователя на ближайший к нему сервер CDN с копией контента.

Однако, кэш CDN или размер памяти всех серверов CDN является ограниченным ресурсом и весь контент разместить ближе к пользователям не представляется возможным. Возникает задача обеспечения наиболее эффективного управления содержимым кэш сети CDN, включающая в себя стратегии и алгоритмы добавления контента в кэш, географического распределения по серверам и его удаления. Одной из наиболее очевидных стратегий является стратегия размещения контента в кэш на основе его популярности: чем более востребованный контент, тем с большей вероятностью он должен присутствовать в кэш CDN. Таким образом, актуальной является задача прогнозирования популярности объектов контента для размещения в кэш CDN.

В данной работе предлагается метод прогнозирования популярности объектов контента на основе модели ARMA [1] с использованием истории запросов

пользователей и построения профилей для различных типов контента. Исследование проводится на реальных данных запросов пользователей сети CDN.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Popularity prediction-based caching in content delivery networks / N. B. Hassine, P. Minet, D. Marinca, D. Barth // *Annals of Telecommunications*. 2019. С. 1–14.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАГРУЗКИ КОНТРОЛЛЕРА В ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМОЙ СЕТИ

Пашков Василий Николаевич¹, Скобцова Юлия Александровна²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: pashkov@lvk.cs.msu.ru

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: xenerizes@lvk.cs.msu.ru

Программно-конфигурируемые сети (ПКС) разделяют функцию передачи данных и функцию управления между сетевыми устройствами — коммутаторами, и контроллером, представляющим собой специальное управляющее программное обеспечение. ПКС-контроллер подвержен нагрузке со стороны коммутаторов, заключающейся в обработке запросов коммутатора, обеспечении маршрутизации и поддержке потоков, что подразумевает отправку управляющих сообщений по конфигурированию сетевых устройств. [1]

Следствием перегрузки контроллера станет нарушение работы сервисов для конечных пользователей и потеря управляемости сети. Прогнозирование нагрузки на ПКС-контроллер в реальном времени позволит выиграть время для реакции на возможную перегрузку и перераспределить управление коммутаторами между контроллерами.

В качестве метода решения проблемы предлагается мониторинг характеристик состояния ПКС-контроллера, анализ собранных данных и прогнозирование нагрузки в реальном времени. В качестве характеристик состояния контроллера рассматривается число входящих и исходящих управляющих сообщений (уведомление контроллера об изменении потоков, запросы статистики портов коммутатора, команды установки потоков и т. д.).

Данные о состоянии ПКС-контроллера представлены в виде набора временных рядов для каждого из коммутаторов под его управлением. Строятся краткосрочные прогнозы для полученных временных рядов на модели прогнозирования, основанной на модели ARIMA в представлении пространства состояний [2]. Результатом прогноза являются временные ряды суммарной нагрузки на ПКС-контроллер и нагрузки с каждого из коммутаторов.

Предложенный метод прогнозирования нагрузки на ПКС-контроллер был реализован в программном средстве на языке Python. Экспериментальное исследование метода проводилось целью оценки качества прогнозирования перегрузки, рассчитываемого как отношение числа удачных прогнозов к общему числу перегрузок. Данные для исследования были собраны на контроллере

RUNOS [3]. Качество прогнозов для временного ряда суммарной нагрузки составило 95%, ложных срабатываний не более 5%. В процессе исследования качество прогнозирования модели из нескольких временных рядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Смелянский Р. Л. Программно-конфигурируемые сети // Открытые системы, № 9, 2012. С. 15–26.
- [2] Светуных И. С., Светуных С. Г. Методы и модели социально-экономического прогнозирования. 2014. Т. 2.
- [3] RUNOS OpenFlow Controller repository on GitHub: <https://github.com/ARCCN/runos>

ОБНАРУЖЕНИЕ ОНЛАЙН ЭКСТРЕМИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИИ О СТРУКТУРЕ СВЯЗЕЙ В СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ

Петровский Михаил Игоревич¹, Чикунов Максим Николаевич²

¹ Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: michael@cs.msu.ru

² Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: chikunovmn@mail.ru

Социальные сети активно используются радикальными организациями для распространения экстремистской идеологии и вербовки новых членов. Поэтому использующиеся для противодействия терроризму системы мониторинга в режиме реального времени должны содержать эффективные средства анализа данных из социальных сетей.

Наиболее популярным подходом является анализ текстового контента, генерируемого членами радикальных организаций. Однако большинство современных средств организации взаимоотношений в интернете обеспечивает возможность общения по закрытым каналам, поэтому весьма затруднительно получить тексты конкретного пользователя, что сильно ограничивает доступность данных для анализа. Кроме того, точная идентификация экстремистов в интернете также возможна далеко не всегда, а значит разметить опасных пользователей в графах, моделирующих социальные сети, крайне трудно. Единственной доступной информацией является знание об отношениях между пользователями, выраженных в виде репостов (повторных публикациях других пользователей), лайках (выражениях мнения), ответах на сообщения в форумах, включении в друзья, последователи и т.п.

В данной работе предложен подход к выявлению опасных участников социальной сети, основанный на признаках взаимоотношений пользователей и их графовых характеристиках и не использующий тексты, которые пользователи читают или пишут. Предполагается, что имеется достоверная информация о

том, что некоторая часть сетевого сообщества является опасной, некоторая безопасной, а статус остальных неизвестен. Таким образом, получается частично размеченное множество пользователей с различными типами отношений между ними. По этим данным строится прогнозная модель, позволяющая оценить опасность неизвестного пользователя. Для построения прогноза используются градиентный бустинг, логистическая регрессия и деревья решений.

Предложенный метод опробован на данных форума KavkazChat проекта DarkWeb, где показал высокую точностью идентификации экстремистской информации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-29-09555-а).

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА СОЕДИНЕНИЙ С НЕПОСТОЯННОЙ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТЬЮ

Пинаева Надежда Михайловна¹, Антоненко Виталий Адександрович²

¹ Кафедра АСВК, e-mail: pinaeva@lvk.cs.msu.su

² Кафедра АСВК, e-mail: anvial@lvk.cs.msu.su

Виртуализация сетевых функций (Network Functions Virtualization, NFV) – концепция разделения сетевой функциональности и оборудования, которое ее реализует, с использованием виртуальной инфраструктуры. Распределенная платформа виртуализации сетевых функций использует множество географически распределенных доменов виртуальной инфраструктуры для размещения виртуальных сетевых функций. При этом возникает задача представления междоменного соединения как части сетевых виртуальных ресурсов платформы.

Поскольку платформа виртуализации не контролирует все сетевое оборудование на пути междоменного соединения (например, оно может проходить через интернет), возникает задача мониторинга этого соединения и предсказания его состояния для последующего планирования.

В данной работе предлагается способ мониторинга доступной пропускной способности междоменного соединения с использованием технологии SDN и приоритезации очередей [1]. Для предсказания доступной пропускной способности предложен алгоритм, основанный на использовании доверительных интервалов для квантилей распределения [2], способный делать предсказания с заданной точностью на заданный промежуток времени.

Результаты работы предложенного алгоритмов будут проверены с помощью экспериментального исследования, целью которого является определение количества ошибок предсказания и утилизации пропускной способности соединения для разных входных данных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-01245).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Balan D. G., Potorac D. A. Linux NTB queuing discipline implementations // 2009 First International Conference on Networked Digital Technologies. Э. : IEEE, 2009. С. 122–126.
- [2] Dedduwakumara D. S., Prendergast L. A. Confidence intervals for quantiles from histograms and other grouped data // Communications in Statistics-Simulation and Computation. 2018. С. 1–14.

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ РАЗЛИЧАЮЩИХСЯ СВЕРТОК В МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ИГРЕ С НУЛЕВОЙ СУММОЙ

Поспелова Ирина Игоревна¹, Кононов Сергей Владиславович²,
Некрасова Мария Геннадьевна³

¹ Кафедра исследования операций, e-mail: ipospelova05@yandex.ru

² Кафедра исследования операций, e-mail: lalkakonov@gmail.com

³ Кафедра исследования операций, e-mail: ne_95@bk.ru

В настоящей работе рассматривается многокритериальная игра двух лиц $\Gamma = \langle X, Y, F(x, y) \rangle$, в которой первый игрок максимизирует, а второй минимизирует векторный критерий $F(x, y) = (f_1(x, y), \dots, f_n(x, y))$. Решением многокритериальной игры можно считать [1] решение параметрического семейства скалярных игр, в которых функция выигрыша является сверткой [2] частных критериев исходной векторной функции. В задачах многокритериальной оптимизации используется линейная и обратная логическая свертка (модификация свертки Гермейера [2]).

Переход к свертке в игре с векторным критерием при возможности применения смешанных стратегий приводит к вопросу адекватного выбора порядка этих действий. Осреднение по смешанным стратегиям компонент исходного векторного критерия (т.е. применение $\mathbf{E}f_i(x, y)$ вместо $f_i(x, y)$, $i = \overline{1, n}$) эквивалентно изменению вектор-функции выигрыша для обоих игроков, поэтому поиск решения с помощью свертки не зависит от типа свертки и определяется только различием свойств функций свертки. Однако игрок может применять осреднение к свертке критериев, по сути считая, что он готов принимать решения только для скалярной функции выигрыша. Тогда возникает вопрос о том, как соотносятся между собой решения игры для разных сверток и разным их сочетании у разных игроков. Использование игроками одного типа свертки исследовано в [1]. В данной работе рассматриваются случаи несовпадающих сверток у разных игроков. Для наглядного сопоставления решений рассматривается пример двухкритериальной модельной игры [1], в которой $F(x, y) = (\frac{y\sqrt{x}}{2}, \frac{\sqrt{1-x}}{y})$, $X = \{0, 1\}$, $Y = \{1, 2\}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Новикова Н. М, Поспелова И. И. Смешанные стратегии в векторной игре и свертка Гермейера // Труды IX Моск. междунар. конф. по исследованию операций (ORM2018). Т. 2. М. : МАКС Пресс, 2018. С. 428–432.
- [2] Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М. : Наука, 1971.

**ИГРА «НАПАДЕНИЕ-ОБОРОНА» НА СЕТЯХ С
НАЧАЛЬНЫМИ ОСТАТКАМИ РЕСУРСОВ СТОРОН**
**Решетов Валерий Юрьевич¹, Перевозчиков Александр Геннадьевич,
Яночкин Игорь Евгеньевич²**

¹ Московский государственный университет, факультет ВМК, кафедра исследования операций, e-mail: kadry@cs.msu.ru

² НПО «РусБИТех», Департамент проектирования систем, отдел проектирования математических моделей информационно-расчетных задач, e-mail: pere501@yandex.ru, i-yanochkin@yandex.ru

Работа основана на результатах из [1, 2, 3] и является дальнейшим развитием построений в [4, 5]. Классическая модель «нападение-оборона» Ю.Б.Гермейера была определена и изученная в работе [6]. Она является модификацией модели О.Гросса [7]. В военных моделях пункты интерпретируются обычно как направления и характеризуют пространственное распределение ресурсов защиты по ширине. Однако реально имеет место также пространственное распределение ресурсов обороны по глубине, характеризующейся количеством уровней рубежей на данном направлении.

Предлагаемая модель обобщает классическую игру «нападение-оборона» на сетях, определенную в работе R. Hohzaki, V. Tanaka [1] в части учета начальных остатков сторон и основана на статье В.Ф.Огарышева [8]. В отличие от [1], оборона на каждом ориентированном ребре, может иметь несколько рубежей, что приводит в общем случае к выпуклым минимаксным задачам, которые могут быть решены методом субградиентного спуска. В частности, предложенная модель обобщает классическую игру «нападение-оборона» с остатками изученную в [8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hohzaki R., Tanaka V. The effects of players recognition about the acquisition of his information by his opponent in an attrition game on a network // In Abstract of 27th European conference on Operation Research 12-15 July 2015 University of Strathclyde. - EURO2015.
- [2] Перевозчиков А. Г., Лесик И. А., Яночкин И. Е. Многоуровневое обобщение модели «нападение-оборона» // Вестник ТвГУ. Сер.: Прикладная математика. 2017, № 1, С. 39–51.

- [3] Решетов В. Ю., Перевозчиков А. Г., Лесик И. А. Модель преодоления многоуровневой системы защиты нападением // Прикладная математика и информатика: Труды факультета ВМК МГУ имени М.И.Ломоносова / Под ред. В.И.Дмитриева. М.: МАКС Пресс, 2015. № 49. С. 80–96.
- [4] Решетов В. Ю., Перевозчиков А. Г., Лесик И. А. Модель преодоления многоуровневой системы защиты нападением с несколькими фазовыми ограничениями. // Вестник МГУ. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика, № 1, 2017, С. 26–32.
- [5] Перевозчиков А. Г., Решетов В. Ю., Яночкин И. Е. Модель «нападение-оборона» с неоднородными ресурсами сторон // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2018. Т. 58. № 1. С. 41–50.
- [6] Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.
- [7] Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964.
- [8] Огарышев В. Ф. Смешанные стратегии в одном обобщении задачи Гросса // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1973. Т. 13. № 1. С. 59–70.

РАЗРАБОТКА ПО ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КЛЕТОЧНОЙ ДИНАМИКИ И ИММУННЫХ ПРОЦЕССОВ

Савинков Ростислав Сергеевич¹, Бочаров Геннадий Алексеевич²

¹ Кафедра вычислительных технологий и моделирования, e-mail: dr.savinkov@gmail.com

² Институт вычислительной математики имени Г.И.Марчука РАН, e-mail: gbocharov@gmail.com

Иммунный ответ, происходящий в лимфатических узлах, является многофакторным процессом, связанным с взаимодействиями как между клетками иммунной системы (Т и В-лимфоцитами, макрофагами, фибробластными клетками ретикулярной ткани, т.е. сети ретикулярных волокон (далее ФРК)), так и с хемокинами, выделяемыми этими клетками.

Нами было исследовано, с помощью математической модели, влияние хемокинов CCL19, CCL21, выделяемых дендритными клетками [1] и ФРК [2], на процесс поиска Т-клетками антиген-презентирующих дендритных клеток (АПК). Согласно существующим исследованиям [1,2], хемокины CCL19, CCL21 повышают подвижность Т-клеток до 2.6 раз, что может позволить Т-клеткам существенно быстрее обнаруживать активированные АПК и быстрее индуцировать иммунный ответ. Однако, согласно результатам моделирования [2], влияние на время обнаружения АПК хемокинов CCL19, CCL21 оказалось несущественным, что противоречит имеющимся экспериментальным данным [3].

Для проведения исследования, нами разработано Sandbox-ПО, позволяющее более детально и анатомически корректно моделировать взаимодействие ключевых компонентов процессов, участвующих в регуляции миграции Т-клеток в условиях пространственно неоднородной расчётной области. Программная реализация выполнена на языке C++, разработка выполнена в IDE MS Visual Studio 2015.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 18-11-00171).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Chemokines CCL19 and CCL21 promote activation-induced cell death of antigen-responding T cells / T. Yasuda, T. Kuwabara, H. Nakano, K. Aritomi, T. Onodera, M. Lipp // *Blood*. 2007. Vol. 109, no. 2. pp. 449–456.
- [2] Graw F., Regoes R. R. Influence of the Fibroblastic Reticular Network on Cell-Cell Interactions in Lymphoid Organs // *PLOS Computational Biology*. 2012. Vol. 8, no. 3.
- [3] Siegert S., Luther S. A., Positive and negative regulation of T cell responses by fibroblastic reticular cells within paracortical regions of lymph nodes // *Front Immunol*. 2012. Vol. 3.

О СВОЙСТВАХ ОПЕРАТОРНОЙ ГРУППЫ, ПОРОЖДЕННОЙ ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМОЙ ДИРАКА

Савчук Артем Маркович¹, Садовничая Инна Викторовна²

¹ Механико–математический факультет, кафедра теории функций и функционального анализа, e-mail: artem_savchuk@mail.ru

² Факультет ВМК, кафедра общей математики, e-mail: ivsad@yandex.ru

На отрезке $[0, \pi]$ рассмотрим дифференциальное выражение

$$\ell(\mathbf{y}) = B\mathbf{y}' + P(x)\mathbf{y}, \quad \text{где } B = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad P(x) = \begin{pmatrix} p_1(x) & p_2(x) \\ p_3(x) & p_4(x) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Функции $p_j(\cdot)$ предполагаются комплекснозначными и суммируемыми. Добавим к этому выражению краевые условия вида

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{13} & u_{14} \\ u_{23} & u_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(\pi) \\ y_2(\pi) \end{pmatrix} = 0. \quad (2)$$

При этом предполагается, что определитель J_{14} , составленный из первого и четвертого столбца матрицы U , и определитель J_{23} , составленный из второго и третьего столбцов, отличны от нуля. Дифференциальное выражение (1) вместе с краевыми условиями (2) порождают в пространстве $\mathbb{H} = (L_2[0, \pi])^2$ оператор L с областью определения

$$\mathcal{D}(L) = \{\mathbf{y} \in W_1^1[0, \pi] \mid U(\mathbf{y}) = 0, \ell(\mathbf{y}) \in \mathbb{H}\}$$

— регулярный одномерный оператор Дирака. Этот оператор имеет непустое резольвентное множество, компактную резольвенту и дискретный спектр, расположенный в некоторой горизонтальной полосе $|\operatorname{Im} \lambda| < \alpha$.

Теорема 1. Система собственных и присоединенных функций оператора L образует базис Рисса (со скобками, если $(J_{12} + J_{34})^2 + 4J_{14}J_{23} = 0$) в пространстве \mathbb{H} .

В докладе будет рассказано о существовании и различных свойствах операторной группы $\exp(itL)$, $t \in \mathbb{R}$, порождаемой оператором L в пространстве \mathbb{H} .

Теорема 2. Любой регулярный оператор L порождает в пространстве \mathbb{H} сильно непрерывную группу $V(t) = \exp(itL)$, $t \in \mathbb{R}$. Операторное семейство $V(t)$ допускает оценку $\|V(t)\|_{\mathbb{H}} \leq Ce^{\alpha|t|}$. Операторы $V(t)$ являются ограниченными в любом соболевском пространстве $\mathbb{H}_\theta = (W_2^\theta)^2$ при $\theta \in [0, 1/2)$ с той же оценкой на норму. Пусть потенциал $P(x) \in L_p$ для некоторого $p > 1$, а функции p_1 и p_4 равны нулю. Тогда группы V_1 и V_2 , построенные по любым двум таким операторам с одинаковыми краевыми условиями, близки в том смысле, что разность $V_2(t) - V_1(t)$ есть ограниченный оператор из $(L_1[0, \pi])^2$ в $(C[0, \pi])^2$.

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНИМОСТИ ПОЛИНОМОВ ПО СОСТАВНОМУ МОДУЛЮ

Селезнева Светлана Николаевна

Факультет ВМК, кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.ru

Пусть $\mathcal{A} = (A, F)$ — алгебра, где A — конечное множество и F — конечное множество функций на множестве A . Рассматриваются полиномиальные выражения над \mathcal{A} , построенные из переменных, констант из A и функций из F при помощи композиции. Алгебра \mathcal{A} называется полиномиально полной, если для каждого $n \geq 0$ любая функция $f : A^n \rightarrow A$ может быть представлена полиномиальным выражением над \mathcal{A} . Над заданной алгеброй \mathcal{A} рассматривается задача об эквивалентности полиномиальных выражений. Известно, что для полиномиально полных алгебр с хотя бы двумя элементами эта задача является NP -трудной [1]. Кроме того, эта задача является NP -трудной для колец вычетов по составному модулю, не являющихся полиномиально полными алгебрами. В настоящей заметке рассматриваются кольца вычетов \mathbb{Z}_k по составному модулю k и выражения, являющиеся многочленами над этими кольцами. Считаем, что многочлен $p(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}_k[x_1, \dots, x_n]$ на вход алгоритма подается в виде слова $\lambda(p)$, построенного следующим образом: $\lambda(a) = a$ при $a \in \{0, 1, \dots, k-1\}$; $\lambda(x_i^m) = xi_{r-1} \dots i_1 i_0 \uparrow m_{s-1} \dots m_1 m_0$, где $i_{r-1} \dots i_1 i_0$ и $m_{s-1} \dots m_1 m_0$ — записи чисел i и m в системе счисления по основанию k

без нулей слева; $\lambda(p_1 \circ p_2) = \lambda(p_1) \circ \lambda(p_2)$ при $\circ \in \{ \cdot, + \}$. Получена следующая теорема.

Теорема 1. Пусть k — составное число. Существует детерминированный полиномиальный алгоритм, который по словам $\lambda(p)$ и $\lambda(q)$, где $p, q \in \mathbb{Z}_k[x_1, \dots, x_n]$, выясняет, задают ли многочлены p и q одну и ту же функцию.

При доказательстве теоремы применяется канонический вид многочленов по составному модулю, предложенный в [2]. Следовательно, для каждого заданного составного числа k задача об эквивалентности многочленов над кольцом вычетов по модулю k является полиномиальной. А значит, и задача проверки выполнимости таких многочленов — полиномиальна.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19–01–00200-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Horvath G., Nehaniv C.L., Szabo C. An assertion concerning functionally complete algebras and NP-completeness // Theoretical Computer Science. 2008. V. 407. P. 591–595.
- [2] Селезнева С. Н. О числе полиномиальных функций k -значной логики по составному модулю k // Дискретная математика. 2016. Т. 28(2). С. 81–91.

РАСШИФРОВКА МОНОТОННЫХ ФУНКЦИЙ С ИСКАЖЕНИЯМИ

Селезнева Светлана Николаевна, Лю Юнцин

Факультет ВМК, Кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.ru, yongqingliu@yandex.com

Пусть $P_2^{(n)} = \{f \mid f : E_2^n \rightarrow E_2\}$, где $E_2 = \{0, 1\}$, обозначает множество всех функций алгебры логики n переменных, $n \geq 0$. Если $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n) \in E_2^n$, то $\alpha \leq \beta$ при $\alpha_i \leq \beta_i$ для всех $i = 1, \dots, n$. Пусть $M^{(n)}$ обозначает множество всех монотонных функций n переменных, т.е. таких функций f , для которых из $\alpha \leq \beta$ (где $\alpha, \beta \in E_2^n$) следует $f(\alpha) \leq f(\beta)$. Задача расшифровки монотонной функции состоит в том, чтобы восстановить значения неизвестной функции $f \in M^{(n)}$ на каждом наборе. При этом можно спрашивать о значении f на произвольном наборе $\alpha \in E_2^n$ и получать правильный ответ. Под сложностью $\varphi_M(n)$ расшифровки монотонной функции понимают наименьшее число вопросов, которое требуется для расшифровки любой монотонной функции n переменных. Известно [1, 2], что $\varphi_M(n) = C_n^{\lfloor n/2 \rfloor} + C_n^{\lfloor n/2 \rfloor + 1}$. В работе рассматривается задача расшифровки монотонной функции с возможными искажениями. Теперь при вопросах о значениях f на наборах $\alpha \in E_2^n$ в качестве ответов получаем $g(\alpha)$ для некоторой функции $g \in I(f) \cup \{f\}$, где $I(f)$ обозначает множество всех немонотонных функций n переменных, каждая из

которых отличается ровно на одном наборе от функции f и ни от какой другой функции из $M^{(n)}$. При этом восстановить следует функцию f (а не функцию g). Под сложностью $\varphi'_M(n)$ расшифровки монотонной функции с искажениями понимаем наименьшее число вопросов, которое требуется для расшифровки любой монотонной функции n переменных с возможными искажениями. В работе получены критерии принадлежности функции $g \in P_2^{(n)}$ множеству $I(f)$, где $f \in M^{(n)}$. Предложен алгоритм расшифровки монотонной функции с искажениями и доказан ряд лемм, обеспечивающих его правильность; получена оценка его сложности.

Работа частично поддержана РФФИ (проект № 19-01-00200-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Коробков В. К. О монотонных функциях алгебры логики // Сб. Проблемы кибернетики. Вып. 13. М.: Наука, 1965. С. 5–27.
- [2] Ансель Ж. О числе монотонных булевых функций от n переменных // В кн. Кибернетический сборник. Новая серия. Вып. 5. М.: Мир, 1968. С. 53–57.

РАСКРАСКИ ПСЕВДОРЕГУЛЯРНЫХ ГРАФОВ

Селезнева Светлана Николаевна, Мельник Марина Владимировна

Факультет ВМК, кафедра математической кибернетики, e-mail: selezn@cs.msu.ru,
melnikmv@cs.msu.ru

Задача k -раскраски графов является NP -полной при каждом $k \geq 3$ [1]. Поэтому в настоящее время эта задача широко исследуется для графов, на структуру которых наложены ограничения. Наиболее часто рассматриваются графы без порожденных определенных подграфов, см., например, [2]. Накладываются также ограничения на степени вершин графов [3]. Графом G назовем пару (V, E) , где V — множество вершин, E — множество неупорядоченных пар различных вершин, называемых ребрами. Полным графом K_n называется граф с n вершинами, в котором каждая пара различных вершин соединена ребром. Почти полным графом K_n^- назовем граф, получающийся из K_n удалением любого ребра. Степенью вершины $v \in V$ в графе $G = (V, E)$ называется число смежных с ней вершин. Граф называется n -субрегулярным, если степени всех его вершин не превосходят n , и n -псевдoreгулярным, если степени всех его вершин, за исключением одной, не превосходят n , а степень исключительной вершины не превосходит $(n+1)$. Граф $G = (V, E)$ можно раскрасить в k цветов, если найдется такое отображение $\rho : V \rightarrow \{0, 1, \dots, k-1\}$, что $\rho(v) \neq \rho(w)$ для всех ребер $(v, w) \in E$. Известно, что при $n \geq 3$ каждый n -субрегулярный граф, не содержащий подграфов K_{n+1} , можно раскрасить в n цветов [3]. В работе получены следующие теоремы.

Теорема 1. *При $n \geq 3$ каждый n -псевдoreгулярный граф, не содержащий порожденных подграфов K_{n+1} или K_{n+1}^- , можно раскрасить в n цветов.*

Теорема 2. При каждом заданном $n \geq 3$ задача n -раскраски n -псевдорегулярных графов может быть решена полиномиальным алгоритмом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Stockmeyer L. J. Planar 3-colorability is NP -complete // SIGACT News. 1973. V. 5, No. 3. P. 19–25.
- [2] Broersma H., Golovach P. A., Paulusma D., Song J. Updating the complexity status of coloring graphs without a fixed induced linear forest // Theoretical Computer Science. 2012. V. 414, No. 1. P. 9–19.
- [3] Brooks R. L. On colouring the nodes of a network // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1941. V. 37. P. 194–197.

МЕТОДЫ СЕМАНТИЧЕСКОГО АННОТИРОВАНИЯ И КАТЕГОРИЗАЦИИ СТАТЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЭНЦИКЛОПЕДИИ

Серебряков Владимир Алексеевич, Синельникова Екатерина
Константиновна

Кафедра системного программирования, e-mail: serebr@ultimeta.ru, esinelnikovaa@yandex.ru

Математическая энциклопедия — советское энциклопедическое издание в пяти томах, посвящённое математической тематике. Электронная версия энциклопедии включает более 6 тысяч статей, которые представляют собой неструктурированный текст и формулы в виде изображений.

Статьи математической энциклопедии содержат внушительный объём знаний, однако ввиду отсутствия какой-либо структуры не могут быть эффективно использованы в современных электронных библиотеках, таких, как развивающаяся разработка ВЦ РАН — персональная открытая семантическая цифровая библиотека LibMeta [1, 2].

Для представления пользователям электронных ресурсов и обеспечения возможности построения запросов к энциклопедии статьи были снабжены метаданными с использованием методов семантического аннотирования. Построена онтологическая модель энциклопедии, иллюстрирующая связь статей с их переводом в англоязычной версии энциклопедии и содержащимися в статьях терминами, персонами, формулами. Статьям присвоены категории с использованием индексов MSC и УДК. Обеспечена возможность поиска статей, связанных с определённым термином, персоной, формулой, разделом математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Атаева О. М., Серебряков В. А., Тучкова Н. П. Цифровая библиотека по обыкновенным дифференциальным уравнениям на основе LibMeta // Труды

XIX Всероссийской научной конференции «Научный сервис в сети Интернет» (Новороссийск, 18–23 сентября 2017 г.). М. : ИПМ им. М. В. Келдыша, 2017. С. 21–33.

- [2] Серебряков В. А., Атаева О. М. Персональная цифровая библиотека LibMeta как среда интеграции связанных открытых данных // [Электронный ресурс]: Труды XVI Всероссийской научной конференции «Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции» (Дубна, 13–16 октября 2014 г.). С. 66–71. URL: <http://rcdl.ru/proceedings.php?year=2014> (дата обращения: 24.03.2019).

АНАЛИЗ ЗАДЕРЖКИ ПОТОКОВ ВИРТУАЛЬНОГО ПЛАСТА В ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМОЙ СЕТИ С ПОМОЩЬЮ СТОХАСТИЧЕСКОГО СЕТЕВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Синякова Марина Алексеевна¹, Степанов Евгений Павлович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: msiniakova@lvk.cs.msu.su

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.su

Работа направлена на уменьшение задержки в транспортных соединениях в программно-конфигурируемой сети (ПКС). При помощи механизмов приоритизации очередей, мы можем влиять на значение задержки: чем выше приоритет, тем ниже значение задержки. Тогда необходимо уметь оценивать задержку, чтобы выбрать оптимальный приоритет для каждой очереди. Задержку будем оценивать внутри виртуального пласта, под которым понимаем ресурсы ПКС, выделенные одной группе потоков пользователей. Оценка осуществляется при помощи стохастического сетевого исчисления (ССИ) по следующим входным параметрам: топология сети, маршруты и интенсивность потоков трафика, значения приоритетов, требуемой скорости и задержки для всех виртуальных пластов.

Вычисление задержки при помощи ССИ состоит из следующих шагов:

1. Определяем распределение входного трафика по заданной статистике при помощи критерия согласия Пирсона. По полученному распределению формируем кривые нагрузки $\alpha = \rho_A t + b_A$ [1] для потоков рассматриваемого виртуального пласта.
2. Формируем кривые обслуживания $\beta = \rho_S t - b_S$ [1] для всех обработчиков топологии. Значение ρ_S соответствует требуемой скорости внутри виртуального пласта, а b_S вычисляется как $\sum_{i=1}^{k-1} t_i$, где k – приоритет рассматриваемого пласта, $t_i = N_i/\vartheta$, N_i – размер очереди, выделенной под виртуальный пласт с приоритетом i , ϑ – пропускная способность канала.

3. Используя сформированные кривые нагрузки и кривые обслуживания, для каждого потока вычислим задержку, используя аппарат линейного программирования. Тогда задержка для рассматриваемого виртуального пласта — максимальная задержка по всем потокам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-01112-А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Fidler M. Rizk A. A guide to the stochastic network calculus // IEEE Communications Surveys & Tutorials. — 2015. — Т. 17. — № 1. — С. 92-105.

НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА

Степаненко Светлана Владимировна¹, Разгулин Александр Витальевич²,
Трофимов Вячеслав Анатольевич³

¹ Кафедра математической физики, e-mail: s.stepanenko@cs.msu.ru

² Кафедра математической физики, e-mail: razgulin@cs.msu.ru

³ Кафедра вычислительных методов, e-mail: vatro@cs.msu.ru

В настоящей работе рассматривается модель распространения малопериодного фемтосекундного импульса в линейной среде в рамках обобщенного уравнения Шрёдингера [1]. Оно отличается от известного уравнения Шрёдингера присутствием смешанных производных по времени и координате, вдоль которой распространяется лазерный импульс. При исследовании уравнений такого типа особое место занимает задача поиска аналитического решения. Ранее, в работе [2], было построено аналитическое решение (в виде произведения экспоненциальной функции и функции Эйри) для стандартного линейного уравнения Шрёдингера, содержащего производные не выше второго порядка. Для обобщенного уравнения, рассматриваемого в настоящей работе, аналитические решения ранее найдены не были, поэтому данная задача является актуальной.

Преобразование уравнения, представленное в работе, заключающееся в переходе к новой функции, позволяет привести исходное уравнение к виду уравнения Эйри [3] и свести задачу к его решению. В работе получены некоторые решения для дифференциальной задачи, а также изучены их свойства. Полученные решения позволяют контролировать результаты численных экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Brabec T., Krausz F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime // Phys.Rev.Lett. 1997. Т. 78. С. 3282 – 3285.

[2] Mahalov A., Suslov S. An "Airy gun": Self-accelerating solutions of the time-dependent Schrödinger equation in vacuum // Phys. Lett. A. 2012. Т. 377. С. 33 – 38.

- [3] Vallée O., Soares M. Airy Functions and Applications to Physics. World Scientific, Hackensack NJ, 2004. 204 с.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДЕМУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СОЕДИНЕНИЙ: АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ

Степанов Евгений Павлович¹, Смелянский Руслан Леонидович²

¹ Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.su

² Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: smel@cs.msu.su

В настоящее время ускорение транспортных соединений является одной из наиболее важных задач в связи с появлением «сетевых слоев» в сетях 5G, а также распространением видео в разрешении 4K. Существует множество подходов к обеспечению требуемой скорости транспортного соединения, начиная с балансировки потоков внутри сети Интернет-провайдера и заканчивая управлением перегрузкой на хостах. Однако в случае, когда пропускная способность одного маршрута не позволяет удовлетворить требованиям приложения к скорости соединения, наиболее эффективным подходом является демультимплексирование. Демультимплексированные соединения осуществляют передачу данных сразу по нескольким маршрутам.

Наиболее популярным протоколом, реализующим подход с демультимплексированием, является Multipath TCP (MPTCP). В MPTCP количество используемых маршрутов определяется при старте соединения и не меняется с течением времени, т. е. реализован статический подход. В динамическом подходе, предлагаемом в Flow (De)Multiplexing Protocol (FDMP), количество маршрутов зависит от требований к качеству сервиса и текущей ситуации в сети. В настоящей работе рассматривается задача сравнительного анализа этих подходов.

Для проведения сравнительного анализа исходя из возможных свойств трафика (динамическое/статическое количество потоков, требования качества сервиса) и возможных политик маршрутизации были определены 12 базовых случаев, в которых необходимо оценить эффективность использования каждого из подходов. Для каждого базового случая определен свой критерий эффективности. Для одного из базовых случаев (со статическим количеством потоков и отсутствием требований к качеству сервиса) была проведена оценка эффективности MPTCP [1], которая показала деградацию производительности сети в случае массового использования статического подхода MPTCP. В дальнейшем планируется проведение оценки эффективности FDMP и MPTCP в каждом из базовых случаев.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-01255-А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Stepanov E., Smeliansky R. On analysis of traffic flow demultiplexing effectiveness // Международная конференция Modern Network Technologies, MoNeTec-2018:.. — Москва, 2018. — P. 112–122.

Applications of superstable semigroups in inverse and nonlocal problems

Тихонов Иван Владимирович, Ву Нгуен Шон Тунг

Кафедра математической физики, e-mail: ivtikh@mail.ru, vnsontung@mail.ru

Suppose that the linear closed operator A generates a superstable semigroup $U(t)$ of class C_0 on a Banach space E . In this case, $U(t)$ has infinite negative exponential type $\omega_0 = -\infty$; see, for example, [1]. Then the inverse problem

$$\begin{cases} u'(t) = Au(t) + \varphi(t)g, & 0 \leq t \leq T, \\ u(0) = u_0, & \int_0^T u(t) d\mu(t) = u_1, \end{cases}$$

of finding an unknown pair $(u(t), g)$ and the nonlocal problem

$$\begin{cases} u'(t) = Au(t), & t \geq 0, \\ \int_0^{+\infty} \eta(t)u(t) dt = u_1, \end{cases}$$

of finding an unknown function $u(t)$ admit a full study; see [2], [3]. To apply abstract results, concrete constructions of superstable semigroups related to the transport equation are given; see [3], [4].

REFERENCES

- [1] Balakrishnan A. V. On superstability of semigroups // Systems modelling and optimization. Proceedings of the 18th IFIP conference on system modelling and optimization. CRC research notes in mathematics. 1999. P. 12–19.
- [2] Тихонов И. В., Ву Нгуен Шон Тунг. Разрешимость линейной обратной задачи для эволюционного уравнения с суперустойчивой полугруппой // Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. 2018. Т. 26, № 2. С. 103–118.
- [3] Тихонов И. В., Ву Нгуен Шон Тунг. Разрешимость нелокальной задачи для эволюционного уравнения с суперустойчивой полугруппой // Дифференц. уравнения. В печати.
- [4] Ву Нгуен Шон Тунг. Специальные примеры суперустойчивых полугрупп и их применение в теории обратных задач // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2018. Т. 18, вып. 3. С. 252–262.

ЗАДАЧА СТАБИЛИЗАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ

Точилин Павел Александрович, Атанесян Анна Артаковна

Кафедра системного анализа, e-mail: tochilin@cs.msu.ru, at-an-ar@yandex.ru

Работа посвящена решению задачи стабилизации для гибридной системы, с возможными переключениями между составляющими ее подсистемами. Динамика для каждой подсистемы задана нелинейными дифференциальными уравнениями с управляющими параметрами, на которые наложены «жесткие», поточечные ограничения. Предполагается, что для каждой подсистемы задача построения стабилизатора является нетривиальной, а область притяжения целевого положения равновесия замкнутой системы является недостаточно большой. Однако за счет переключений между подсистемами можно добиться расширения области притяжения. Такие переключения между подсистемами производятся при определенных условиях, когда траектория системы попадает на специальные множества. Условия переключений должны быть подобраны таким образом, чтобы для гибридной системы, замкнутой полученным управлением, можно было корректно определить траектории.

Основной целью работы является определение правил переключения между подсистемами, а также поиск стабилизирующих управлений в каждом из режимов для стабилизации совокупной системы. Предлагаемое решение включает кусочную линеаризацию исходных, нелинейных дифференциальных уравнений, и далее построение функции Ляпунова для управляемой системы в классе кусочно-аффинных функций специального вида, заданных на сетке из симплексов в фазовом пространстве, и определение связанного с ней кусочно-аффинного управления — стабилизатора.

В работе исследованы свойства кусочно-аффинных функций Ляпунова для систем с переключениями, указаны ограничения на кусочно-аффинные управления, гарантирующие возможность корректного построения траекторий замкнутой системы, получена оценка области притяжения для функции Ляпунова. Предложен алгоритм построения пары кусочно-аффинных функции Ляпунова и управления, позволяющих решить задачу стабилизации для системы с автономными переключениями.

Полученные теоретические результаты продемонстрированы на конкретном примере решения задачи стабилизации для системы с переключениями, возникающей при моделировании некоторых химических процессов [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Christofides P.D., El-Farra N.H. Control of nonlinear and hybrid process systems. Springer, 2005.

ОПТИМИЗИРОВАННАЯ ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ПОРИСТОГО ФИЛЬТРА И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Трощив Юрий Витальевич

Кафедра вычислительных методов, Лаборатория математического моделирования в физике, e-mail:
yuvvt@cs.msu.ru

Ранее автором была предложена и частично исследована модель фильтра, с помощью которой можно изучать процесс фильтрации на уровне отдельных ячеек как численно, так и аналитически (см. [1] и литературу там). Было, например, обнаружено, что загрязнения группируются в зерна.

Для расчета такого фильтра нужна формула, определяющая закономерности течения жидкости через ячейку. В [1] использовалось приближение равномерного течения по круглой трубе. Была неточно выведена, но численно проверена формула течения жидкости через ячейку с отверстиями в двух противоположных гранях. Используя те рассуждения, результаты расчетов и аналог гидравлического радиуса, получаем формулу для потока жидкости по квадратной трубе, в которой установлена перегородка с отверстием:

$$-0.8 \frac{p' S^2}{P^2 \mu} s, \quad (1)$$

где p — давление, P — периметр трубы, S — площадь сечения трубы, s — площадь сечения отверстия, μ — динамическая вязкость. Пользуясь формулой (1) и прежним алгоритмом, получаем более точные давления в центрах ячеек. Пропускная способность фильтра увеличилась в 6 раз по сравнению с трубчатым фильтром. Увеличилась в 10 раз и скорость сходимости метода Зейделя.

В [1] изучался начальный этап фильтрации. Теперь оказалось, что по тем же причинам, по которым образуются зерна загрязнений, в дальнейшем они быстрее растут в длину, т. е. формируются одномерные последовательности загрязненных ячеек различной конфигурации. Кроме того, в соседних слоях загрязнения обычно располагаются в разных местах. Поэтому жидкость движется по извилистым маршрутам. При этом загрязняются ячейки в боковых гранях. Увеличение отверстий в боковых гранях многократно увеличивает время работы фильтра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Трощив Ю. В. Исследование процессов внутри пористого фильтра // Труды VIII Всероссийской конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара, 15–17 сентября 2011 г.). Часть 2. С. : СамГТУ, 2011. С. 104–115.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СОГЛАСИЯ АННОТАТОРОВ НА КАЧЕСТВО РАЗМЕЧАЕМОЙ КОЛЛЕКЦИИ ДАННЫХ

**Турдаков Денис Юрьевич¹, Трофимович Юлия Сергеевна², Варламова
Арина Олеговна¹**

¹ Кафедра системного программирования, e-mail: turdakov@ispras.ru, tuchka@ispras.ru

² Институт системного программирования им. В. П. Иванникова РАН, e-mail: integral@ispras.ru

При использовании моделей машинного обучения, не последнюю роль играют данные, на которых модель обучается. Разметка коллекции данных в общем случае является трудоемкой задачей даже для эксперта.

Для оптимизации процесса разметки используются краудсорсинговые платформы, позволяющие разделить одну большую коллекцию на множество меньших коллекций данных и распределить их между несколькими аннотаторами. Однако метки, полученные таким образом, могут иметь низкое качество [1] из-за человеческого фактора, низкой формализованности задачи, или недостаточной квалификации аннотаторов [2]. Для улучшения качества меток каждый пример дается на разметку нескольким аннотаторам, и итоговая метка получается путем их агрегации, что существенно увеличивает количество необходимых меток на пример и, соответственно, трудозатраты [3].

Важной информацией, которую можно получить в процессе разметки, является согласие аннотаторов. Прямая задача вычисления согласия по имеющимся меткам является простой. Однако задача оценки качества разметки по имеющемуся согласию, является вычислительно сложной. В данной работе мы моделируем процесс разметки синтетической коллекции данных аннотаторами с заданной вероятностью ошибки.

Полученные результаты дают возможность оценить качество размеченной коллекции данных зная лишь текущее согласие аннотаторов, что в свою очередь позволяет эффективнее строить процесс разметки и выбора моделей машинного обучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Paolacci G., Chandler J., Ipeirotis P. Running Experiments Using Amazon Mechanical Turk // *Judgment and Decision Making*. 2010. Vol. 5, P. 411–419.
- [2] Kilgarriff A. Gold standard datasets for evaluating word sense disambiguation programs // *Computer Speech & Language*. 1998. Vol. 12, P. 453–472.
- [3] Venanzi M., Guiver J., Kazai G. Community-Based Bayesian Aggregation Models for Crowdsourcing // *WWW '14 Proceedings of the 23rd international conference on World wide web*. 2014. P. 155–164.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПЕРЕКЛЮЧАЕМОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ЦИФРОВЫМ РЕГУЛЯТОРОМ

Фурсов Андрей Серафимович¹, Мосолова Юлия Михайловна²

¹ Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: fursov@cs.msu.ru

² Кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: july2412@mail.ru

В работе рассматривается задача построения цифрового регулятора, стабилизирующего непрерывную переключаемую линейную интервальную систему. Подход к стабилизации включает в себя построение непрерывно-дискретной замкнутой системы с цифровым регулятором, переход к её дискретной модели и последующему построению дискретного регулятора.

Рассматривается непрерывная скалярная переключаемая интервальная линейная система

$$\dot{x} = [A_\sigma]x + [b_\sigma]u, \quad y = [c_\sigma]x, \quad \sigma \in S_\tau, \quad (1)$$

где $\sigma : \mathbb{R}_+ \rightarrow I = \{1, \dots, m\}$ — кусочно-постоянная функция (переключающий сигнал) с конечным числом разрывов (переключений) на любом конечном промежутке; S_τ — множество переключающих сигналов σ , для которых время между любыми двумя соседними переключениями не меньше τ ; $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y \in \mathbb{R}$ — измеряемый скалярный выход, $u \in \mathbb{R}$ — управляющий вход; $[A_\sigma] = [A] \circ \sigma$ — композиция отображения $[A] : I \rightarrow \{[A_1], \dots, [A_m]\}$ и переключающего сигнала σ ; $[b_\sigma] = [b] \circ \sigma$ и $[c_\sigma] = [c] \circ \sigma$ — аналогичные композиции для отображений $[b] : I \rightarrow \{[b_1], \dots, [b_m]\}$, $[c] : I \rightarrow \{[c_1], \dots, [c_m]\}$. Здесь $[A_i]$ ($i = 1, \dots, m$) — интервальные матрицы, коэффициенты которых являются интервальными числами $a_{ij}^{(i)} \in [\bar{a}_{ij}^{(i)}; \underline{a}_{ij}^{(i)}]$, а $[c_i]$, $[b_i]$ ($i = 1, \dots, m$) — интервальные векторы с коэффициентами $c_j^{(i)} \in [\bar{c}_j^{(i)}; \underline{c}_j^{(i)}]$ и $b_l^{(i)} \in [\bar{b}_l^{(i)}; \underline{b}_l^{(i)}]$ соответственно.

Значение функции σ в каждый момент времени определяет активный режим $([A_i], [b_i], [c_i])$ ($i = 1, \dots, m$) переключаемой системы (1), описываемый линейной интервальной системой

$$\dot{x} = [A_i]x + [b_i]u, \quad y = [c_i]x. \quad (2)$$

При этом интервальную неопределенность будем понимать следующим образом: для каждого i -го режима активности система (2) является линейной стационарной

$$\dot{x} = A_i x + b_i u, \quad y = c_i x$$

с фиксированными, но неизвестными коэффициентами, принадлежащими соответствующим промежуткам

$$a_{ij}^{(i)} \in [\bar{a}_{ij}^{(i)}; \underline{a}_{ij}^{(i)}], \quad c_j^{(i)} \in [\bar{c}_j^{(i)}; \underline{c}_j^{(i)}], \quad b_l^{(i)} \in [\bar{b}_l^{(i)}; \underline{b}_l^{(i)}].$$

В силу кусочной непрерывности функции $\sigma(t)$ переходы между режимами осуществляются скачкообразно, а движение переключаемой системы в каждый момент времени определяется активным режимом.

Также будем предполагать, что переключающий сигнал в процессе функционирования системы (1) не доступен для наблюдения, т.е. в каждый момент времени не известно, какой из режимов системы является активным.

Для объекта (1) необходимо построить цифровой регулятор по выходу:

$$v[(l+1)T] = Qv[lT] + qy[lT], \quad u[lT] = Hv[lT] + hy[lT], \quad T < \tau, \quad (3)$$

который обеспечивает S_τ -устойчивость замкнутой непрерывно-дискретной переключаемой системы.

Определение. Будем говорить, что замкнутая непрерывно-дискретная переключаемая система S_τ -устойчива, если для любых $x(0), v[0]$ и $\sigma(t) \in S_\tau$ решение системы

$$\left\| \begin{matrix} x(t) \\ v[lT] \end{matrix} \right\| \rightarrow 0, \quad \text{при } t \rightarrow +\infty, \quad t \in [lT, (l+1)T].$$

Предполагается, что имеет место синхронность моментов переключений системы (1) с моментами времени работы дискретного регулятора (3).

Предложен алгоритм построения цифрового стабилизатора (при некоторых ограничениях), обеспечивающего S_τ -устойчивость замкнутой непрерывно-дискретной переключаемой системы. Реализация алгоритма потребовала разработки следующих методов:

1) метода построения дискретной модели для системы (1) на основе точной дискретизации.

2) метода проверки стабилизируемости переключаемой системы (1) заданным цифровым регулятором (3).

3) метода расчёта времени задержки τ , обеспечивающего S_τ -устойчивость интервальной переключаемой системы (1) построенным стабилизирующим регулятором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фурсов А. С., Миняев С. И., Исхаков Э. А. Построение цифрового стабилизатора для переключаемой линейной системы // Дифференц. уравнения. 2017. Т. 53, № 8. С. 1121–1127.
- [2] Liberzon D., Morse A. S. Basic problems in stability and design of switched systems // IEEE Control Systems Magazine. 1999. Vol. 19, № 5. P. 59–70.
- [3] Heemels W. P., De Schutter B., Lunze J., Lazar M. Stability analysis and controller synthesis for hybrid dynamical systems // Philos. Trans. A Math. Phys. Eng. Sci. 2010. Vol. 368. P. 4937–4960.

ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ЛЕЧЕНИЯ РАКОВЫХ ЗАБОЛЕВАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОДНОВРЕМЕННОГО УНИЧТОЖЕНИЯ И ПОДАВЛЕНИЯ ДЕЛЕНИЯ РАКОВЫХ КЛЕТОК В МОДЕЛИ КОНКУРЕНЦИИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРЫ

**Хайлов Евгений Николаевич¹, Клименкова Анна Дмитриевна²,
Коробейников Андрей³**

¹ Кафедра оптимального управления, e-mail: khailov@cs.msu.su

² Кафедра оптимального управления, e-mail: klimenkovaad@mail.ru

³ Центр Математических Исследований, Барселона, Испания, e-mail: akorobeinikov@crm.cat

В докладе для описания взаимодействия между концентрациями здоровых и раковых клеток при таких раковых заболеваниях, как лейкемия, лимфома, миелома ("жидкий рак"), используется математическая модель конкуренции Лотки-Вольтерры.

Сначала, для этой модели была рассмотрена задача минимизации функционала, представляющего собой взвешенную разность концентраций раковых и здоровых клеток в конечный момент периода лечения. В такую модель было введено скалярное ограниченное управление, задающее концентрацию лекарственного препарата или интенсивность терапии при лечении, направленном на непосредственное уничтожение раковых клеток. Затем, для такой модели была изучена задача минимизации этого же терминального функционала но со скалярным ограниченным управлением, которое определяло концентрацию лекарственного препарата или интенсивность терапии при лечении, направленном на подавление деления раковых клеток.

Настоящий доклад посвящен рассмотрению для упомянутой модели задачи минимизации того же терминального функционала, но уже со скалярным ограниченным управлением, которое задает концентрацию лекарственного препарата или интенсивность терапии при лечении, направленном одновременно как на непосредственное уничтожение раковых клеток, так и на подавление их деления. Поставленная задача оказалась сложной для аналитического анализа. Поэтому, в докладе приводятся результаты численных расчетов, выполненных в среде "ВОСОР-2.0.5", для различных значений параметров и начальных условий. На их основе делаются выводы относительно возможного вида оптимального управления и отвечающих ему оптимальных решений. Также, проводится сравнение этих решений с решениями, полученными ранее для уже упомянутых двух задач. Это позволяет сделать выводы об эффективности рассматриваемых способов лечения раковых заболеваний.

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД СЕГМЕНТАЦИИ ГИСТОЛОГИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Хвостиков Александр Владимирович, Крылов Андрей Сердживич

Кафедра математической физики, e-mail: khvostikov@cs.msu.ru, kryl@cs.msu.ru

Анализ поражений слизистых желёз, основанный на сегментации гистологических изображений, является важной задачей хирургической патологии.

В данной работе предлагается гибридный двухэтапный метод сегментации отдельных желёз на гистологических изображениях, состоящий из этапа семантической сегментации изображения с помощью модифицированной свёрточной нейронной сети U-Net [1] и этапа выделения отдельных желёз с помощью обучаемой модификации модели активных контуров.

Основные идеи первого этапа сегментации заключаются в многомасштабном анализе изображения, использовании нелокального блока и использовании функции потерь с учетом анализа контуров изображения (рис. 1).

Алгоритм сегментации отдельных желёз состоит в использовании свёрточной нейросети для предсказания параметров D , α , β , κ , используемых для минимизации энергии «активного контура» на основе решения вариационной задачи. При этом обучение нейронной сети рассматривается как задача структурного предсказания.

Для обучения моделей использовались набор размеченных гистологических изображений Warwick-QU а также изображения, собранные и размеченные сотрудниками Медицинского центра МГУ.

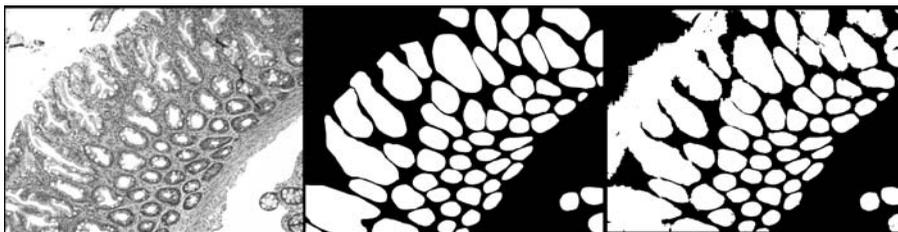


Рис. 1: Первичная сегментация изображения. Слева направо: исходное изображение, экспертная разметка, результат семантической сегментации.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 17-11-01279).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] A. Khvostikov, A. Krylov, et. al. CNN-based histological images segmentation of mucous glands // Межд. конф. GraphiCon'2018. Томск, 2018. С. 258–261.

АРХИТЕКТУРА ПЕРСПЕКТИВНОГО ИМИТАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА

Чистолинов Максим Владимирович, Балашов Василий Викторович

Кафедра автоматизации систем вычислительных комплексов, e-mail: mike@cs.msu.ru, hbd@cs.msu.ru

Важным этапом при создании современных летательных аппаратов, беспилотных аппаратов, автомобилей и других систем с высокой степенью критичности и сложности управляющей системы является стендовая отработка и интеграция бортового оборудования [1].

На кафедре АСВК факультета ВМК МГУ с начала 2000-х годов развивается технология создания стендов комплексирования, испытаний и полунатурного моделирования подсистем бортового оборудования [2]. Следующим шагом в развитии данной технологии является разработка универсального программно-аппаратного имитационного комплекса, основанного на архитектуре с общим полем параметров и предназначенного для построения стендов для широкого класса систем. Стенды на основе представленного имитационного комплекса могут применяться для полунатурного моделирования и интеграции комплексов, построенных по федеративной архитектуре, интегрированной модульной архитектуре, а также сочетающих эти архитектуры.

В рамках доклада рассматриваются:

1. Задачи полунатурного моделирования.
2. Обзор существующих решений.
3. Архитектура перспективного имитационного комплекса.
4. Подходы к построению стендов на основе имитационного комплекса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17-07-01566).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Комплексное моделирование бортового оборудования летательного аппарата / Д. И. Грибов, Р. Л. Смелянский // В сборнике Труды второй Всероссийской научной конференции «Методы и средства обработки информации» (МСО-2005). 2005. Москва. Издательский отдел факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова. С. 59–74.
- [2] Стенд полунатурного моделирования для разработки встроенных вычислительных систем реального времени / В. В. Балашов, А. Г. Бахмуrow, Д. Ю. Волканов, Р. Л. Смелянский, М. В. Чистолинов, Н. В. Ющенко // В сборнике Труды Четвертой всероссийской научно-практической конференции «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД-2009). 2009. Санкт-Петербург. ОАО «ЦТСС». С. 215–220.

ГИБРИДНАЯ ПОРОГОВАЯ ОБРАБОТКА ВЕЙВЛЕТ-КОЭФФИЦИЕНТОВ

Шестаков Олег Владимирович¹, Попёнова Полина Сергеевна²

¹ Кафедра математической статистики, e-mail: oshestakov@cs.msu.su

² Кафедра математической статистики, e-mail: polin_p@mail.ru

При решении задач анализа и обработки сигналов часто одним из первых этапов является экономное (разреженное) представление функции сигнала в некотором базисе. Для довольно широкого класса функций такую возможность предоставляют вейвлет-базисы, обеспечивающие адаптацию к функциям, имеющим на разных участках разную степень регулярности. Это позволяет эффективно отделять шум от полезного сигнала и удалять его с помощью простых процедур пороговой обработки, т.е. обнуления части вейвлет-коэффициентов, которые по предположению содержат в основном шум. Самыми популярными являются процедуры жесткой и мягкой пороговой обработки [1]. Однако каждая из них имеет свои недостатки. Жесткая пороговая обработка использует разрывную пороговую функцию, что приводит к появлению дополнительных артефактов, отсутствию устойчивости при выборе порога и невозможности построения несмещенной оценки среднеквадратичного риска. При мягкой пороговой обработке все коэффициенты подвергаются изменению, вследствие чего в оценке сигнала появляется дополнительное смещение.

В докладе рассмотрен гибридный вариант пороговой обработки [2], который представляет собой компромисс между жесткой и мягкой пороговой обработкой и позволяет обойти указанные недостатки. Для анализа погрешности данного метода можно использовать несмещенную оценку среднеквадратичного риска [3], которая зависит только от наблюдаемых данных и дает возможность оценивать качество обработанного сигнала без использования тестовых (эталонных) функций. Показано, что при предположении о принадлежности функции сигнала к классу Липшица и выборке универсального порога данная оценка является сильно состоятельной и асимптотически нормальной.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-00352).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. NY: Academic Press, 1999. 857 с.
- [2] Chmelka L., Kozumplik J. Wavelet-based Wiener Filter for electrocardiogram signal denoising // Comput. Cardiol. 2005. Vol. 32. P. 771–774.
- [3] Stein C. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution // Ann. Statist., 1981. Vol. 9. No. 6. P. 1135–1151.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДОЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ

Широков Иван Анатольевич

Кафедра вычислительных методов, e-mail: ivanshirokov@inbox.ru

Приведены предварительные результаты моделирования дозвукового обтекания осесимметричной модели потоком воздуха в трехмерной постановке. В работе [1] проведены эксперименты по обтеканию данной модели низкоскоростным потоком воздуха (10 м/с) в аэродинамической трубе. Предметом изучения является устойчивость течения, при этом исследуется расположение модели с ненулевым углом атаки. В [2] было показано, что система регуляризованных уравнений (КГД уравнений) позволяет описывать ламинарно-турбулентный переход при невысоких числах Маха и Рейнольдса. Поскольку в экспериментальной работе [1] эти числа невысоки, возможно применить КГД систему как математическую модель при расчете обтекания в той же постановке, что использована в [1]. При этом, в отличие от [2], требуется использовать нерегулярную пространственную сетку для расчета обтекания представленной модели при ненулевых углах атаки. На рис. 1 показаны линии

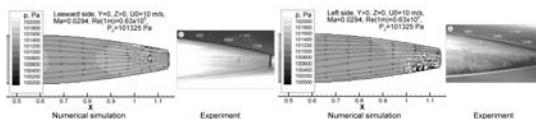


Рис. 1: Линии тока и уровни давления на поверхности модели. Расчет и эксперимент.

тока на поверхности модели: результаты моделирования и визуализация течения, полученная в эксперименте (угол атаки 4^0). В целом обтекание имеет ламинарный характер, однако в хвостовой части видна зона неустойчивости, расположение которой в целом соответствует данным эксперимента. Автор выражает благодарность Елизаровой Т. Г. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00262).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Довгаль А. В., Занин Б. Ю., Сорокин А. М. Устойчивость ламинарного течения на теле вращения, расположенном под углом к набегающему потоку // Теплофизика и аэромеханика, 2014. Т. 21, № 4. С. 419–434.
- [2] Елизарова Т. Г., Широков И. А. Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений. М.: МАКС Пресс, 2017. 136 с.

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫПОЛНИМОСТИ БУЛЕВЫХ ФОРМУЛ МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Шуплецов Михаил Сергеевич¹, Илларионова Светлана Владимировна²

¹ Кафедра математической кибернетики, e-mail: mikle.shupletsov@gmail.com

² ФКИ МГУ, e-mail: illarionovasvetlana@yandex.ru

Задача выполнимости булевых формул (SAT) в форме КНФ является NP-полной задачей. Переменные могут принимать значения «истина» либо «ложь» и связаны между собой операциями дизъюнкции и конъюнкции. В зависимости от ограничений, накладываемых на значения переменных, задача может также иметь ответ «истина» либо «ложь». Спектр областей, в которых прикладные задачи могут быть представлены в булевой форме, достаточно широк, при этом количество переменных, описывающих систему, может достигать десятков тысяч. При необходимости быстро получить ответ о возможности выполнения задачи время полного перебора комбинаций значений параметров будет недопустимо большим. Ускорить процесс проверки выполнимости позволяют алгоритмы, называемые SAT-решателями.

В работе предложен подход, использующий методы машинного обучения для поиска оптимальных значений параметров SAT-решателя. Для составления обучающей выборки используются наборы КНФ, представленные на соревнованиях SAT [1]. Из каждой КНФ извлекаются некоторые признаки. Возможные характеристики КНФ описаны в работе [2, 3]. В качестве SAT-решателя выбрана реализация алгоритма, основанного на minisat. Показано, что в зависимости от выбора значений параметров время работы алгоритма может существенно варьироваться, и использование значения по умолчанию не всегда является оптимальным. Для выбранных значений параметров известно время верификации SAT-решателем формулы. Целью работы было построение алгоритма, основанного на ранжировании по времени работы, и позволяющего по характеристикам входной КНФ определить оптимальное значение параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] SAT competition, <https://baldur.iti.kit.edu/sat-competition-2017>
- [2] Enrique Matos Alfonso. Increasing the Robustness of SAT Solving with Machine Learning Techniques, 2015.
- [3] Benedikt Bunnz, Matthew Lamm. Graph Neural Networks and Boolean Satisfiability, 2018.

СТИЛИЗАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С АДАПТАЦИЕЙ К ЦЕНТРАЛЬНЫМ ОБЪЕКТАМ СЦЕНЫ.

Щекалев Алексей Андреевич¹, Китов Виктор Владимирович²

¹ Кафедра мат. методов прогнозирования, e-mail: alexey.schekalev@sas.com

² РЭУ им. Г.В.Плеханова, МГУ им. М.В.Ломоносова, e-mail: v.v.kitov@yandex.ru

Постановка задачи. Стилизация изображений [1] является одной из классических задач компьютерного зрения. В этой задаче дано изображение с содержимым и изображение со стилем. Задача заключается в отображении первого изображения в стиле второго изображения. Данная задача может применяться в дизайне, мультипликации, наложении спец. эффектов в кино и средствах дополненной реальности и т. д.

Существующее решение. Недавно был предложен метод стилизации [2], основанный на глубоких нейронных сетях, повышающий качество предшествующих подходов. Недостатком этого метода является равномерная стилизация исходного изображения, в результате которой с одинаковой силой стилизуются как основные объекты изображения, так и фон. Это приводит к потере семантического смысла изображения и ограничивает применимость метода, особенно когда центральный объект мал и содержит много тонких, но существенных для восприятия деталей, например, лицо человека.



Рис. 1: Стилизация стандартным и предложенным методом.

Предложенный подход. В работе предлагается накладывать стиль с меньшей силой на центральный объект изображения, и с большей — на фон. Это позволяет, с одной стороны, передать важные детали центрального объекта, сохранив его узнаваемость и отличительные черты, а с другой стороны — передать стиль за счёт стилизации фона. Центральный объект изображения качественно распознаётся глубокими нейронными сетями [3, 4], а для его локализации предлагается затирать фрагменты изображения, и выделять те области, затирка которых приводит к наибольшему изменению результатов классификации. Указанный подход применяется для визуализации свёрточных нейронных сетей в задачах классификации [5], однако в задаче стилизации изображений он применяется впервые и приводит к существенному увеличению качества стилизаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] <https://research.adobe.com/news/image-stylization-history-and-future/>
- [2] Gatys L., Ecker A., Bethge M. Image Style Transfer Using Convolutional Neural Networks // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) 2016, P. 2414-2423.
- [3] Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. Imagenet classification with deep convolutional neural networks // Advances in neural information processing systems, 2012, P. 1097-1105.
- [4] Simonyan K., Zisserman A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition // arXiv preprint arXiv:1409.1556. 2014.
- [5] Zeiler M., Fergus R. Visualizing and understanding convolutional networks // European conference on computer vision. 2014. P. 818-833.

Авторский указатель

- Tikhonov I. V., 105
Vu Nguyen Son Tung, 105
- Абрамов В. Г., 13
Абухович С. В., 14
Аввакумов С. Н., 67
Аветисян А. И., 15
Агаджанян Е. Г., 50
Александров А. В., 54
Антипина Е. А., 22
Антоненко В. А., 93
Ануприенко Д. В., 16
Арутюнов А. В., 17
Асеев А. С., 18
Атамась Е. И., 63
Атанесян А. А., 106
Афанасьев Н. А., 42
- Багаев Д. В., 19
Баев А. В., 21
Бакулин М. Г., 87
Балашов В. В., 22, 113
Батузов К. А., 15
Бахтин В. А., 23
Белов А. Г., 24, 25
Беляев М. В., 62
Белянкина Т. В., 26
Богомоллов С. В., 27–29
Бочаров Г. А., 96
Братусь А. С., 54, 78
Буничева А. Я., 30
- Варламова А. О., 108
Василевский Ю. В., 31
Василенко Д. В., 30
- Васильченко А. Д., 32
Викторова Н. Б., 73
Владимилова Ю. С., 33
Волканов Д. Ю., 34
Вороненко А. А., 35
Воронцов М. О., 36
Востриков И. В., 37
Вылиток А. А., 38
- Гаврилов С. В., 21
Герасимов С. В., 32
Голембиовский Д. Ю., 39–41
Головизнин В. М., 42, 43
Гончаров О. И., 44
Горбачев Д. Ю., 43
Горьков В. П., 45
Горячая И. В., 13
Григоренко Н. Л., 45
Гудков С. М., 46
Гуров С. И., 47
- Девянин П. Н., 49
Денисов В. Н., 50
Денисов Д. В., 50
Дмитриев В. И., 52
Дмитрук А. В., 53
Добровольский В. М., 39
Дородницын Л. В., 54
Досмаганбетова Н. Б., 29
Дрожжин С. В., 54
Дубень А. П., 54
- Егоренков В. А., 55
Егоров Д. И., 87
Еленин Г. Г., 56

- Еленина Т. Г., 56
Елизаров С. Г., 71
Жалеев Т. Р., 72
Жуковский С. Е., 17
Заричанский Д. А., 27
Захаров В. Б., 57, 58
Захарова Т. В., 60, 61
Игнатъев В. Н., 62
Илларионова С. В., 116
Ильин А. В., 63
Ильинский А. С., 64
Казачук М. А., 64
Камзолкин Д. В., 65
Капустин Н. Ю., 66
Капырин И. В., 16
Киселёв Ю. Н., 67
Китов В. В., 117
Клименкова А. Д., 111
Колганов А. С., 68
Кононов С. В., 94
Коньшин И. Н., 19
Кормаков Г. В., 47
Коробейников А., 111
Коровина М. В., 69
Кочемасова Т. А., 26
Краев А. В., 70
Кривов М. А., 71
Крылов А. С., 112
Крюков В. А., 68
Кубышкин В. А., 72
Кудрявцев А. А., 36
Кулагин А. В., 73
Кулямин В. В., 49
Курдюкова А. А., 90
Куретова Е. Д., 74, 75
Ладунов В. Ю., 73
Леонов Е. А., 28
Липатъев А. А., 76
Лобосов Н. А., 38
Логина М. М., 55
Лопушенко В. В., 52
Лукьянова Л. Н., 77
Лыков А. А., 79
Лю Юнцин, 99
Макарычев И. П., 81
Мануйлович Н. А., 53
Маркин Д. В., 78
Машечкин И. В., 64
Мельник М. В., 100
Мельников Н. Б., 88
Меньших И. М., 60
Мещеряков А. В., 32
Минибаев Е. М., 15
Морозов В. В., 79, 80
Мосолова Ю. М., 109
Мостяев А. И., 57
Мухин С. И., 30, 72
Намиот Д. Е., 81
Некрасова М. Г., 94
Никитина Е. В., 82
Никольский И. М., 83
Никольский М. С., 84
Новикова Н. М., 46
Ожигов Ю. И., 73
Окунева А. С., 35
Орлов М. В., 67
Орлов С. М., 67
Павельева Е. А., 85
Павлов А. С., 40
Павлов Д. С., 86
Павлов И. В., 27
Падарян В. А., 87
Панина О. Б., 30
Парадеженко Г. В., 88
Парфенов А. Е., 30
Пашков В. Н., 89–91
Перевозчиков А. Г., 95

Петренко А. К., 49
Петровский М. И., 64, 92
Пинаева Н. М., 93
Попёнова П. С., 114
Пославский А. В., 58
Поспелова И. И., 94
Проценко М. А., 85
Пучкин Д. А., 13

Разгулин А. В., 103
Рамиль Альварес Х., 33
Резер Б. И., 88
Решетов В. Ю., 79, 95
Рубина А. Ф., 72

Савинков Р. С., 96
Савчук А. М., 97
Садовничая И. В., 97
Сактаганов Н. С., 23
Самсонов С. П., 18
Селезнева С. Н., 98–100
Сенгупта Р., 17
Серебряков В. А., 101
Серкулов Ж. Р., 29
Сетуха С. В., 14
Симаков С. С., 31
Синельникова Е. К., 101
Синякова М. А., 102
Скобцова Ю. А., 34, 91
Сковорода Н. А., 73
Смелянский Р. Л., 34
Сметанин Д. А., 41
Степаненко С. В., 103
Степанов Е. П., 102, 104

Тимофеев А. Е., 31
Точилин П. А., 106
Трофимов В. А., 55, 103
Трофимович Ю. С., 108
Трощев Ю. В., 107
Турдаков Д. Ю., 108

Ульянов В. В., 76

Фролов В. А., 86
Фурсов А. С., 109

Хайлов Е. Н., 111
Хвостиков А. В., 112
Холмогорова М. С., 80
Хорошилов А. В., 49
Хруленко А. Б., 72

Чикунев М. Н., 92
Чистолинов М. В., 113

Шестаков О. В., 114
Широков И. А., 115
Шуплецов М. С., 116

Щекалев А. А., 117
Щепетков И. В., 49

Южаков Т. А., 61

Яночкин И. Е., 95
Яшин С. В., 68

На сайте факультета ВМК в разделе «Наука, научные конференции» размещены программы конференций «Ломоносовские чтения» с 2011 г., а также электронные версии тезисов конференций 2011, 2013, 2014, 2016, 2017, 2018 и 2019 гг. В 2011, 2014, 2016, 2017, 2018, 2019 гг. изданы сборники тезисов. Тезисы 2016 года издание (метаданные) размещено в elibrary по ссылке <http://elibrary.ru/item.asp?id=26560704>. Тезисы 2017 года – по ссылке <https://elibrary.ru/item.asp?id=29051579>. Метаданные тезисов 2018 года – на платформе elibrary.ru.

Научные конференции, которые прошли на факультете ВМК в 2018 году

1. Международная зимняя школа «Моделирование и управление биологическими и экономическими ресурсами структурированными по возрасту» 1 – 7 февраля 2018 г.
2. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2018», секция ВМК (Москва, МГУ) 9 – 13 апреля 2018 г.
3. «Ломоносовские чтения – 2018». Секция вычислительной математики и кибернетики (Москва, МГУ имени М.В.Ломоносова) 16 – 27 апреля 2018 г.
4. Международный научно-методический семинар «Интернет-технологии в воспитательно-образовательной и патриотической работе с молодежью» 25 – 28 апреля 2018 г.
5. Международная научная конференция «Современные методы теории краевых задач. Понтрягинские Чтения – XXIX», посвященная 90-летию академика РАН Владимира Александровича Ильина 3 – 6 мая 2018 г.
6. 10-я Международная научная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» 22 – 25 мая 2018 г.
7. Международная научная конференция “Системный анализ: моделирование и управление”, посвященной памяти академика А.В.Кряжмского 31 мая по 1 июня 2018 г.
8. Международная Римско-Московская Школа по матричным методам и прикладной линейной алгебре 2018 28 июля – 11 августа 2018 г. – Московская часть
9. Международная Летняя Суперкомпьютерная Академия 22 - 29 сентября 2018 г.
10. «Аналитика и управление данными в областях с интенсивным использованием данных» DAMDID/RCDL'2018

9 – 12 октября 2018 г.

11. IX Московской международной научной конференции по исследованию операций «ORM2018-Germeyer100»
22 – 27 октября 2018 г.
12. Фестиваль науки 2018
13. Научная конференция «Тихоновские чтения»
29 октября по 2 ноября 2018 г.
14. Международный научный семинар семинар «3st Russian-German Conference on MultiScale BioMathematics: Coherent Modeling of Human Body System» при участии Heinrich Heine University Duesseldorf и Institut für Quantitative Methodik (Krefeld).
7 – 9 ноября 2018 г.
15. XIII Международная научно-практическая конференция «Современные информационные технологии и ИТ-образование»
29 ноября по 2 декабря 2018 г.
16. Международная научная конференция «Оптимальное управление и дифференциальные игры», посвящённой 110-летию со дня рождения Л.С. Понтрягина
12 – 14 декабря 2018 г.

Научное издание
Научная конференция
ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ
Тезисы докладов
15–25 апреля 2019

Подготовка оригинал-макета:
Издательский отдел
Факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М. В. Ломоносова
Лицензия ИД N 05899 от 24.09.01 г.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ имени М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус

Отпечатано с готового оригинал-макета
в издательстве ООО “МАКС Пресс”
Лицензия ИД N 00510 от 01.12.99 г.

Подписано в печать 12.04.2019 г.
Формат 60x90 1/16. Усл.печ.л. 7,75.
Тираж 100 экз. Заказ 083.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ им. М.В. Ломоносова,
2-й учебный корпус, 527 к.
Тел. 8(495)939-3890/91. Тел./Факс 8(495)939-3891.