



НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

Тихоновские Чтения

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

*Посвящается памяти академика
Андрея Николаевича Тихонова*

25–30 октября 2021 года

МОСКВА
2021

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И КИБЕРНЕТИКИ

НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

Тихоновские Чтения

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

*Посвящается памяти академика
Андрея Николаевича Тихонова*

25 – 30 октября 2021 года



МОСКВА – 2021

УДК 517
ББК 22.16
Т46

*Заседания конференции проходят дистанционно
на факультете ВМК
Московского государственного университета*

Тихоновские чтения: научная конференция: 25–30 октября
Т46 2021 г. : тезисы докладов – Москва : МАКС Пресс, 2021. – 128 с.

ISBN 978-5-317-06693-2

<https://doi.org/10.29003/m2453.TRC-2021>

В брошюре публикуются тезисы докладов, которые будут прочитаны на конференции «Тихоновские чтения», посвященные исследованиям в области прикладной математики и информатики.

УДК 517
ББК 22.16

Tikhonov readings: scientific conference: October 25–30, 2021 :
abstracts. – Moscow : MAKS Press, 2021. – 128 p.

ISBN 978-5-317-06693-2

<https://doi.org/10.29003/m2453.TRC-2021>

The brochure publishes abstracts of reports that will be read at the “Tikhonov Readings” conference dedicated to research in the field of applied mathematics and computer science.

Научное издание

Научная конференция
ТИХОНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ
25 – 30 октября 2021 г.

Электронное издание <https://cs.msu.ru/news/3573>

Издательство «МАКС Пресс»
Главный редактор: *Е. М. Бугачева*

Издательство ООО «МАКС Пресс»
Лицензия ИД N 00510 от 01.12.99 г.

119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова.
2-й учебный корпус, 527 к.

Тел.: 8(495)939-3890, 8(495)939-3891.

ISBN 978-5-317-06693-2

© Авторы докладов, 2021

© Оформление. ООО «МАКС Пресс», 2021

КОНФЕРЕНЦИЯ «ТИХОНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2021»

Секция: «Вычислительные технологии и моделирование»

1. **Третьякова Р.М., Сетуха А.В., Бочаров Г.А.** Моделирование дренажной функции лимфатического узла методом граничных интегральных уравнений 9
2. **Михайлов А.Д.** Восполнение матриц и тензоров с дополнительной информацией 10
3. **Мордвицев М.К.** Алгоритм дополнения тензора с фиксированными рангами Таккера с использованием оптимизации на римановых многообразиях 11
4. **Поворознюк А.П.** Вычисление поверхностного градиента функции методом частиц 12
5. **Рыгин А.С.** Исследование нелинейных явлений в эпидемиологических моделях 13
6. **Киселевская-Бабинина В.Я., Романоха А.А., Санникова Т.Е.** Марковская модель лечения пациентов с COVID-19 в отделении интенсивной терапии 14

Секция: «Теория дифференциальных уравнений»

1. **Савчук А.М., Садовничая И.В.** Об оценках скорости равносходимости спектральных разложений для одномерной системы Дирака 15
2. **Бородинова Д.Ю.** Свойство бесселевости для неортогональных систем цилиндрических функций и их возмущений 16
3. **Крицков Л.В.** О безусловной базисности корневых функций сингулярных дифференциальных операторов высокого порядка на отрезке 17
4. **Денисов В.Н.** О стабилизации решения задачи Коши для параболического уравнения с растущими коэффициентами 18
5. **Коровина М.В.** Проблема Пуанкаре и построение решений обыкновенных дифференциальных уравнений с голоморфными коэффициентами 2-го типа 19
6. **Смирнов И.Н.** Об оценке коэффициентов асимптотических рядов решения краевой задачи для уравнения гиперболического типа 20
7. **Зайцева Н.В.** Об одной начальной задаче для гиперболического дифференциально-разностного уравнения 21
8. **Николаев М.В., Никитин А.А.** О системе нелинейных интегральных уравнений, описывающей многовидовое биологическое сообщество 22
9. **Аристов А.И.** Точные решения соболевских уравнений с псевдолапласианами 23
10. **Нефедов В.В., Тихомиров В.В., Исаев Р.Р.** Устойчивость системы Лоренца 24

Секция: «Математическое моделирование и вычислительные методы»

1. **Попов А.М.** Квантовые точки для молекулярной диагностики опухолей 25
2. **Процеров С.Д., Шишкин А.Г.** Отделение речи от пауз в зашумленных сигналах 26
3. **Зотов И.В., Вертелецкий Н.В.** Определение профиля электрического тока тороидальной плазмы в случае дополнительной априорной информации 27
4. **Загидуллин Р.Р., Смирнов А.П., Бриллиантов Н.В.** Агрегация, порождаемая переносом, диффузией и локальным источником мономеров 28
5. **Львов В.Д., Ечкина Е.Ю.** Базовые модели временных рядов на примере газотурбинной установки 29

6. Лукашевич Д.А., Смирнов А.П., Матвеев С.А., Бриллиантов Н.В. Эффективное моделирование процессов агрегации, учитывающих трехча-стичную коагуляцию	30
7. Жилкин А.С., Соловьев С.Ю., Бурдуковская С.Ю., Сычугов Д.Ю., Высоцкий Л.И., Долматов А.А. Единая программная среда SIEMNED и ее применение к моделированию процессов в плазме	31
8. Шеина Е.А., Смирнов А.П. Точное решение одномерной задачи для уравнения Максвелла в кусочно-однородной среде	32
9. Бородачев Л.В. Оптимизированный алгоритм расчета динамики частиц в дискретной модели разреженной плазмы без излучения.....	33
10. Афанасьев Н.А., Горбунова О.К. Схема КАБАРЕ с улучшенными дисперсионными свойствами для одномерных уравнений мелкой воды	34
11. Головизнин В.М., Афанасьев Н.А. Балансно-характеристические схемы в лагранжевых переменных для двумерных уравнений газовой динамики и динамической упругости	35
12. Кубышкин В.А., Мысова К.М., Мухин С.И., Покладюк А.Ю., Хруленко А.Б. Самосогласованная модель большого круга кровообращения в условиях портальной гипертензии	36
13. Егоренков В.А., Логинова М.М., Трофимов В.А. Новые экономичные консервативные разностные схемы для решения трехмерных нестационарных нелинейных уравнений в частных производных	37
14. Широков И.А. Численное исследование сверхзвукового и дозвукового обтекания моделей воздушным потоком на основе регуляризованных уравнений.....	38
15. Терновский В.В., Хапаева Т.М., Ильютко В.П. Коэффициентная обратная задача быстрогодействия и методы ее решения.....	39
16. Савенкова Н.П., Мокин А.Ю., Удовиченко Н.С. О верификации математической модели промышленного алюминиевого электролизера	40
17. Дороницын Л.В., Александров А.В. Алгоритмы численной генерации синтетического турбулентного поля скоростей на основе фильтрации белого шума	41
18. Складчиков С.А., Савенкова Н.П., Лапонин В.С., Анпилов С.В. Численное исследование влияния плотности и вязкости стекловидного тела на конвективно-вихревые процессы в глазном яблоке человека	42
19. Анпилов С.В., Савенкова Н.П., Складчиков С.А., Лапонин В.С. Оценка влияния изменения формы анодов электролизной ванны на МГД-устойчивость методами математического моделирования	43
20. Петрова Л.И. Роль кососимметричных форм в численном моделировании уравнений математической физики	44

Секция: «Нелинейная динамика: качественный анализ и управление»

1. Фомичёв В.В., Денисова Н.И. Наблюдатели для линейных квазистационарных систем при наличии помех	45
2. Толкачев О.Г., Фурсов А.С. Принцип квазитерминального управления нестационарным объектом	46
3. Глузов В.М., Ермилов А.С., Полянина В.В., Фурсов А.С. Активная компенсация упругих колебаний большой космической конструкции	47
4. Роговский А.И., Атамась Е.И. Обобщения относительного порядка для линейных систем с запаздыванием	48
5. Атамась Е.И. Восстановление в реальном времени ограниченного решения дифференциального уравнения с конечной гладкостью	49

Секция: «Системный анализ»

1. **Арутюнов А.В., Жуковский С.Е.** Об устойчивости решений нелинейных уравнений с параметром к вполне непрерывным возмущениям 50
2. **Трусов Н.В., Шананин А.А.** Моделирование поведения динамики домашних хозяйств на основе концепции игр среднего поля 51
3. **Маянцев К.С., Точилин П.А.** О задаче управления кусочно-линейной системой с неопределённостями по результатам измерений 52
4. **Абрамова В.В.** Применение импульсных управлений к задаче успокоения двойного математического маятника 53
5. **Смирнов С.Н., Сливинский В.А., Кузнецов В.А.** Гарантированный детерминистский подход к маржированию на срочном рынке: комплекс программ 54

Секция: «Асимптотические методы и дифференциальные уравнения с малым параметром»

1. **Нефедов Н.Н., Никулин Е.И., Орлов А.О.** Движение фронта в задаче со слабой линейной адвекцией 55
2. **Нефедов Н.Н., Никитин А.Г.** Краевая задача для сингулярно возмущенного интегродифференциального уравнения с сингулярно возмущенным условием Неймана 56
3. **Михайлов Е.А., Хасасва Т.Т.** Возникновение контрастных структур для магнитного поля в галактиках и их эволюция: аналитические и численные результаты 57
4. **Жукова Г.С.** Практическое применение асимптотических расходящихся решений 58
5. **Быков А.А.** Устойчивые и неустойчивые двумерные контрастные структуры 59
6. **Леонов А.С., Нефедов Н.Н., Шаров А.Н., Ягола А.Г.** О решении двумерной обратной задачи квазистатической эластографии методом малого параметра 60
7. **Заборский А.В., Нестеров А.В.** Асимптотика решения задачи Коши для одного сингулярно возмущенного дифференциально-операторного уравнения переноса 61
8. **Полежаева Е.В., Кузнецова Д.И.** О внутреннем слое для сингулярно возмущенного уравнения с правой частью модульно-кубического типа 62

Секция: «Математическая кибернетика»

1. **Вороненко А.А.** Задача легализации на примере поиска решения диофантова уравнения 63
2. **Владимирова Ю.С.** Выражение силлогистики Аристотеля в исчислении предикатов и в логике Н.П. Брусенцова 64
3. **Алексеев В.Б.** О мощностях семейства $Int(Pol)$ замкнутых классов в частичной k -значной логике 65
4. **Бухман А.В.** О применении одного семейства тождеств для минимизации обобщённых полиномов 66
5. **Ложкин С.А., Зизов В.С.** Асимптотические оценки площади кратных мультиплексов в модели клеточных схем 67
6. **Назаров А.А.** О сложности умножения матриц над конечными полями 68

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»

1. Полякова И.Н., Бурдуковская С.Ю. Разработка программно-информационной среды для моделирования и поддержки экспериментов на сложных технических устройствах.....	69
2. Большакова Е.И., Телегина А.Д. Вычислительные методы распознавания слов-паронимов.....	70
3. Арсенин Н.М., Вылиток А.А. Восходящий синтаксический анализ с помощью L - графов	71
4. Козуб Д.В., Корухова Ю.С. Метод построения маршрутов на пересеченной местности на основе графа видимости	72
5. Ефремова Н.Э., Рожков Н.О. Методы выявления устойчивых словосочетаний в научно-технических текстах.....	73
6. Буримский И.А. Межъязыковые системы обнаружения заимствований.....	74
7. Елисеева М.А. Задача извлечения информации из текстов объявлений	75
8. Коротков Б.С., Груздева Н.В. Рекомендация музыкальных треков в социальных сетях.....	76
9. Волкова И.А., Ельцин П.В. Представление семантико-синтаксической структуры предложения в задачах компьютерной лингвистики	77
10. Афанасьев В.И., Кулагин А.В., Мяс Хуэй-хуэй, Ли Ваньшунь, Ожигов Ю.И. Вычислительные задачи в модификациях конечномерных моделей КЭД	78
11. Буряк Д.Ю., Имашев В.Р. Исследование эффективности алгоритмов прореживания свёрточных нейронных сетей	79
12. Никольский И.М. Об одном инструменте отладки протоколов передачи данных в сенсорных сетях	80
13. Федоров В.В., Ершов Н.М. Применение методов машинного обучения в задачах распознавания русских дореволюционных печатных текстов	81
14. Малмыгин Г.А., Попова Н.Н., Григорьева М.А. Сравнительный анализ нейросетевых моделей для диагностики COVID-19 по снимкам компьютерной томографии грудной клетки.....	82
15. Степанов Е.П., Сनियाкова М.А. Метод управления качеством сервиса транспортных потоков виртуальных слоев на основе стохастического сетевого исчисления	83
16. Никуленков М.Р., Попова Н.Н., Хамитов К.Г. Анализ эффективности применения регуляризационной оптимизации для ускорения метода поиска архитектур глубоких нейросетей	84
17. Красильникова А.А. Буряк Д.Ю. Исследование методов переноса обучения на устойчивость к негативному переносу в задаче классификации изображений	85
18. Гуляев А.В., Бубнов А.С., Раевский Е.Н. Платформа цифрового факультета	86
19. Димитриенко А.Ю., Мещеряков А.В., Герасимов С.В. Исследование методов распознавания действий людей в видео с минимальным использованием разметки	87
20. Горохов О.Е., Петровский М.И., Машечкин И.В. Методы обнаружения аномалий в данных системных журналов.....	88
21. Калякина А.Д., Царёв Д.В. Применение LSTM-автокодировщика в задаче обнаружения внутренних вторжений	89
22. Васильев Ю.А., Петровский М.И., Машечкин И.В. Новые алгоритмы анализа выживаемости на основе деревьев решений со взвешенными LOGRANK критериями	90
23. Сорока А.Г., Мещеряков А.В., Герасимов С.В. Применение нейросетевых моделей внимания при обучении с подкреплением в задачах оптимизации маршрутов.....	91
24. Немешаева А.А., Мещеряков А.В., Герасимов С.В. Нейросетевая сегментация скоплений галактик в микроволновом и рентгеновском диапазонах.....	92
25. Мальшева Н.В., Мещеряков А.В., Герасимов С.В. Модели машинного обучения для базовой классификации рентгеновских объектов CPF/eRosita с использованием данных многоволновых обзоров неба	93

Секция: «Обратные задачи управления»

1. **Киселёв Ю.Н., Аввакумов С.Н., Орлов М.В., Орлов С.М.** Оптимальность особого луча в многомерной экономической модели с различными коэффициентами амортизации 94
2. **Никольский М.С.** Об одной нелинейной модели минимаксного управления 95
3. **Хайлов Е.Н., Григоренко Н.Л., Григорьева Э.В.** О двумерной модели конкуренции Лотки-Вольтерры в моделировании комбинированного лечения раковых заболеваний крови 96
4. **Петросян О.Л.** Условия оптимальности для дифференциальных игр с непрерывным обновлением информации 97
5. **Жуковский В.И., Жуковская Л.В., Мухина Ю.С.** Пример дифференциальной позиционной игры N лиц, в которой равновесие угроз и контругроз одновременно максимально по Парето 98
6. **Самсонов С.П.** О численных методах, решающих задачи оптимального управления с заданной точностью 99
7. **Камзолкин Д.В.** Построение функции цены в одной задаче управления при наличии неопределенности 100
8. **Горьков В.П., Григоренко Н.Л., Лукьянова Л.Н.** Управление движением космического аппарата в R^3 с гибридной двигательной системой 101

Секция: «Математическая физика и обратные задачи»

1. **Ильинский А.С.** Математическое моделирование антенных решеток из волноводов сложного поперечного сечения 102
2. **Бавев А.В.** О единственности решения обратных начальных задач для уравнения Бюргера с неизвестным источником 103
3. **Довганич А.А., Крылов А.С., Хвостиков А.В., Паролина Л.Е.** Автоматический метод контроля качества изображений для улучшения классификации рентгеновских снимков легких 104
4. **Тихонов И.В., Алмохамед Муатаз.** Линейная обратная задача для дифференциального уравнения второго порядка в банаховом пространстве 105
5. **Головина С.Г., Захаров Е.В., Цыбров Е.Г.** Численное решение задачи дифрактометрии на диэлектрическом торе 106
6. **Федотов М.В., Харитонов Д.М., Трофимов В.А.** Генерации пятой оптической гармоники на основе каскадных процессов в среде с кубичной нелинейностью 107
7. **Барашков И.С.** Математическое моделирование морских мобильных электромагнитных зондирований 108

Секция: «Исследование операций»

1. **Цыганов Н.И., Силаев И.И.** Алгоритмы оптимизации транспортной структуры энергетического рынка типа «дерево» 109
2. **Измаилов А.Ф., Родин И.С.** Ускорение метода последовательного квадратичного программирования вблизи критических множителей Лагранжа 110
3. **Пилипенко А.О., Давидсон М.Р.** Эффективный метод пересчета сетевых коэффициентов ограниченной электрической сети при аварийном отключении элементов сети 111
4. **Морозов В.В., Романов С.И.** Задача о назначении как кооперативная игра 112

5. Добровольский В.М., Голембиовский Д.Ю. Оптимизация <i>conditional value at risk</i> портфеля облигаций федерального займа методами линейного программирования...	113
6. Белянкина Т.В., Смирнов М.А. Оптимальная обратная экстраполяция в непрерывных стохастических системах с коррелируемыми шумами	114
7. Белолипецкий А.А., Семенов К.О. Энергия будущего и управляемый термоядерный синтез	115

Секция: «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Кудрявцев А.А., Шестаков О.В. Об асимптотической нормальности оценок параметров изгиба, формы и масштаба гамма-экспоненциального распределения.....	116
2. Гончаренко М.Б., Захарова Т.В. Различные методы выделения полезной составляющей в МЭГ сигналах на фоне смешанного нормального шума	117
3. Драницына М.А., Захарова Т.В. Критерии проверки данных с логнормальным распределением на биоэквивалентность.....	118
4. Савушкин Е.В., Захарова Т.В. О существовании решений стохастических дифференциальных уравнений некоторого класса	119
5. Захарова Т.В., Фисак А.А. Построение асимптотически оптимальных размещений по различным критериям	120
6. Виляев А.Л., Горшенин А.К. Использование рекуррентных нейросетевых архитектур и статистических подходов для построения торговых стратегий.....	121
7. Ибрагимова А.Р., Горшенин А.К. Исследование модели глубокой гауссовой смеси для задач кластеризации	122
8. Кузьмин В.Ю. Использование статистических характеристик данных для прогнозирования с помощью рекуррентных нейронных сетей.....	123
9. Осипова А.А., Горшенин А.К. Прогнозирование временных рядов на основе гребневой регрессии с расширением признакового пространства	124
10. Токарев А.А., Горшенин А.К. Статистический анализ пороговых значений экстремальности объемов осадков в различных городах России	125
11. Королев В.Ю., Макеев И.С. Применение метода скользящего разделения смесей к задаче прогнозирования океанологических данных	126

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДРЕНАЖНОЙ ФУНКЦИИ ЛИМФАТИЧЕСКОГО УЗЛА МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

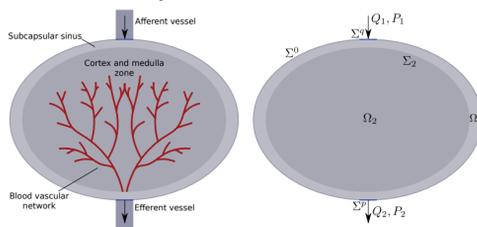
Третьякова Р.М.¹, Сетуха А.В.², Бочаров Г.А.³

1) МГУ, факультет ВМК, кафедра ВТМ, e-mail: r.tretyakova@inm.ras.ru

2) МГУ, факультет ВМК, кафедра ВТМ, e-mail: setuhaav@rambler.ru

3) МГУ, факультет ВМК, кафедра ВТМ, e-mail: bocharov@inm.ras.ru

Метод граничных интегральных уравнений применим в задачах математической физики, когда возможно представить решение краевой задачи в области через интегралы по ее границе. Лимфатический узел можно упрощенно представить как систему из двух областей: внешней (субкапсулярный синус) и внутренней (Т-клеточная зона, В-клеточные фолликулы и медуллярная зона), как показано на Рисунке.



Предполагается, что фильтрация лимфы подчиняется закону Дарси (1) для неизвестных полей скорости v и давления p . Также во внутренней области лимфоузла происходит абсорбция жидкости в кровеносную систему по формуле (2).

$$v = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla p \quad (1)$$

$$(\nabla, v) = -L(p - p_v) \quad (2)$$

Обе области полагаются однородными. На внешней границе задаются поток через входное отверстие, давление на выходном отверстии и условие непротекания на остальной поверхности. На внутренней области задается условие непрерывности потока и давления жидкости. Скорость и давление лимфы представляются как суммы потенциалов простого и двойного слоя на внешней и внутренней поверхностях. Интегральное представление подставляется в граничные условия, что приводит к системе граничных интегральных уравнений. Для решения данной системы используется метод кусочно-постоянных аппроксимаций и коллокаций. Полученное решение позволяет вычислить скорость и давление в произвольной точке лимфоузла, а также вычислить сток лимфы в кровеносную систему.

Было проведено сравнение результатов модели с экспериментальными данными по стоку лимфы в кровеносную систему [1]. Для нахождения оптимальных значений параметров модели был использован метод Нелдера-Мида. Полученные результаты отклоняются от экспериментальных данных не более чем на 0.1.

Литература

1. Adair, T.H. and Guyton, A.C. Modication of lymph by lymph nodes. III. Effect of increased lymph hydrostatic pressure. //American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology (1985) **249**, №4, с.Н777–Н782.

ВОСПОЛНЕНИЕ МАТРИЦ И ТЕНЗОРОВ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ

Михайлов А.Д.

МГУ, ВМК, ВТМ, e-mail: mikhailov.arseny.d@gmail.com

В этой работе исследовалась задача восстановления малоранговых матриц и тензоров по некоторому набору их элементов и дополнительной информации. Пусть размерность восстанавливаемого тензора – d , тогда под дополнительной информацией понимается набор из d линейных пространств, содержащих столбцы тензора по каждой размерности соответственно.

Пусть n — максимальный из размеров матрицы, r — её ранг, s — максимальная размерность пространств дополнительной информации, а m — мощность множества индексов известных элементов, выбираемых равномерно по схеме Бернулли.

Эта задача в случае тривиальной дополнительной информации (всё пространство соответствующей размерности) сводится к обычной задаче восполнения матриц и тензоров. Для неё в [1] была получена оценка на число элементов, достаточных для восстановления матриц $m=O(nr^2\ln(n))$. Также был получен алгоритм со сложностью $O(n^2)$.

Задача матричного восполнения с дополнительной информацией уже исследовалась в [2], где была получена оценка вида $m=O(sr\ln(s)\ln(n))$. Эта оценка существенно лучше, чем в случае без дополнительной информации, но, как будет показано в этой работе, она не является оптимальной по n . Также характеристики алгоритма для решения этой задачи (как и сам алгоритм) не исследовались в [2].

Для задачи восполнения матриц с дополнительной информацией в этой работе был получен алгоритм восстановления имеющий сложность $O(ms^2)$, и достаточным числом элементов $m=O(s^3r\ln(s))$. Также в обычной задаче восполнения оценка на m на самом деле доказана не полностью, а с использованием некоторого предположения, которое может нарушаться в процессе работы алгоритма. Для оценки вида $m=O(s^3r\ln(s))$ таких проблем не возникает, и алгоритм обладает линейной глобальной сходимостью.

Также была получена практически ориентированная оценка вида $m=O(sr^2\ln(s))$ со схожими проблемами, что и в [1].

Таким образом был получен матричный алгоритм восполнения матриц с дополнительной информацией, все характеристики которого не зависят от размеров исходной матрицы, а только от размеров дополнительной информации.

Для тензорной постановки задачи использовалось разложение Таккера, и малоранговость понималась в этом смысле. Был получен эффективный алгоритм, сложность которого не зависит от размеров исходного тензора и был проведён его практический анализ. Также в тензорном случае было получено свойство частичной изометрии, которое является одним из ключевых в доказательстве достаточного числа элементов для восстановления.

Литература

1. Raghu Meka, Prateek Jain, Inderjit S. Dhillon. Guaranteed Rank Minimization via Singular Value Projection – 2009 – //arXiv:0909.5457
2. M Xu, R Jin, ZH Zhou. Speedup Matrix Completion with Side Information – 2013.

АЛГОРИТМ ДОПОЛНЕНИЯ ТЕНЗОРА С ФИКСИРОВАННЫМИ РАНГАМИ ТАККЕРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПТИМИЗАЦИИ НА РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

Мордвинцев М.К.

МГУ, ВМК, ВТМ, e-mail: mordvincevmisha@mail.ru

Задача дополнения тензора - по некоторым известным элементам восстановить тензор, если известно, что ранги Таккера тензора не выше r_1, r_2, \dots, r_d .

Задача сводится к минимизации нормы ошибки на известных элементах. Для этого вводится оператор дополнения, не меняющий известные элементы, и преобразующий в 0 все остальные. Для такой нормы записывается градиент, выполняется градиентный шаг и происходит проектирование полученного результата на множество тензоров с искомым рангом (проектируется тензор с полным рангом в общем случае). В новом алгоритме градиент проектируется на касательное пространство к многообразию тензоров фиксированного ранга. Это позволяет проектировать тензор меньшего размера.

Первый алгоритм является аналогией матричного случая [3]. Кроме высокой вычислительной сложности этот подход добавляет новые проблемы, которых не было в матричном случае: из-за того, что проектор на множество тензоров с фиксированным рангом неточный, не удастся доказать сходимости такого алгоритма [1].

Вышеперечисленные проблемы призван решить дополнительный проектор на касательное пространство к многообразию тензоров фиксированного ранга. Теория римановых многообразий дает некоторые оценки на сходимость алгоритма, использующего этот проектор [4]. Так же можно доказать, используя свойства оператора дополнения тензора, что алгоритм с проектором на касательные многообразия сходится [1] при достаточном числе известных элементов. Использование этого проектора позволяет избежать применения дорогостоящей операции HOSVD - проектирования на пространство тензоров с заданными рангами с помощью SVD разложения разверток матрицы - к тензору с исходными размерами.

Использование этого проектора уменьшает сложность алгоритма и помогает доказать его сходимость, но также новый алгоритм обладает некоторыми недостатками. Исходный алгоритм требует меньше элементов для эффективного дополнения, чем алгоритм, в котором применяется проектор. В доказательствах сходимости алгоритма с проектором не используется то, что он является проектором на касательное подпространство (это было важно в [4] для использования теории римановых многообразий, но сейчас в этом нет необходимости). Поэтому можно рассмотреть другие проекторы, пытаясь найти проектор, который вычисляется быстрее или тот, который требует меньше элементов.

Литература

1. Jian-Feng Cai, Lizhang Miao, Yang Wang, Yin Xian. Provable Near-Optimal Low-Multilinear-Rank Tensor Recovery//arXiv:2007.08904
2. Othmar Koch, Christian Lubich. Dynamical Tensor Approximation//SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications
3. Raghu Meka, Prateek Jain, Inderjit S. Dhillon. Guaranteed Rank Minimization via Singular Value Projection//arXiv:0909.5457
4. Kressner, D., Steinlechner, M. & Vandereycken, B. Low-rank tensor completion by Riemannian optimization//Bit Numer Math 54, 447–468 (2014).

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ГРАДИЕНТА ФУНКЦИИ МЕТОДОМ ЧАСТИЦ

Поворознюк А.П.

МГУ, ВМК, e-mail: alexa.pvr2002@gmail.com

При применении метода граничных интегральных уравнений к задачам математической физики часто возникает необходимость вычислять поверхностные производные функций, заданных своими значениями в узлах поверхностной сетки. Для нахождения таких производных был опробован подход, который известен для нахождения производных функций на плоскости в методе частиц. Этот подход основан на использовании интегрального представления для производной функции двух аргументов. Данный метод разработан для функций на плоскости. Цель данной работы состоит в том, чтобы исследовать применимость метода на поверхностях в трехмерном пространстве.

Для приближения градиента функции на плоскости в работе [1] была предложена приближенная формула:

$$\text{grad } f(x) = \frac{1}{\varepsilon} \int (f(y) - f(x)) \eta_\varepsilon(x - y) dy + \alpha, \text{ где}$$

$$\eta_\varepsilon(x) = \eta(x/\varepsilon)/\varepsilon^2, \eta - \text{стандартное ядро, } \varepsilon - \text{радиус ядра,}$$

α - погрешность формулы, удовлетворяющая оценке $|\alpha| < O(\varepsilon^n)$,

для стандартного ядра возможны следующие варианты различного порядка аппроксимации n

$$\eta(x) = \frac{x}{\pi} e^{-|x|^2} \times \begin{cases} (-2), n=1, \\ (-6 + 2|x|^2), n=2, \\ (-12 + 8|x|^2 - |x|^4), n=3, \\ (-20 + 20|x|^2 - 5|x|^4 + \frac{1}{3}|x|^6), n=4. \end{cases}$$

При численном определении градиента интеграл заменяется квадратурной суммой. Достоинство этой формулы состоит в том, что сетка может быть не структурированной, и нам не нужна информация о соседях каждого узла. Достаточно знать положения узлов, значения функции в узлах и площади ячеек, за которые отвечают эти узлы.

Поскольку стандартное ядро есть функция, быстро убывающая при увеличении расстояния между точками x и y , возникло предположение, что такая формула должна работать и при вычислении поверхностного градиента функции, при условии, что радиус ядра ε существенно меньше радиуса кривизны поверхности. В работе данная формула протестирована для нахождения обычного градиента функции на плоской пластине и для нахождения поверхностного градиента функции на сфере. Проведен анализ точности получаемых результатов в зависимости от радиуса ядра.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что данные формулы применимы для вычисления поверхностного градиента не только на плоскости, но и на изогнутой поверхности, в том числе и на неравномерных неструктурированных сетках.

Литература

1. Jeff D. Eldredge, Anthony Leonard and Tim Colonius. A General Deterministic Treatment of Derivatives in Particle Methods // Journal of Computational Physics (2002) **180**, p. 686 – 709.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Рыгин А.С.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики,
кафедра Вычислительных технологий и моделирования, e-mail: a.rugin@yandex.ru*

Основополагающим инструментом математической эпидемиологии являются так называемые компартментные модели, в рамках которых популяция разбивается на несколько однородных групп и их взаимодействие описывается системой дифференциальных уравнений. Изучение этих моделей осложняется тем, что соответствующие системы уравнений являются нелинейными, ввиду чего даже в случае простейшей SIR-модели невозможно получить точное аналитическое решение. Вместо этого применяются техники качественного анализа поведения модели в фазовом пространстве. В данной работе они применены к классическим SIR и SIRS-моделям, а также к модифицированной SIR-модели, в которой добавлены демографические изменения популяции и сезонность заболевания. Полученные аналитические результаты подтверждены численными экспериментами в компьютерных симуляциях указанных эпидемиологических моделей.

В результате исследования показано, что устойчивость особых точек SIR и SIRS-моделей зависит от соотношения скорости распространения инфекции и скорости выздоровления инфицированных (в эпидемиологии известно как базовое репродуктивное число); кроме того, все устойчивые точки являются асимптотически устойчивыми, ввиду чего данные модели способны описывать лишь одну вспышку заболевания. В соответствии с теоремой Пуанкаре-Бендиксона, никаких иных нелинейных явлений в этих системах не наблюдается. Что касается модифицированной SIR-модели, то при определённом выборе значений параметров в ней наблюдаются колебания заболеваемости, что согласуется с данными о таких эпидемиях, как периодические вспышки оспы в Индии в XIX-XX вв. или кори в Британии в XX в. Помимо этого, при определённой параметризации возможны хаотические явления, в том числе странный аттрактор, что делает невозможным предсказание поведения модели численными методами.

Литература

1. May R.M., Anderson R.M. Infectious diseases of humans: Dynamics and control. // Oxford: Oxford University Press – 1991.
2. Strogatz S.H. Nonlinear Dynamics and chaos: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering. // CRC Press – 2018.
3. Brauer F., Van D.P., Wu J, Allen L.J.S. Mathematical epidemiology // Berlin: Springer – 2008.

МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ЛЕЧЕНИЯ ПАЦИЕНТОВ С COVID-19 В ОТДЕЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОЙ ТЕРАПИИ

Киселевская-Бабинина В.Я.¹, Романюха А.А.², Санникова Т.Е.³

- 1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ВТМ, e-mail: silvaze@yandex.ru
- 2) ИВМ имени Г.И.Марчука РАН, e-mail: eburg101@mail.ru
- 3) ИВМ имени Г.И.Марчука РАН, e-mail: te_san@yahoo.com

Исследования по оценке тяжести состояний пациентов с COVID-19 показывают, что основной риск тяжелого течения приходится на пациентов старшего возраста, имеющих сопутствующие заболевания [1]. Также отмечается высокий риск летального исхода при инвазивной искусственной вентиляции легких (ИВЛ) [2].

Целью данной работы является оценка применимости индекса коморбидности для обоснованности перевода на инвазивную ИВЛ пациента. Индекс включает в себя основные факторы риска – возраст и сопутствующие хронические заболевания [3] и вычисляется по формуле:

$$I = \sum_{i=1}^{14} \beta_i e_i + \left[\frac{a - 40}{10} \right],$$

где β_i – вес заболевания i , e_i – признак наличия заболевания i у пациента, a – полное число лет для пациентов старше 40 лет.

В работе были вычислены индексы для пациентов с COVID-19, пролеченных в НИИ СП им. Н.В. Склифосовского с марта 2020 года по июнь 2021 года. Была построена модель состояний органов дыхания при помощи теории марковских процессов и оценены значения параметров для трех групп пациентов с разными значениями индекса коморбидности.

Модель состоит из трех возвратных состояний пациента: самостоятельное дыхание, пребывание на неинвазивной ИВЛ, пребывание на инвазивной ИВЛ; и двух абсорбирующих: выписка и смерть пациента. Параметры марковской цепи были оптимизированы методом COBYLA [4]. Значение вероятностей перехода на инвазивную ИВЛ и летального исхода выше в группе пациентов с высоким значением индекса коморбидности.

Полученные результаты моделирования показывают, что индекс коморбидности является адекватной оценкой риска тяжелого течения COVID-19 и может быть использован при разработке приложений по поддержке принятия решений.

Литература

1. Клыпа Т.В. и др. Клиническая характеристика пациентов с COVID-19, поступающих в отделение интенсивной терапии. предикторы тяжелого течения //Клиническая практика. – 2020. – Т. 11. – №. 2.
2. Авдеев С.Н. и др. Практические рекомендации по кислородотерапии и респираторной поддержке пациентов с COVID-19 на доресанимационном этапе //Пульмонология. – 2020. – Т. 30. – №. 2. – С. 151-163.
3. Charlson M.E. et al. A new method of classifying prognostic comorbidity in longitudinal studies: development and validation //Journal of chronic diseases. – 1987. – Т. 40. – №. 5. – С. 373-383.
4. Powell M. J. D. A direct search optimization method that models the objective and constraint functions by linear interpolation //Advances in optimization and numerical analysis. – Springer, Dordrecht, 1994. – С. 51-67.

Секция: «Теория дифференциальных уравнений»

ОБ ОЦЕНКАХ СКОРОСТИ РАВНОСХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА

Савчук А.М.¹, Садовничая И.В.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет космических исследований, кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: savchuk@cosmos.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики, e-mail: ivsad@yandex.ru

Рассматривается система вида $l_P(\mathbf{y}) = B\mathbf{y}' + P\mathbf{y}$, где

$$B = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad P(x) = \begin{pmatrix} p_1(x) & p_2(x) \\ p_3(x) & p_4(x) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(x) = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix},$$

в пространстве $\mathbf{H} = L_2[0, \pi] \oplus L_2[0, \pi] \ni \mathbf{y}$. Функции p_j , $j = 1, 2, 3, 4$, предполагаются суммируемыми на отрезке $[0, \pi]$ и комплекснозначными. Оператор $L = L_{P,U}$ имеет область определения

$$D(L_{P,U}) = \{\mathbf{y} \in AC[0, \pi] : l(\mathbf{y}) \in \mathbf{H}, U(\mathbf{y}) = 0\}, \text{ где}$$

$$U(\mathbf{y}) = C\mathbf{y}(0) + D\mathbf{y}(\pi) = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{13} & u_{14} \\ u_{23} & u_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(\pi) \\ y_2(\pi) \end{pmatrix},$$

причем строки матрицы краевых условий линейно независимы. Обозначим через J_{ij} определитель, составленный из i -го и j -го столбца матрицы U .

Краевое условие, определенное формой U , называется *регулярным* (по Биркгофу), если $J_{14} \cdot J_{23} \neq 0$. Оператор Дирака, порожденный регулярным краевым условием U (т.е. оператор $L_{P,U}$ с областью определения $D(L_{P,U})$), будем называть *регулярным*.

Хорошо известно (см. [1]), что такой оператор имеет чисто дискретный спектр $\{\lambda_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$, расположенный в горизонтальной полосе. Обозначим через $\{\mathbf{y}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ систему собственных и присоединенных функций оператора $L_{P,U}$, а через $\{\mathbf{z}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ – биортогональную систему. Спектральным разложением функции \mathbf{f} по системе $\{\mathbf{y}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ будем называть предел сумм $S_m(\mathbf{f}; P) = \sum_{|n| \leq m} (\mathbf{f}, \mathbf{w}_n) \mathbf{y}_n$.

Пространство Бесова $B_{1,\infty}^\theta$, $\theta \in (0, 1]$, определим как пространство функций из $L_1[0, \pi]$, для которых $\int_0^\pi |f(x+h) - f(x)| dx \leq Ch^\theta$.

Теорема. Пусть $\mathbf{f} \in L_\infty[0, \pi]$, $P_1, P_2 \in B_{1,\infty}^\theta$. Тогда

$$\|S_m(\mathbf{f}; P_1) - S_m(\mathbf{f}; P_2)\|_{L_\infty} \leq \frac{C \|\mathbf{f}\|_{L_\infty}}{m^{\theta/2}},$$

где $C = C(P_1, P_2, U)$.

Литература

1. Савчук А.М., Садовничая И.В. Спектральный анализ одномерной системы Дирака с суммируемым потенциалом и оператора Штурма–Лиувилля с коэффициентами-распределениями // Современная математика. Фундаментальные направления (2020) 66, №3, с.373–530.

СВОЙСТВО БЕССЕЛЕВОСТИ ДЛЯ НЕОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ И ИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Бородинова Д.Ю.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики,
e-mail: dashaborodinova@gmail.com

Рассматриваются базисные свойства функций, являющихся решениями уравнения типа Бесселя

$$Ly \equiv -y'' + \frac{v^2 - \frac{1}{4}}{x^2}y = \mu^2 y \quad (1)$$

на интервале $(0,1)$. Если в (1) параметр v удовлетворяет условию $0 < v < 1$, то известно, что любое решение уравнения (1) принадлежит классу $L_2(0,1)$ при всех $\mu \in \mathbb{C}$. Предметом изучения являются системы, состоящие из решений уравнения (1), вида $\{y(x, \mu) | \mu \in M\}$, где M – некоторое счетное множество точек комплексной плоскости.

В случае самосопряженной спектральной задачи для (1) с граничным условием в особой точке $x = 0$ вида $\langle y, u_0 \rangle |_{x \rightarrow 0} = 0$, $y(1) = 0$, где $u_0(x) = x^{-v+\frac{1}{2}}$, $\langle f, g \rangle$ – вронскиан функций f, g , множество собственных функций образует ортогональную систему неограниченных функций

$$\sqrt{x}G_\nu(\mu_k^* x) = \sqrt{x}Y_\nu(\mu_k^* x) - \text{ctg}((v-1)\pi)\sqrt{x}J_\nu(\mu_k^* x), \quad (2)$$

где $J_\nu(z), Y_\nu(z)$ – цилиндрические функции первого и второго рода, а $\{\mu_k^*\}$ – счетная последовательность корней уравнения $Y_\nu(\mu) - \text{ctg}((v-1)\pi)J_\nu(\mu) = 0$, для которых известна асимптотика $\mu_k^* = -\frac{\pi}{4}(2\nu+1) + \pi k + o(1)$, $k \rightarrow \infty$.

Система $\{\sqrt{\mu_k^* x}G_\nu(\mu_k^* x)\}$ образует почти нормированный базис в $L_2(0,1)$ и, как следствие, является бесселевой в $L_2(0,1)$.

Теорема 1. Пусть $v \in (0,1)$ и M – любое счетное множество $\{\mu_k\} \subset \mathbb{C}$, удовлетворяющее условиям: $|\text{Im } \mu_k| \leq c_1, \forall k; \sum_{s \leq |\mu_k| \leq s+1} 1 \leq c_2, \forall s > 0$, и пусть $Z_\nu(t)$ – любая цилиндрическая функция. Тогда система функций $\{\sqrt{\mu_k x} Z_\nu(\mu_k x) | \mu_k \in M\}$ является бесселевой в $L_2(0,1)$, т.е. найдется $c > 0$, что $\forall f(x) \in L_2(0,1)$ верно:

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\mu_k| \left| \int_0^1 \sqrt{x} Z_\nu(\mu_k x) \overline{f(x)} dx \right|^2 \leq c \|f(x)\|_{L_2(0,1)}^2.$$

Для присоединенных функций, определяемых как решение почти всюду уравнения $Ly = \mu^2 y + y_0$, где y_0 – собственная функция, будет верен аналогичный результат.

Также рассмотрены возмущения дифференциальной операции вида $L + q(x)$, где потенциал $q(x)$ – комплекснозначная функция из $L_2(0,1)$, и изучены возникающие при этом системы функций $y = y(x, \mu_k)$, являющихся решениями почти всюду уравнения

$$Ly + q(x)y = \mu^2 y. \quad (3)$$

Теорема 2. Пусть $v \in (0,1)$ и M удовлетворяет условиям теоремы 1. Тогда система собственных функций $\{y(x, \mu_k) | \mu_k \in M\}$ является бесселевой в $L_2(0,1)$ после своей нормировки, т.е. найдется $c > 0$, что $\forall f(x) \in L_2(0,1)$ верно:

$$1. \sum_{k=1}^{\infty} \|y(\cdot, \mu_k)\|_{L_2(0,1)}^{-2} \left| \int_0^1 y(x, \mu_k) \overline{f(x)} dx \right|^2 \leq c \|f(x)\|_{L_2(0,1)}^2.$$

О БЕЗУСЛОВНОЙ БАЗИСНОСТИ КОРНЕВЫХ ФУНКЦИЙ СИНГУЛЯРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА НА ОТРЕЗКЕ

Крицков Л.В.¹

*1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики,
e-mail: kritskov@cs.msu.ru*

Пусть L – дифференциальный оператор, порожденный на конечном интервале (a, b) общим дифференциальным выражением

$$l[u(x)] = u^{(n)}(x) + p_{n-2}(x)u^{(n-2)}(x) + \dots + p_1(x)u'(x) + p_0(x)u(x), \quad (1)$$

в котором коэффициенты $p_j(x)$ – комплекснозначные локально суммируемые функции, допускающие на концах интервала задания такие особенности, что

$$p_j(x)((b-x)(x-a))^{n-1-j} \in L_1(a, b). \quad (2)$$

Предметом исследования являются системы корневых (т.е. собственных и присоединенных) функций, отвечающих оператору L в следующем смысле. Корневой функцией $u(x; m)$ порядка m , отвечающей собственному значению λ , будем называть любое нетривиальное абсолютно непрерывное вместе со своими производными до $(m-1)$ -го порядка внутри (a, b) решение уравнения $l[u(x; m)] = \lambda u(x; m) + \operatorname{sgn} t \cdot u(x; m-1)$, где (при $m \geq 1$) $u(x; m-1)$ – корневая функция порядка $m-1$, отвечающая тому же собственному значению λ . Известно, что если в (1) коэффициенты удовлетворяют условиям (2), то любая корневая функция абсолютно непрерывна на всем интервале задания.

Доказан основной результат для исследования свойства безусловной базисности в $L_2(a, b)$ полных и минимальных систем корневых функций оператора (1).

Теорема. Пусть множество $\Lambda = \{\lambda_k\}$ удовлетворяет условиям $(\mu_k = \sqrt[n]{\lambda_k})$

$$|\operatorname{Im} \mu_k| \leq C, \quad \sum_{\mu \leq |\mu_k| \leq \mu+1} 1 \leq C \quad (3)$$

и $\{u_k(x)\}$ – система из цепочек корневых функций оператора L , отвечающих собственным значениям из множества Λ . Тогда выполнение условия

$$\sum_{\mu_0 \leq |\mu_k| \leq N} (\|u_k\|_{L_\infty(a,b)} / \|u_k\|_{L_2(a,b)}) \leq CN \quad (4)$$

достаточно для бесселевости системы $\{u_k(x) / \|u_k\|_{L_2(a,b)}\}$ в $L_2(a, b)$.

Данная теорема обобщает известный результат [1] для сингулярных операторов второго порядка на отрезке, а также расширяет область применения аналогичных результатов для регулярных дифференциальных операторов высокого порядка [2].

Литература

1. Крицков Л.В. Бесселевость системы корневых функций сингулярного оператора второго порядка на отрезке // Дифф. уравнения (2018) **54**, №8, с.1050–1066.
2. Ильин В.А., Крицков Л.В. Свойства спектральных разложений, отвечающих несамосопряженным дифференциальным операторам // В кн.: Функциональный анализ, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., т.96. С.190-231.

О СТАБИЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С РАСТУЩИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Денисов В.Н.

МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ОМ, e-mail: vdenisov2008@yandex.ru

Пусть $u(x,t)$ - классическое решение задачи Коши

$$L_1 u + (b, \text{grad } u) + cu - u_t = 0, \quad (x,t) \in E_+^{N+1}, \quad N \geq 3, \quad (1)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in E^N, \quad |u_0(x)| \leq C(1 + |x|^m), \quad m > 0, \quad \text{где} \quad (2)$$

$u_0(x) \in C(E^N)$, $L_1 u$ - не дивергентный эллиптический оператор второго порядка,

$$a_{ik}(x,t) = a_{ki}(x,t), \quad (i,k=1, \dots, N).$$

1) коэффициенты $a_{ik}(x,t)$ удовлетворяют условию

$$\lambda_0^2 |x|^2 |\xi|^2 \leq a_{ik}(x,t), \quad \xi_i \xi_k \leq \lambda_1^2 |x|^2 |\xi|^2. \quad (3)$$

2) для коэффициентов $b_i(x,t)$ ($i=1, \dots, N$) выполнено условие: существует $B > 0$,

$$\sum_i^N |b_i(x,t)| \leq B \max(1, |x|). \quad (4)$$

3) для коэффициента $C(x,t)$ выполнено условие:

$$C(x,t) \leq -\beta^2. \quad (5)$$

Теорема. Если для $u_0(x)$ выполнено (2), для коэффициентов $a_{ik}(x,t)$ выполнено условие (3), для коэффициентов $b_i(x,t)$ выполнено условие (4), коэффициент $C(x,t)$ удовлетворяет условию (5) при

$$\beta^2 > \lambda_1^2 m(m-S-2), \quad (6)$$

где

$$S = \frac{\lambda_1^2 (N-1) + \lambda_0^2 + B}{\lambda_0^2}, \quad (7)$$

тогда решение задачи (1), (2) имеет предел

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x,t) = 0 \quad (8)$$

равномерно по x на каждом компакте K в E^N .

Автор благодарит академика Е.И.Моисеева и профессора И.С.Ломова за внимание и поддержку.

Литература

1. Денисов В.Н. Об асимптотике при большом времени решений параболических уравнений. // Докл. РАН, -2017, -т.475, - № 1, -с.10-13.

ПРОБЛЕМА ПУАНКАРЕ И ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ГОЛОМОРФНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ 2-ГО ТИПА

Коровина М.В.¹

1) МГУ, факультет ВМК, кафедра общей математики, e-mail: betelgeuser@yandex.ru

Рассмотрим обыкновенное дифференциальное уравнение с голоморфными коэффициентами

$$a_n(x) \left(\frac{d}{dx} \right)^n u(x) + a_{n-1}(x) \left(\frac{d}{dx} \right)^{n-1} u(x) + \dots + a_1(x) \left(\frac{d}{dx} \right) u(x) + \dots + a_0(x) u(x) = 0. \quad (1)$$

Здесь коэффициенты $a_i(x)$ голоморфны в окрестности некоторой конечной точки или бесконечности. Если $a_n(0) = 0$, то точка ноль может являться особой точкой. Особые точки делятся на регулярные и иррегулярные. Проблема, которую сформулировал Пуанкаре состоит в построении асимптотик решений в окрестности иррегулярных особых точек. Пуанкаре рассматривал случай, когда $a_n(x) = 1$ и особой точкой является бесконечность. Это означает, что существует такая внешность круга $|x| > a$, что функции $a_i(x), i = 0, 1, \dots, n-1$ разлагаются в ней в сходящиеся степенные ряды $a_i(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_j^i}{x^j}$. Эта задача, путем замены $x = \frac{1}{r}$ сводится к уравнению с вырождением типа клюва второго порядка, которое можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \left(-r^2 \frac{d}{dr} \right)^n u + b_0 r^m \left(-r^2 \frac{d}{dr} \right)^k u + b_1 r^{m+1} \left(-r^2 \frac{d}{dr} \right)^{k-1} u + b_2 r^{m+2} \left(-r^2 \frac{d}{dr} \right)^{k-2} u + \dots \\ & \quad + b_{k+1} r^{m+k} u + \\ & \quad + \sum_{i=1}^m r^i \sum_{j=h_i}^{n-1} b_j^i \left(-r^2 \frac{d}{dr} \right)^j u + r^{h+1} \sum_{i=0}^{n-1} a^i(r) \left(-r^2 \frac{d}{dr} \right)^i u = 0. \end{aligned}$$

Здесь $i + h_i > m + k$, для всех $1 \leq i \leq m$, через b_i, b_j^i обозначены соответствующие числа, $a^i(r)$ – голоморфные функции. Число $h = m + k$ называется индексом сингулярности уравнения (1). Если для всех слагаемых, стоящих в левой части уравнения выполнено условие $h_i + i - h > (m - i) \frac{n - k - m}{m}$, то уравнение называется уравнением первого типа. Остальные уравнения называются уравнениями второго типа. Асимптотики решений уравнений 1-го типа были построены ранее. В этой работе мы строим асимптотики решений уравнения 2-го типа.

ОБ ОЦЕНКЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ АССИМПТОТИЧЕСКИХ РЯДОВ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Смирнов И.Н.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики,
e-mail: ismirnov@cs.msu.ru

Целью настоящего исследования является построение асимптотик решений краевой задачи при $t \rightarrow \infty$ для уравнения гиперболического типа с голоморфным коэффициентом, зависящим от переменной t в пространстве функций экспоненциального роста.

Пусть $\Omega \subset R^n$ - область с гладкой границей $\partial\Omega$. Обозначим $Q = \Omega \times (t \geq 0)$ -цилиндр, которому принадлежат точки $(x, t) \in R^{n+1}$.

Рассмотрим гиперболическое уравнение с граничным условием третьего рода:

$$\left(\frac{d}{dt}\right)^2 u(x, t) - a^0(t)\Delta u(x, t) = 0 \quad (1)$$

$$\left(\alpha u + \beta \frac{\partial u}{\partial n}\right) |_{\partial\Omega} = 0, t \geq 0, \quad (2)$$

где функции $\alpha(x) \geq 0, \beta(x) \geq 0$, а функция $a^0(t) \geq 0$ голоморфна в окрестности бесконечности или имеет полюс на бесконечности, т.е. существует такая внешность круга $|t| > R$, что функция $a^0(t)$ разлагается в ней в ряд Лорана

$$a^0(t) = t^k \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{t^j}. \quad (3)$$

Очевидно, что всегда можно выбрать k так, чтобы выполнялось условие $a_0 \neq 0$. Если $k \leq 0$, то ряд (3) в окрестности бесконечности является рядом Тейлора. В настоящей работе будем рассматривать случай $k \in N$. Мы будем предполагать, что существует такая константа D что для всех i выполнено условие

$$|a_i| < D^i. \quad (4)$$

Целью работы является доказательство того, что это условие (4) является достаточным для сходимости асимптотических рядов, которые содержатся в асимптотиках решений задачи (1)-(2) в некоторой окрестности бесконечности. Данные ряды были получены ранее в работе [1].

Литература

1. Korovina M. V., Matevossian H., Smirnov I. N. On the asymptotics of solutions of the wave operator with meromorphic coefficients // *Mathematical Notes*. — 2021. — Vol. 109, no. 2. — P. 312–316.
2. Korovina M. V., Matevossian H. A., Smirnov I. N. Uniform asymptotics of solutions of the wave operator with meromorphic coefficients // *Applicable Analysis*. — 2021. — P. 1–11.

ОБ ОДНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ

Зайцева Н.В.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра общей математики, e-mail: zaitseva@cs.msu.ru

Теория задач для функционально-дифференциальных уравнений является одним из важнейших разделов современной теории дифференциальных уравнений.

Существенные результаты в исследовании задач для различных классов таких уравнений принадлежат Н.В. Азбелеву [1], В.В. Власову [2], А.Н. Зарубину [3], Л.В. Крицкову [4], Е.И. Моисееву [5], А.Б. Муравнику [6], А.В. Разгулину [7], Л.Е. Россовскому [8], А.Л. Скубачевскому [9,10] и другим ученым. Специальный класс составляют дифференциально-разностные уравнения, систематическое изучение которых было начато только с середины XX века.

В работе изучена начальная задача для гиперболического дифференциально-разностного уравнения со сдвигом $h \neq 0$ по пространственной переменной

$$u_t(x,t) - a^2 u_{xx}(x,t) + bu(x-h,t) = 0,$$

построение классических решений которого приведено в работе [11].

Литература

1. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений // М.: Наука – 1991.
2. Власов В.В., Медведев Д.А. Функционально-дифференциальные уравнения в пространствах Соболева и связанные с ними вопросы спектральной теории // Современная математика. Фунд. направления (2008) **30**, с.3–173.
3. Зарубин А.Н. Математические основы теории управляемых систем // Орел: ОГУ – 1997.
4. Крицков Л.В., Иоффе В.Л. Спектральные свойства задачи Коши для оператора второго порядка с инволюцией // Дифф. уравнения (2021) **57**, №1, с.4–13.
5. Моисеев Е.И., Зарубин А.Н. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева–Бицадзе с запаздывающим аргументом // Дифф. уравнения (2001) **37**, №9, с.1212–1215.
6. Муравник А.Б. Функционально-дифференциальные параболические уравнения: интегральные представления и качественные свойства решений задачи Коши // Современная математика. Фунд. направления (2014) **52**, с.3–143.
7. Разгулин А.В. Задача управления двумерным преобразованием пространственных аргументов в параболическом функционально-дифференциальном уравнении // Дифф. уравнения (2006) **42**, №8, с.1078–1091.
8. Россовский Л.Е. Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжением и сжатием аргументов // Тр. Моск. матем. общества (2001) **62**, с.199–228.
9. Skubachevskii A.L. Elliptic functional-differential equations and applications // Basel, Boston, Berlin: Birkhauser – 1997.
10. Скубачевский А.Л. Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений и их приложения // Успехи матем. наук (2016) **71**, вып.5(431), с.3–112.
11. Зайцева Н.В. Классические решения гиперболического уравнения с нелокальным потенциалом // Докл. РАН. Матем., информ., проц. управ. (2021) **498**, №3, с.37–40.

О СИСТЕМЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ МНОГОВИДОВОЕ БИОЛОГИЧЕСКОЕ СООБЩЕСТВО

Николаев М.В.¹, Никитин А.А.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики,
e-mail: nikolaev.mihail@inbox.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики,
e-mail: nikitin@cs.msu.ru

Рассматривается биологическая модель популяционной динамики типа ИВМ, предложенная Ульфом Дикманом и Ричардом Лоу в 2000 году [1]. В предложенной модели описывается многовидовое биологическое сообщество неподвижных индивидов, распределённое на некотором ареале в одно-, двух- или трёхмерном пространстве.

В исходных терминах модель является стохастической. Путём введения так называемых пространственных моментов её можно сделать детерминированной. Обозначенные выше моменты в случае равновесия описываются счётной системой линейных интегральных уравнений. С помощью метода замыканий исходная бесконечная система сводится к конечной системе нелинейных интегральных уравнений, которая в дальнейшем рассматривается как единое уравнение в специальном матричном банаховом пространстве. Это пространство матриц, каждый элемент которых является функцией, интегрируемой с точностью до константы [2], то есть такой, что

$$f(x) = (Ff)(x) + Nf, \text{ где } Ff \in L_1(\mathbb{R}^n), Nf \in \mathbb{R}, n = 1, 2, 3.$$

Основным предметом текущего исследования является разрешимость получающегося операторного уравнения. Для исследования этого вопроса применяется подход, основанный на теоремах о неподвижных точках преобразований банаховых пространств [3]. Было показано, что при некоторых условиях, накладываемых на биологические параметры модели, уравнение разрешимо, и более того решение не является тривиальным. Это означает, что в данной области параметров биологическое сообщество не вымирает в долгосрочной перспективе, а рассматриваемые виды успешно сосуществуют.

Также установлена устойчивость решений по параметрам исследуемого замыкания пространственных моментов. Данный факт имеет большое значение при численном решении исходной системы уравнений.

Литература

1. Law R., Dieckmann U. Moment approximations of individual-based models //The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity. Cambridge University Press. — 2000. — P. 252–270.
2. Николаев М.В., Дикман У., Никитин А.А. Применение специальных функциональных пространств к исследованию нелинейных интегральных уравнений, возникающих в равновесной пространственной логистической динамике //Доклады Академии наук. — 2021. — Т. 499, № 1. — С. 35–39.
3. Красносельский М.А. Два замечания о методе последовательных приближений //УМН, 10:1(63). — 1955 — С. 123–127.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ СОБОЛЕВСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПСЕВДОЛАПЛАСИАНАМИ

Аристов А.И.¹

*1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики,
e-mail: ai_aristov@mail.ru*

Работа посвящена изучению трёх неклассических нелинейных уравнений с псевдолапласианами четвёртого порядка, содержащих неизвестную функцию, зависящую от трёхмерной пространственной переменной и времени. Это исследование опубликовано в статье [1].

В книге [2] рассмотрены близкие уравнения, описывающие квазистационарные процессы в полупроводниках с учётом отрицательной дифференциальной проводимости. Рассмотрены начально-краевые задачи, исследовано разрушение решений.

Интересен вопрос построения точных решений рассматриваемых уравнений и анализа их качественного поведения. Здесь построено несколько семейств точных решений, выражаемых через элементарные и специальные функции. Показано, что среди них есть разрушающиеся за конечное время.

Использованы метод бегущей волны, метод автомодельных решений, построение решений специального вида и групповой анализ.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-29-10085мк) и частичной финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2019-1621.

Литература

1. Аристов А.И. Точные решения трёх соболевских уравнений, содержащих псевдолапласианы четвёртого порядка. //Дифференциальные уравнения (2021) 57, №9, с.1–5.
2. Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа //М.: Физматлит – 2007.

УСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ЛОРЕНЦА

Нефедов В.В.¹, Тихомиров В.В.², Исаев Р.Р.³

1) МГУ им. М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра АНИ, e-mail: vv_nefedov@mail.ru

2) МГУ им. М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра ОМ, e-mail: zedum@cs.msu.ru

3) МГУ им. М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра ИБ, e-mail: xzidkeyx@gmail.com

Цель работы. В работе: вариационным методом получены необходимые условия устойчивости по Ляпунову возмущённых решений системы уравнений Лоренца. Также найдены области фазовых переменных в окрестности точек бифуркаций, в которых эти условия являются и достаточными. В этих случаях сама метрическая функция, как это показано в настоящей работе, может играть роль функции Ляпунова для получения достаточных условий устойчивости. Показано, что предложенная методика позволяет решать эффективно указанные вопросы для широкого класса нелинейных динамических систем, даже в случаях, когда применение классического метода Ляпунова вызывает трудности (что характерно для существенно нелинейных динамических систем большой размерности).

Основная идея вариационного метода состоит в определении максимума скорости изменения евклидовой метрики $S = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$ в фазовом пространстве решений, предполагая, что искомое решение не покидает области $S(x, y, z) < \varepsilon$.

Моделируя движение вязкой жидкости в конвекции Рэлея-Бенара, Лоренц предложил систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma \cdot (y - x), \\ \dot{y} = x \cdot (r - z) - y, \\ \dot{z} = x \cdot y - b \cdot z, \end{cases}$$

Теорема 1. Возмущенное решение системы в окрестности нулевого положения равновесия необходимо (асимптотически) устойчиво при $\sigma > 0, b > 0, 0 < r < 1$. Эти условия будут достаточными для устойчивости по Ляпунову возмущенных решений в области фазовых переменных $\frac{(\sigma+r)}{2} \cdot x < y < \frac{2\sigma}{(\sigma+r)} \cdot x$ в окрестности нулевого положения равновесия $(0,0,0)$.

Теорема 2. Возмущенное решение системы в окрестности точки бифуркации $M_1(a, a, r - 1)$, где $a = \sqrt{b \cdot (r - 1)}$, при $r > 1$, необходимо (асимптотически) устойчиво при $\sigma > 0, b > 0, r > 1$. Эти условия будут достаточными для устойчивости по Ляпунову возмущенных решений в области фазовых переменных (в окрестности точки M_1): $\frac{(\sigma+1)}{2\sigma} \cdot v + \frac{a}{2\sigma} \cdot w < u < \frac{2}{\sigma+1} \cdot v; \frac{(\sigma+1)}{2} \cdot v + \frac{a}{2\sigma} \cdot w < u < \frac{2b}{a} \cdot w$. Аналогично решается вопрос устойчивости возмущенных решений для точки $M_2(-a, -a, r - 1)$.

Литература

1. Lorenz E.N. Deterministic Nonperiodic Flow // J. Atmos. Sci, 1963, V. 20.
2. Смольяков Э. Эффективный метод устойчивости существенно нелинейных динамических систем // Кибернетика и системный анализ. 2019. т.55. № 4.
3. Евстигнеев Н.М., Магницкий Н.А. О возможных сценариях перехода к турбуленции в конвекции Рэлея – Бенара. // Докл. РАН, 2010, т.433, №3.
4. V.V. Tikhomirov, R.R. Isaev. // Application of the variational method for studying stability of the 3D Lotka-Volterra system // Сборник трудов международной конференции «Современные методы математической физики и их приложения». Ташкент. 17-18 ноября, 2020 г.

КВАНТОВЫЕ ТОЧКИ ДЛЯ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИАГНОСТИКИ ОПУХОЛЕЙ

Попов А.М.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: professorpopov@gmail.com

Работа направлена на изучение численных алгоритмов определения спектра квантовых точек при создании новых нанотехнологий [1]. Квантовые точки представляют кристаллики полупроводника, составляющие полупроводниковую гетероструктуру. Носители заряда удерживаются в малой области - в потенциальной яме размером в нанометр. Небольшое изменение размера квантовой точки позволяет менять дискретный энергетический спектр ее излучения и использовать его в конкретном приложении. Квантовые точки используются в нанoeлектронике, в биосенсорах нано-размеров, в системах медицинской диагностики высокой точности [2]. В настоящей работе для определения собственных функций и собственных значений используется квантовый диффузионный метод Монте-Карло и параллельный метод "Parallel Tempering". Основной акцент здесь ставится на создании новых параллельных алгоритмов нахождения собственных значений и собственных функций квантовой нано-системы. В биомедицинских исследованиях большое внимание уделяется поиску новых путей неинвазивного получения изображений внутренней структуры биологических объектов. Большое распространение получают оптические методы изучения, одним из наиболее наглядных и информативных среди которых является флуоресцентная диагностика очагов патологии непосредственно в организме.

Значительная часть разрабатываемых методов направлена на получение изображения новообразований, тканей и органов, исследование молекулярной структуры опухолевых клеток путем регистрации флуоресценции, а также с помощью специфического окрашивания наблюдаемых объектов флуоресцентными контрастирующими агентами. Такие методы могут позволить не только обнаружить место локализации опухоли в организме, но и оценить уровни экспрессии различных белков и активность отдельных клеток и процессов, которые влияют на поведение опухоли, и ее ответ на действие терапевтических агентов.

Литература

1. Попов А.М. Вычислительные нанотехнологии - М. : КНОРУС, 2014, - 312 с.
2. Т.А.Здобнова и др. Квантовые точки для молекулярной диагностики опухолей - Институт биоорганической химии им. М.М. Шемякина и Ю.А. Овчинникова РАН, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 16/10, АСТА NATURAE, ТОМ 3, N 1(8), 2011.

ОТДЕЛЕНИЕ РЕЧИ ОТ ПАУЗ В ЗАШУМЛЕННЫХ СИГНАЛАХ

Процеров С.Д.¹, Шишкин А.Г.²

- 1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, каф. автоматизации научных исследований,
e-mail: sergey.protserov@gmail.com
- 2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, каф. автоматизации научных исследований,
e-mail: shishkin@cs.msu.ru

Одной из важнейших задач в области цифровой обработки речевых сигналов является определение во входном акустическом сигнале участков активной речи и фонового шума либо тишины. Решение данной задачи имеет ряд очень важных практических приложений, таких как анализ речи в голосовых командных системах, передача акустических данных по сети, автоматическое распознавание речевых сигналов и др. Однако большинство имеющихся систем автоматического анализа речевых сигналов плохо справляются с этой задачей при малых отношениях «сигнал/шум» и помимо этого требуют индивидуальной настройки в зависимости от уровня шума. Вследствие этого становится невозможной полностью автоматическая сегментация входных акустических сигналов.

В настоящей работе рассмотрена задача сегментации речевых сигналов, искажённых аддитивным шумом разного рода и с различными значениями соотношения «сигнал/шум». Разработаны три различных модели, основанных на глубоких сверточных нейронных сетях и использующих в качестве входных данных сам речевой сигнал, его спектрограмму или мел-частотные кепстральные коэффициенты. Для проведения вычислительных экспериментов был синтезирован набор речевых данных с уровнем SNR от -9 дБ до 6 дБ. При этом в отличие от большинства работ используется 50 различных классов внешнего шума. Указанные нейросетевые модели были обучены на синтезированном наборе. Анализ результатов тестирования показал, что все разработанные модели способны эффективно решать поставленную задачу автоматической сегментации речевых сигналов в широком диапазоне значений отношения «сигнал/шум» в режиме реального времени на низкопроизводительных устройствах, при этом, не требуя каждый раз настройки параметров модели.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА ТОРОИДАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ В СЛУЧАЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Зотов И.В.¹, Вертелецкий Н.В.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: iv-zotov@cs.msu.ru

В установках токамак, предназначенных для магнитного удержания термоядерной плазмы, изучаются различные сценарии разряда - с омическим нагревом и дополнительным нагревом с помощью электронно-циклотронного резонанса (ЭЦР-нагрев), а также инжекции пучка нейтральных частиц. Дополнительный нагрев позволяет повышать температуру ионов и электронов. Для этих сценариев разряда необходимо определение распределения электрического тока в плазме, устойчивое к ошибкам измерений. Это позволяет изучать различные стационарные режимы, в том числе с улучшенным удержанием. При этом необходимо учитывать, что кроме магнитной диагностики применяются другие виды диагностик, такие как зондирование пучком тяжелых частиц, позволяющие получать информацию из зоны горячей плазмы - центра плазменного шнура. Учет этой информации дает возможность при разработке алгоритмов решения соответствующих обратных задач строить новые эффективные вычислительные алгоритмы. Этой проблеме посвящена данная работа.

В случае выбора в эксперименте сценария разряда со стационарным состоянием с омическим нагревом можно использовать информацию о выпуклости или монотонности профиля тока в зависимости от потока магнитного поля. В ситуации с дополнительным неиндуктивным нагревом возможно использование данных о температуре и плотности. Это позволяет привлечь дополнительную информацию из центра плазменного шнура и исследовать кроме распределения тока поведение коэффициента запаса устойчивости q , изучить его влияние на удержание плазмы.

В настоящее время в НИЦ "Курчатовский институт" завершено строительство и готовится физический пуск токамака Т-15М. Это новая и самая крупная в России установка УТС имеет в своем составе обширную систему электромагнитной диагностики, состоящую из более чем 500 датчиков, расположенных в нескольких поперечных сечениях, а также развитую систему дополнительного нагрева, основанную на инжекции пучка нейтральных частиц, ЭЦР-нагрева, ионно-циклотронного резонанса и других [1-2]. Система диагностики на основе инжекции нейтральных частиц позволяет получать локальные значения температуры и плотности $T_i(r), n_i(r)$ с хорошим пространственным и временным разрешением. В связи с этим появляется возможность использовать распределение давления в постановке и численном методе решения обратной задачи. Рассматривается случай неотрицательных выпуклых или монотонных функций для профиля тока плазмы. Изучается влияние погрешности исходных данных на качество решения обратной задачи.

Работа поддержана грантом РФФИ №№ 20-07-00391.

Литература

1. Зотов И.В., Белов А.Г., Сычугов Д.Ю., Лукаш В.Э., Хайрутдинов Р.Р. Численное моделирование системы электромагнитной диагностики токамака Т-15 // Вопросы Атомной Науки и Техники. Сер. Термоядерный синтез, 2015, т.38, вып. 2, с.51-61.
2. Melnikov A.V. et al. Physical program and diagnostics of the T-15 upgrade tokamak (brief overview). - Fusion Engineering and Design, 96-97 (2015), pp.306-310.

АГРЕГАЦИЯ, ПОРОЖДАЕМАЯ ПЕРЕНОСОМ, ДИФФУЗИЕЙ И ЛОКАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ МОНОМЕРОВ

Загидуллин Р.Р.¹, Смирнов А.П.², Бриллиантов Н.В.³

1) МГУ, факультет ВМК, кафедра АНИ, e-mail: zagidullinrishat@gmail.com

2) МГУ, факультет ВМК, кафедра АНИ, e-mail: sap@cs.msu.ru

3) Сколтех, центр CDISE, e-mail: n.brilliantov@skoltech.ru

В данной работе рассматривается процесс агрегации частиц с локализованным источником мономеров. Плотности кластеров частиц можно определить уравнением:

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} + V_k \frac{\partial c_k}{\partial x} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} K_{i,j} c_i c_j - c_k \sum_{j \geq 1} K_{k,j} c_j + D_k \frac{\partial^2 c_k}{\partial x^2} + J \delta_{k,1} \delta(x)$$

На больших временах система имеет стационарное решение [1,2]. Тогда:

$$Vc' = c'' - c^2 + J\delta(x)$$

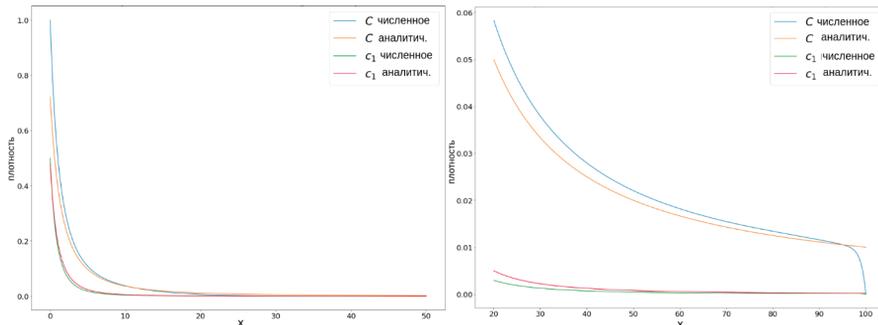
Для начала рассмотрим случай без переноса (V=0). Для ОДУ можно найти выражение для полной плотности всех частиц, а используя метод генерирующих функций можно найти плотности для отдельных кластеров.

$$c_1(x) = \frac{4l}{(|x| + l)^3}, c(x) = \frac{6}{(|x| + l)^2}, l = \left(\frac{24}{J}\right)^{2/3}$$

Если V>0, возникает ситуация, когда порядок затухания на больших расстояниях уменьшается за счет переноса. Здесь тоже есть аналитические формулировки:

$$c_1 \cong \frac{A_1}{x^2}, c \cong \frac{V}{x}, x \gg 1$$

Более того, данные асимптотики были проверены при помощи численного моделирования (Рис.1).



В дальнейшем планируется изучить зависимость асимптотики от числа Пекле для более общих систем с коэффициентами, зависящими от размеров частиц.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00363, <https://rscf.ru/project/21-11-00363/>.

Литература

1. Z. Cheng, S. Redner, F. Leyvraz, Coagulation with a steady point monomer source // Phys. Rev. Lett. (1989) **64**, с. 2321.
2. P.L. Krapivsky, Diffusion-limited-aggregation processes with three-particle elementary reactions (1994) **49**, с. 3233.

БАЗОВЫЕ МОДЕЛИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ПРИМЕРЕ ГАЗОТУРБИННОЙ УСТАНОВКИ

Львов В.Д.¹, Ечкина Е.Ю.²

1) МГУ, ВМК, АНИ, e-mail: valckaaz@gmail.com

2) МГУ, ВМК, АНИ, e-mail: ejane@cs.msu.ru

В настоящее время предиктивный анализ используется во многих сферах современной жизни. В производстве огромные объемы данных анализируются, часто с помощью машинного обучения, для улучшения бизнеса и производственных операций. С каждым годом все больше и больше компаний внедряют технологии нового поколения в свой производственный процесс [1].

Возможность точно предсказать работу того или иного механизма и на основе этого оценить ресурс оборудования является очень важной задачей. От такого исследования может зависеть не только величина убытков предприятия, но и здоровье множества людей, жизни которых зависят от исправности рабочей установки.

Представляемая работа посвящена исследованию эксплуатации газотурбинной установки. В процессе исследования была изучена работа установки, получены и обработаны данные об «общем уровне». Для построения прогноза были использованы модели линейной регрессии, ARIMA и скользящего среднего. Для анализа стационарности был использован тест Дики - Фуллера.

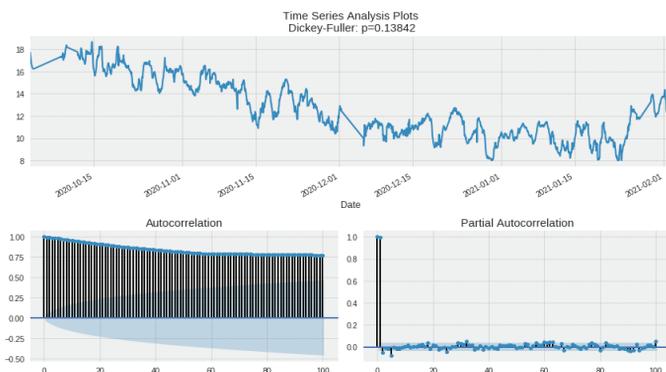


Рисунок 1. Исходный временной ряд (сверху), график автокорреляции и частичной автокорреляции (снизу).

Результатом работы являлось сравнение построенных моделей. Кроме того, при исследовании был обнаружен нисходящий тренд (рис. 1), свидетельствующий о необходимости в будущем проведения проверки и ремонта оборудования.

Литература

1. Leurent H., Boer E.D., “*Fourth Industrial Revolution Beacons of Technology and Innovation in Manufacturing*” White Paper, January 10, 2019.
<https://www.weforum.org/whitepapers/fourth-industrial-revolution-beacons-of-technology-andinnovation-in-manufacturing> .

ЭФФЕКТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ АГРЕГАЦИИ, УЧИТЫВАЮЩИХ ТРЕХЧАСТИЧНУЮ КОАГУЛЯЦИЮ

Лукашевич Д.А.¹, Смирнов А.П.², Матвеев С.А.³, Бриллиантов Н.В.⁴

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АНИ, dmitri.luc@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АНИ, sap@cs.msu.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ВТМ, matseralex@cs.msu.ru

4) Skolkovo Institute of Science and Technology, N.Brilliantov@skoltech.ru

В работе разбирается моделирование процессов агрегации, которые задаются уравнениями типа Смолуховского и учитывают трехчастичную коагуляцию. Уравнения типа Смолуховского задают временную эволюцию концентраций частиц с различной массой при их коагуляции (слипаниии). Такие процессы встречаются повсеместно от колец Сатурна [1] до атмосферы Земли, в последнем случае моделирование может помочь с предсказанием загрязнения воздуха, инициированное техногенным влиянием.

Поскольку точность решения уравнений агрегации растет с увеличением количества самих уравнений, то есть при рассмотрении частиц со все большей массой, то верное прогнозирование такого процесса является очень вычислительно затратным. В данной работе разбирается построение модели, позволяющее рассчитывать систему с большим (более 100'000) количеством уравнений агрегации за разумное время.

Уравнения агрегации, учитывающие трехчастичную коагуляцию, имеют следующий вид:

$$\frac{dn_k(t)}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i_1+i_2=k} K_{i_1,i_2}^{(2)} n_{i_1} n_{i_2} - n_k \sum_{i_1=1}^N K_{i_1,k}^{(2)} n_{i_1} + \frac{1}{6} \sum_{i_1+i_2+i_3=k} K_{i_1,i_2,i_3}^{(3)} n_{i_1} n_{i_2} n_{i_3} - \frac{n_k}{2} \sum_{i_1,i_2=1}^N K_{i_1,i_2,k}^{(3)} n_{i_1} n_{i_2}$$

В работе представлена эффективная реализация их расчетов, основанная на разложении операторов коагуляции в тензорный поезд [2] и последующего быстрого вычисления их действия при помощи алгоритма сверточного суммирования [3]. В работе рассмотрены несколько видов операторов коагуляции, а для случая константного оператора проведено сравнение результатов с аналитическими асимптотиками.

Литература

1. Brilliantov N.V., Otieno W., Matveev S.A., Smirnov A.P., Tyrtshnikov E.E., Krapivsky P.L. Steady oscillations in aggregation-fragmentation processes // Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, том 98, № 1, 2018
2. Oseledets I., Tyrtshnikov E. TT-cross approximation for multidimensional arrays // Linear Algebra and Its Applications, том 432, с. 70-78, 2010
3. Г. Нуссбаумер. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток, Радио и связь, Москва, 1985.

ЕДИНАЯ ПРОГРАММНАЯ СРЕДА SIEMNED И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ В ПЛАЗМЕ

Жилкин А.С.¹, Соловьев С.Ю.², Бурдуковская С.Ю.³, Сычугов Д.Ю.⁴,
Высоцкий Л.И.⁵, Долматов А.А.⁶

- 1) МГУ имени М.В.Ломоносова, фак. ВМК, кафедра АНИ, e-mail: azhilkin2033@gmail.com
- 2) МГУ имени М.В.Ломоносова, фак. ВМК, кафедра АЯ, e-mail: glosscom@mail.ru
- 3) МГУ имени М.В.Ломоносова, фак. ВМК, кафедра АЯ, e-mail: beswently@gmail.com
- 4) МГУ имени М.В.Ломоносова, фак. ВМК, кафедра АНИ, e-mail: sychugov@cs.msu.ru
- 5) МГУ имени М.В.Ломоносова, фак. ВМК, кафедра ВТМ, e-mail: vysotskylev@yandex.ru
- 6) МГУ имени М.В.Ломоносова, фак. ВМК, кафедра АНИ, e-mail: zarokdol@yandex.ru

Единая программная среда представляет собой систему, объединяющую различные вычислительные коды, средства обмена информацией, механизмы интерпретации результатов и базу данных для их хранения и обработки [1].

Проведение различного рода экспериментов на установках токамак требует эффективного способа хранения и обмена данными [2, 3]. Существующая потребность в унификации результатов вычислительных экспериментов на этих установках привела к идеи создания единой среды для обработки таких данных и их обмена.

Функциональную часть единой среды составляют 6 вычислительных кодов (модулей), позволяющих моделировать различные процессы, протекающие при проведении экспериментов на установках токамак. Для хранения экспериментальных данных и их обмена создана база данных со словарем, а также программный код, позволяющий эффективно хранить, использовать и визуализировать данные. Основная идея построения БД – создание словаря, позволяющего упростить взаимодействие кодов и обмен данными, и структуры, позволяющей хранить произвольные данные.

Создание такой среды обеспечит автоматический обмен информацией между кодами и возможность проведения цепочек вычислительных экспериментов. Предусматривается также совместимость среды с разрабатываемыми иными системами интегрированного моделирования, включая IMAS [4].

Литература

1. Aleksandr Zhilkin, Dmitry Sychugov, Lev Vysotsky, Ihor Zotov, Sergey Soloviev , Anuar Sadykov. New open computational resource for plasma processes modeling. Journal of Physics: Conference Series, v. 1730 (2021), p. 012048, doi:10.1088/1742-6596/1730/1/012048.
2. A.Yu. Dnestrovskij, B.V. Kuteev, A.S. Bykov, A.A. Ivanov, V.E. Lukash, S.Yu. Medvedev, V.Yu. Sergeev, D.Yu. Sychugov and R.R. Khayrutdinov. Integrated modelling of DEMO-FNS current-ramp-up scenario and steady-state regime. Nuclear Fusion, v. 55 (2015), Number 6, 4063007 (8pp) doi:10.1088/0029-5515/55/6/063007.
3. Высоцкий Л.И., Соловьев С.Ю., Сычугов Д.Ю. Интернет Технологии интегрированного моделирования процессов в установках Токамак. Computational nanotechnology, 2018, № 1, стр. 21-24.
4. S.D.Pinches, J.F. Artaud, F.J., et al. Progress in the ITER Integrated Modelling Programme and the ITER Scenario Database”, 27th IAEA Fusion Energy Conference, 22-27 October 2018, Gandhinagar, India, TH/P6-7.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Шейна Е.А.¹, Смирнов А.П.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, e-mail: sheina_elen@mail.ru

В работе найдено точное решение одномерной системы уравнений Максвелла в среде, содержащей бесконечный диэлектрический слой. Явная формула, показывающая процесс распространения начального возмущения электромагнитного поля в неоднородной среде, получена рекурсивным применением условий непрерывности решения уравнений Максвелла на границе сред с учетом принципа Зоммерфельда, и может рассматриваться как обобщение формулы Даламбера, дающей решение задачи о распространении импульса в однородной среде.

Найденное решение эволюционной задачи дает возможность оценить скорость установления произвольного начального возмущения к установившемуся гармоническому решению при наличии плоской волны, распространяющейся от источника, а также может быть использовано для тестирования вычислительных алгоритмов решения задачи Коши для системы уравнений Максвелла методом FDTD.

Полученное решение с определенной модификацией справедливо и для более сложных многомерных случаев, имеющих практическое применение, таких как прямоугольный волновод, содержащий диафрагму. Эта экспериментальная установка используется для определения диэлектрической проницаемости материалов по результату измерения коэффициента прохождения сквозь них электромагнитного поля. Данная задача является некорректной, так как она может быть неразрешимой либо иметь неединственное решение. Авторами в работе [1] был предложен новый подход, позволяющий сформулировать корректную обратную задачу, основанную на векторном представлении данных, полученных в ходе многочастотного эксперимента.

Литература

1. Sheina E., Shestopalov Y., Smirnov A. Advantages of a multi-frequency experiment for determining the dielectric constant of a layer in a rectangular waveguide and free space //Radio Science. – 2021 – V.56.

ОПТИМИЗИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ В ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ БЕЗ ИЗЛУЧЕНИЯ

Бородачев Л.В.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра математики,
e-mail: borodach2000@mail.ru*

Цель работы состоит в оптимизации процедуры расчета динамики частиц дискретной (по методу частиц (МЧ)) модели Власова с дарвинским (низкочастотным) приближением внутренних электромагнитных полей [1]. Последнее, как известно, позволяет рассматривать плазму как систему без запаздывания, что в контексте конечно-разностной аппроксимации аналитического формализма снимает проблему устойчивости численного решения уравнений поля и ограничение на временной шаг эволюции самосогласованной системы [2]. Теперь его величина, определяющая экономичность всего вычислительного алгоритма, диктуется процедурой разностного интегрирования уравнений движения частиц, выбор которой обусловлен как физическими соображениями, так требованиями ее устойчивости.

Таким образом, для минимизации счетных затрат динамического блока в подходе предлагается поочередное использование двух экономичных схем: явной (с малыми шагами) на активных стадиях моделируемого процесса и неявной (с крупными шагами) на квазистационарных этапах. В данной работе выбраны: «с перешагиванием» [2] и «неявная редуцированная» [3], – для которых разработаны критерий и процедура взаимного перехода в процессе текущей симуляции (счетного прогона).

Для практического обоснования и демонстрации возможностей предложенного подхода было выполнено моделирование хорошо известной электромагнитной неустойчивости Вайбеля [4] – типичного представителя той области вычислительной физики плазмы, где дарвинские (безызлучательные) алгоритмы особенно актуальны.

В ходе компьютерного эксперимента удалось сократить время текущей симуляции в сравнении с традиционным счетом по явной схеме примерно вдвое. Дополнительным физическим результатом явилось уточнение режима поздней стадии этапа стагнации неустойчивости – установление с затухающими колебаниями.

Дальнейшее развитие подхода предполагает дополнительное введение, так называемой, дрейфовой схемы, активируемой при замагничивании плазмы. Однако уже в настоящем виде он (подход) применим в численных исследованиях по методу частиц широкого спектра задач низкочастотной плазмифизики.

Литература

1. Darwin C.G. Dynamical Motions of Charged Particles //Phil. Magazin (1920) **39**, p.537-551.
2. Hockney R.W., Eastwood J.W. Computer Simulation Using Particles //N.-Y.: McGraw-Hill - 1981.
3. Бородачев Л.В. Неявная аппроксимация уравнений движения дарвинской модели плазмы //ЖВМ и МФ (1991) **31**, №6, с.934-939.
4. Borodachev L.V., Kolomiets D.O. Single-Species Weibel Instability of Radiationless Plasma //J. Plasma Phys. (2011) **77**, p.277-288.

СХЕМА КАБАРЕ С УЛУЧШЕННЫМИ ДИСПЕРСИОННЫМИ СВОЙСТВАМИ ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Афанасьев Н.А.¹, Горбунова О.К.²

- 1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, кафедра Вычислительных Методов, e-mail: vmnaf@cs.msu.ru
- 2) Сколковский Институт Науки и Технологий, e-mail: elyaishere@mail.ru

Для описания многих современных задач математической физики используются системы дифференциальных уравнений гиперболического типа. Одним из широко применяемых методов решения таких систем является схема КАБАРЕ, представляющая семейство балансно-характеристических разностных схем [1]. В качестве недостатка данной схемы можно выделить сильную аномальную дисперсию при стремлении чисел Куранта к нулю, что может привести к значительным искажениям профиля решения. Данная работа посвящена улучшению дисперсионных свойств схемы КАБАРЕ.

Ранее была получена улучшенная схема для систем линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа [2]. Особенность данного метода заключается в том, что для вычисления значений на новом временном слое необходимо знать полный набор собственных векторов матрицы системы, постоянной в линейном случае. Основной задачей этой работы является обобщение данного метода на системы нелинейных дифференциальных уравнений гиперболического типа. Матрица в таких системах зависит от переменных задачи, а ее собственные значения в разностном случае становятся локальными для каждой ячейки сетки, что может приводить к малым числам Куранта в областях наиболее медленно переносящихся инвариантов Римана. Таким образом, задача построения схемы с улучшенными дисперсионными свойствами для систем нелинейных уравнений является крайне актуальной.

В данной работе была получена схема КАБАРЕ с улучшенными дисперсионными свойствами для системы нелинейных дифференциальных уравнений Сен-Венана, известной также как уравнения мелкой воды. Модель мелкой воды широко применяется для моделирования течений, глубина которых сильно меньше их линейных размеров. Новая схема была протестирована на задачах о распространении акустических возмущений и задаче распада разрыва. Результаты расчетов продемонстрировали, что дисперсионная ошибка улучшенной схемы значительно меньше, чем у стандартной схемы КАБАРЕ. В рамках исследования полученной схемы была проведена серия расчетов задачи о переносе промодулированной гауссианом акустической волны на последовательности сгущающихся сеток, в которой точность и порядок сходимости нового метода превысили аналогичные показатели для стандартной схемы. Кроме того, построенная схема была протестирована на задачах о распаде разрыва, где она также показала удовлетворительные результаты.

Литература

1. Karabasov S.A., Goloviznin V.M. Compact accurately boundary-adjusting high-resolution technique for fluid dynamics // Journal of Computational Physics. 2009. Vol. 228, № 19. P. 7426 - 7451.
2. Афанасьев Н.А., Головизнин В.М. Схема КАБАРЕ с улучшенными дисперсионными свойствами для систем линейных дифференциальных уравнений гиперболического типа // Вычислительные методы и программирование. 2021. Т. 22, № 1. С. 67 - 76.

БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ В ЛАГРАНЖЕВЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ И ДИНАМИЧЕСКОЙ УПРУГОСТИ

Головизнин В.М.¹, Афанасьев Н.А.²

- 1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, кафедра Вычислительных Методов, e-mail: gol@ibrae.ac.ru
- 2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, кафедра Вычислительных Методов, e-mail: vtnnaf@cs.msu.ru

Схема КАБАРЕ [1], являющаяся представителем семейства балансно-характеристических методов, широко используется при решении многих задач для систем дифференциальных уравнений гиперболического типа в эйлеровых переменных. Возрастающая актуальность задач вычислительной океанологии и взаимодействия упругопластичных тел с потоками жидкости и газа требует адаптации этого метода на лагранжевы и смешанные эйлерово-лагранжевые переменные. Ранее схема КАБАРЕ была построена для одномерных уравнений газовой динамики в массовых лагранжевых переменных, а также для трехмерных уравнений динамической упругости [2]. В первом случае построенную схему не удалось обобщить на многомерные задачи, а во втором - использовался необратимый по времени алгоритм передвижения сетки.

В данной работе представлен новый балансно-характеристический метод решения двумерных уравнений газовой динамики и динамической упругости в лагранжевых переменных [3]. Построенный метод обладает свойством временной обратимости, причем использование в методе характеристик и локальных инвариантов Римана позволяет относительно легко “сшивать” газодинамические и упругие ячейки для решения задач взаимодействия упругих тел с потоками газа. Метод тестируется на различных одномерных и двумерных задачах для обеих систем уравнений (распространение акустических колебаний, тепловые удары газа об упругое тело, соударение упругих тел и др.).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-31-90037).

Литература

1. Karabasov S.A., Goloviznin V.M. Compact accurately boundary-adjusting high-resolution technique for fluid dynamics // Journal of Computational Physics. 2009. Vol. 228, № 19. P. 7426 - 7451.
2. Зайцев М.А., Карабасов С.А. Схема Кабаре для численного решения задач деформирования упругопластических тел // Матем. моделирование. 2017, Т. 29, № 11, С. 53-70.
3. Головизнин В.М., Афанасьев Н.А. Бесшовный балансно-характеристический метод решения задач взаимодействия жидкости и газа с деформируемыми объектами // Матем. моделирование. 2021, Т. 33, № 10, С. 65–82.

САМОСОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ БОЛЬШОГО КРУГА КРОВООБРАЩЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПОРТАЛЬНОЙ ГИПЕРТЕНЗИИ

Кубышкин В.А.¹, Мысова К.М.², Мухин С.И.³, Покладюк А.Ю.⁴, Хруленко А.Б.⁵

- 1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет фундаментальной медицины,
e-mail: kubvaleri@yandex.ru
- 2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Вычислительных Методов,
e-mail: mysova.ksusha@mail.ru
- 3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Вычислительных Методов,
e-mail: vtmus@cs.msu.ru
- 4) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Вычислительных Методов,
e-mail: apokladyuk02@mail.ru
- 5) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Вычислительных Методов,
e-mail: khrulenko@cs.msu.ru

Печень является жизненно важной железой человеческого организма, органом, уникальным по анатомическому строению и многофункциональности. В силу особенностей строения ткани и сосудистой системы печени, даже небольшие нарушения в ее работе и функциональных способностях могут провоцировать значительные изменения в гемодинамике системы кровообращения [1]. Математическое моделирование кровотока при патологиях и заболеваниях печени позволяет, не прибегая к инвазивным методам, проводить численные эксперименты, на основе которых можно описать происходящие в организме процессы и делать выводы о влиянии различных факторов на состояние сердечно-сосудистой системы.

В работе на основе программного комплекса CVSS (Cardio Vascular Simulating System) [2, 3] осуществляется моделирование кровотока в системе сосудов большого круга кровообращения в условиях синдрома портальной гипертензии, с учетом симптомов, сопутствующих печеночным патологиям. Проведен цикл вычислительных экспериментов по моделированию перераспределения кровотока в венозной и артериальной частях сердечно-сосудистой системы при поражении печени. Изучены гемодинамические показатели при исследуемых симптомах. Проведено моделирование кровотока при наличии портокавального шунта и исследование зависимости значения давления в воротной вене от диаметра шунта. Полученные при математическом моделировании результаты качественно согласуются с клиническими данными, имеющимися в современной медицинской литературе.

Литература

1. Вишневский В.А., Кубышкин В.А., Чжао А.В. Операции на печени: Руководство для хирурга. // М.: МИКЛОШ. – 2003. – с. 114–128.
2. Абакумов М.В., Ашметков И.В., Есикова Н.Б. [и др.]. Методика математического моделирования сердечно-сосудистой системы. //Математическое моделирование (2000)**12**, №2, с.106–117.
3. Zhaleev T.R., Kubyshkin V.A., Mukhin S.I. et al. Mathematical modeling of the blood flow in hepatic vessels // Computational Mathematics and Modeling. – 2019. – Vol. 30, no. 4. – P. 364–377.

НОВЫЕ ЭКОНОМИЧНЫЕ КОНСЕРВАТИВНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Егоренков В.А.¹, Логинова М.М.¹, Трофимов В.А.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра вычислительных методов
e-mail: Egorenkov-v-a@cs.msu.ru, mloginova@cs.msu.ru

2) Южно-Китайский университет технологий, SCUT, Guangzhou, China,
e-mail: trofimov@scut.edu.cn

Исследование нелинейных волновых процессов в различных средах имеет большую научную и прикладную значимость. В данной работе исследуется процесс генерации полупроводниковой плазмы в трехмерной постановке. Математическая модель поставленной задачи представляет собой систему безразмерных нестационарных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с начальными и краевыми условиями. Отличительной особенностью такой системы является реализация нелинейной обратной связи, что накладывает дополнительные требования на используемые для численного решения методы: свойство консервативности разностной схемы должно выполняться с очень высокой точностью, поскольку в анализируемой задаче оно связано с условием ее разрешимости.

Для решения нелинейных задач широко применяются методы расщепления. Эти методы относятся к классу экономичных разностных схем. Их существенным недостатком может быть отсутствие асимптотической устойчивости для нелинейных задач. Так же следует отметить, что методы расщепления, построенные для 2D задач, непосредственно не обобщаются на 3D задачи. Устойчивый и обладающий вторым порядком аппроксимации вариант метода переменных направлений для решения 3D уравнений предложенный в [1] до настоящего времени является наиболее эффективным подходом, используемым в различных областях науки.

В данной работе мы развиваем другой подход к решению многомерных нелинейных задач, основанный на реализации консервативной разностной схемы с помощью трехэтапного итерационного процесса [2] и его модификации. Основное отличие между этими процессами заключается в подходе к аппроксимации уравнений относительно концентраций заряженных частиц.

Отметим, что методы являются экономичными, консервативными и асимптотическими устойчивыми.

Литература

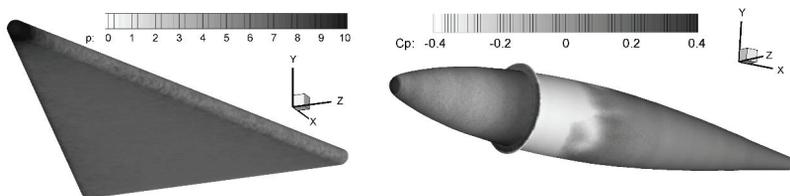
1. Douglas J., Alternating direction methods for three space variables // Numerische Mathematik. – 1962 – Vol.4, №1, P.41-63.
2. Trofimov V., Loginova M., Egorenkov V., Conservative finite-difference scheme for computer simulation of contrast 3D spatial-temporal structures induced by a laser pulse in a semiconductor // Mathematical Methods in the Applied Sciences. – 2020. – Vol. 43, №7, P.4895–4917.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО И ДОЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ МОДЕЛЕЙ ВОЗДУШНЫМ ПОТОКОМ НА ОСНОВЕ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ

Широков И.А.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра вычислительных методов,
e-mail: ivanshirokov@inbox.ru

В работе система регуляризованных (квазигазодинамических) уравнений используется для численного исследования внешнего обтекания треугольного крыла с закругленными кромками (сверхзвуковое обтекание) и осесимметричной модели с турбулизатором (дозвуковое обтекание). Постановка задачи и параметры набегающего потока соответствуют известным из литературы данным, полученным при экспериментальных исследованиях рассматриваемых моделей в аэродинамических трубах. Численный алгоритм на основе квазигазодинамических уравнений, реализованный на нерегулярных тетраэдральных пространственных сетках, позволяет проводить моделирование как сверхзвукового, так и дозвукового обтекания трехмерных моделей произвольной формы при различных углах атаки.



На рисунке представлены поверхностные распределения безразмерного давления (слева, сверхзвуковое обтекание треугольного крыла при $Ma = 9$) и коэффициента давления (справа, дозвуковое обтекание осесимметричной модели с турбулизатором), полученные в результате моделирования. В сверхзвуковом случае получено хорошее количественное соответствие зависимости аэродинамических коэффициентов от угла атаки экспериментальным данным. В дозвуковом случае использование турбулизатора позволяет исследовать ламинарно-турбулентный переход, наблюдаемый в эксперименте, при этом размер отрывной зоны и параметры турбулентных пульсаций потока также хорошо соответствуют данным экспериментов, при этом не требуются внешние способы турбулизации потока.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-01-00262А).

Литература

1. Горенбух П.И. Аэродинамическое качество плоского треугольного крыла с затупленными кромками при больших сверхзвуковых скоростях обтекания // Ученые записки ЦАГИ (1989) **20**, №1, с. 108–112.
2. Довгаль А.В., Занин Б.Ю., Сорокин А.М. Устойчивость ламинарного течения на теле вращения, расположенном под углом к набегающему потоку // Теплофизика и аэромеханика (2014) **21**, №4, с. 419–434.
3. Елизарова Т.Г., Широков И.А. Коэффициенты искусственной диссипации в регуляризованных уравнениях сверхзвуковой аэродинамики // ДАН (2018) **483**, №3, с.260–264.

КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА БЫСТРОДЕЙСТВИЯ И МЕТОДЫ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Терновский В.В.¹, Хапаева Т.М.², Ильютко В.П.³

1) МГУ, ВМК, ВМ, e-mail: vladimir.ternovskii@me.com

2) МГУ, ВМК, ВМ, e-mail: tmhapa@yahoo.com

3) МГУ, ВМК, ВМ, e-mail: ilyutko@cs.msu.ru

Рассмотрим задачу управления маятником с переменной длиной нити: за счет изменения длины осуществить переход от одного состояния в другое за минимальное время. Известно, что необходимо учитывать изменения длины нити в разнообразных механических устройствах, в которых требуется гашение, или возбуждение колебаний (параметрический резонанс). К таким задачам возможно применить разработанный метод.

Прямая краевая задача для дифференциального оператора второго порядка

$$\frac{d}{dt}(l(t)^2\dot{x}) + gl(t)\sin(x) = 0,$$

с заданными краевыми условиями решается интегро-интерполяционным методом.

Обратная задача быстрогодействия состоит в том, чтобы определить функцию $l(t)$, в предположении $0 < l(t) \leq \text{const}$, при этом время интегрирования считается минимальным. Функция управления $l(t)$ (длина нити) принадлежит классу кусочно – непрерывных функций. Выбор такого класса обусловлен наличием фазовых ограничений и соответственно, особых управлений. Так как задача обратная, то она может быть неустойчива. Поэтому применяются специфические методы решения некорректных обратных задач [1]. Вычисления проводились на равномерной и неравномерной сетке.

Так как время является функционалом, задача может быть сформулирована как вариационная с ограничениями типа равенств и неравенств, и прямой метод минимизации приводит к оптимальному решению [2]. Заметим, что методы высокого порядка не применяются, так как искомые функции – разрывные, или конечной гладкости. Для корректности численного результата проводится регуляризация задачи по Тихонову. Два метода – параметризация краевой задачи по времени и разностная аппроксимация на фиксированной сетке приводят к одному и тому же результату.

Важный вопрос о верификации полученного численного результата разрешается в сравнении с экспериментальными данными.

Литература

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 283 с.
2. Терновский В. В., Хапаев М. М., Хапаева Т. М. Применение вариационного метода для решения обратных задач оптимального управления // Доклады Академии наук. — 2018. — Т. 483, № 4. — С. 1–23.

О ВЕРИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОМЫШЛЕННОГО АЛЮМИНИЕВОГО ЭЛЕКТРОЛИЗЕРА

Савенкова Н.П.¹, Мокин А.Ю.¹, Удовиченко Н.С.

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра вычислительных методов,
e-mail: mknandrew@mail.ru

Рассматриваются реальные исходные данные для работающей, серийной ванны, в которой протекает процесс промышленного электролиза алюминия. За процессами в ванной ведутся визуальные наблюдения. Возможно провести отдельные единичные замеры и сравнить наблюдаемые режимы работы при тех или иных условиях эксплуатации, но большая сила тока, подаваемого на ванну, высокая температура и агрессивная среда не позволяют осуществить наблюдение за основными показателями, которые влияют на конечный выход алюминия по току.

Представленная трехмерная трехфазная модель позволяет визуализировать в деталях магнитогидродинамический процесс электролиза алюминия, получить характерные величины скоростей, характеристик электромагнитных полей, температуры, формы поверхности жидкого алюминия, зоны обратного окисления и др. Учитывается взаимосвязь гидродинамических, электромагнитных, электрохимических и тепловых процессов, протекающих в ванне.

Данная математическая модель адаптирована под меняющуюся геометрию ванны с возможностью изменения расчетной области. В ванне гарнисаж удалось подвести под аноды, что соответствует максимальной МГД-стабильности процесса электролиза. Полученные результаты подтвердились расчетами по модели и физическими опытами.

Рассматриваемая ванна имеет 16 анодов, погруженных в электролит на известную величину, ток равен 250А, напряжение - 4В. Результаты расчетов подтвердили стабильность работы ванны и вычислительного комплекса для заданной математической модели.

Литература

1. Dagoberto S. Severo, Vanderlei Gusberti. A modelling approach to estimate bath and metal heat transfer coefficients // Light metals, TMS. – 2009. – P. 557-562.
2. Савенкова Н.П., Мокин А.Ю., Удовиченко Н.С., Пьяных А.А. Математическое моделирование МГД-стабильности алюминиевого электролизера // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии, (2020) **13**, №2, с.243–253.
3. Белолипецкий В.М., Пискажова Т.В. Математическое моделирование процесса электролитического получения алюминия. Решение задач управления технологией математике // Красноярск: Сибирский федеральный университет. Библиогр. – 2013.
4. Ariana M., Désilets M., Proulx P. On the analysis of ionic mass transfer in the electrolytic bath of an aluminum reduction cell // The Canadian journal of chemical engineering. – 2014. – Vol. 92, P. 1951-1964.

АЛГОРИТМЫ ЧИСЛЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ СИНТЕТИЧЕСКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ФИЛЬТРАЦИИ БЕЛОГО ШУМА

Дородницын Л.В.¹, Александров А.В.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, лаб. математического моделирования в физике,
e-mail: dorodn@cs.msu.ru

2) Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН,
e-mail: anatoiy.v.alexandrov@gmail.com

Искусственно сгенерированные турбулентные поля широко используются в различных областях вычислительной газовой динамики. Такие поля, как правило, позволяют существенно снизить вычислительные затраты, а в ряде случаев являются единственным средством, без которого моделирование турбулентности на современных суперкомпьютерных системах было бы невозможным.

Одним из перспективных, но недостаточно разработанных подходов к генерации синтетической турбулентности являются методы фильтрации белого шума. Их достоинство заключается в непосредственной связи параметров фильтра с двухточечными корреляциями пульсационных скоростей, которые играют решающую роль, например, в процессе генерации звука турбулентным потоком.

В настоящем докладе предлагается обобщение методики [1,2] построения искомого поля с помощью фильтрации белого шума $\mathcal{U}(\mathbf{x}, t)$ посредством свёртки с ядром $G(\mathbf{x})$:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathcal{U}(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}'.$$

В работе строится векторное поле функции тока, получаемое из трехмерного белого шума с использованием тензорного ядра фильтра. Поле скоростей реализуется путем аналитического дифференцирования полученного выражения функции тока. Отдельное внимание уделяется случаям изотропной и осесимметричной турбулентности.

Вычислительный алгоритм основан на аппроксимации белого шума методом *случайных частиц-сеток* (Random Particle-Mesh Method, или RPM) в разновидности, используемой в [3], согласно которому интеграл по трехмерному пространству заменяется конечной суммой, а диаметр области осреднения определяется характерным масштабом турбулентности.

Статистические характеристики поля (интегральные масштабы турбулентности и рейнольдсовы напряжения) исследуются теоретически и численно.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 19-51-80001 БРИКС_т.

Литература

1. Ewert R. Broadband slat noise prediction based on CAA and stochastic sound sources from a fast random particle-mesh (RPM) method // *Comput. Fluids* (2008) **37**, p. 369–387.
2. Dieste M., Gabard G. Random particle methods applied to broadband fan interaction noise, *J. Comput. Phys.* (2012) **231**, p. 8133–8151.
3. Shen Z., Zhang X. Direct anisotropic filter method of generating synthetic turbulence applied to turbulence-airfoil interaction noise prediction // *J. Sound Vibr.* (2019) **458**, p.544–564.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЛОТНОСТИ И ВЯЗКОСТИ СТЕКЛОВИДНОГО ТЕЛА НА КОНВЕКТИВНО-ВИХРЕВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ГЛАЗНОМ ЯБЛОКЕ ЧЕЛОВЕКА

Складчиков С.А., Савенкова Н.П., Лапонин В.С., Анпилов С.В.

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра вычислительных методов.
e-mail: skladchikov@mail.ru*

В настоящее время актуальным и перспективным направлением в научных исследованиях является численное изучение физиологических, патологических и биологических процессов, происходящих в организме человека. На сегодняшний день медицина представляет собой экспериментальную науку, которая на основе констатации фактов клинических операций и их последствий, проявляющихся в организме человека в его сложных структурах, может рекомендовать различные средства для снижения роли патологических процессов. В этом плане построение математических моделей — как патологического, так и нормального функционирования тех или иных органов — необходимо для изучения процессов, протекающих в организме человека.

В работе проведено математическое моделирование при измененных физических характеристиках вещества стекловидного тела глаза человека. Была проведена серия численных экспериментов при которых менялась плотность стекловидного тела по сравнению с базовым расчетом (плотность и вязкость стекловидного тела соответствуют плотности и вязкости воды), также проведен численный эксперимент при увеличении вязкости стекловидного тела в 3 раза по сравнению с базовым расчетом.

По результатам проведенных расчетов можно сделать следующие выводы:

- Плотность вещества стекловидного тела может оказывать значительное влияние на время нахождения лекарства в задней камере глаза, только в случае ее изменения на существенное значение вплоть до 30% по сравнению с базовой, что по мнению медиков практически невозможно в реальном глазе.
- Вязкость стекловидного тела оказывает решающее влияние на время нахождения лекарства в задней камере глаза. Увеличение вязкости вплоть до 3х раз является, с точки зрения медицины, вполне реалистичной ситуацией с увеличением возраста пациента.
- Структура течения лекарственного вещества в задней камере глаза соответствует структуре тороидального вихря с твердотельным ядром вращения. Механизмы самоподдержания такой структуры движения позволяют лекарственному веществу дольше находиться в задней камере глаза.

Литература

1. Yusupaliev U., Savenkova N.P., Troshchiev Y. V., Shuteev S.A., Skladchikov S.A., Vinke E.E., Gusein-zade N.G. // Vortex rings and plasma toroidal vortices in homogeneous unbounded media. ii. the study of vortex formation process // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. — 2011. — Vol. 38. — P. 275–282.
2. Savenkova N.P., Anpilov S.V., Kuzmin R.N., Provorova O.G., Piskazhova T.V. / Reduction cell multiphase 3d model // Applied Physics. — 2012. — no. 3. — P. 111–115.
3. Savenkova N., Laponin V. A numerical method for finding soliton solutions in nonlinear differential equations // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2013. — Vol. 37, no. 2. — P. 49–54.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ АНОДОВ ЭЛЕКТРОЛИЗНОЙ ВАННЫ НА МГД-УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Анпилов С.В., Савенкова Н.П., Складчиков С.А., Лапонин В.С.

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет
вычислительной математики и кибернетики, кафедра вычислительных методов.
e-mail: svanpilov@inbox.ru*

В настоящее время по-прежнему остаётся актуальным вопрос эффективности производства алюминия в электролизных ваннах.

Основным показателем работы электролизёра является выход по току – отношение между практическим и теоретическим производством алюминия. Одной из первопричин снижения выхода по току – выгорание анодов, приводящее к перераспределению плотности электрического тока в сторону неравномерности, что негативно сказывается на МГД-стабильности работы электролизёра.

В тезисах необходимо кратко изложить цель работы, ее основную идею, предложенный путь решения, результаты и их краткое обсуждение.

Ранее предложенная авторами двухфазная трехмерная магнитогазодинамическая модель [1], была расширена введением возможности учёта изменение формы токораспределяющих анодов вследствие электрохимических реакций и их выгорания, что позволяет исследовать динамику перераспределения токов и оказываемое влияние на МГД-устойчивость работы электролизёра, что позволяет получить более точные результаты при моделировании этого физического явления.

В результате численного моделирования, учитывающего геометрические и технологические параметры ванны, получены поля скоростей в алюминии, электролите, распределение электрического тока, построена граница раздела сред в динамике процесса.

Литература

1. Н.П. Савенкова “Двухфазная 3D модель МГД-явлений алюминиевого электролизёра”. - Сборник докладов третьего международного конгресса «Цветные металлы - 2011». Красноярск., – С. 282-286.
2. И.Н. Дорохов, В.В. Кафаров, Р.И. Нигматулин “Методы механики сплошной среды для описания многофазных многокомпонентных смесей с химическими реакциями и процессами тепло и массопереноса”. Прикладная математика и механика. 1975. Т.39, No.3. С. 485-496.

РОЛЬ КОСОСИММЕТРИЧНЫХ ФОРМ В ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Петрова Л.И.

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра вычислительных методов, e-mail: ptr@cs.msu.ru

Как известно, уравнения математической физики, описывающие реальные процессы, состоят из уравнений законов сохранения энергии, импульса, моментов импульса и массы. Примером таких уравнений являются уравнения Эйлера и Навье-Стокса для газодинамической системы.

При исследовании согласованности уравнений законов сохранения с помощью кососимметричных дифференциальных форм получается эволюционное соотношение для функционала, характеризующего состояние описываемой материальной среды. (Примерами таких функционалов являются энтропия, функционал действия, тензор Эйнштейна и т. д.)

Эволюционное соотношение обладает особенностью. Оно оказывается нетождественным, что указывает на несогласованность уравнений законов сохранения. Несогласованность уравнений законов сохранения, которая обусловлена некоммутативностью законов сохранения, раскрывает неявные свойства уравнений математической физики.

Оказывается, что уравнения математической физики обладают двойными решениями: на неинтегрируемом, касательном, многообразии и на интегральных структурах. Переход от решений первого типа ко второму описывает процесс возникновения различных структур и наблюдаемых образований, таких как волны, вихри, турбулентные пульсации и т. д. Так как двойные решения определены на разных пространственных объектах, то они не могут быть получены обычным непрерывным численным моделированием производных с помощью одной системы координат. Получить полное решение и описать процессы возникновения различных структур и наблюдаемых образований можно только с помощью двух систем координат или используя одновременно два способа решения уравнений: численное и аналитическое. Такие результаты следуют из эволюционного соотношения в кососимметричных дифференциальных формах, которое получается из уравнений законов сохранения.

НАБЛЮДАТЕЛИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ

Фомичёв В.В.¹, Денисова Н.И.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, НДСиПУ, e-mail: fomichev@cs.msu.ru

2) ИПМ имени М.В.Келдыша РАН, e-mail: denisovanadezda0@gmail.com

Хорошо известны подходы для построения наблюдателей линейных стационарных систем [1], решение в этом случае существует при определённых условиях на параметры системы. Большой интерес вызывает случай линейных нестационарных систем, но с возникающими проблемами можно бороться с помощью, например, адаптивных наблюдателей [2]. Для некоторых линейных нестационарных систем можно построить даже экспоненциально устойчивый наблюдатель [3].

Куда интереснее обстоит вопрос о синтезе наблюдателей для систем с возмущениями. Стационарный случай довольно успешно исследуется: были построены асимптотические [4] и функциональные наблюдатели [5]; с помощью иерархической обратной связи по ошибке наблюдения [6], а также наблюдатели пониженного порядка.

В данной работе была предпринята попытка перенести некоторые результаты, полученные для линейных стационарных систем с возмущением на нестационарный случай. Итак, имеем систему

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t)x + B(t)u + D(t)f \\ y = C(t)x, \end{cases}$$

где $x \in R^n$, $u \in R^k$, $f \in R^m$, $y \in R^l$, матрицы $A(t), B(t), C(t), D(t)$ гладкие по t и имеют соответствующий порядок, возмущение f мажорируется константой.

Требуется по информации об известном входе $u(t)$ и известном выходе $y(t)$ построить асимптотическую оценку вектора состояния $x(t)$.

Рассматривается случай, когда матрица $A(t)$ нестационарная, а C и D – постоянные; система гипервыходная, т.е. размерность выхода l больше размерности возмущения m . На примере системы третьего порядка демонстрируется способ построения наблюдателя, указываются ограничения для исходной системы, а также даются рекомендации для исследования устойчивости.

Литература

1. Fomichev V. V., Vysotskii A. O. Algorithm for designing a cascade asymptotic observer for a system of maximal relative order // Differential equations, т. 67, № 3, pp. 553-560, 2019.
2. Куок Дат Во, Бобцов А. А. Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно // Автоматика и телемеханика, т. 12, pp. 100-110, 2020.
3. Зубер И. Е. Синтез экспоненциально устойчивого наблюдателя для линейных нестационарных систем с одним выходом // Автоматика и телемеханика, № 5, pp. 42-49, 1995.
4. Ильин А. В., Коровин С. К., Фомичёв В. В. Методы построения наблюдателей для линейных динамических систем с неопределённостью // Оптимальное управление, т. 262, pp. 87-102, 2008.
5. Korovin S. K., Medvedev I. S., Fomichev V. V. Functional observers for linear systems with uncertainty // Differential Equations, т. 42, № 10, pp. 1374-1384, 2006.
6. Goncharov O. I., Fomichev V. V. Observer for multivariable systems of arbitrary relative order // Computational Mathematics and Modeling, т. 24 p. 182-202, 2013.

ПРИНЦИП КВАЗИТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ОБЪЕКТОМ

Толкачев О.Г.¹, Фурсов А.С.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра Нелинейных динамических систем и процессов управления, email: tolkachev8298@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра Нелинейных динамических систем и процессов управления, email: fursov@cs.msu.ru

В работе рассматривается нелинейная управляемая динамическая система:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1(t), x_2(t), t) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2(t), u(t), t) \\ x_1(0) = x_{10}, x_2(0) = x_{20} \end{cases} \quad \text{на отрезке времени } t \in [0, T].$$

Заданы краевые условия на координаты x_1 : $x_1(T) = \tilde{x}_1(T)$, где $\tilde{x}_1(t)$ - некоторая заданная функция, и $\tilde{x}_1(T)$ - желаемое значение в терминальный момент времени. Управление непосредственно воздействует на подсистему $\dot{x}_2 = f_2(x_2(t), u(t), t)$. Предполагается, что эта подсистема устойчива, а время затухания возникающих в этой подсистеме переходных процессов существенно меньше T .

Задача управления заключается в переводе системы из начального состояния в заданное конечное.

Для решения задачи в каждый текущий момент времени t рассматривается локальная терминальная задача на интервале $[t, t + \Delta]$ с краевыми условиями $\tilde{x}_1(t + \Delta)$.

Для решения полученной задачи локального терминального управления находится дифференциальное уравнение для невязок между желаемым значением $\tilde{x}_1(t + \Delta)$ и полученным значением модели прогнозирования в тот же момент времени. В результате дискретизации дифференциальное уравнение преобразуется в систему разностных уравнений для невязок. На основе метода динамического программирования решается система разностных уравнений для невязок и определяется дискретная последовательность кусочно-постоянных управлений, обеспечивающая решение локальной терминальной задачи. Первое управление из полученной последовательности реализуется в объекте управления.

Представленный метод был применен к конкретной задаче терминального управления и результаты его работы были промоделированы в системе Matlab.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 20-08-00073 А).

Литература

1. Сихарулидзе Ю.Г., Баллистика и наведение летательных аппаратов// Москва: Бинوم. Лаборатория знаний. 2011.
2. Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г., Синтез квазитерминальных регуляторов// Проблемы управления (2019) №5, стр. 29-36
3. Табалин Д.Д., О терминальной задаче с прогнозированием невязок краевых условий// Хроника доклада на семинаре по проблемам нелинейной динамики и управления при Московском Государственном Университете им. М.В. Ломоносова. Журнал Дифференциальные Уравнения, т.56, №8, 2020. стр. 1138-1139.

АКТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ БОЛЬШОЙ КОСМИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Глумов В.М.¹, Ермилов А.С.², Полянина В.В.³, Фурсов А.С.⁴

1) ИПУ имени В.А.Трапезникова РАН, e-mail: vglum@ipu.ru

2) ИПУ имени В.А.Трапезникова РАН, e-mail: 44eas@mail.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ,
e-mail: polyaninav@bk.ru

4) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ,
e-mail: fursov@cs.msu.ru

Большие космические конструкции, содержащие упругие элементы, относятся к классу деформируемых космических аппаратов (ДКА). Одним из основных режимов работы ДКА является управление угловой ориентацией и прецизионная стабилизация как самого ДКА, так и его упругих частей, влияние колебаний которых негативно сказывается на точности, качестве и длительности процессов ориентации и стабилизации углового положения ДКА. В процессе управления угловой ориентацией без активной компенсации упругих колебаний их затухание до 3-5% от начального значения максимальной амплитуды происходит за 5000-7000 секунд.

Рассматривается математическая модель углового движения ДКА, особенностью которой является доказанная возможность представления угла ориентации в виде аддитивной суммы угла поворота ДКА как жесткого тела и координат тонов упругих колебаний со своими коэффициентами, деленными на момент инерции ДКА [1]. Анализ модели показывает, что при использовании измерения угла для формирования закона управления ориентацией коэффициенты усиления при тонах в несколько сот раз меньше чем основной коэффициент усиления, что и приводит к медленному затуханию упругих колебаний. Кроме того, так как точная информация о координатах тонов и их параметрах большой космической конструкции отсутствует, то был разработан на основе нелинейного расширенного фильтра Калмана алгоритм оценивания координат тонов и идентификации их параметров только по измерениям угла поворота конструкции. Предлагаемый подход позволяет оценивать координаты тонов в течение 15-20 секунд с точностью до 2-3% от начальных значений максимальных амплитуд [2].

Формируя в законе управления ориентацией аддитивную сумму получаемых в реальном времени оценок угла поворота ДКА как жесткого тела и координат тонов упругих колебаний с собственными коэффициентами предлагается алгоритм управления угловой ориентацией с активной ускоренной компенсацией упругих колебаний ДКА. С целью исследования синтезированного алгоритма управления было проведено математическое моделирование, которое подтвердило эффективность предлагаемого алгоритма с активной компенсацией упругих колебаний.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (Грант № 20-08-00073)

Литература

1. Ермилов А.С., Ермилова Т.В. Математическая модель углового движения больших космических конструкций с гироскопическим приводом для активной компенсации упругих колебаний // ДАН. – 2011. – Т. 436. – № 6. – С. 743 – 746.
2. Ермилов А.С., Ермилова Т.В. Оценивание ненаблюдаемых координат упругих колебаний больших космических конструкций с гиросиловым приводом // Автоматика и телемеханика. 2013. № 9. С. 143-156.

ОБОБЩЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Роговский А.И.¹, Атамась Е.И.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ,
e-mail: alexander.rogovskiy@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ,
e-mail: eatamas@cs.msu.ru

Рассматривается линейная динамическая система управления с соизмеримыми запаздываниями, записанная в алгебраической форме:

$$\dot{x} = Ax(d) + Bu(d), y = Cx(d),$$

где $x \in R^n, u \in R^l, y \in R^l$, -- фазовый вектор системы, ее вход и выход соответственно, A, B, C -- полиномиальные матрицы подходящих размеров, d обозначает оператор запаздывания.

При решении многих задач управления для таких систем используется понятие относительного порядка [1,2]:

Определение 1. Вектор $r \in N^l$ называется вектором относительного порядка системы, если выполнены следующие условия:

- $C_i A^{r_i-1} B \neq 0$, и, если $r_i > 1$, то $C_i A^{j-1} B = 0, j = 1, 2, \dots, l$;
- определитель матрицы $H = \begin{pmatrix} C_1 A^{r_1-1} B \\ \dots \\ C_l A^{r_l-1} B \end{pmatrix}$ есть ненулевой полином.

Если условия относительного порядка совместны, систему можно преобразовать к форме с выделением нулевой динамики. Заметим, однако, что эти условия являются ограничительными и не всегда выполняются.

Для линейных систем без запаздывания известны обобщения относительного порядка к более слабым требованиям [3]. Мы распространим эти понятия на случай систем с запаздыванием

Определение 2. Вектор $r \in N^l$ называется вектором неполного относительного порядка системы (НОП), если выполнено первое требование определения 1.

Определение 3. Вектор $r \in N^l$ называется вектором главного неполного относительного порядка, если r -- вектор НОП, и для любых индексов i_1, \dots, i_k , таких что $r_{i_1} = \dots = r_{i_k}$, определитель Грама строк $C_{i_1} A^{r_{i_1}-1} B, \dots, C_{i_k} A^{r_{i_k}-1} B$ есть ненулевой полином.

В настоящей работе показано, как указанные обобщения можно применить для приведения системы к форме с ОП с помощью замены выходов.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МК-4905.2021.1.1 и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-07-0029).

Литература

1. Ильин А. В., Атамась Е. И., Фомичев В. В. О приведении систем с запаздыванием к форме с выделением нулевой динамики // Доклады Академии наук (2018) **480**, № 1. с.11–15.
2. Isidori A. Nonlinear Control Systems // London : Springer-Verlag – 3rd edition – 1995.
3. Краев А. В., Роговский А. И., Фомичёв В. В. К обобщению относительного порядка // Дифференциальные уравнения (2014) **50**, № 8. с. 1128–1132.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ ОГРАНИЧЕННОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНОЙ ГЛАДКОСТЬЮ

Атамась Е.И.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ,
e-mail: eatamas@cs.msu.ru

При решении задачи обращения динамических систем с запаздыванием может возникать следующая вспомогательная подзадача ([1]). Необходимо, обладая информацией о сигнале $\xi(t)$ на отрезке $[t_0, t]$, восстановить ограниченное решение неустойчивого дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t) = ax(t) + \xi(t), a > 0$$

в текущий момент времени t . Это позволяет, в частности, решать задачу обращения для систем, не обладающих чистым относительным порядком ([3]). Ранее в [2] было показано, что без привлечения дополнительной информации такая задача неразрешима. Поскольку при решении задачи обращения естественно рассматриваются ограничения на сигналы $\xi(t)$ вида «существует k производных, ограниченных известными константами», интересно было изучить разрешимость задачи восстановления сигнала при таких условиях.

Ранее был рассмотрен случай $k = 1$ и были установлены достаточные условия неразрешимости задачи восстановления. В данном докладе рассматривается случай произвольного конечного k . Оказывается, что и в этом случае возможно получение достаточных условий неразрешимости задачи, хотя и достаточно громоздких. В докладе излагается теорема о неразрешимости, приводится схема её доказательства и обсуждаются полученные условия на параметры задачи.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МК-4905.2021.1.1.

Литература

1. Атамась Е.И. О восстановлении ограниченного решения линейного функционального уравнения // Дифференциальные уравнения. — 2017. — Т. 53, № 11. — С. 1543–1545.
2. Ильин А.В., Атамась Е.И., Фомичев В.В. О задаче поиска ограниченного решения неустойчивого дифференциального уравнения // Дифференциальные уравнения. — 2017. — Т. 53, № 1. — С. 111–116.
3. Ильин А.В., Атамась Е.И., Фомичев В.В. Обращение векторных систем с неустойчивой нулевой динамикой // Доклады Академии наук. — 2017. — Т. 473, № 4. — С. 407–410.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРОМ К ВПОЛНЕ НЕПРЕРЫВНЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

Арутюнов А.В.¹, Жуковский С.Е.²

1) ИПУ РАН; ВМК МГУ, кафедра системного анализа, e-mail: arutyunov@cs.msu.ru

2) ИПУ РАН, e-mail: s-e-zhuk@yandex.ru

Пусть X, Y – банаховы пространства, Σ – топологическое пространство, $f: X \times \Sigma \rightarrow Y$ – заданное отображение, $x_0 \in X$, $\sigma_0 \in \Sigma$ – заданные точки, $f(x_0, \sigma_0) = 0$. Известно (см., например, [1, 2]), что если отображение f достаточно гладко и оператор $f_x(x_0, \sigma_0)$ сюръективен, то существует в окрестности точки (x_0, σ_0) непрерывная неявная функция, т.е. непрерывное отображение g , определенное в некоторой окрестности точки σ_0 такое, что $g(\sigma_0) = x_0$ и $f(g(\sigma), \sigma) \equiv 0$. Таким образом, теорема о неявной функции гарантирует разрешимость уравнения

$$f(x, \sigma) = 0 \quad (1)$$

при σ близких к σ_0 .

В докладе обсуждается вопрос об устойчивости разрешимости уравнения (1) к малым возмущениям в предположениях теоремы о неявной функции. Рассматривается уравнение

$$f(x, \sigma) + \varphi(x) = 0, \quad (2)$$

в котором возмущение $\varphi: X \rightarrow Y$ является вполне непрерывным отображением. Для этого уравнения приводятся условия разрешимости при σ близких к σ_0 и возмущениях φ близких к нулю в смысле метрики равномерной сходимости.

Исследование первого автора поддержано Российским научным фондом (проект № 20-11-20131). Исследование второго автора поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-01-00080).

Литература

1. Bartle R.G., Graves L.M. Mappings between function spaces //Trans. Amer. Math. Soc. (1952) 72, p.400–413.
2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление //М.: Наука – 1979.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ДИНАМИКИ ДОМАШНИХ ХОЗЯЙСТВ НА ОСНОВЕ КОНЦЕПЦИИ ИГР СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Трусов Н.В.¹, Шананин А.А.²

1) МГУ, ф-т ВМК, кафедра СА; МФТИ, ФУПМ, кафедра АСУР; ФИЦ ИУ РАН,
e-mail: trunick.10.96@gmail.com

2) МГУ, ф-т ВМК, кафедра СА; МФТИ, ФУПМ, кафедра АСУР; ФИЦ ИУ РАН; РУДН,
e-mail: alexshan@yandex.ru

Пандемия COVID-19 обострила проблему устойчивости рынка потребительского кредита в России, который в условиях низких реальных доходов основной части населения подерживал платежеспособный спрос домашних хозяйств. В докладе экономическое поведение домашних хозяйств описывается с помощью стохастической задачи оптимального управления рамсеевского типа. На основе концепции игр среднего поля построена модель, формализованная в виде системы уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана и Колмогорова-Фоккера-Планка [1]. Построение синтеза оптимального управления репрезентативного домашнего хозяйства позволило описать изменения экономического поведения при изменении конъюнктуры [2-3].

Эффективные стратегии по сдерживанию объёма проблемных потребительских кредитов связаны со снижением ключевой ставки ЦБ РФ и мерами по поддержке предприятий в трудоемких отраслях экономики РФ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 20-07-00285).

Литература

1. A.A.Shananin, N.V.Trusov. The household behaviour modelling based on Mean Field Games approach // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, V.42, №7, P.1738-1752.
2. A.A.Shananin, M.V.Tarasenko, and N.V.Trusov. Consumer Loan Demand Modeling // Mathematical Optimization Theory and Operations Research: Recent Trends, 2021, CCIS, V.1476, pp. 417-428.
3. М.В.Тарасенко, Н.В.Трусов, А.А.Шананин. Математическое моделирование экономического положения домашних хозяйств в России // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2021, Т.61, №6. С.1034-1056.

О ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ С НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЯМИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ

Маянцев К.С.¹, Точилин П.А.²

1) *Broadcom Inc.*, e-mail: kirill.mayantsev@yandex.ru

2) *Кафедра системного анализа ВМК МГУ*, e-mail: tochilin@cs.msu.ru

В работе рассматривается задача целевого управления для кусочно-линейной системы с переключениями:

$$\begin{cases} \dot{x} = A^{(i)}(t)x + B^{(i)}(t)u + C^{(i)}(t)v + d^{(i)}(t), t \in [t_0, t_1], i = 1, \dots, N, \\ x(t_0) \in X_0, x(t) \in R^{n_x}, u(t) \in R^{n_u}, v(t) \in R^{n_v}, \\ y(t) = G(t)x(t) + w(t). \end{cases} \quad (1)$$

Фазовая плоскость разделена на области, в каждой из которых активной является одна из систем дифференциальных уравнений (1). Переключения между подсистемами происходят мгновенно при переходе траектории системы из одной области в другую. Таким образом, совокупная система обладает сложной, нелинейной динамикой.

Необходимо перевести траекторию системы из начального множества в малую окрестность целевого множества на заданном отрезке времени. Начальное положение системы считается неизвестным, а в уравнениях динамики имеются погрешности. Единственная доступная информация о текущем состоянии системы $y(t)$ поступает из уравнений наблюдения. При этом наблюдения являются неполными и неточными.

Из задачи позиционного управления по результатам наблюдений можно выделить несколько ключевых подзадач: 1) построение множеств разрешимости (попятных множеств достижимости) или их внутренних оценок; 2) построение информационных множеств; 3) синтез управлений за счёт применения модификации метода экстремального прицеливания. Особенностью данной работы является то, что для решения указанных подзадач используется специальный класс непрерывных кусочно-квадратичных функций цены, ранее применённых авторами для решения задач достижимости, разрешимости и синтеза управлений на основании полной информации о состоянии системы.

Предложен алгоритм построения позиционного управления, минимизирующего (в определённой метрике) отклонение внешней оценки информационного множества от внутренней оценки множества разрешимости, и решающего задачу о переводе траектории системы в малую окрестность целевого множества за заданное время. Рассмотрен модельный пример.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект 19-01-00613 а).

Литература

1. Kurzhanski A.B., Varaiya P. Optimization of output feedback control under set-membership uncertainty // *J. Optim. Theory Appl* (2011) 151, №1, p. 11–32.
2. Точилин П.А. О построении невыпуклых аппроксимаций множеств достижимости кусочно-линейных систем // *Дифференц. Уравнения* (2015) 51, №11, с.1503–1515.
3. Куржанский А.Б., Точилин П.А. К задаче синтеза управлений при неопределённости по данным финитных наблюдателей // *Дифференц. Уравнения* (2011) 47, №11, с.1599–1607.
4. Маянцев К.С., Точилин П.А. Об одном методе построения кусочно-квадратичных функций цены для задачи управления системой с переключениями // *Дифференц. Уравнения* (2018) 54, №11, с.1497–1507.

ПРИМЕНЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЕНИЙ К ЗАДАЧЕ УСПОКОЕНИЯ ДВОЙНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Абрамова В.В.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра системного анализа,
e-mail: rivasha@yandex.ru*

Данная работа посвящена применению методов оптимального управления к задаче успокоения колебаний двойного маятника с помощью импульсных воздействий. Спецификой постановки являлось ограничение на управление: можно было воздействовать лишь на один из грузов маятника. Было показано, что задача разрешима в независимости от того, к которому из грузов прикладывается сила. В качестве минимизируемого функционала была рассмотрена вариация управления, которое выбиралось из класса кусочно-постоянных функций. В такой постановке возможно применить аналог Принципа максимума [1], что и было предпринято.

В ходе исследования была проведена линеаризация исходной нелинейной системы, описывающей незатухающие колебания, так как корректное применение формализма импульсных управлений для динамических систем предполагает работу с линейной системой ОДУ вида:

$$dx(t) = A(t)x(t)dt + B(t)dU(t), U \in BV[t_0, t_1 + 0] \quad (1)$$

Основная часть работы посвящена исследованию системы дифференциальных уравнений, такого типа.

Для полученной линейной системы удалось в явном виде отыскать функцию Ляпунова, которая интерпретировалась в работе как псевдоэнергия системы и использовалась для верификации полученных результатов. Для решения задачи был использован подход, предложенный в [1], который подразумевал построение сопряженной системы и выбор для нее специального начального условия, являющегося решением задачи оптимизации, обусловленной параметрами физической системы, из которой можно было найти оптимальное управление в явном виде. Важно отметить, что данный класс задач отличается отсутствием непрерывной зависимости качественных свойств решения от параметров задачи, что можно было увидеть на примерах, успешно вычисленных с помощью программной реализации рассмотренного метода. С вычислительной точки зрения, одномерность управления упростила построение эффективной программной реализации, так как можно было простым способом искать и оценивать решение упомянутой подзадачи оптимизации. Было показано, что успокоить систему можно не более чем за 4 импульсных воздействия. Рассмотренные примеры помогли проверить корректность предложенного решения.

Литература

1. Kurzhanski A.B., Daryin A. N. Dynamic Programming for Impulse Feedback and Fast Controls. The Linear Systems Case //Springer – 2020.
2. Kurzhanski A.B., Varaiya P. Dynamics and Control of Trajectory Tubes. Theory and Computation //Birkhauser Basel – 2014.
3. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний //М.: Наука – 1972.

ГАРАНТИРОВАННЫЙ ДЕТЕРМИНИСТСКИЙ ПОДХОД К МАРЖИРОВАНИЮ НА СРОЧНОМ РЫНКЕ: КОМПЛЕКС ПРОГРАММ

Смирнов С.Н.¹, Сливинский В.А.², Кузнецов В.А.³

- 1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра системного анализа,
e-mail: s.n.smirnov@gmail.com
- 2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра системного анализа,
e-mail: v.a.slivinski@gmail.com
- 3) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра системного анализа,
e-mail: v.a.kuznetsov1@yandex.ru

В функционировании современного финансового рынка важную роль играет центральный контрагент (ЦК), который берет на себя кредитный риск между сторонами сделки. С целью риск-менеджмента ЦК должен рассчитывать адекватные требования к депозитной марже членов биржи — уровню средств, который необходимо поддерживать на клиринговом счете для обеспечения обязательств по портфелю участника торгов. Требования по депозитной марже могут изменяться в процессе торгов. Если участник торгов не удовлетворяет требованиям по депозитной марже, то ЦК производит урегулирование ситуации с дефицитом маржи — дефолт-менеджмент. Уровень требований к депозитной марже должен учитывать специфику процедуры

Авторами [1] был предложен новый подход к организации торгов срочными инструментами (биржевыми фьючерсами и опционами) на основе правил клиринга с оригинальной процедурой урегулирования ситуации с дефицитом маржи и системой портфельного маржирования. В работе [2] предложена математическая модель для задачи маржирования на основе гарантированного детерминистского подхода.

Настоящий доклад посвящен апробации комплекса программ, созданного для решения задачи маржирования. Получена удобная для вычислений форма уравнений Беллмана–Айзекса, позволяющая эффективно решать трудоемкую вычислительную задачу решения возникающих уравнений. На модельных примерах проведены численные эксперименты, в том числе с использованием имитационного моделирования, иллюстрирующие эффективность подхода и подтверждающие целесообразность его применения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-01-00613 а).

Литература

1. Смирнов С.Н., Захаров А.В., Полиматиди И.В., Балабушкин А.Н. Способ электронной биржевой торговли производными финансовыми инструментами, способы определения уровня депозитной маржи, способы урегулирования ситуации с дефицитом маржи — Патент №2226714 — 2004.
2. Смирнов С.Н., Полиматиди И.В. Гарантированный детерминистский подход к маржированию на срочном рынке // Экономика и математические методы (2021) 57, №2, с.96–105.

Секция: «Асимптотические методы и дифференциальные уравнения с малым параметром»

ДВИЖЕНИЕ ФРОНТА В ЗАДАЧЕ СО СЛАБОЙ ЛИНЕЙНОЙ АДВЕКЦИЕЙ

Нефедов Н.Н.¹, Никулин Е.И.², Орлов А.О.³

1) МГУ, физический факультет, кафедра математики, email: nefedov@phys.msu.ru

2) МГУ, физический факультет, кафедра математики, email: nikulin@physics.msu.ru

3) МГУ, физический факультет, кафедра математики, email: orlov.andrey@physics.msu.ru

Исследована сингулярно возмущенная начально-краевая задача для параболического уравнения реакция-диффузия адвекция со слабой линейной адвекцией:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon A(x, \varepsilon) \frac{\partial u}{\partial x} &= f(u, x, \varepsilon), x \in (-1, 1), t \in (0, T]; \\ \frac{\partial u}{\partial x}(-1, t, \varepsilon) &= 0, \frac{\partial u}{\partial x}(1, t, \varepsilon) = 0, t \in [0, T]; \\ u(x, 0, \varepsilon) &= u_{init}(x, \varepsilon), x \in [-1; 1]. \end{aligned}$$

Отдельно рассмотрен случай кубической нелинейности в правой части уравнения, а также случай, когда функция источников имеет следующий вид:

$$f(u, x, \varepsilon) = \begin{cases} f^{(+)}(u, x, \varepsilon), u > 0; \\ f^{(-)}(u, x, \varepsilon), u \leq 0; \end{cases}$$

Для каждой ситуации построено асимптотическое разложение решения вида движущегося фронта, указан алгоритм нахождения точки перехода и доказана теорема существования и единственности такого решения. Для обоснования асимптотики использован асимптотический метод дифференциальных неравенств, базирующийся на известных теоремах сравнения.

Работа поддержана грантом РФФИ 18-11-00042.

Литература

1. Божевольнов Ю. В., Нефёдов Н. Н. Движение фронта в параболической задаче реакция-диффузия, // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. (2010) **50**, №2, с. 276–285.
2. Нефедов Н. Н., Никулин Е. И., Орлов А. О. О периодическом внутреннем слое в задаче реакция-диффузия с источником модульно-кубичного типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., (2020) **60**, № 9. с. 1513–1532.
3. Нефедов Н. Н., Никулин Е. И. Существование и асимптотическая устойчивость периодического решения с внутренним переходным слоем в задаче со слабой линейной адвекцией // Моделирование и анализ информационных систем. (2018) **25**, № 1. с. 125–132.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫМ УСЛОВИЕМ НЕЙМАНА

Нефедов Н.Н.¹, Никитин А.Г.²

1) МГУ, физический факультет, кафедра математики, e-mail: nefedov@phys.msu.ru

2) МГУ, физический факультет, кафедра математики, e-mail: singul@phys.msu.ru

В докладе рассматривается краевая задача для сингулярно возмущенного обыкновенного интегродифференциального уравнения с сингулярно возмущенным краевым условием Неймана ($\varepsilon > 0$ – малый параметр)

$$\varepsilon^2 u'' = \int_0^1 g(u(x), u(s), x, s, \varepsilon) ds, \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$\varepsilon u'(0, \varepsilon) = a, u'(1, \varepsilon) = b, \quad (2)$$

Задача Неймана с невозмущенным левым краевым условием $u'(0, \varepsilon) = a$, то есть, когда заданный поток через границу не асимптотически велик, была рассмотрена нами работе [1]. Интегропараболическая задача с сингулярно возмущенным краевым условием Неймана, не содержащая интегральный член в нелинейности, рассмотрена в работе [2]. Асимптотика решения задачи строится с помощью метода пограничных функций А.Б. Васильевой с существенными изменениями, обусловленными наличием интегрального члена в уравнении (1). Для доказательства существования решения задачи (1), (2) использована модификация асимптотического метода дифференциальных неравенств, подробно описанная в работе [1]. Основной идеей метода является конструктивное построение верхнего и нижнего решения для задачи (1), (2) на базе формальной асимптотики. Наличие малого параметра в условии Неймана приводит к существенному изменению асимптотики решения в левом пограничном слое, а также в обосновании решения. Изученная задача интересна с точки зрения приложений (см., например, работу [3]).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект № 19-01-00327.

Литература

1. Нефедов Н.Н., Никитин А.Г. Асимптотический метод дифференциальных неравенств для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения, 2000, т.36, № 10, с. 1398-1404
2. Нефедов Н.Н., Никулин Е.И. Существование и устойчивость периодических решений с пограничным слоем в двумерной задаче реакция-диффузия в случае сингулярно возмущенных граничных условия второго рода // Вестник МГУ, серия 3, Физика. Астрономия, 2020, №2, с 15-20.
3. Raquezas J., Dockery J. Dynamics of a reaction-diffusion equation with nonlocal inhibition // Physica D. 1999. V. 134. P. 94–110.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОНТРАСТНЫХ СТРУКТУР ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ГАЛАКТИКАХ И ИХ ЭВОЛЮЦИЯ: АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Михайлов Е.А., Хасаева Т.Т.

Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, e-mail: ea.mikhajlov@physics.msu.ru

В настоящей работе рассматривается задача об эволюции галактического магнитного поля с инверсиями [1]. Она сводится к системе из двух нелинейных уравнений, которые обладают двумя устойчивыми стационарными решениями:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{\alpha_0}{h} \frac{r_0}{r} B_\varphi \left(1 - \frac{B_r^2 + B_\varphi^2}{B_0^2} \right) + \Omega \frac{\partial B_r}{\partial \varphi} - \eta \frac{\pi^2 B_r}{4h^2} + \eta \left(\Delta B_r - \frac{B_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi} \right);$$

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = r \frac{d\Omega}{dr} B_r + \Omega \frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi} - \eta \frac{\pi^2 B_\varphi}{4h^2} + \eta \left(\Delta B_\varphi - \frac{B_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \varphi} \right);$$

где B_r и B_φ - компоненты поля, B_0 - поле равномерного распределения, Ω - угловая скорость вращения, h - полутолщина диска, α_0 - коэффициент альфа-эффекта, η - коэффициент вязкости - малый параметр. На границе мы предполагали нулевые значения поля.

С помощью методов асимптотической теории контрастных структур [2] можно показать, что при определенных начальных условиях возможно возникновение контрастных структур. Одной из основных особенностей данной задачи является то, что устойчивыми оказываются лишь осесимметричные контрастные структуры. Данный результат подтвержден как с помощью асимптотических методов, так и численно. Для численного решения применялись параллельные вычисления на видеокартах. Результаты моделирования магнитного поля показаны на рис.1.

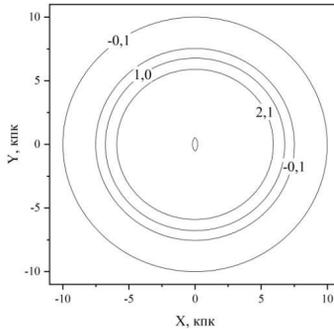


Рисунок 1. Результат эволюции магнитного поля (мкГс)

Литература

1. Mikhailov E., Khasaeva T. Evolution of the magnetic field reversals in galaxies // *BlgAJ* 31, No.2, p.39 – 50.
2. Божевольнов Ю.В., Нефедов Н.Н. Движение фронта в параболической задаче реакция — диффузия // *ЖВМиМФ* 50, №2, с.264 – 273.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РАСХОДЯЩИХСЯ РЕШЕНИЙ

Жукова Г.С.

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, факультет информационных технологий и анализа больших данных, Департамент анализа данных и машинного обучения, e-mail: gszhukova@fa.ru

Многие практические задачи содержат одну или несколько физических констант, комбинация которых будет малым параметром в рассматриваемых условиях. Крайне редко можно найти точные решения таких задач. Одними из широко используемых приближенных методов построения приближенных решений дифференциальных уравнений и систем являются асимптотические методы [1, 2].

Рассмотрим систему сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений

$$\varepsilon^h B(t, \varepsilon) \dot{x} = A(t, \varepsilon)x, \quad (1)$$

где $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$; $h \in N$; $A(t, \varepsilon)$, $B(t, \varepsilon)$ допускают асимптотические разложения

$$A(t, \varepsilon) \sim \sum_{s \geq 0} \varepsilon^s A_s(t), \quad B(t, \varepsilon) \sim \sum_{s \geq 0} \varepsilon^s B_s(t), \quad \varepsilon \rightarrow +0, \quad (2)$$

$A_s(t)$, $B_s(t)$ матрицы $n \times n$, дифференцируемые достаточное число раз.

Асимптотика решений по параметру ε некоторых частных случаев системы (1) рассматривалась многими авторами. В случае, когда $A_0(t)$ имеет тождественно кратное собственное значение, фундаментальная система решений задачи (1) состоит из n функций, допускающих асимптотические представления вида

$$x_i(t, \varepsilon) \sim V_i(t, \varepsilon) \cdot \exp(\varepsilon^{-h} \lambda_i(t, \varepsilon)), \quad (3)$$

где $V_i(t, \varepsilon)$ и $\lambda_i(t, \varepsilon)$ разлагаются в ряд по некоторым дробным степеням $\{\varepsilon^s\}$ параметра ε , причем различным, в общем случае, для разных решений i :

$$V_i(t, \varepsilon) \sim \sum_{s \geq 0} \varepsilon^{p_s} V_{is}(t), \quad \lambda_i(t, \varepsilon) \sim \sum_{s \geq 0} \varepsilon^{p_s} \lambda_{is}(t), \quad V_{i0}(t) \neq 0, \lambda_{i0}(t) \neq 0. \quad (4)$$

При любого натурального h и $\det B_0(t) \neq 0$ автором обоснован метод [3], позволяющий определить последовательности $\{p_s\}$ и построить асимптотические решения (3) – (4). При этом задача была сведена к исследованию ветвления собственных значений некоторого операторного пучка с предельной матрицей $A_0(t) - \lambda B_0(t)$.

Отметим, что ряды (4) являются в общем случае расходящимися. Поэтому представляют большой интерес вопросы практического применения асимптотических решений. В работе на ряде примеров изучены вычислительных возможностей сходящихся и расходящихся асимптотических рядов, описывающих одни функции. Показано, что асимптотические ряды не менее удобны для выявления свойств соответствующих функций и численных расчётов их значений. Во многих случаях они даже предпочтительнее сходящихся рядов с вычислительной точки зрения.

Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений //М.: Высшая школа – 1990. – 208 с.
2. Ильин А.М., Данилин А.Р. Асимптотические методы в анализе //М.: Физматлит –2018. – 248 с.
3. Жукова Г.С. Асимптотической анализ сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений и систем //М.: ВИПО – 2020. – 352 с.

УСТОЙЧИВЫЕ И НЕУСТОЙЧИВЫЕ ДВУМЕРНЫЕ КОНТРАСТНЫЕ СТРУКТУРЫ

Быков А.А.¹

*МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра математики,
e-mail: abykovmsu@gmail.com*

Мы рассматриваем решения начально-краевой задачи для уравнения реакции-адвекции-диффузии (РАД) с малым параметром в неоднородной среде:

$$\begin{cases} \varepsilon u_t + \varepsilon V_x u_x + \varepsilon V_y u_y = \varepsilon^2 k u_{xx} + \varepsilon^2 k u_{yy} - f(u, x, y), & (x, y, t) \in \Pi, \\ u(s, t) = \psi_0(s, t), \quad u(x, y, 0) = \varphi_0(x, y), \end{cases} \quad (1)$$

где (s) есть параметризация границы области D , $u \in C_2(\Pi) \cap C_1(\bar{\Pi})$, $\Pi = D \times (0, T)$, D есть связная односвязная область на плоскости (x, y) с кусочно-гладкой границей Γ . Предполагается, что функция плотности источников (ФПИ) $f(u, x, y)$ есть гладкая функция, уравнение $f(u, x, y) = 0$ имеет три упорядоченных корня: $\varphi_1(x, y) < \varphi_2(x, y) < \varphi_3(x, y)$ в области D . В частности, рассматриваемая функция может иметь вид $f(u, x, y) = f_0 \cdot f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$, причем $f_2(u, x, y)$ имеет единственный простой корень $\varphi_2(x, y)$ с положительной производной, функции $f_{1,3}(u, x, y)$ могут иметь также кратные корни соответственно $\varphi_{1,3}(x, y)$, $f_0(u, x)$ есть гладкая функция, не обращающаяся в нуль. В каждой из трех указанных точек ФПИ меняет знак.

Пусть в связной односвязной подобласти D_+ области D величина баланса [1] $J(x, y) = \int_{\varphi_1(x, y)}^{\varphi_3(x, y)} f(u, x, y) du$ положительна, величина баланса отрицательна в D_- (это дополнение D_+ до D). На границе L областей D_+ и D_- ФПИ равна нулю. Предполагаем, что параметры среды, начальные и граничные условия допускают существование решения типа контрастной структуры (КС) [1]. При нулевой скорости адвекции $V = (V_x, V_y)$ устойчивая КС с пятном КС положительной полярности располагается так, что внутренний переходный слой (ВПС) расположен на L .

Пусть теперь скорость адвекции V есть заданная гладкая векторная функция в области D . Тогда равновесное положение ВПС будет смещено относительно кривой L на величину, которая определяется как величиной скорости адвекции, так и углом между вектором скорости и нормалью к L в данной точке. Мы в данной работе

- (1) Находим кривую $L_1(V)$, на которой расположен ВПС при условии достаточной малости скорости адвекции V , формулируем условие достаточной малости. Кривая $L_1(V)$ представляется асимптотическим рядом по степеням ε , получено явное выражения для главного слагаемого.
- (2) Обосновываем методом дифференциальных неравенств [1] устойчивость КС с расположенным на L_1 ВПС.
- (3) Формулируем достаточные условия разрушения КС при превышении поля скоростей адвекции некоторой определенной предельно допустимой величины, которая определяется величиной баланса в окрестности L , углом между L и направлением скорости, а при некоторых условиях также и кривизной L .
- (4) Формулируем численный алгоритм расчета нестационарной КС в двумерной неоднородной среде с адвекцией, позволяющий рассчитывать как стационарные КС, так и нестационарные (перемещающиеся) КС.

Литература

1. Божевольнов Ю.В., Нефедов Н.Н. Движение фронта в параболической задаче реакция-диффузия // ЖВМиМФ (2010) **50**, №2, с.276-285.

О РЕШЕНИИ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ ЭЛАСТОГРАФИИ МЕТОДОМ МАЛОГО ПАРАМЕТРА

Леонов А.С.¹, Нефедов Н.Н.^{2а}, Шаров А.Н.^{2б}, Ягола А.Г.^{2с}

1) *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», кафедра высшей математики, e-mail: asleonov@mephi.ru*

2) *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, e-mail: ^а nefedov@phys.msu.ru, ^б scharov.aleksandr@physics.msu.ru, ^с yagola@physics.msu.ru*

Эластография – это инновационный метод в онкологии, основанный на различиях упругих свойств здоровой и опухолевой ткани. Измеряя смещения биологических тканей при их поверхностном сжатии и находя по смещениям распределение упругих характеристик (например, модуля Юнга) в исследуемой области, можно сделать вывод о наличии там опухолей. Для такой диагностики в реальном времени требуется разработка адекватной математической модели и «быстрого» метода решения обратной задачи: по смещениям найти модули упругости.

В докладе рассматривается модель сечений изучаемой ткани в приближении плоского деформированного состояния линейно-упругого изотропного тела в области $\Omega = (-\infty, \infty) \times [0, h] \in R_{xy}^2$. На границе $y = 0$ действует поверхностная сила с плотностью F_0 , направленная вертикально вверх, а граница $y = h$ жестко закреплена. Упругие свойства ткани характеризуется модулем Юнга $E(x, y)$ и постоянным коэффициентом Пуассона $\nu = 0.495$. Связь между горизонтальными и вертикальными смещениями ткани $u(x, y), w(x, y)$ и ее модулями упругости определяется известной краевой задачей для системы уравнений в частных производных (см., например, [1]). Прямая задача квазистатической эластографии состоит в нахождении из краевой задачи смещений ткани по заданным модулям упругости. Обратная задача заключается в нахождении распределения модуля Юнга $E(x, y)$ по известным вертикальным смещениям ткани.

Решение обратной задачи на персональном компьютере занимает в зависимости от используемых сеток от десятков минут до часов. В докладе предлагается методика, позволяющая решать подобную задачу за миллисекунды на тех же сетках. Методика основана на том, что в рассматриваемой прямой краевой задаче имеется малый параметр $\varepsilon = 0.5 - \nu \approx 0.005$, так что ее можно решить аналитически (при определенных предположениях) в рамках теории регулярных возмущений. Тогда связь вертикальных смещений и распределения модуля Юнга имеет вид $w = F_0(1 + 2\varepsilon)^{-1} \int_h^y E^{-1}(x, \eta) d\eta$. Это выражение использовано для приближенного решения прямой и обратной задачи. В работе приведено сравнение решения прямой задачи с помощью классических методов и метода малого параметра, а также решение модельной обратной задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 18-11-00042).

Литература

1. Leonov A.S, Sharov A.N, Yagola A.G. A posteriori error estimates for numerical solutions to inverse problems of elastography. // Inv. Probl. Sci. Eng. (2017) V.25.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ОДНОГО СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО- ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Заборский А.В.¹, Нестеров А.В.²

1) ООО "Радико", e-mail: alexander.zaborskiy@mail.ru

2) РЭУ имени Г.В.Плеханова, ИМИиЦЭ, кафедра информатики,
e-mail: andrenerov@yandex.ru

Строится асимптотическое разложение (AP) по малому параметру решения задачи Коши для сингулярно возмущенного дифференциально-операторного уравнения

$$\varepsilon^2(U_t + \sum_{i=1}^N D_i(p) U_{x_i}) = L_p U + \varepsilon F(U, p), \|\bar{x}\| < \infty, t > 0 \quad (1)$$

$$U(\bar{x}, 0, p) = H\omega\left(\frac{\bar{x}}{\varepsilon}, p\right) \quad (2)$$

Здесь $U(x, t, p)$ - решение, L_p - линейный оператор, действующий по переменной p , функция $\omega(x, p)$ быстро убывает по первому аргументу вместе со своими частными производными, $0 < \varepsilon \ll 1$ - малый положительный параметр. Особенность задачи состоит в наличии у оператора L_p однократного нулевого собственного значения. На оператор L_p и на функции D, F накладывается ряд условий.

Асимптотика решения строится методом пограничных функций [2] и имеет вид

$$U(\bar{x}, t, p) = \sum_{i=0}^N \varepsilon^i (s_i(\bar{\zeta}, t, p) + \Pi_i(\bar{\xi}, \tau, p)) + R_N = U_N + R_N, \quad (3)$$

$$\bar{\zeta}_i = (x_i - V_i t)/\varepsilon, \bar{\xi}_i = x_i/\varepsilon, \tau = t/\varepsilon^2, V_i = (D_i h_0, h_0^*)/(h_0, h_0^*). \quad (4)$$

Здесь h_0 и h_0^* - собственные векторы оператора L_p и сопряженного к нему, отвечающие нулевому собственному значению. Для всех членов асимптотики выписаны уравнения и получены начальные условия. Главный член асимптотики имеет вид $s_0 = \varphi_0(\bar{\zeta}, t) h_0$, где φ_0 есть решение уравнения

$$\varphi_{0,t} + \sum_{i,j=1}^N M_{i,j} \varphi_{0,\zeta_i \zeta_j} + \sum_{i=1}^N (F_{eff,i}(\varphi_0))_{\zeta_i} = 0. \quad (5)$$

Константы $M_{i,j}$ и функции $F_{eff,i}(z)$ выражаются через данные исходной задачи. В частности, при квадратичной по первому аргументу функции $F(U, p)$ уравнение (5) является обобщением уравнения Бюргерса на многомерный случай.

Литература

1. Заборский А.В., Нестеров А.В. Асимптотическое разложение решения задачи Коши для сингулярно возмущенного дифференциально-операторного нелинейного уравнения. Вестник МИФИ. 2015, т.4, №4.
2. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Сингулярно возмущенные уравнения в критическом случае. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978.

О ВНУТРЕННЕМ СЛОЕ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ С ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ МОДУЛЬНО-КУБИЧЕСКОГО ТИПА

Полежаева Е.В., Кузнецова Д.И.

МГУ, физический факультет, кафедра математики, e-mail: pel789@yandex.ru
МГУ, физический факультет, кафедра математики, e-mail: dora13ku@gmail.com

В настоящей работе рассматривается вопрос о существовании стационарного решения для следующей сингулярно возмущенной краевой задачи:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} &= f(u, x), \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, T), \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0, t, \varepsilon) &= h^0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(1, t, \varepsilon) = h^1, \quad t \in [0, T], \\ u(x, 0, \varepsilon) &= u_{init}(x, \varepsilon), \end{aligned} \quad (1)$$

где ε - малый параметр, $T > 0$, а правая часть является нелинейной функцией модульного-кубического типа:

$$f(u, x) = \begin{cases} f^{(-)}(u, x), & u \leq 0, \\ f^{(+)}(u, x), & u \geq 0. \end{cases}$$

Стационарное решение задачи (1), очевидно, является решением краевой задачи

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 u}{dx^2} = f(u, x), \quad x \in (0, 1), \quad \frac{du}{dx}(0) = h^0, \quad \frac{du}{dx}(1) = h^1. \quad (2)$$

В работе строится асимптотическое приближение решения этой задачи с внутренним переходным слоем в окрестности некоторой точки $x^* \in (0, 1)$. Для доказательства существования гладкого решения из класса $C^1[0; 1] \cap C^2(0, 1) \setminus \{x^*\}$ используется метод дифференциальных неравенств, который сводится к построению верхнего и нижнего решений задачи (2).

Задача в сходной постановке рассматривалась в работе [1], в которой доказано существование решения стационарной задачи с использованием метода срачивания. Последний, в отличие от метода дифференциальных неравенств, не даёт возможности доказать в том числе устойчивость стационарного решения задачи (1).

Литература

1. Мин Кан Ни, Ксутянь, Н.Т. Левашова О внутреннем слое для сингулярно-возмущенного уравнения с разрывной правой частью// Дифференциальные уравнения., 56:10 (2020), 1310-1317.
2. Нефедов Н.Н., Ни М.К. Внутренние слои в одномерном уравнении реакция-диффузия с разрывным реактивным членом // Журн. Вычислит. математики и мат. физики. 2015. Т. 55. № 2. С. 2042-2048.
3. Левашова Н.Т., Нефедов Н.Н., Орлов А.О. Стационарное уравнение реакция-диффузия с разрывным реактивным членом // Журн. вычислит. Математики и мат. Физики. 2017. Т. 57. № 5. С. 854-866.

ЗАДАЧА ЛЕГАЛИЗАЦИИ НА ПРИМЕРЕ ПОИСКА РЕШЕНИЯ ДИОФАНТОВА УРАВНЕНИЯ

Вороненко А.А.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической кибернетики,
e-mail: dm61@cs.msu.ru

Прежде чем послать тезисы необходимо свое выступление с докладом в выбранной секции согласовать с руководителем секции.

Задача легализации рассматривалась в работе [1] на примере «решения» системы булевых уравнений специального вида. В отличие от классической постановки поиска ответа по условиям, задача легализации состоит в поиске решения по условию и ответу.

В настоящем докладе мы рассмотрим постановку, связанную с решением диофантовых уравнений. Пусть дано диофантово уравнение $P(x_1, \dots, x_n) = 0$. Пусть в исходной задаче требуется найти какое-то существующее решение этого уравнения. Пусть (a_1, \dots, a_n) – известное нам решение этого уравнения.

Предлагается следующий способ его легализации. Пусть $P(0, \dots, 0) = c$. Начиная с начала координат, изобразим движение к точке (a_1, \dots, a_n) , методом возможных направлений [2, с.314-323]. Вдоль траектории будем уменьшать величину $|P(x_1, \dots, x_n)|$.

Литература

1. Вороненко А.А. Задача легализации информации // Комбинаторные конфигурации и их применение. Материалы Тринадцатого межвузовского научно-практического семинара. Кировоград. КНТУ. с. 38-40.
2. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Часть II //М.: МНЦМО – 2011.

ВЫРАЖЕНИЕ СИЛЛОГИСТИКИ АРИСТОТЕЛЯ В ИСЧИСЛЕНИИ ПРЕДИКАТОВ И В ЛОГИКЕ Н.П. БРУСЕНЦОВА

Владими́рова Ю.С.

МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической кибернетики,
e-mail: vladimirova@cs.msu.ru

Главный конструктор троичных машин "Сетунь" и "Сетунь 70" Н.П. Брусенцов посвятил значительную часть своих исследований трехзначной логике и её способности достоверно выражать логические отношения. Он исходил из того, что составляющее основу рассуждения отношение следования $x \Rightarrow y$ адекватно выражено в силлогистике Аристотеля общеутвердительным суждением "Всякий x есть y " (Axy). В соответствии с определением Аристотеля, это отношение трехзначно: для его выражения необходимы три статуса вещей, которым присущи x и y . Наряду с существованием и исключённостью вещи, должна быть её возможность, но не необходимость.

Н.П. Брусенцов предложил использовать для выражения суждений и модусов силлогистики методы диаграмм и индексов Кэрролла, которые он скорректировал и дополнил принципом сосуществования противоположностей. Полученные методы позволяют не только выразить все правильные модусы, но и доказать их, приняв в качестве терминов силлогистические посылки.

Выражение модусов аристотелевой силлогистики средствами формальной математической приведен в [2]. Модусы

darapti: $AyxAyz \Rightarrow Ixz$

bamalip: $AyxAzy \Rightarrow Izx$

felapton: $EyzAyx \Rightarrow Oxz$

fesapo: $EzyAyx \Rightarrow Oxz$

считаются в логике предикатов сомнительными. Кроме того, частные суждения Ixy и $Ix'y'$ не следуют из общего Axy . Причиной этого считается недопустимость в аристотелевой силлогистике пустых терминов x , y и z . В логике предикатов это требование не выполняется.

Принятый Н.П. Брусенцовым принцип сосуществования противоположностей устанавливает необходимое совместное существование x и x' , y и y' , z и z' , что и обеспечивает выразимость всех силлогизмов и наличие взаимосвязей между суждениями.

Рассмотренный метод используется в качестве основы создания компьютерной системы рассуждения. Показанная способность метода отображать аристотелеву силлогистику открывает возможность автоматизации получения достоверного вывода для решения практических задач.

Литература

1. Брусенцов Н.П. Диаграммы Льюиса Кэрролла и аристотелева силлогистика. // Вычислительная техника и вопросы кибернетики. Вып. 13. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977. С. 164-182.
2. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1947.

О МОЩНОСТИ СЕМЕЙСТВА $Int(Pol)$ ЗАМКНУТЫХ КЛАССОВ В ЧАСТИЧНОЙ k -ЗНАЧНОЙ ЛОГИКЕ

Алексеев В.Б.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической кибернетики,
e-mail: vbalekseev@rambler.ru*

Рассматривается множество всех всюду определенных (соответственно, частично определенных) функций $f(x_1, \dots, x_n)$ от любого числа переменных, заданных и принимающих значения на множестве $\{0, 1, \dots, k-1\}$. Эти множества функций с операцией суперпозиции называют k -значной логикой P_k (соответственно, частичной k -значной логикой P_k^*). Множество функций называется замкнутым классом, если из этих функций путем суперпозиции нельзя получить ни одной новой функции. Замкнутые классы играют важную роль в проблеме определения выразимости одних дискретных функций через другие [1,2]. Известно, что множество всех замкнутых классов в P_k^* имеет мощность континуума, в связи с чем изучаются отдельные фрагменты решетки замкнутых классов в P_k^* (см., например, [2-5]). Целью данной работы является описание одного из фрагментов решетки замкнутых классов в частичной k -значной логике,

Через Pol_k обозначим множество всех функций из P_k , представимых полиномом по модулю k , а через $Int(Pol_k)$ обозначим множество всех замкнутых классов в P_k^* , содержащих множество Pol_k и состоящих только из функций, доопределимых до функции из Pol_k . Известно, что если k – простое число, то $Int(Pol_k)$ состоит из 3 замкнутых классов.

Автором получен следующий результат.

Теорема. Семейство $Int(Pol_k)$ содержит конечное число замкнутых классов тогда и только тогда, когда k – простое число или произведение двух различных простых чисел. При этом, если k – произведение двух различных простых чисел, то $Int(Pol_k)$ состоит из 7 замкнутых классов. Если k имеет хотя бы 3 различных простых делителя, то в семействе $Int(Pol_k)$ имеется бесконечно убывающая (относительно включения) цепочка замкнутых классов. А если k делится на квадрат какого-нибудь простого числа, то в семействе $Int(Pol_k)$ имеется бесконечно возрастающая (относительно включения) цепочка замкнутых классов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-01-00200).

Литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1986.
2. Lau D. Function algebras on finite sets: a basic course on many-valued logic and clone theory // Berlin.: Springer – 2006.
3. Алексеев В.Б., Вороненко А.А. О некоторых замкнутых классах в частичной двузначной логике // Дискретная математика (1994), **6**, №4, с. 58-79.
4. Couciero M., Haddad L., Schoelzel K., Waldhauser T. A solution to a problem of D. Lau: Complete classification of intervals in the lattice of partial Boolean clones // J. Mult.-Valued Logic Soft Comput. (2017) **28**, pp. 47-58.
5. Алексеев В.Б. О замкнутых классах в частичной k -значной логике, содержащих класс монотонных функций // Дискретная математика (2018) **32**, с. 3-13.

О ПРИМЕНЕНИИ ОДНОГО СЕМЕЙСТВА ТОЖДЕСТВ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ОБОБЩЁННЫХ ПОЛИНОМОВ

Бухман А.В.¹

1) ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова, e-mail: antvbx@gmail.com

В данной работе рассмотрим понятие обобщённого полинома. *Обобщённый полином* – сумма по модулю два обобщённых мономов. *Обобщённый моном* – это либо 1, либо произведение переменных или их отрицаний. С помощью обобщённых полиномов можно задавать булевы функции. При этом одной булевой функции соответствует множество обобщённых полиномов. Возникает задача, как выбрать среди этого множества один, который будет оптимальным по некоторой метрике. В данной заметке в качестве метрики рассмотрим длину полинома (количество обобщённых мономов, входящих в его запись). Задача построения для данной функции полинома минимальной длины называется задачей минимизации полинома. Один из подходов к решению этой задачи состоит в том, чтобы выполнять преобразования полинома с использованием системы тождеств [1]. Например, такой системы тождеств, которая на каждом шаге гарантирует уменьшение длины полинома. Задача построения такой системы и её использования рассматривается здесь.

Опишем одну такую систему тождеств. Выберем произвольный моном $x_{i_1}^{\sigma_1} \dots x_{i_l}^{\sigma_l}$, где $x^\sigma = x$, если $\sigma = 1$, и $x^\sigma = \bar{x}$, если $\sigma = 0$. В выбранном мономе заменим каждую переменную по правилу $x^\sigma = x^\sigma \oplus 1$, после чего раскроем скобки по правилу дистрибутивности. Например, для монома $x_1 \bar{x}_2$ будем иметь $\bar{x}_1 x_2 \oplus \bar{x}_1 \oplus x_2 \oplus 1$. Заметим, что равенство $x_1 \bar{x}_2 = \bar{x}_1 x_2 \oplus \bar{x}_1 \oplus x_2 \oplus 1$ является тождеством. Из данного тождества можно получить ещё серию тождеств путём переноса некоторых слагаемых из одной части равенства в другую. Рассмотрим систему тождеств, которую мы можем получить из всевозможных мономов описанным выше способом, назовём это **системой тождеств I**. Заметим, что данная система тождеств будет, во-первых, бесконечной, во-вторых, полной, то есть с её помощью два любых полинома, задающих одну и ту же функцию, можно преобразовать друг в друга. Из системы тождеств I выберем только те тождества, у которых в левой части количество слагаемых больше, чем в правой, назовём это **системой тождеств II**.

Естественным образом возникает следующая задача. Пусть дан обобщённый полином, надо эффективно выяснить, какие тождества (если они есть) из системы II могут быть к нему применены.

Теорема 1. Существует полиномиальный алгоритм, который получив на вход запись обобщённого полинома (для полинома от n переменных с l слагаемыми длина записи будет $O(nl)$), выдаёт все тождества из системы II, которые могут быть к нему применены.

Теорема 1 даёт эффективный способ определения того, может ли хотя бы одно тождество системы II быть применено к обобщённому полиному, если да, то выдаёт конкретное тождество. Применяв тождество, мы получаем эквивалентный полином, но имеющий меньшую длину. Для вновь полученного полинома процедуру можно повторить. Повторяем до тех пор, пока не построим такой полином, к которому систему II нельзя применить. Заметим, что система II полной не является, поэтому не гарантировано, что так мы получим минимальный полином.

Литература

1. Brand D., Sasao T. Minimization of AND-EXOR expressions using rewrite rules // IEEE Transactions on Computers, vol. 42, no. 5, pp. 568-576, May 1993.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПЛОЩАДИ КРАТНЫХ МУЛЬТИПЛЕКСОРОВ В МОДЕЛИ КЛЕТОЧНЫХ СХЕМ

Ложкин С.А.¹, Зизов В.С.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МК,
e-mail: lozhkin@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МК,
e-mail: vzs815@gmail.com

В данной работе рассматривается задача индивидуального синтеза (необходимые определения см. в [1, 2]) в классе клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов (КСФКЭ) в одном специальном базисе для т.н. кратной мультиплексорной функции алгебры логики (ФАЛ) или, иначе, кратного мультиплексора. При этом под *кратным мультиплексором* μ_n^k кратности $k, k \geq 2$, понимается система из k “стандартных” мультиплексорных ФАЛ $(\mu_n^{(1)}(x^{(1)}, y), \dots, \mu_n^{(k)}(x^{(k)}, y))$, где $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, \dots, x_n^{(i)})$, $i = 1, \dots, k$, с общим набором информационных булевых переменных (БП) $y = (y_0, \dots, y_{2^n-1})$, и k непересекающимися наборами из n адресных БП $x^{(1)}, \dots, x^{(k)}$.

Таким образом, при наборе $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ на i -м наборе адресных входов $x^{(i)}$, где $1 \leq i \leq k$ на выходе с номером i системы ФАЛ $\mu_n^{(k)}$ реализуется функция, тождественно равная значению той информационной переменной $y_{v(\sigma)}$, номер которой в двоичной системе счисления поступил на этот набор адресных входов. Иными словами, кратный мультиплексор реализует несколько мультиплексоров, которые не имеют общих адресных БП, но связаны с одним и тем же множеством информационных переменных.

Сложностью КСФКЭ будем называть её площадь, а под сложность $A(F)$ системы ФАЛ $F = (f_1, \dots, f_N)$ будем, как обычно, понимать минимальную из сложностей КСФКЭ, реализующих F .

Для сложности стандартной мультиплексорной ФАЛ $\mu_n = \mu_n^1$ в [3] установлена асимптотика вида $A(\mu_n^1) = n2^{n-2}(1 \pm o(1))$. В настоящей работе этот результат обобщается следующим образом.

Теорема. Для $n = 1, 2, \dots$ при условии, что $k = o(\log n)$, выполняется асимптотическое равенство

$$A(\mu_n^k) = kn2^{n-1}(1 \pm o(1)) \quad (1)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075-15-2019-1621.

Литература

1. Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики // М., Издательский отдел факультета ВМиК МГУ им. М.В.Ломоносова. — 2004.
2. Ложкин С. А., Зизов В. С. Уточненные оценки сложности дешифратора в модели клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2020. — т. 162 №3. — с. 322—334.
3. Ложкин С. А., Зизов В. С. Оценки площади мультиплексорных функций в одной модели клеточных схем // Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XIX Междунар. конф. — Казань: КФУ, 2021. — с. 93-95.

О СЛОЖНОСТИ УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦ НАД КОНЕЧНЫМИ ПОЛЯМИ

Назаров А.А.

МГУ, факультет ВМК, кафедра МК, e-mail: nazarovandry2@mail.ru

В данной работе рассматривается задача о поиске наименьшего количества умножений для вычисления над произвольным конечным полем произведения матриц X и Y размеров $2 \times s$ и $s \times t$, элементы которых рассматриваются как независимые переменные. При этом не предполагается коммутативность элементов матрицы X с элементами матрицы Y (т. е. рассматривается билинейная сложность).

Билинейный алгоритм для задачи умножения матрицы X размера $n \times s$ на матрицу Y размера $s \times t$ над полем F состоит в вычислении d билинейных форм – произведений некоторой линейной комбинации (над полем F) элементов матрицы X и некоторой линейной комбинации (над полем F) элементов матрицы Y – таких, чтобы линейными комбинациями (над полем F) этих билинейных форм можно было бы получить все элементы матрицы $X \cdot Y$. Число d называется сложностью этого алгоритма, а минимально возможное d по всем билинейным алгоритмам для этой задачи называется ее билинейной сложностью.

В данной работе мне удалось улучшить нижнюю оценку билинейной сложности d умножения матриц размеров $2 \times s$ на $s \times t$ над полем из K элементов, при $s \geq 3$.

Теорема. *Билинейная сложность d умножения матриц размеров $2 \times s$ на $s \times t$ над полем из K элементов, при $s \geq 3$ удовлетворяет следующему неравенству:*

$$d \geq (s + 1) \left(1 + \frac{1}{K^s} \right) m.$$

Основная идея доказательства теоремы заключается в редукции d билинейных форм произвольного билинейного алгоритма к матрицам $2 \times s$ над полем из K элементов. Рассматриваются 2 типа подпространств линейного пространства матриц $2 \times s$ (над полем из K элементов), а новая нижняя оценка следует из принадлежности матриц $2 \times s$ алгоритма этим подпространствам.

Полученная новая нижняя оценка улучшает известные нижние оценки $d \geq (s+1)m+s+2$ и $d \geq 3(s+m)-5$ [1] для достаточно большого m при фиксированных s и K .

Литература

1. M. Bläser. On the complexity of the multiplication of matrices of small formats //J. Complexity, **19** – 2003. – V.1, с.43–60.

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНО-ИНФОРМАЦИОННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПОДДЕРЖКИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ

Полякова И.Н.¹, Бурдуковская С.Ю.²

*МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, каф. Алгоритмических языков
email: 1) polyakova@cs.msu.ru, 2) beswently@gmail.com*

Имеющийся в настоящее время набор данных экспериментов, полученных на установках токамак, нуждается в пополнении новыми модулями, прежде всего, блоками, моделирующими процессы управления плазменным шнуром и работу систем диагностики. Разработка такого программного обеспечения привела к потребности создания единой программной среды, объединяющей ее коды и результаты экспериментов, проведенных на установках токамак.

Существенным аспектом данной работы является создание базы данных со словарем, а также серверная реализация программных модулей, описывающих процессы в плазме, с целью разработки web-доступа, позволяющего в интерактивном режиме задавать конфигурацию реактора, запускать модели на счет, получать результаты в графическом и численном виде, а также проводить диагностику вычислительного процесса [1].

Для решения поставленной задачи были разработаны - база данных [2], словарь и программный код, который позволяет манипулировать данными в привычном виде для пользователя. Основная идея построения такой базы данных – внедрение разрабатываемого словаря в структуру таблиц, чтобы облегчить общение и поддержку кодов. Названия установок, их версий, а также названия процессов заданы твердо и не различаются между кодами. Поскольку коды могут использовать разную терминологию (в том числе нельзя исключить, что возможны конфликты терминов между кодами), то требуется, чтобы словарь был составлен по конкретным кодам.

Литература

1. Regina O. Obe, Leo S. Hsu. PostgreSQL: Up and Running: A Practical Guide to the Advanced Open Source Database 3rd Edition. 2017. p. 314.
2. Schonig H, Mastering PostgreSQL 12: Advanced techniques to build and administer scalable and reliable PostgreSQL database applications, 3rd Edition 7 2019. p. 470.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ СЛОВ-ПАРОНИМОВ

Большакова Е.И.¹, Телегина А.Д.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: eibolshakova@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: anna.telegina9829@gmail.com

Паронимы – слова одного и того же корня и одной части речи, внешне похожие, но различающиеся по значению, например: *карьерный – карьеристский, выполнение – исполнение*. Неправильное употребление слов-паронимов нередко встречается в устной и письменной речи не только у иностранцев. Для исправления паронимических ошибок и обучения русскому языку необходим словарь паронимов, однако существующие печатные словари паронимов русского языка составлены вручную и неполны.

Для автоматического построения более полного словаря паронимов в работе [1] был предложен формальный критерий паронимии, в котором мерой внешней схожести слов является расстояние Левенштейна, измеряемое в аффиксах (приставках и суффиксах). Этому критерию удовлетворяют подавляющее большинство пар слов из наиболее полного печатного словаря паронимов русского языка В. Красных (2000 пар паронимов), однако он также допускает пары, которые традиционно к паронимам не относятся (например, отличающиеся уменьшительным суффиксом: *мел – мелок*, пары-антонимы или пары-синонимы: *специфический – специфический* и др.).

В рамках данной работы изучались вычислительные методы, уточняющие аффиксальный критерий паронимии, включая внешнее и смысловое сходство слов.

Для более точной оценки внешнего сходства слов в рамках аффиксального критерия было предложено отождествлять алломорфные (сходные по значению) аффиксы и не учитывать гласные буквы на стыке морфем. Дополнительно вычисляется и учитывается оценка звуковой близости слов с помощью фонетического алгоритма Soundex, что дает возможность исключить несозвучные пары слов.

Смысловое сходство слов оценивается на базе нейронной модели дистрибутивной семантики Word2Vec, что позволяет не включать в словарь синонимичные пары, но в то же время распознавать как паронимы слова, отличающиеся уменьшительным, но омонимичным суффиксом (*цвет – цветок*). Для выявления смысловых различий внешне схожих слов предложено учитывать степень общности сочетающихся с ними слов других частей речи, используя обширную базу словосочетаний [2]. Если множества сочетающихся слов почти полностью совпадают, то слова анализируемой пары представляют собой синонимы, в ином случае они распознаются как паронимы, и в словарь могут дополнительно включаться, в качестве диагностических контекстов, наиболее характерные для каждого паронима словосочетания.

Литература

1. Большакова Е. И., Большаков И. А. Аффиксальный критерий паронимии для построения компьютерного словаря паронимов русского языка // НТИ. Сер. 2. 2015, № 11, с. 28–35.
2. Klyshinsky E.S., Lukashevich N.Y., Kobozeva I.M. Creating a corpus of syntactic co-occurrences for Russian // Computational Linguistics and Intellectual Technologies: Papers from the Annual Int. Conference “Dialogue”, Issue 17 (24). Moscow, 2018.

ВОСХОДЯЩИЙ СИНТАКСИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ С ПОМОЩЬЮ L-ГРАФОВ

Арсенин Н.М.¹, Вылиток А.А.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра алгоритмических языков,
e-mail: veigh70@yandex.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра алгоритмических языков,
e-mail: vylytok@cs.msu.ru

Задача синтаксического анализа является одной из важнейших в теории формальных языков. Обычно данная задача рассматривается для анализа бесконтекстных языков: по заданной бесконтекстной грамматике и цепочке определить, выводима ли цепочка в данной грамматике и если да, построить ее вывод (или дерево вывода). Существуют универсальные алгоритмы синтаксического анализа, основывающиеся на понятии бесконтекстной грамматики [1].

На практике используются подклассы бесконтекстных грамматик, для которых разработаны более быстрые (по сравнению с универсальными) алгоритмы синтаксического анализа. Одним из таких классов является класс LR(1)-грамматик: для любой грамматики из данного класса можно построить LR(1)-анализатор, позволяющий проводить восходящий (т.е. дерево вывода строится снизу-вверх) синтаксический анализ за линейное время от длины входной цепочки [2]. Однако внутреннее устройство такого анализатора является достаточно громоздким и требует введения большого числа дополнительных понятий и конструкций. По этой причине актуальной является задача построения аналога восходящего анализатора с более простой внутренней структурой.

В данной работе рассматривается подход, основанный на бесконтекстных L-графах с регулярным скобочным следом (в них допускаются специальные пометки на дугах в виде регулярных выражений над скобочным алфавитом). Такие графы являются развитием понятия бесконтекстных L-графов [3], обобщающих конечные автоматы, и позволяют проводить процедуру детерминизации по аналогии с конечными автоматами.

Предлагаются: 1) алгоритм построения бесконтекстного L-графа с регулярным скобочным следом по LR(1)-грамматике с сохранением возможности восстановления дерева вывода; 2) процедура детерминизации полученного L-графа, основанная на применении операций конкатенации, объединения и звезды Клини над скобочными следами; 3) алгоритм восходящего синтаксического анализа, основанный на детерминированных бесконтекстных L-графах.

Литература

1. А. Ахо, Дж. Ульман. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции, том 1. М.: Мир. 1978. С. 352-369.
2. В. А. Серебряков. Теория и реализация языков программирования. М.: Издательский отдел факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова. 2011. С. 352-369.
3. А. А. Вылиток, П. Г. Сутырин. Характеризация формальных языков графами // Сборник тезисов научной конференции "Тихоновские чтения" (Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, 25-29 октября 2010 г. – 2010) М.: Макс-Пресс. 2010. С.81-82.

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МАРШРУТОВ НА ПЕРЕСЕЧЕННОЙ МЕСТНОСТИ НА ОСНОВЕ ГРАФА ВИДИМОСТИ

Козуб Д.В.¹, Корухова Ю.С.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра алгоритмических языков,
e-mail: denikozub@gmail.com, yulia@cs.msu.ru

В работе рассматриваются подходы к решению задачи построения маршрута передвижения между заданными точками по пересеченной местности. С распространением электронных карт и мобильных устройств такой сервис становится очень востребованным, но многие современные системы (Google Maps, Yandex Maps, Graphhopper - OpenStreetMap) позволяют прокладывать маршрут лишь по известной дорожной сети. Однако построение маршрутов, включающих участки вне дорог, также востребовано: например, при проектировании и строительстве газо- и нефтепроводов, линий электропередач, а также при планировании спасательных операций и туристических походов. При решении подобной задачи необходимо учитывать не только информацию об известных дорогах, но и данные о природных объектах, таких как реки, озера, леса, болота и т.д.

В данной работе качестве способа дискретизации местности предлагается использовать такую структуру данных, как граф видимости [2]. Рассматриваем карту как плоскость, на которой многоугольники аппроксимируют природные объекты (горы, озера, болота и т.д.) Вершинами графа являются вершины многоугольников. Между двумя вершинами имеется ребро, если отрезок этого ребра на плоскости не пересекает ни один из многоугольников. Доказано [2], что кратчайший путь между полигональными объектами полигонален, и его внутренние вершины – вершины многоугольников. Таким образом, представление местности с помощью графа видимости помогает решить задачу поиска кратчайшего пути на пересеченной местности.

Был разработан и реализован алгоритм построения графа видимости, обладающий временной сложностью $O(nh \log n)$, где n - количество вершин графа, h - количество многоугольников. При этом для каждой вершины инцидентные ребра находятся за время $O(h \log n)$. Также реализован эвристический алгоритм поиска маршрутов A^* [3], который может быть использован без построения графа видимости, что позволяет значительно ускорить вычисления. При построении графа применен иерархический подход, ранее предложенный в реализации компьютерных игр [1]: при рассмотрении карты без увеличения масштаба незначительные по размерам объекты игнорируются и только при увеличении масштаба - добавляются для уточнения участков маршрута, а не всей карты, что позволило существенно сократить вычисления при построении графа. В качестве источника карт и данных используются открытые данные сайта openstreetmap.org. Прототипная реализация системы построения маршрутов выполнена на языке Python, ее работа продемонстрирована на ряде примеров.

Литература

1. Botea A., Muller M., Schaeffer J. Near Optimal Hierarchical Path-Finding (HPA*) //Journal of Game Development (2004), N3, pp.1-30.
2. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: введение //Москва: Мир – 1989.
3. Большакова Е.И., Мальковский М.Г., Пильщиков В.Н. Искусственный интеллект. Алгоритмы эвристического поиска //Москва: Издательский отдел факультета ВМК МГУ – 2002.

МЕТОДЫ ВЫЯВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫХ СЛОВСОЧЕТАНИЙ В НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ТЕКСТАХ

Ефремова Н.Э.¹, Рожков Н.О.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: nvasil@list.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: ronikita98.07@gmail.com

В настоящее время во многих задачах, связанных с автоматической обработкой текстов, используются различные словари устойчивых словосочетаний. Из-за быстрого развития языка и ввиду большой сложности ручного формирования подобных словарей задачи автоматического составления и последующего обновления этих словарей не теряют актуальности.

Существует два подхода к выявлению устойчивых словосочетаний из текстов: лингвистический и статистический. Основная идея лингвистического подхода заключается в том, что потенциальными единицами словаря являются словосочетания, имеющие определенный вид, к примеру, такие, которые удовлетворяют синтаксическому образцу «Прилагательное» + «Существительное».

В статистических методах считается, что кандидаты в единицы словаря – это словосочетания, имеющие определенное значение той или иной меры ассоциации (MI, MI3, T-score, Weirdness, Relevance и пр.). В общем случае меры учитывают частотность и совместную встречаемость слов, их значения вычисляются на достаточно большой коллекции текстов. Также, для компенсации недостатков мер ассоциаций (например, мера MI сильно завышает значение словосочетаний с редкими словами) нередко используют их комбинации [1].

В рамках данной работы рассматривается задача выявления устойчивых словосочетаний русскоязычной научно-технической прозы, для которых не существует актуальных словарей; последний из словарей был выпущен в 70-е годы прошлого века. Для решения рассматриваемой задачи была собрана коллекция научно-технических текстов и с опорой на имеющиеся словари составлен список известных общенаучных устойчивых словосочетаний.

Разнообразные лингвистические и статистические методы, а также их комбинации были использованы для определения словосочетаний, которые можно рассматривать в качестве кандидатов в устойчивые словосочетания. С учетом этих и известных устойчивых словосочетаний было проведено обучение модели W2V, что позволило получить их эмбединги [2]. В качестве новых устойчивых словосочетаний рассматривались такие, косинусное расстояние от которых до известных устойчивых словосочетаний (точнее, между их эмбедингами) было минимальным.

Литература

1. Рожков Н.О. Методы выявления устойчивых словосочетаний в научно-технических текстах. //Выпускная квалификационная работа. МГУ им. М.В. Ломоносова. – 2020.
2. Moshe Hazoom. Word2Vec for phrases — learning embeddings for more than one word. //Towardsdatascience. – 2018.

МЕЖЪЯЗЫКОВЫЕ СИСТЕМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Буримский И.А.

МГУ, ВМК, кафедра АЯ, e-mail: iburimskiy@gmail.com

С развитием интернета становится проще копировать чужие работы и выдавать за свои. Современные системы показывают высокую точность в обнаружении заимствований на одном языке. Активно развивается область исследований, связанная с определением заимствований на иностранных языках. Здесь представлен обзор некоторых существующих методов.

Есть целый ряд работ, исследующих обнаружение плагиата между парами языков (например, русско-английский). Выявлено, что эффективность алгоритмов обнаружения плагиата напрямую зависит от степени взаимосвязи между рассматриваемыми языками. Если языки не относятся к одной лингвистической группе, это создает дополнительные трудности для разработки алгоритма идентификации заимствований [1].

Рассмотрим общий подход [2], применяемый для межязыковых проверок. Предположим, что мы хотим проверить документ d_q , написанный на языке L , на оригинальность. Пусть имеется коллекция документов D' , написанных на языке L' . Алгоритм обнаружения секций документа d_q , заимствованных из документов коллекции D' , можно разбить на три больших блока:

1. Из D' выделяется набор документов D_q' , в котором каждый документ имеет похожие с d_q разделы. Схожесть можно определять, например, по теме или стилю.

2. Далее каждый документ из D_q' сравнивается с d_q по секциям, используя межязыковые модели определения схожести текстов. Пары с высокой оценкой помечаются как возможный межязыковой плагиат.

3. Документы, полученные на предыдущем шаге, детально анализируются с целью отфильтровать документы, не являющиеся плагиатом (например, с явным указанием цитаты).

Для обнаружения заимствований между документами на русском и английском языках предлагается следующий подход [3]: сначала межязыковые эмбединги слов обучаются на больших параллельных корпусах. Схожесть текстов оценивается двумя путями: с помощью эмбедингов предложений и с помощью замены слов на наиболее похожие в другом языке. Затем эти оценки используются для построения датасета. Простой вариант системы принимает решение на основании полученных оценок. Более точный использует эти оценки в качестве признаков, которые затем подаются на вход классификатору. Авторами [3] проведено сравнение различных классификаторов на разных датасетах. Лучшие результаты на всех датасетах показал классификатор Берта.

Литература

1. Meta-Analysis of Cross-Language Plagiarism and Self-Plagiarism Detection Methods for Russian-English Language Pair [Электронный ресурс]. — Электрон.дан. — URL: <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fcomp.2020.523053/full> (дата обращения: 27 сентября 2021).
2. Martin Potthast, Alberto Barrón-Cedeño, Benno Stein, Paolo Rosso (January 30, 2010) Cross-Language Plagiarism Detection.
3. Зубарев Д.В., Соченков И.В. (29 мая 2019 - 1 июня 2019) Обнаружение фрагментов в задаче кросс-языкового поиска заимствований с использованием эмбедингов слов.

ЗАДАЧА ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ ИЗ ТЕКСТОВ ОБЪЯВЛЕНИЙ

Елисева М.А.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, каф. Алгоритмических языков,
e-mail: mariaeliseeva731@gmail.com*

В связи с развитием интернета и появлением огромного количества неструктурированной информации на естественном языке, возникает необходимость в средствах, позволяющих автоматически извлекать из текста информацию, анализировать и визуализировать ее.

Одной из частных задач обработки текстов на естественном языке является обработка объявлений, размещаемых в интернете, например, поиск парных объявлений вида куплю-продам, сниму-сдам, потерял-нашел.

В данной работе рассматриваются методы автоматического анализа объявлений о пропаже или находке животного. Информация, которую можно извлекать из таких текстов, включает вид животного, например, «кот», место события, контактные данные разместившего объявление, дату, а также дополнительные сведения о животном (породу, кличку...). Извлечение подобных данных из описанного типа объявлений позволяет упростить поиск парных объявлений.

Выделение подобного рода информации является частным случаем задачи извлечения сущностей из текста на естественном языке. Для ее решения хорошо себя зарекомендовали методы, использующие машинное обучение с учителем - подход, при котором после обучения алгоритма на заданном размеченном корпусе производится автоматическое выделение информации из неразмеченных данных [1]. Для применения данного подхода необходимо иметь обучающую выборку большого размера. Разметка большого числа документов является нетривиальной задачей, которую можно автоматизировать, применив инженерный подход к извлечению информации.

Реализованный программный инструмент использует шаблоны для извлечения описанных выше данных из текстов объявлений. При обработке конкретного текста объявления применяются специально разработанные правила для поиска, выделения и приведения к заданному формату искомым данным. Предварительный просмотр перед сохранением в корпус размеченных объявлений позволяет, в случае необходимости, изменить неверно выделенные данные. Неверно отработавший шаблон может быть изменен, понижен в достоверности или удален. Программный инструмент также позволяет добавлять новые шаблоны для ситуаций, невыделенных ранее.

Реализованное программное средство позволяет полуавтоматически размечать неструктурированные тексты объявлений. Данная работа является подготовкой размеченного корпуса для возможности применения методов машинного обучения.

В дальнейшем развитии работы система должна будет отсеивать спамовые или некорректные объявления, после чего отсортировать оставшиеся объявления по определенному признаку с применением бинарной классификации и искать пары путем анализа (сортировка, поиск похожих) выбранных и приведенных к общему виду данных, выделенных из каждого объявления.

Литература

1. Автоматическая обработка текстов на естественном языке и анализ данных : учеб. пособие / Большакова Е.И., Воронцов К.В., Ефремова Н.Э., Клышинский Э.С., Лукашевич Н.В., Сапин А.С. — М.: Изд-во НИУ ВШЭ, 2017. — 269 с.

РЕКОМЕНДАЦИЯ МУЗЫКАЛЬНЫХ ТРЕКОВ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ

Коротков Б.С.¹, Груздева Н.В.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, каф. АЯ, e-mail: only77nt@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, каф. АЯ, e-mail: nadezda.v.gruzdeva@gmail.com

С появлением Интернета сильно увеличился объем информации, с которой человек сталкивается ежедневно. Чтобы время удержания пользователя в приложении увеличивалось, необходимо постоянно предлагать ему актуальную и интересную именно ему информацию. С этой целью в настоящее время создаются различные рекомендательные системы.

Существует четыре основных подхода к предсказанию предпочтения в рекомендательных системах: признаковые описания, коллаборативная фильтрация, социальный и гибридный.

Основная идея признаковых описаний заключается в том, что характеристики объекта и известная о нём информация напрямую сопоставляются с профилем пользователя, который может содержать явно указанные предпочтения.

Коллаборативная фильтрация позволяет предсказывать рейтинг в условиях, когда рекомендательная система не обладает информацией об объектах и пользователях, а строит прогноз исключительно на основании взаимодействия пользователя с объектом.

При социальном подходе, кроме истории взаимодействия пользователей и предметов, также известны социальные связи пользователей. Данные методы успешно используются в специализированных социальных сетях, где связь между пользователями означает не просто знакомство, но и некую схожесть в предметной области данной сети.

Гибридный подход использует композиции алгоритмов, чтобы устранить их недостатки. Несмотря на то, что некоторые алгоритмы на практике показывают высокие результаты, учет дополнительной информации может сделать результаты еще лучше.

В рамках данной работы рассматривается задача создания программного средства рекомендации музыкальных треков на основе имеющегося набора информации о пользователе, его круге общения и интересах. Для решения данной задачи найдены открытые API популярных музыкальных сервисов и собрана коллекция, содержащая данные о пользователях, треках и тегах, которыми помечены треки. Из полученной коллекции удалены дубликаты аудиозаписей.

Для предсказания предпочтений пользователей выбрана модель SVD [1], её модификация ALS [2] и базовый алгоритм коллаборативной фильтрации, использующий различные меры схожести объектов. Так как предпочтения имеют свойство изменяться, в каждый из алгоритмов добавлен учёт временного фактора, позволяющий перестраивать рекомендации под текущие запросы пользователя.

Проблема холодного старта решена при помощи опроса человека о его минимальных жанровых предпочтениях и кластеризации пользователей.

Литература

1. Francesca Fallucchi, Fabio Massimo Zanzotto. Singular Value Decomposition for Feature Selection in Taxonomy Learning. 2009.
2. Gábor Takács, Domonkos Tikk. Alternating Least Squares for Personalized Ranking. 2012.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЕМАНТИКО-СИНТАКСИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПРЕДЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ ЛИНГВИСТИКИ

Волкова И.А.¹, Ельцин П.В.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: irina.a.volkova@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: paveleltin@mail.ru

На данный момент компьютерные технологии развиваются очень динамично и проникают во все сферы жизни человека, из-за чего все более актуальной становится задача программного анализа семантики предложений и текстов естественного языка. Важной частью этого процесса является разработка семантико-синтаксического представления естественного языка, необходимого для дальнейшего извлечения из него произвольной информации.

В современной компьютерной лингвистике не существует общепринятого семантико-синтаксического представления даже для английского языка, поэтому при изучении этой задачи необходимо рассматривать различные подходы [1].

В рамках данной работы рассматривается несколько различных семантико-синтаксических представлений, использующихся для английского языка таких как AMR [2], FrameNet [3], а также несколько более абстрактных представлений. Также затрагиваются вопросы автоматического построения таких представлений на основе предложений естественного языка. Кроме того, в данной работе приведено экспериментальное семантико-синтаксическое представление для предложений русского языка, которое представляет собой граф, в котором вершины являются семантическими фреймами или словами исходного предложения, а ребра отражают отношения между ними, а также программа, осуществляющая автоматический семантико-синтаксический разбор предложений русского языка.

В практической части при выполнении семантико-синтаксического разбора была использована комбинация методов на основе правил и эмбединги слов по модели Word2Vec. Программа загружает набор фреймов глаголов с примерами актантов, которые могут занимать слоты данного фрейма, которые затем применяются для построения нескольких гипотез правильной семантико-синтаксической структуры некоторого предложения, поданного на вход, а далее для определения лучшей гипотезы используется мера учитывающая количество размеченных слов и косинусные расстояния между эмбедингами размеченных слов и примеров для соответствующего слота фрейма.

Литература

1. Ельцин П. В. Определение семантических связей предиката и его актантов. // Курсовая работа. МГУ им. М.В. Ломоносова. – 2021.
2. Banarescu L. и др. Abstract Meaning Representation for Sembanking // Proceedings of the 7th linguistic annotation workshop and interoperability with discourse – 2013.
3. Baker C. F. и др. The berkeley framenet project. // 36th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics and 17th International Conference on Computational Linguistics, Volume 1. 1998.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ В МОДИФИКАЦИЯХ КОНЕЧНОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ КЭД

Афанасьев В.И.¹, Кулагин А.В.¹, Мяо Хуэй-хуэй¹, Ли Ваньшунь¹, Ожигов Ю.И.¹

*1) Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова, факультет
Вычислительной математики и кибернетики, кафедра Суперкомпьютеров и квантовой
информатики, e-mail: ozhigov@cs.msu.ru*

Изучены модификации конечномерных моделей квантовой электродинамики — Джейнса-Каммингса, Тависа-Каммингса и Тависа-Каммингса-Хаббарда, предназначенные для моделирования динамики искусственных атомов и протейших химических реакций с ними. Для представления динамики использовано квантовое основное уравнение с не более чем двумя факторами декогерентности. Проведены также численные эксперименты с различными видами связей между оптическими полостями и простыми характеристиками соединяющих их оптических волокон.

Показана возможность модификации модели Тависа-Каммингса-Хаббарда, включающей представления перемещений атомов между полостями, наличие многих уровней у атомов, а также отражающих влияние ядерных спинов на ход реакций. Ассоциация и диссоциация искусственных атомов представлялась в отсутствие среды, как математическое упрощение реальной реакции в среде. Влияние среды заменялось виртуальным внешним фотоном низкой частоты. Получившаяся картина в целом соответствует реальной.

Литература

1. Ожигов Ю.И. Квантовые гейты на асинхронных атомных возбуждениях, Квантовая электроника, 2020, статья принята в печать (Квантовая электроника).

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПРОРЕЖИВАНИЯ СВЁРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Буряк Д.Ю.¹, Имашев В.Р.²

1) МГУ, ВМК, кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики,
e-mail: dyb04@yandex.ru

2) МГУ, ВМК, кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики,
e-mail: vladimashev@mail.ru

Актуальность прореживания больших свёрточных нейронных сетей вытекает из общей тенденции увеличения размеров моделей, повсеместно используемых в настоящее время для решения задач распознавания образов и компьютерного зрения. Большое количество параметров позволяет таким сетям лучше решать поставленную проблему, однако вызывает трудности при их развёртывании на периферийных устройствах с ограниченным объемом ресурсов.

Целью данной работы является исследование оптимальных методов прореживания свёрточных нейронных сетей. В качестве критериев для оценки эффективности рассматриваемых методик были взяты такие показатели, как снижение точности модели (разница между исходной и прореженной моделями на тестовой выборке), уменьшение размера (разница между количеством параметров исходной и прореженной сетей, выраженная в процентах от изначального объема) и снижение количества операций с плавающей точкой, требуемых для работы сети (FLOPs).

В работе были рассмотрены следующие методы прореживания свёрточных нейронных сетей: удаление фильтров слоёв свёртки на основе их L1 нормы и евклидового расстояния между ними, удаление фильтров на основе их среднего процента близких к нулю активаций и энтропии их активаций. Для экспериментов была выбрана модельная задача распознавания кошек и собак и использована глубокая свёрточная нейронная сеть VGG-16, обученная на базе изображений “Dogs vs. Cats” (www.kaggle.com/c/dogs-vs-cats).

Наиболее результативными с точки зрения сокращения объема модели оказались методы, которые подразумевают использование при своей работе валидационных данных: при сокращении объема нейронной сети почти на 50%, например, с помощью удаления фильтров на основе энтропии их активаций, потери в точности прореженной модели отсутствуют. Оптимальной же относительно сокращения количества FLOPs оказался метод удаления фильтров на основе евклидового расстояния между ними: удалив около 40% параметров, удалось уменьшить количество FLOPs примерно в 2,5 раза при потерях в точности на тестовой выборке 3,9%.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-01053 А).

Литература

1. Jiayi Liu, Samarth Tripathi, Unmesh Kurup, Mohak Shah: Pruning Algorithms to Accelerate Convolutional Neural Networks for Edge Applications: A Survey //arXiv preprint arXiv:2005.04275. – 2020.
2. Jian-Hao Luo, Jianxin Wu: An Entropy-based Pruning Method for CNN Compression //arXiv preprint arXiv:1706.05791. – 2017.
3. Hengyuan Hu, Rui Peng, Yu-Wing Tai, Chi-Keung Tang: Network Trimming: A Data-Driven Neuron Pruning Approach towards Efficient Deep Architectures //arXiv preprint arXiv:1607.03250. – 2016.

ОБ ОДНОМ ИНСТРУМЕНТЕ ОТЛАДКИ ПРОТОКОЛОВ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ В СЕНСОРНЫХ СЕТЯХ

Никольский И.М.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, каф. СКИ, e-mail: oliv_mail@mail.ru

В настоящее время наблюдается бурное развитие интернета вещей (internet of things). Для построения соответствующей инфраструктуры необходимы устройства, способные проводить мониторинг окружающей среды с помощью набора датчиков и передавать данные по радиоканалу. При объединении таких устройств (умных сенсоров) возникает распределённая система, называемая беспроводной сенсорной сетью (БСС) [1].

БСС значительно отличаются от обычных компьютерных сетей. В частности, в них значительную роль играет взаимное расположение узлов (из-за использования радиосигнала для связи), а также ограниченность емкости элементов питания. Все эти особенности должны быть учтены при создании протоколов передачи информации внутри БСС. Поскольку БСС очень разнообразны, новые протоколы появляются в литературе регулярно.

Как было выяснено автором при работе над протоколом [2] разработка новых протоколов непосредственно на физической БСС требует весьма много времени, поскольку после каждого цикла отладки требуется заливка программ на узлы сети. Время можно сэкономить, проведя предварительную отладку на компьютерном симуляторе.

Однако написание отдельной симуляционной программы также требует достаточно много времени, даже при использовании специальных симуляторов. Возникает потребность в инструменте, который позволил бы проводить отладку управляющего кода узлов БСС на ПК без необходимости написания отдельной симуляционной программы.

В рамках предлагаемой работы был разработан фреймворк, предназначенный для решения описанной проблемы. Фреймворк представляет собой программу, способную эмулировать работу БСС под управлением пользовательского протокола передачи данных с учётом потерь сообщений. Пользователь должен описать свой протокол в виде совокупности структур и функций на языке Си. Далее создание симуляционной программы и управляющего кода для Ардуино требует лишь подключения нескольких заголовочных файлов. Практика использования разработанного инструмента показала, что предварительная отладка протокола на ПК благодаря сбору статистики и логированию способна значительно снизить затраты времени на разработку протокола.

Литература

1. W. Dargie, C. Poellabaue. Fundamentals of Wireless Sensor Networks: Theory and Practice Wireless Communications and Mobile Computing John Wiley & Sons, 2010, 336 p.
2. Nikol'skii I.M., Furmanov K.K. Efficiency of retransmission in sensor networks //Computational Mathematics and Modeling, 2020, no.31, pp.471–476

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ РУССКИХ ДОРЕВОЛЮЦИОННЫХ ПЕЧАТНЫХ ТЕКСТОВ

Федоров В.В.¹, Ершов Н.М.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра СКИ,
e-mail: vlad.fedorov.2001@mail.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра АНИ,
e-mail: ershov@cs.msu.ru

Настоящая работа посвящена вопросам применения технологий оптического распознавания символов и методов машинного обучения для распознавания печатных русскоязычных текстов XIX века. Анализируются особенности данной задачи по сравнению с общей задачей оптического распознавания символов.

Проводится обзор существующих методов и программ для решения рассматриваемой проблемы. Предлагается свой адаптивный подход к построению программной системы распознавания подобных текстов на основе открытой платформы Tesseract. Приводятся предварительные результаты исследования эффективности предложенного подхода и сравнения с имеющимися решениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-01053 А).

Литература

1. Shperber G. A gentle introduction to OCR – 2018. [Электронный ресурс]. URL: <https://towardsdatascience.com/a-gentle-introduction-to-ocr-ee1469a201aa>
2. Петров А.П., Зенкин Г.М. Анализ изображения, применяемый в модели, обучающейся узнаванию зрительных образов [Текст] // Труды III Всесоюзной конференции по информационно-поисковым системам и автоматизированной обработке научно-технической информации. – 1967. – ч.3. – стр.187-195.
3. Navarro G. A guided tour to approximate string matching [Текст] // ACM Computing Surveys. – 2001 – стр. 31-88.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ COVID-19 ПО СНИМКАМ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ ГРУДНОЙ КЛЕТКИ

Малмыгин Г.А.¹, Попова Н.Н.², Григорьева М.А.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра СКИ, e-mail: malmyingleb1@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра СКИ, e-mail: popova@cs.msu.ru

3) НИИЦ МГУ, e-mail: magsend@gmail.com

В условиях пандемии коронавирусной инфекции COVID-19 особую роль играют скорость и точность выявления заболевания у человека. Снимки компьютерной томографии (КТ) легких позволяют быстро получать результат и определять степень поражения легких при этом заболевании. С накоплением баз данных КТ-снимков встал вопрос об их автоматической интерпретации с использованием методов интеллектуального анализа, в том числе, нейронных сетей. Неуклонно возрастает число публикаций, посвященных этой теме. В связи с этим становится актуальным исследование эффективности применения глубоких нейронных сетей различных моделей для диагностики COVID-заболевания по снимкам компьютерной томографии легких.

В докладе представлены результаты проведенного сравнительного анализа наиболее перспективных нейросетевых моделей для анализа медицинских изображений. Апробация каждой из моделей проводилась на выбранной базе данных Mosmed[1]. Сравнение моделей проводилось на основе метрики точности на валидационной выборке. Реализация предложенного подхода базируется на использовании идеи transfer learning и состоит из следующих шагов: загрузка слоев выбранной модели, установка весов моделей при их обучении на базе данных ImageNet, заморозка весов основной модели, добавление обучаемых слоев, обучение добавленных слоев. Выбор такого подхода связан с небольшим объемом изображений, хранящихся в доступной базе данных. В свою очередь, уже обученные на большом количестве изображений сверточные нейросетевые модели хорошо умеют выделять признаки на изображениях, что позволяет адаптировать их к анализу медицинских изображений. В докладе также рассматриваются используемые алгоритмы предобработки данных.

В качестве анализируемых нейросетевых моделей были выбраны следующие: 3D Network, Xception, ResNet50, MobileNetV2, VGG19, VGG16. Проведенные эксперименты позволяют сделать вывод о высокой (больше 90%) эффективности рассмотренных сверточных моделей, дообученных согласно предложенному алгоритму. Низкую точность (73%) нейросетевой модели 3D Network, анализирующей трехмерные изображения, можно объяснить небольшим количеством изображений, хранящихся в базе данных (число изображений около 2000) и обучением модели «с нуля». Дальнейшие исследования рассматриваемой задачи предполагают расширение числа анализируемых моделей, применение моделей к новым данным. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-01053 А).

Литература

1. Morozov S.P., Andreychenko A.E., Blokhin I.A., et al. MosMedData: data set of 1110 chest CT scans performed during the COVID-19 epidemic // Digital Diagnostics. - 2020. - Vol. 1. - N. 1. - P. 49-59. doi: [10.17816/DD46826](https://doi.org/10.17816/DD46826)

МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ СЕРВИСА ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ ВИРТУАЛЬНЫХ ПЛАСТОВ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО СЕТЕВОГО ИСЧИСЛЕНИЯ¹

Степанов Е.П.¹, Синякова М.А.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: msiniakova@lvk.cs.msu.ru

Одной из основных идей, определяющих развитие сетей нового поколения 5G [1], является объединение транспортных потоков со схожими требованиями к качеству сервиса (Service-Level Agreement – SLA) в группы и обеспечение каждой группе требуемого SLA при помощи выделения виртуального пласта – виртуальной сети, которая передает данные с определенным качеством сервиса. Работа посвящена разработке и исследованию метода удовлетворения SLA транспортных потоков виртуальных пластов при помощи настройки дисциплины очередизации коммутаторов/маршрутизаторов в сети.

В работе проведен обзор дисциплин очередизации сетевых устройств, по результатам которого была выбрана дисциплина Low-Latency Queueing (LLQ) [2], так как она поддерживает как приоритетные очереди, так и работу согласно модели дифференцированных услуг. Одним из полученных в работе результатов является алгоритм для вычисления оценки задержки транспортного потока внутри виртуального пласта на основе используемого приоритета и веса очереди дисциплины LLQ. Вычисление оценки задержки потока виртуального пласта предлагается выполнять при помощи математического аппарата стохастического сетевого исчисления и симплекс-метода решения задачи линейного программирования.

Также в работе предложен алгоритм подбора значения параметров дисциплины очередизации LLQ для удовлетворения SLA транспортных потоков виртуальных пластов. Начальные значения параметров выбираются на основе требований к задержке и затем корректируются согласно результатам работы алгоритма оценки задержки транспортного потока виртуального пласта.

Было проведено экспериментальное исследование предложенного алгоритма подбора значения параметров дисциплины очередизации, по результатам которого выявлена кубическая зависимость времени работы алгоритма от количества виртуальных пластов в сети. При помощи имитационного моделирования проведено сравнение математической оценки задержки транспортного потока предложенного алгоритма со значением задержки, испытываемой пакетом в условиях, приближенных к настоящим, которое показало близость оценки при небольшой скорости транспортных потоков и расхождение в случае возрастания скорости.

Литература

1. Zhang S. An Overview of Network Slicing for 5G //IEEE Wireless Communications. – 2019.
2. Yousif M., Abdelrahman I. A. M., Abbas M. A. H. Improving QoS for Real-time Traffic using Multiple Low Latency Queueing Scheduling Mechanisms //University Of Khartoum Engineering Journal. – 2019. – Т. 8. – №. 2.

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-07-01112)

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РЕГУЛЯРИЗАЦИОННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УСКОРЕНИЯ МЕТОДА ПОИСКА АРХИТЕКТУР ГЛУБОКИХ НЕЙРОСЕТЕЙ

Никулеников М.Р.¹, Попова Н.Н.², Хамитов К.Г.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СКИ,
e-mail: michael@nikulenkov.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СКИ,
e-mail: popova@cs.msu.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СКИ,
e-mail: berserq0123@gmail.com

Целью работы является оптимизация архитектур глубоких сверточных нейросетей. В работе рассматривается применение метода MorphNet [1] для оптимизации построения архитектур таких сетей с помощью нейроэволюционного метода CoDeepNEAT [2]. В качестве критерия оптимизации выступает время работы нейроэволюционного метода.

Эволюционный метод поиска архитектур предполагает обучение составляющих популяцию нейронных сетей с целью оценки их приспособленности к решению задачи. MorphNet – способ автоматической оптимизации нейронных сетей, основанный на изменении размеров слоев имеющейся архитектуры с помощью разреживающего регуляризатора. Предлагается использовать MorphNet для оптимизации популяций нейросетей, возникающих на этапах нейроэволюции.

Подход MorphNet позволяет оптимизировать нейронную сеть по целевому ресурсу, в качестве которого выступает количество операций с плавающей точкой. Применение соответствующего регуляризатора способно ускорить обучение оптимизированной сети.

В работе рассматривается эффективность различных стратегий применения регуляризационной оптимизации в нейроэволюционном методе CoDeepNEAT.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-01053 А).

Литература

1. Ariel Gordon, Elad Eban, Ofir Nachum, Bo Chen, Hao Wu, Tien-Ju Yang, Edward Choi. MorphNet: Fast & Simple Resource-Constrained Structure Learning of Deep Networks //Google Research, Google Brain, Energy-efficient multimedia systems group (MIT), Georgia Institute of Technology – 2018.
2. Risto Miikkulainen, Jason Liang, Elliot Meyerson, Aditya Rawal, Dan Fink, Olivier Francon, Bala Raju, Hormoz Shahrzad, Arshak Navruzyan, Nigel Duffy, Babak Hodjat. Evolving Deep Neural Networks //Sentient Technologies, Inc., The University of Texas at Austin – 2017.
3. Kenneth O. Stanley, Risto Miikkulainen. Evolving Neural Networks through Augmenting Topologies. //The University of Texas at Austin – 2001.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПЕРЕНОСА ОБУЧЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ К НЕГАТИВНОМУ ПЕРЕНОСУ В ЗАДАЧЕ КЛАССИФИКАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Красильникова А.А.¹ Буряк Д.Ю.²

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК,
кафедра СКИ, e-mail: 1) anuta@internet.ru, 2) dyb04@yandex.ru*

Актуальным подходом для обучения моделей при отсутствии доступа к набору данных достаточного размера является применение методов переноса обучения. Идея трансферного обучения строится на том, что знания, накопленные в модели, подготовленной для выполнения одной задачи, могут быть перенесены на другую модель, чтобы помочь в построении прогнозов для другой задачи. Использование переноса обучения позволяет существенно снизить требования к количеству обучающих данных и сократить время, требуемое для обучения модели под конкретную задачу.

Успех трансферного обучения не всегда гарантирован. В некоторых случаях информация, полученная из источника, может отрицательно влиять на целевую обучающуюся область. Такую ситуацию называют негативным переносом [2]. В литературе выделяют три основных фактора появления негативного переноса: 1) фактор дивергенции (расхождения): существование сдвига между совместными распределениями исходной и целевой областей может вредить переносу; 2) целевой фактор: основывается на правильном использовании самих целевых данных; 3) фактор алгоритма: неправильный выбор алгоритма переноса обучения влияет на перенос [1].

Целью работы является экспериментальная проверка устойчивости некоторых алгоритмов переноса обучения к негативному переносу в задаче классификации изображений, который моделируется с использованием фактора дивергенции. В ходе работы был проведен анализ существующих методов переноса; выбраны алгоритмы для исследования [3], [4]; разработаны методы искажения данных для моделирования негативного переноса; выполнен экспериментальный анализ эффективности выбранных алгоритмов, используя в качестве критерия показатель точности классификации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-07-01053 А).

Литература

1. Z. Wang, Z. Dai, B. Póczos, J. Carbonell, Characterizing and Avoiding Negative Transfer, IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2019.
2. Pan S.J., & Yang Q. A survey on transfer learning, IEEE Transactions on knowledge and data engineering, 22(10), 1345-1359, 2010.
3. E. Tzeng, J. Hoffman, K. Saenko, T. Darrell, Adversarial Discriminative Domain Adaptation, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2017.
4. M. Long, Y. Cao, J. Wang, M.I. Jordan, Learning Transferable Features with Deep Adaptation Networks, 32nd International Conference on Machine Learning, France, 2015.

ПЛАТФОРМА ЦИФРОВОГО ФАКУЛЬТЕТА

Гуляев А.В.,¹ Бубнов А.С.,² Раевский Е.Н.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, лаб. ПОВП, e-mail: gav@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, лаб. ПОВП, e-mail: ab@cs.msu.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, лаб. ПОВП, e-mail: raev@cs.msu.ru

Доклад посвящен задаче построения «Цифрового факультета» при помощи инструментов программной платформы Медиавики (MediaWiki), дополненных программными продуктами отечественными разработками и продуктами с открытым кодом. Программный комплекс Медиавики с точки зрения авторов является оптимальным решением задачи цифровой трансформации в области образования. Прототипом Цифрового факультета на сегодня является действующая модель вики-системы, созданной на факультете ВМК МГУ в 2020 году.

В течение последних лет в лабораториях программного обеспечения вычислительного практикума и программного оборудования факультета ВМК группа специалистов занималась изучением инструментов построения вики-систем, используя для изучения, в первую очередь, Википедию, как наиболее известный объект цифрового пространства, построенного на принципах Вики, гипертекстовой среды и широкого сетевого взаимодействия участников.

Значимым преимуществом платформы Медиавики является её надёжность, подтверждённая успешными 20-летними испытаниями, в качестве базовой платформы всех проектов фонда Викимедиа, одним из которых является наиболее известный всем под названием Википедия.

Безусловным преимуществом для использования, является также то, что программный комплекс Медиавики существует под открытой лицензией и предоставляется всем желающим его использовать совершенно безвозмездно.

Выбранный набор инструментов, по мнению специалистов лаборатории программного обеспечения вычислительного практикума, позволяет решить все вопросы, связанные с цифровизацией образовательного процесса.

Важно подчеркнуть, что все программные продукты, использованные для создания цифровых инструментальных ядер факультетов, или являются программными продуктами с открытым кодом (Медиавики, Moodle) или отечественной разработкой (ТруКонф).

Наибольшую сложность в создании работоспособной системы Цифрового факультета авторы видят не столько в технической реализации, сколько в разработке правил управления проектом, задающим правильные стимулы мотивации каждой группе участников.

Эти задачи мы предполагаем решить и отработать с факультетами партнёрами в процессе промышленной эксплуатации модели.

Литература

1. Козловский С.А., Жуков Д.А., Медейко В.В., Абарников О.И., Кербуш Р.Н. ВИКИПЕДИЯ. Вводный курс. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений России. / Под общ. Ред. С.А. Козловского, Д.А. Жукова. - //М.: «Астро Дизайн», 2020.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РАСПОЗНАВАНИЯ ДЕЙСТВИЙ ЛЮДЕЙ В ВИДЕО С МИНИМАЛЬНЫМ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗМЕТКИ

Димитриенко А.Ю.¹, Мещеряков А.В.², Герасимов С.В.³

1) МГУ, факультет ВМК, кафедра ИИТ, aleksander.dimit@gmail.com

2) Институт космических исследований РАН, mesch@cosmos.ru

3) МГУ, факультет ВМК, кафедра ИИТ, sergun@gmail.com

Распознавание действий людей по видео имеет множество применений в реальной жизни. Современные решения в данной области задействуют методы машинного обучения, при использовании которых необходимы новые данные для каждой прикладной задачи, а также для каждого нового набора действий людей. Для обработки больших наборов данных требуются краудсорсинговые решения, применение которых требует значительных денежных затрат и контроля качества работы. Минимизация разметки данных позволяет сэкономить время и деньги разработчиков моделей машинного обучения.

Классическим решением задачи распознавания действий по видео является применение свёрточных нейронных сетей, таких как I3D и SlowFast. Однако в последнее время архитектура трансформера [1] на основе механизма внимания, пришедшая из обработки естественных языков, показывает хорошие результаты и для видео данных. Её преимуществом является сокращение времени обучения относительно свёрточных подходов при сохранении качества. Также модель трансформера отличает возможность выбора соседей блоков кадра, что увеличивает гибкость модели и позволяет подстраивать её под особенности данных.

В данной работе предложен подход с обучением модели трансформера с двумя различными функциями потерь, в том числе с Triplet Loss, для применения которой реализован подход Сиамских сетей [2]. Такое решение позволяет обучить модель получать признаки, удаленные для различных классов и сгруппированные для примеров одного класса. Это также позволяет не осуществлять обучение большой модели в процессе разметки, а обучать лишь лёгкий классификатор, который работает с признаками действий.

Точность модели оценивалась на выборке UCF-101 [3], на котором она превзошла по точности классификации рассмотренные свёрточные нейронные сети. Помимо классификации тестовой выборки, были проведены эксперименты с классификацией новых для модели трансформера классов действий по различному числу имеющихся размеченных экземпляров.

Литература

1. Gedas Bertasius, Heng Wang, Lorenzo Torresani. Is Space-Time Attention All You Need for Video Understanding? // arXiv. 2021. (<https://arxiv.org/pdf/2102.05095v1.pdf>)
2. Gregory Koch, Richard Zemel, Ruslan Salakhutdinov Siamese Neural Networks for One-shot Image Recognition // In Proceedings of the 32nd International Conference on Machine Learning. 2015. (<https://www.cs.cmu.edu/~rsalakhu/papers/oneshot1.pdf>)
3. Khurram Soomro, Amir Roshan Zamir, Mubarak Shah UCF101: A Dataset of 101 Human Actions Classes From Videos in The Wild // arXiv. 2012. (<https://arxiv.org/pdf/1212.0402.pdf>)

МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ДАННЫХ СИСТЕМНЫХ ЖУРНАЛОВ

Горохов О.Е.¹, Петровский М.И.², Машечкин И.В.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: gorokhov-oe@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: michael@cs.msu.su

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: mash@cs.msu.su

Анализ поведения различных компьютерных систем является весьма важной задачей в последнее время. Это связано с повсеместным внедрением компьютеров в нашу жизнь. Поэтому актуальной является задача обнаружения аномального поведения системы и поддержания стабильности её работы. Кроме того, важной является смежная задача, связанная с поиском поведения системы, которое могло нарушить стабильность её работы. Подобное поведение возможно обнаружить путём обнаружения аномалий в данных системных журналов, где содержится информация о работе системы. Анализ таких данных и посвящена данная работа.

Стоит отметить, что данные системных журналов являются сложно структурированными. Анализ существующих работ показывает, что такие данные могут быть представимы в текстовом виде. Поэтому, поставленная задача сводится к задаче обнаружения аномалий в текстовых данных [1]. Кроме того, при анализе системных журналов важной является временная составляющая, поэтому необходимо так же учитывать её при разработке алгоритма [2].

В последнее время наиболее эффективным является подход, основанный на тематическом моделировании текстовых данных. Однако, данный подход не позволяет корректно выявить события, повлиявшие на дальнейший крах системы.

В данной работе предлагается рассмотреть иерархический алгоритм тематического моделирования, основанный на алгоритме LDA, позволяющий на каждом шаге избавляться от незначимых событий, перестраивая более точную модель. Для вычисления важности отдельных событий используются алгоритмы, основанные на деревьях решений, а также на вероятностном подходе.

В ходе проведённых экспериментальных исследований, предложенный алгоритм позволил добиться лучшего результата по сравнению с классическими методами (NMF, классический LDA).

Дальнейшими направлениями исследуемой задачи является исследование применимости нейронных сетей в поставленной задаче [3].

Литература

1. Chandola V., Banerjee A., Kumar V. Anomaly Detection: A Survey //ACM Computing Surveys (2009) 41, No3, p.15:1–15:58.
2. Gupta M., Gao J., Aggarwal C. C., Han J. Outlier Detection for Temporal Data: A Survey //IEEE transactions on knowledge and data engineering (2014) 26, No9, p.2250-2267.
3. Gorokhov O., Petrovskiy M., Mashechkin I. Convolutional Neural Networks for Unsupervised Anomaly Detection in Text Data //Lecture Notes in Computer Science (2017) 10585, p.500-507.

ПРИМЕНЕНИЕ LSTM-АВТОКОДИРОВЩИКА В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВТОРЖЕНИЙ

Калякина А.Д.¹, Царёв Д.В.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: alinka.kalyakina@yandex.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: tsarev@cs.msu.ru

Внутренняя угроза – вредоносная для компании угроза, исходящая от человека, который в силу своего служебного положения или иных обстоятельств имеет доступ к конфиденциальной информации внутри компании. По данным Ponemon [1] суммарный ущерб от подобных атак за два последних года вырос на 31%, а количество инцидентов увеличилось на 47%.

В рамках данной работы решается задача обнаружения внутренних угроз как задача выявления аномального поведения пользователей. Предлагается использовать не только структурированные поведенческие данные – контекст, но и неструктурированные – контент. В качестве примера контекста можно привести описание пользовательских операций работы с файлами, отправки писем и т.п., под контентом понимается содержимое пользовательских файлов, писем, посещаемых веб-страниц и т.п. На сегодняшний день не встречается работ, использующих и контент, и контекст при решении рассматриваемой задачи.

На основе анализа актуальных моделей и их результатов была выбрана статья [2], в которой используется LSTM-автокодировщик для поиска аномалий в поведенческих данных. Общая идея подхода состоит в том, что LSTM-автокодировщик обучается нормальному поведению пользователя, и при тестировании на аномальном поведении показывает большую ошибку реконструкции. Также в [2] было показано, что разделение пользователей на непересекающиеся сообщества и поиск аномалий внутри отдельных сообществ повышает эффективность обнаружения. Для разделения пользователей на непересекающиеся сообщества использовался метод Лувена, жадно оптимизирующий модулярность получаемого разбиения.

В настоящей работе предлагается и апробируется добавление контента к анализируемым данным, использование алгоритма Жидких Сообществ для разделения пользователей на непересекающиеся сообщества, а также применение новой схемы обучения и тестирования моделей. Алгоритм Жидких Сообществ использует методологию распространения и принципы взаимодействия жидкостей в окружающей среде, и позволяет определять переменное количество выделяемых сообществ, что позволяет масштабировать количество моделей. Новая схема предполагает обучение одной модели для всего сообщества, что позволяет уменьшить время обучения и тестирования. При проведении экспериментов на самом популярном и реалистичном на данный момент наборе данных CERT 6.2 было показано, что новая схема обучения позволяет сократить количество обучаемых моделей без существенной потери качества, а алгоритм Жидких Сообществ находит более подходящее для обнаружения аномалий разбиение пользователей на непересекающиеся сообщества.

Литература

1. 2020 Cost of Insider Threats: Global Report : Rep. ; Executor: Ponemon Institute. —New York NY : 2020.
2. Paul Sudipta, Mishra Subhankar. LAC : LSTM AUTOENCODER with Community for Insider Threat Detection. — 2020.

НОВЫЕ АЛГОРИТМЫ АНАЛИЗА ВЫЖИВАЕМОСТИ НА ОСНОВЕ ДЕРЕВЬЕВ РЕШЕНИЙ С ВЗВЕШЕННЫМИ LOGRANK КРИТЕРИЯМИ

Васильев Ю.А.¹, Петровский М.И.², Машечкин И.В.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра ИИТ, e-mail: iuliiwasilev@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра ИИТ, e-mail: michael@cs.msu.su

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра ИИТ, e-mail: mash@cs.msu.su

Анализ выживаемости является актуальной областью исследований в современном обществе. Основная задача данной области – предсказать вероятность наступления события и времени до него. В такой формулировке область имеет множество сфер применения, как например: здравоохранение, кредитный скоринг и инженерные науки.

В сфере здравоохранения в качестве события может быть выбран исход по итогу лечения пациента: смерть, рецидив, выздоровление. Однако, время до наступления события некорректно, если событие не наступило до окончания исследования или был потерян контакт с пациентом. Такие события называют цензурированными.

Для анализа используется функция выживаемости, определяющая вероятность того, что время события наступит позже определенного времени. Основным инструментом для построения оценки функции является метод Каплана-Мейера.

На данный момент используются следующие алгоритмы прогнозирования функции выживаемости на основе входных факторов: Cox PH, Survival Tree, Random Survival Forest [1]. Для древовидных алгоритмов в качестве критерия разбиения используется logrank критерий [2], учитывающий цензурирование данных. Лучшее разбиение выбирается на основе наименьшего p-value с учетом поправки Бонферрони.

Однако, существующие методы не обрабатывают пропуски в данных и используют logrank критерий, в который события входят с одинаковой важностью. Важность ранних событий учитывается взвешенными logrank критериями [2]: wilcoxon, tarone-ware, peto.

В данной работе были разработаны древовидные модели, основанные на взвешенных logrank критериях и учитывающие пропуски в данных. Также разработана bagging модель, основанная на ансамбле деревьев решений.

Экспериментальное исследование и оценка качества была проведена на наборе данных пациентов с онкологией по Липецкой области и международном наборе данных РВС [3]. Были рассмотрены метрики: concordance index, integrated brier score.

В ходе проведенных экспериментальных исследований, предложенные алгоритмы позволили добиться лучшего результата по сравнению с классическими методами [1]. В частности, лучшие результаты на обоих наборах данных показала модель bagging с критерием tarone-ware. Предложенные алгоритмы были реализованы в виде open-source библиотеки на языке Python 3.8.

Литература

1. Fernandez C. et al. Experimental Comparison of Semi-parametric, Parametric, and Machine Learning Models for Time-to-Event Analysis Through the Concordance Index //arXiv preprint arXiv:2003.08820. – 2020.
2. Jiménez J. L., Stalbovskaya V., Jones B. Properties of the weighted log-rank test in the design of confirmatory studies with delayed effects //Pharmaceutical statistics. – 2019. – Т. 18. – № 3. – С. 287-303.
3. Kaplan M. M. Primary biliary cirrhosis //New England Journal of Medicine. – 1996. – Т. 335. – № 21. – С. 1570-1580.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ВНИМАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТОВ

Сорока А.Г.¹, Мещеряков А.В.², Герасимов С.В.³

1)Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: soroka_irk@mail.ru

2)Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru

3)Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: sergun@gmail.com

Задача построения и оптимизации маршрутов представляет собой класс задач комбинаторной оптимизации с многочисленными практическими применениями: курьерская доставка, работа такси, логистика товаров между складами и точками продаж. Существуют инструменты, позволяющие получить субоптимальное решение для классической постановки задачи ограниченного размера (например “Google OR-Tools”). Однако, для больших задач (>500 точек) и динамических задач, в которых новые точки, требующие быстрого пересчета пути, появляются по ходу выполнения маршрута, не было предложено эффективных полиномиальных алгоритмов.

В прикладных областях возникают дополнительные ограничения, такие как: временные окна доступности клиентов, ограничение на последовательность посещения, ограничения вместимости грузовых средств. Классические подходы для решения подобных задач делятся на два вида: поиск точных решений при помощи целочисленного программирования и эвристические подходы [1]. Точные решения часто разрабатываются на основе метода ветвей и границ, который имеет теоретическую гарантию нахождения оптимального решения, но неприемим для реальных задач из-за экспоненциальной сложности. На практике эвристика лучший выбор: несмотря на отсутствие теоретической гарантии качества, субоптимальное решение может быть получено за адекватное время. Однако разработка эвристики требует большого количества проб и ошибок, а производительность с точки зрения качества решения во многом зависит от интуиции и опыта людей-экспертов.

Решение для задачи построения маршрута представляет собой последовательность узлов (местоположение клиентов и складов). Глубокие модели обучения для обработки естественного языка, которые имеют дело с последовательностями, вероятно, являются идеальным выбором для обработки решений построения маршрутов. Именно поэтому в последнее время стали популярны нейронные подходы, основанные алгоритмах внимания для решения задачи оптимизации маршрутов с ограничениями [2][3].

В данной работе исследованы нейросетевые алгоритмы внимания при обучении с подкреплением в задачах оптимизации маршрутов. Рассматриваемые задачи содержат ограничения на вместимость транспортных средств и временные окна доступности клиентов. В качестве базового подхода используется эвристический алгоритм “Google OR-Tools”.

Литература

1. Gutin G., Punnen A. P. (ed.). The traveling salesman problem and its variations. – Springer Science & Business Media, 2006. – Т. 12.
2. Falkner J. K., Schmidt-Thieme L. Learning to solve vehicle routing problems with time windows through joint attention //arXiv preprint arXiv:2006.09100. – 2020.
3. Lu H., Zhang X., Yang S. A learning-based iterative method for solving vehicle routing problems //International Conference on Learning Representations. – 2019.

НЕЙРОСЕТЕВАЯ СЕГМЕНТАЦИЯ СКОПЛЕНИЙ ГАЛАКТИК В МИКРОВОЛНОВОМ И РЕНТГЕНОВСКОМ ДИАПАЗОНАХ

Немешаева А.А.¹, Мещеряков А.В.², Герасимов С.В.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: alisa.nemshaeva@gmail.com

2) Институт космических исследований РАН, МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: mesch@cosmos.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: sergun@gmail.com

Скопления галактик играют важную роль в задачах определения параметров Вселенной и изучении эволюции галактик. Основными целями рентгеновского телескопа eROSITA[5] являются обзор неба и поиск скоплений галактик. Данные этого телескопа позволят получить наиболее полные каталоги кандидатов в скопления галактик, однако в них могут содержаться ложные объекты, поэтому требуется сопоставление с каталогами, полученными из других данных. Скопления видимы не только в рентгеновском диапазоне, но и в микроволновом. В микроволновом диапазоне скопления галактик проявляются благодаря эффекту Сюняева-Зельдовича. Основная цель этой работы - извлечь из данных микроволнового диапазона наиболее полный и точный каталог кандидатов в скопления галактик в области неба обзора eROSITA.

Единственный полный обзор неба в микроволновом диапазоне - Planck[1]. На основе этих данных был получен каталог PSZ2[2]. Он содержит небольшое количество (1653) скоплений, из которых подтверждены 1203, и другие объекты, что можно наблюдать в данных Planck, остались неучтёнными. В 2020 г. вышла статья[3], авторы которой применили нейросетевые методы для сегментации карт Planck. Каталоги опубликованы не были, поэтому мы повторили это исследование и усовершенствовали его. Существует карта параметра комптонизации, построенная на Planck на основе физического моделирования. На её основе построен каталог SZcat(y-map)[4].

В основе алгоритма лежит нейросетевая архитектура U-net, а в качестве каталогов для формирования обучающей выборки выбраны каталоги PSZ2, MCXC, ACT. Мы добавили в алгоритм аналог активного обучения. На их основе был создан каталог SZcat(AL). Мы воспроизвели модель из [3] и получили каталог SZcat(base). Полученный каталог по precision-recall превосходит другие каталоги.

Литература

1. Planck Collaboration, Planck 2018 results. III. High Frequency Instrument data processing and frequency maps// SAO/NASA Astrophysics Data System - 2018 г.
2. Planck collaboration, Planck 2015 results. XXVII. The second Planck catalogue of Sunyaev-Zeldovich sources.// Astron. Astrophys. - 2015 г.
3. V. Bonjean, Deep learning for Sunyaev-Zel'dovich detection in Planck// Astronomy&Astrophysics - 2020 г.
4. Burenin, R.A., An extension of the Planck galaxy cluster catalogue// Astronomy Letters - 2017 г.
5. The eROSITA X-ray telescope on SRG Astronomy&Astrophysics - 2021 г.

МОДЕЛИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ БАЗОВОЙ КЛАССИФИКАЦИИ РЕНТГЕНОВСКИХ ОБЪЕКТОВ SRG/EROSITA С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ МНОГОВОЛНОВЫХ ОБЗОРОВ НЕБА

Малышева Н.В.¹, Мещеряков А.В.², Герасимов С.В.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, ИИТ, e-mail: nad.malsh@mail.ru

2) Институт космических исследований РАН, МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, ИИТ, e-mail: mesch@cosmos.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, ИИТ, e-mail: sergun@gmail.com

Классификация космических объектов имеет фундаментальное значение для многих областей астрономических исследований, в особенности для разметки данных, получаемых из рентгеновского обзора SRG/eROSITA [1]. Целью работы является создание моделей машинного обучения для классификации рентгеновских объектов на основе многоволновых данных.

На данный момент появились высококачественные однородные обзоры всей площади неба такие, как SDSS, Pan-STARRS, DESI Legacy Imaging Survey и WISE. И на многих из них работа еще не проводилась, поэтому используя данные 4-х современных обзоров можно ожидать увеличение точности.

В индустрии и в астрономии для задачи классификации по табличным данным чаще используются древовидные архитектуры такие, как случайный лес и градиентный бустинг. Также была предложена модель глубокой нейронной сети TabNet [2] для табличных данных.

В данной работе использовались табличные оптические признаки из всех ранее представленных обзоров, где разметка получена из обзора SDSS [3]. В качестве тестовой выборки были взяты рентгеновские объекты из 3-го обзора SRG/eROSITA с величиной потока $> 1e-14$. Было произведено сравнение упомянутых ранее моделей на представленных данных. Как превосходящий остальные алгоритмы использовался градиентный бустинг реализации LightGBM. Глобальные параметры настраивались на основе Байесовской оптимизации библиотеки HyperOpt. Для оценки качества алгоритма использовалась двукратная кросс-валидация.

Результат на тестовой выборке:

STAR			GALAXY			QSO		
recall	roc-auc	Объекты	recall	roc-auc	Объекты	recall	roc-auc	Объекты
0.853	0.981	2284	0.950	0.997	1714	0.985	0.988	81386

Таким образом, полученные модели достигают высокой полноты для всех классов. Построенные алгоритмы вошли в стандартный пайплайн анализа данных обзора eRosita.

Литература

1. Predehl P. Andritschke R. The eROSITA X-ray telescope on SRG //Astronomy & Astrophysics, Volume 647, id.A1, 16 pp. - March 2021
2. Sercan O.Arik, Tomas P. TabNet: Attentive Interpretable Tabular Learning - 2020
3. The 16th Data Release of the Sloan Digital Sky Surveys: First Release from the APOGEE-2 Southern Survey and Full Release of eBOSS Spectra // Ahumada et al. 2020, submitted to ApJS.

Секция: «Обратные задачи управления»

ОПТИМАЛЬНОСТЬ ОСОБОГО ЛУЧА В МНОГОМЕРНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С РАЗЛИЧНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ АМОРТИЗАЦИИ

Киселёв Ю.Н.¹, Аввакумов С.Н.², Орлов М.В.³, Орлов С.М.⁴

1) *ВМК МГУ, Москва, e-mail: kiselev@cs.msu.su*

2) *ВМК МГУ, Москва, e-mail: asn@cs.msu.su*

3) *ВМК МГУ, Москва, e-mail: orlov@cs.msu.su*

4) *ВМК МГУ, Москва, e-mail: sergey.orlov@cs.msu.su*

Доклад посвящён обоснованию оптимальности движения фазовой траектории вдоль особого луча в многомерной модели экономического роста с производственной функцией Кобба-Дугласа с различными коэффициентами амортизации. Модель исследуется на бесконечном горизонте планирования с функционалом интегрального типа с дисконтирующим множителем. Фазовые переменные с учётом коэффициентов амортизации характеризуют различные экономические факторы или уровни развития соответствующих секторов экономики. Функционал определяет интегральный объём потребления.

Для теоретического исследования модели и поиска экстремальных режимов применяется принцип максимума Понтрягина [1]. Экстремальное решение в некоторый момент времени выходит на магистраль (особый луч) --- стационарный режим сбалансированного экономического роста, который в фазовом пространстве можно представить в виде луча, выходящего из начала координат. Оптимальность движения вдоль особого луча обосновывается с помощью теоремы [2] о достаточных условиях оптимальности в терминах конструкций принципа максимума. Проблема выхода на особый луч представляет отдельный интерес.

Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкерлидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976.
2. Киселёв Ю.Н. Достаточные условия оптимальности в терминах конструкций принципа максимума Понтрягина // – Материалы научного семинара «Математические модели в экономике и биологии». М.: МАКС Пресс. – 2003. С. 57–67.

ОБ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ МИНИМАКСНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Никольский М.С.¹

1) МИАН имени В.А.Стеклова РАН; факультет ВМК МГУ, e-mail: mni@mi-ras.ru

Пусть движение управляемого объекта описывается нелинейным уравнением вида

$$\dot{x} = A(x)u + g(x, v), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $x \in R^n$ ($n \geq 1$), $u \in P$ - выпуклому компакт из R^p ($p \geq 1$), $v \in Q$ - компакт из R^q ($q \geq 1$), $A(x)$ - матрица размерности $n \times p$. Предполагается, что матричная функция $A(x)$ локально липшицева на R^n , а векторная функция $g(x, v)$ непрерывна на $R^n \times Q$ и локально липшицева по x на R^n равномерно относительно $v \in Q$. В (1) измеримые по Лебегу функции $v(t) \in Q$, $t \in [0, T]$ ($T > 0$), моделируют воздействие возмущений, действующих на систему, а измеримое по Лебегу управление $u(t) \in P$ находится в распоряжении управляющего субъекта. Движение управляемого объекта (1) происходит под воздействием пары допустимых управлений $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ на временном отрезке $[0, T]$. На управляемый объект (1) также накладывается известное условие А.Ф.Филиппова для гарантии продолжимости решений $x(t, u(\cdot), v(\cdot))$.

Для изучения возможностей управляющего субъекта мы используем минимаксный подход. Фиксируем некоторую непрерывную на R^n функцию $\varphi(x)$ и рассмотрим инфимум гарантированных величин

$$\gamma = \inf_{u(\cdot)} \sup_{v(\cdot)} \varphi(x(T, u(\cdot), v(\cdot))), \quad (2)$$

где $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ - произвольные допустимые управления.

Отметим, что для приложений представляет интерес, например, функция $\varphi(x) = |x - \xi|^2$, где ξ - фиксированный терминальный вектор, символ $|\cdot|$ означает длину вектора.

В докладе, в частности, получены достаточные условия, при которых в формуле (2) вместо $\inf \sup$ можно написать $\min \max$, что важно для приложений. Здесь можно провести определенные аналогии с проблематикой существования оптимального управления в теории оптимального управления. Также был изучен вопрос о непрерывной и липшицевой зависимости величины γ (см.(2)) от начального вектора x_0 .

Отметим, что настоящая работа продолжает исследования работы [1].

Литература

1. Никольский М.С. Об одной задаче минимизации разброса траекторий управляемого процесса // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн (2021), №3, с. 26-30.

О ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ КОНКУРЕНЦИИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ КОМБИНИРОВАННОГО ЛЕЧЕНИЯ РАКОВЫХ ЗАБОЛЕВАНИЙ КРОВИ

Хайлов Е.Н.¹, Григоренко Н.Л.², Григорьева Э.В.³

- 1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления, e-mail: khailov@cs.msu.ru
- 2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.ru
- 3) Техасский Женский Университет, кафедра математики и компьютерных наук, e-mail: krasavizha@yahoo.com

Важным вопросом математического моделирования в онкологии является исследование оптимального сочетания различных способов лечения ракового заболевания, а также применения лекарственных препаратов.

Обычно лечение ракового заболевания у пациента состоит из нескольких этапов. Первый этап сопровождается активным приемом лекарств или применением назначенной терапии. На этом этапе на организм оказывается мощное воздействие, чтобы ликвидировать само заболевание или, по крайней мере, свести к минимуму его последствия. Второй этап – это отдых организма от последствий терапии первого этапа. Наконец, на последнем этапе организм пациента получает лекарственные препараты или терапию для поддержания достигнутого положительного состояния.

В соответствии с таким взглядом на лечение ракового заболевания, для его математического описания будем использовать двумерную модель конкуренции Лотки-Вольтерры [1], задаваемую системой обыкновенных дифференциальных уравнений, которые выражают изменение концентраций здоровых и раковых клеток при лейкемии и лимфоме. Эта модель также содержит две управляющие функции времени: первая управляющая функция отражает воздействие на указанные популяции клеток «жесткой» терапии, убивающей раковые клетки. Вторая управляющая функция определяет воздействие на популяции раковых и здоровых клеток с помощью «мягкой» терапии, которая подавляет деление раковых клеток. При отсутствии управляющих функций двумерная модель конкуренции Лотки-Вольтерры описывает взаимосвязи между концентрациями раковых и здоровых клеток без какого-либо лечения. В рамках такой модели комбинированного лечения ракового заболевания возможно отыскание оптимальной стратегии лечения. Действительно, моменты перехода от одного этапа лечения к другому могут быть не фиксированы, и их можно рассматривать в качестве переменных. Также неизвестными считаются кусочно-непрерывные управляющие функции, меняющиеся в рамках имеющихся ограничений (от положительных минимальных значений до максимальных значений) на этапах применения «жесткой» и «мягкой» терапий. Качество комбинированного лечения оценивается благодаря минимизации целевой функции, отражающей динамику концентраций здоровых и раковых клеток на временных интервалах, задающих продолжительность упомянутых этапов лечения. В докладе для такой задачи минимизации приводятся и детально обсуждаются результаты численных расчетов, выполненные в среде “ВОСОР-2.0.5”.

Литература

1. Хайлов Е.Н., Григоренко Н.Л., Григорьева Э.В., Клименкова А.Д. Управляемые системы Лотки-Вольтерры в моделировании медико-биологических процессов //М.: МАКС Пресс – 2021.

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР С НЕПРЕРЫВНЫМ ОБНОВЛЕНИЕМ ИНФОРМАЦИИ

Петросян О.Л.¹

1) Санкт-Петербургский Государственный университет, e-mail: petrosian.ovanes@yandex.ru

В настоящей работе исследуется класс дифференциальных игр с непрерывным обновлением информации. Предполагается, что в каждый текущий момент времени игроки имеют информацию на замкнутом временно интервале. Однако, с течением времени информация об игре обновляется, а именно происходит непрерывное смещение временного интервала, который определяет информацию доступную игрокам. Предметом работы является вопрос построения принципов оптимальности в подобном классе дифференциальных игр и соответствующих условий оптимальности в форме модернизированных уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана, Принципа максимума Понтрягина, а также исследования специального линейно-квадратичного случая.

В [1] выведена система уравнений Гамильтона--Якоби--Беллмана для равновесия Нэша в позиционных стратегиях с непрерывным обновлением информации. Статья [2] посвящена классу автономных линейно-квадратичных дифференциальных игр с непрерывным обновлением информации, для которых рассмотрены позиционные стратегии. В статье [3] подробно исследована игровая модель добычи ресурсов в кооперативной и некооперативной постановках. В статье [4] явный вид равновесия по Нэшу для дифференциальной игры с непрерывным обновлением информации выведен с использованием принципа максимума Понтрягина.

Статьи [5, 6, 7] тесно связаны с подходом с непрерывным обновлением информации.

Литература

1. Petrosian O.L., Tur A.V. Hamilton-Jacobi-Bellman Equations for Non-cooperative Differential Games with Continuous Updating. // Communications in Computer and Information Science. – 2019. – Vol. 1090. – P. 178–191.
2. Kuchkarov I.I., Petrosian O.L. On class of linear quadratic non-cooperative differential games with continuous updating. // Lecture Notes in Computer Science. – 2019. – Vol. 11548. – P. 635–650.
3. Petrosian O.L., Tikhomirov D.S., Gao H. Differential Game Model of Resource Extraction with Continuous and Dynamic Updating (to be published) // Journal of Systems Science and Complexity. – 2021.
4. Petrosian O.L., Tur A.V., Zhou J. Pontryagin's Maximum Principle for Non-cooperative Differential Games with Continuous Updating // Communications in Computer and Information Science. – 2020. – Vol. 1275. – P. 256–270.
5. Van Den Broek W. A. Moving horizon control in dynamic games // Journal of Economic Dynamics & Control. – 2002. – Vol. 26. – P. 937–961.
6. Vasin A., Divtsova A. The repeated game modelling an agreement on protection of the environment // In VIII Moscow International Conference on Operations Research (ORM2018), MAKS Press Moscow. – 2018. – Vol. 1. – P. 261–263.
7. Vasin A., Divtsova A. Game-theoretic model of agreement on limitation of transboundary atmospheric pollution // Mat. Teor. Igr Pril. – 2017. – Vol. 9, – no. 1. – P. 27–44.

ПРИМЕР ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ПОЗИЦИОННОЙ ИГРЫ N ЛИЦ, В КОТОРОЙ РАВНОВЕСИЕ УГРОЗ И КОНТРУГРОЗ ОДНОВРЕМЕННО МАКСИМАЛЬНО ПО ПАРЕТО

Жуковский В.И.¹, Жуковская Л.В.², Мухина Ю.С.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления,
e-mail: zhkvlad@yandex.ru

2) Центральный экономико-математический институт РАН,
e-mail: zhukovskaylv@mail.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, механико-математический факультет, кафедра высшей алгебры, e-mail: js.mukhina@mail.ru

Устанавливается, что этим свойством обладает дифференциальная игра

$$\begin{aligned} \Gamma_N &= \langle N = \{1, \dots, N\}; \Sigma \div \dot{x} = A(t)x + \sum_{i \in N} u_i, x(t_0) = x_0; \\ \{u_i &= \{U_i \div u_i(t, x) = Q_i(t)x \mid \forall Q_i(\cdot) \in C_{n \times n}[0, \vartheta]\}_{i \in N}; \\ \{J_i &(U, t_0, x_0) = x'(\vartheta)C_i x(\vartheta) + \int_{t_0}^{\vartheta} \sum_{j=1}^N u'_j[t] D_{ij} u_j[t] dt \}_{i \in N} \rangle, \\ \vartheta &= const > t_0 > 0 \end{aligned}$$

при $D_{ii} > 0, D_{ij} < 0, C_i < 0 (i, j \in N; i \neq j), \Lambda_{11}\Lambda_{22} < \Lambda_{12}\Lambda_{21}$ и $\forall (t_0, x_0) \in [0, \vartheta) \times \mathbb{R}^n, x_0 \neq 0_n$. Здесь $\Lambda_{ii}(-\Lambda_{ij})$ – наибольший корень уравнения $\det[D_{ij} - \Lambda E_n] = 0$ (соответственно $\det[D_{ij} - \Lambda E_n] = 0$).

При этом искомая ситуация имеет вид:

$$U^P = (U_1^P, \dots, U_N^P) = (-D_1^{-1}\Theta^P(t)x, \dots, -D_N^{-1}\Theta^P(t)x),$$

где $\Theta^P(t) = [X^{-1}(t)]' \left\{ C^{-1} + \int_t^{\vartheta} X^{-1}(\tau) [D_1^{-1}(\alpha) + \dots + D_N^{-1}(\alpha)] X^{-1}(\tau) d\tau \right\}^{-1} X^{-1}(t)$,

$$D_i(\alpha) = D_{1i} + \alpha_2 D_{2i} + \dots + \alpha_N D_{Ni}, C = C_1 + \alpha_2 C_2 + \dots + \alpha_N C_N,$$

постоянную α_i определяем рекуррентным образом:

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Lambda_{11}}{\Lambda_{21}} + \frac{\Lambda_{12}}{\Lambda_{22}} \right), \dots, \alpha_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\Lambda_{1i} + \alpha_2 \Lambda_{2i} + \dots + \alpha_{i-1} \Lambda_{i-1,i}}{\Lambda_{ii}} \right), \dots, \alpha_N = \frac{1}{2} \left(\frac{\Lambda_{1N} + \alpha_2 \Lambda_{2N} + \dots + \alpha_{N-1} \Lambda_{N-1,N}}{\Lambda_{NN}} \right).$$

Получен явный вид выигрыша:

$$J^P = (J_1(U^P, t_0, x_0), \dots, J_N(U^P, t_0, x_0)) = (x'_0 \Theta_1(t_0) x_0, \dots, x'_0 \Theta_N(t_0) x_0).$$

Здесь матрица

$$\begin{aligned} \Theta_i(t) &= [Y^{-1}(t)]' \left\{ C_i - \int_t^{\vartheta} Y'(\tau) \Theta^P(\tau) M_i(\tau) \Theta^P(\tau) Y(\tau) d\tau \right\} Y^{-1}(t), \\ M_i(t) &= D_1^{-1}(\alpha) D_{i1} D_1^{-1}(\alpha) + \dots + D_N^{-1}(\alpha) D_{iN} D_N^{-1}(\alpha), \\ N(t) &= A(t) - (D_1^{-1}(\alpha) + \dots + D_N^{-1}(\alpha)) \Theta^P(t). \end{aligned}$$

Литература

1. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач // М.: Физматлит – 2007.
2. Case J.H. A class of games having Pareto optimal Nash equilibrium // J. Optimiz. Theory Appl. – 1974. – V. 13.

О ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ, РЕШАЮЩИХ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Самсонов С.П.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления,
e-mail: samsonov@cs.msu.su*

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x} = Ax + u, \quad x(0) = x_0, \quad u \in U(t),$$

где A – квадратная матрица размерности $n \times n$, x – вектор фазового состояния размерности n , $U(t)$ – измеримое многозначное отображение. Требуется минимизировать интегральный и терминальный функционал качества.

Доклад посвящен рассмотрению численных методов решения линейных задач оптимального управления с заданной точностью и с учетом вычислительных погрешностей. Для линейных задач оптимального управления численные методы, как правило, удается строго обосновать, то есть доказать их сходимость и установить оценки погрешности. Использование линейности управляемой системы позволяет построить эффективно работающие численные алгоритмы. Разработке численных методов для линейных задач оптимального управления посвящен целый ряд работ. Следует заметить, что в большинстве опубликованных работ исследуется только сходимость методов и задается какой-то критерий останова вычислений, который обеспечивает «близость» вычисляемых величин к искомым, но не гарантирует заданной точности. Обычно используемые численные алгоритмы требуют численного решения некоторых задач из теории дифференциальных уравнений, линейной алгебры и т.д. Однако вычислительные погрешности решения этих вспомогательных задач могут оказаться весьма значительными, поэтому большой интерес представляют такие численные методы, для которых удается получать оценку точности вычислений с учетом вычислительных погрешностей. Данный доклад как раз и посвящен численным методам, решающим линейные задачи оптимального управления с заданной точностью и с учетом вычислительных погрешностей, см. [1-4]. Предлагаемые численные методы основаны на восстановлении выпуклого множества по его опорной функции.

Литература

1. Самсонов С.П. Восстановление выпуклого множества по его опорной функции с заданной точностью // Вестник Московского университета. 1983, Серия 15, Вычислительная математика и кибернетика, №3, с. 68-71.
2. Самсонов С.П. Численный метод решения линейных задач оптимального управления с заданной точностью // Проблемы динамического управления, 2009, Выпуск 4, с. 156-158.
3. Самсонов С.П. Оценка погрешности времени быстроедействия в линейной задаче оптимального управления // Проблемы динамического управления, 2010, Выпуск 5, с. 123-132.
4. Самсонов С.П. Одна задача оптимального управления с различными функционалами качества // Тр. МИАН СССР им. В.А.Стеклова, 1988, Т.185, С. 215-221.

ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИИ ЦЕНЫ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Камзолкин Д.В.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления,
e-mail: kamzolkin@cs.msu.ru

В докладе рассмотрена одна задача конфликтного управления системой, описываемой одним или несколькими обыкновенными дифференциальными уравнениями. Система содержит два управляющих параметра, называемых управлениями первого и второго игроков. Качество управления определяется функцией цены, зависящей от конечного состояния траектории системы.

Решается задача отыскания такого управления первого игрока, чтобы гарантировать значение функции цены не ниже определенного заданного значения при наличии неопределенности в выборе управления второго игрока.

Предложен численный метод приближенного вычисления значений искомой функции цены в узлах равномерной сетки в пространстве позиций управляемой системы, основанный на использовании теории стабильных множеств, «пиксельных методов» и метода динамического программирования, а также способ построения управления первого игрока, решающего поставленную задачу.

Литература

1. Grigorenko N.L., Kamzolkin D.V., Luk'yanova L.N., Pivovarchuk D.G. A Class of Control Problems under Uncertainty. // - Computational Mathematics and Modeling, Consultants Bureau (United States) - том 27, № 3 – 2016.
2. Kamzolkin D.V., Grigorenko N.L., Pivovarchuk D.G. Optimization of Two-Step Investment in a Production Process.// - Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics - Vol. 262 – 2008.

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В R3 С ГИБРИДНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ

Горьков В.П.¹, Григоренко Н.Л.², Лукьянова Л.Н.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, лаборатория обратных задач,
e-mail: v-p-gorkov@yandex.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления,
e-mail: grigor@cs.msu.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, лаборатория обратных задач,
e-mail: lln@cs.msu.ru

Рассматривается математическая модель движения материальной точки в поле притяжения одного притягивающего тела в трехмерном пространстве [1], [2]. Уравнения движения в сферических координатах имеют вид, где a_r , a_φ , a_θ управляющие параметры:

$$\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 \cos^2 \theta - r \dot{\theta}^2 + \frac{1}{r^2} = a_r, \quad (1)$$

$$r \cos \theta \ddot{\varphi} + 2 \dot{r} \dot{\varphi} \cos \theta - 2 r \dot{\varphi} \dot{\theta} \sin \theta = a_\varphi, \quad (2)$$

$$r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta} + r \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta = a_\theta. \quad (3)$$

Начальные условия:

$$r(0), \dot{r}(0), \varphi(0), \dot{\varphi}(0), \theta(0), \dot{\theta}(0). \quad (4)$$

Целевая орбита задается следующими условиями:

1) Плоскость целевой орбиты задается параметрами:

$$r \sin \theta = \bar{r} = \text{const}, \quad \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right). \quad (5)$$

2) Траектория движения:

$$r \cos \theta (1 + e \cos \varphi) - p = 0. \quad (6)$$

3) Характер движения – закон площадей:

$$r^2 \dot{\varphi} - h = 0. \quad (7)$$

Параметры целевой орбиты: \bar{r} , e , p , h .

Рассматривается задача синтеза законов управления a_r, a_φ, a_θ системы (1) – (3), при начальных условиях (4) обеспечивающих перевод фазовой точки на заданную орбиту (5) – (7) с параметрами \bar{r} , e , p , h , $\frac{h^2}{p} = 1$, при выполнении ограничения $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Здесь e – эксцентриситет, h – угловой момент целевой орбиты, p – фокальный параметр целевой орбиты.

Приведен класс позиционных управлений параметрами a_r, a_φ, a_θ , который решает задачу управляемости на заданную орбиту и последующего движения по орбите. Позиционные управления получены в аналитической форме [3]. Приведены численные расчеты позиционного управления и траекторий движения при полученном управлении для тестовых параметров процесса.

Литература

1. Гродзковский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.. Механика космического полета. Проблемы оптимизации, Наука, М., 1975.
2. Охоцимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. Основы механики космического полёта. Наука, М., 1990.
3. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами. URSS, М., 2018.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК ИЗ ВОЛНОВОДОВ СЛОЖНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Ильинский А.С.

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК,
кафедра математической физики, e-mail: celd@cs.msu.ru*

Использование радиопрозрачных волноводных окон (частотно-селективных поверхностей) является перспективным направлением создания антенн с повышенной прочностью и виброустойчивостью для диапазонов сантиметровых и миллиметровых волн. Одним из основных требований, предъявляемых к радиопрозрачным волноводным окнам, является хорошее согласование их поверхностей раскрыва со свободным пространством. Отражения от окна в значительной степени определяются отражениями от раскрывов ее волноводных элементов. В известных конструкциях радиопрозрачных окон используются квадратные, круглые и прямоугольные волноводы, открытые концы которых имеют невысокую степень согласования со свободным пространством. Кроме того, окна на основе квадратных и круглых волноводов не могут быть использованы в широком диапазоне частот, когда коэффициент перекрытия по частоте K_f , равный отношению верхней и нижней рабочих частот волноводного окна, превышает $\sim 1,2 \dots 1,3$. Одним из путей улучшения характеристик радиопрозрачных окон является использование волноводов со сложной формой поперечного сечения [1]. Изменяя параметры сечений, можно существенным образом влиять на внутренние и внешние характеристики излучателей и радиопрозрачных окон на основе таких волноводов.

В докладе приводятся результаты численного исследования коэффициента использования поверхности раскрыва (КИП) радиопрозрачных окон с плоскими поверхностями в виде периодических структур на основе двухполяризационных и широкодиапазонных волноводов сложного сечения с минимальными межцентровыми расстояниями между волноводами.

Для проведения исследований использована математическая модель бесконечной антенной решетки (АР) из волноводов произвольного сечения, построенная на решении внешней задачи проекционным методом сшивания полей, а внутренней - методом конечных элементов. Учитывалось прохождение электромагнитных волн через обе поверхности окна. Стенки волноводов полагались бесконечно тонкими.

При относительно небольшой ширине рабочего диапазона частот ($K_f < 1,3 \dots 1,4$) для построения волноводных окон, позволяющих обеспечить работу на вращающейся поляризации поля, наибольший практический интерес представляют квадратные, шестигранные, крестообразные и квадратные четырехгребенчатые волноводы. Такие волноводы образуют плотные «упаковки» сотового типа без наличия «паразитных» зон в апертуре, не относящихся к волноводным каналам окна.

Численное исследование и оптимизация характеристик антенных решеток (АР) на основе перечисленных двухполяризационных волноводов с минимальными межцентровыми расстояниями между элементами показали, что наименьший коэффициент отражения достигается при расположении волноводов в апертуре АР по треугольной сетке и выборе их размеров таким образом, чтобы верхняя частота одномодового режима волновода совпадала с верхней частотой рабочего диапазона АР.

Литература

1. Василенко Ю.Н. Ильинский А.С., Харланов Ю.Я. Характеристики двухполяризационных волноводно-рупорных излучателей сложного поперечного сечения // Радиотехника и электроника. -1996.- Т.41. -№10, -с.1183-1187.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ НАЧАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА С НЕИЗВЕСТНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Баев А.В.

МГУ, ф-т ВМК, кафедра математической физики, e-mail: drbaev@mail.ru

Рассмотрены обратные задачи определения начальных условий и стационарной неоднородности в краевых задачах для уравнения Бюргерса. Использовано преобразование, позволяющее свести уравнение Бюргерса к уравнению с переменным коэффициентом относительно функции, доступной в томографических наблюдениях. Доказаны теоремы единственности о восстановлении начальных условий по средним значениям решения по времени или пространственной переменной. Поставлены обратные задачи одновременного определения начальных данных и источника на отрезке и полупрямой. На основе спектральных представлений доказана единственность их решения.

Рассмотрим процесс переноса, описываемый неоднородным уравнением Бюргерса:

$$u_t + 2uu_x = \nu u_{xx} + f(x), \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (1)$$

где $f \in C[0, l]$, $\nu > 0$. Существуют различные физические интерпретации функции $u(x, t)$. Будем придерживаться ее интерпретации как плотности частиц, непрерывной субстанции и т. п.

Поставим следующие дополнительные условия, определяющие единственное решение (1):

$$u(0, t) = \mu_0, \quad t > 0, \quad (2)$$

$$u(l, t) = \mu_1, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (4)$$

где $\varphi \in C[0, l]$, μ_0, μ_1 — действительные числа, и пусть выполнены условия согласования: $\varphi(0) = \mu_0$, $\varphi(l) = \mu_1$.

Под решением обратных задач для (1)–(4) задач будем понимать, не формулируя пока точных постановок, восстановление функций $\varphi(x)$ или $f(x)$, если дополнительно известна некоторая функция или функции, доступные в измерениях и определяемые решением $u(x, t)$ прямой задачи (1)–(4).

Поскольку саму плотность не всегда можно непосредственно измерить, то на практике (например, в томографии) широко используется метод, основанный на следующем феноменологическом законе изменения интенсивности проникающего излучения $w(x)$ в среде с плотностью $u(x)$:

$$\frac{dw}{dx} = -\gamma u(x)w, \quad x > 0,$$

что приводит к хорошо известной зависимости:

$$w(x) = w(0) \exp\{-\gamma \int_0^x u(\xi) d\xi\}, \quad (5)$$

где $\gamma > 0$ — коэффициент поглощения, определяемый как свойствами среды, так и параметрами излучения.

Рассмотрим теперь процесс, при котором плотность $u(x, t)$ в (1) меняется во времени неизмеримо медленнее распространения излучения. Тогда задача (1)–(4) сводится к задаче относительно функции $w(x, t)$, определяемой аналогично (5). Задавая в качестве дополнительных данных временную или пространственную информацию относительно $w(x, t)$, приходим к обратной задаче об определении функций $\varphi(x)$, $f(x)$. Существенно, что при этом дополнительные данные в обратной задаче носят томографический характер и доступны в измерениях.

АВТОМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КЛАССИФИКАЦИИ РЕНТГЕНОВСКИХ СНИМКОВ ЛЕГКИХ

Довганич А.А.¹, Крылов А.С.², Хвостиков А.В.³, Паролина Л.Е.⁴

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ,
e-mail: a.dovganich@yandex.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ,
e-mail: kryl@cs.msu.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ,
e-mail: khvostikov@cs.msu.ru

4) «НМИЦ фтизиопульмонологии и инфекционных заболеваний» Минздрава России,
e-mail: parolinale@nmrc.ru

Целью данной работы была разработка метода автоматического контроля «жесткости» рентгенограмм легких для улучшения качества классификации.

В работе использовались следующие открытые наборы данных:

- 1) Montgomery County chest X-ray set (MC) [1].
- 2) Shenzhen chest X-ray set (Shenzhen) [1].
- 3) Tuberculosis X-ray dataset (TBX11K) [2].

Был формализован эмпирический метод, применяемый рентгенологами [3]. В качестве критерия для определения «жесткости» снимка использовалось количество видимых на снимке позвонков. Для определения количества позвонков применялся алгоритм, состоящий из следующих шагов:

- 1) Предобработка рентгеновских снимков (эквализация гистограммы).
- 2) Определение области позвоночника (использовался нейросетевой метод, основанный на дообучении модели resnet-34).
- 3) Нахождение центральной линии позвоночника и его границ (определение центра позвоночного столба по интенсивности пикселей, далее нахождение границ позвонков (edges)).
- 4) Выделение отдельных позвонков и подсчет их количества (использовался метод хребтовых структур (ridges), основанный на пространственном анализе собственных чисел матрицы Гессе).

Далее при помощи разработанного метода исходный набор данных был отфильтрован по количеству позвонков k . Были обучены два вида нейросетевых классификаторов на основе модели DenseNet. I – однокомпонентная модель, II – двухкомпонентная модель (компоненты модели обучались соответственно на «мягком» и «жестком» наборе). В обоих случаях предварительная фильтрация наборов данных по близости «жесткости» снимков позволила повысить качество диагностики.

Литература

1. Jaeger, S., Candemir, S., Antani, S., Wang, Y. X. J., Lu, P. X., and Thoma, G. 2014. Two public chest X-ray datasets for computer-aided screening of pulmonary diseases. Quantitative imaging in medicine and surgery, 4(6), 475.
2. Liu, Y., Wu, Y. H., Ban, Y., Wang, H., and Cheng, M. M. 2020. Rethinking computer-aided tuberculosis diagnosis. In Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (pp. 2646-2655).
3. Тимофеева Л. А., Алешина Т. Н., Быкова А. В. Синдромы патологии легочной ткани. Учебное пособие – Издательство Чувашского университета, Чебоксары, 2013.

ЛИНЕЙНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Тихонов И.В.¹, Алмохамед Муатаз²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, математическая физика, e-mail: ivtikh@mail.ru

2) МПГУ, Институт математики и информатики, математический анализ;

Университет Алеппо, естественные науки, математика (Сирия),

e-mail: mssrmtz@gmail.com

В математической физике хорошо известны обратные задачи о нахождении источника (см. [1, 2]). Ряд результатов для уравнений эллиптического типа установлен в работах А. Хайдара, А. И. Прилепко, В. В. Соловьева. Предложена интерпретация подобных задач на языке абстрактных дифференциальных уравнений второго порядка (А. И. Прилепко, Д. Г. Орловский).

Покажем, что при таком подходе теоремы единственности решения могут быть получены без всяких ограничений на тип дифференциального уравнения. Рассмотрим модельный пример:

$$\begin{cases} u''(t) = Au(t) + g, & 0 < t < T, \\ u(0) = u_0, & u'(0) = u_1, \\ \alpha u(T) + \beta u'(T) = u_2, \end{cases}$$

взятый в комплексном банаховом пространстве E . Функция $u(t)$ и элемент $g \in E$ предполагаются неизвестными. Элементы u_0, u_1, u_2 заданы в E .

Случаи $\alpha = 1, \beta = 0$ и $\alpha = 0, \beta = 1$ изучались ранее в [3, 4]. В настоящий момент мы располагаем полным доказательством критерия единственности для задачи с любыми параметрами $\alpha, \beta \in \mathbb{C}, |\alpha| + |\beta| > 0$. При выборе линейного замкнутого оператора A необходимым и достаточным условием единственности решения будет предположение: *ни один нуль характеристической функции*

$$L(\lambda) = L(\lambda; T, \alpha, \beta) \equiv \alpha \frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda}T - 1}{\lambda} + \beta \frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda}T}{\sqrt{\lambda}}, \quad \lambda \in \mathbb{C},$$

не является собственным значением оператора A . В докладе подробно обсуждается данный результат.

Литература

1. Isakov V. Inverse Source Problems. (Math. Surveys and Monographs; no. 34) – Providence, Rhode Island: AMS, 1990. – 193+xiv pp.
2. Prilepko A. I., Orlovsky D. G., Vasin I. A. Methods for solving inverse problems in mathematical physics. – N.Y., Basel: Marcel Dekker, 2000. – 709+xiii pp.
3. Тихонов И. В., Эйдельман Ю. С. Обратная задача для дифференциального уравнения в банаховом пространстве и распределение нулей целой функции типа Миттаг-Леффлера // Дифференц. уравнения. 2002. Т. 38, № 5. С. 637–644.
4. Алмохамед М. Критерий единственности решения в линейной обратной задаче с финальным переопределением второго рода // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. 2019. № 3. С. 50–58.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКТОМЕТРИИ НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ТОРЕ

Головина С.Г.¹, Захаров Е.В.², Цыбров Е.Г.³

- 1) МГУ имени М.В.Ломоносова, кафедра математической физики,
e-mail: sgolovina-msu@mail.ru
- 2) МГУ имени М.В.Ломоносова, лаборатория математической физики,
e-mail: spec@cs.msu.ru
- 3) МГУ имени М.В.Ломоносова, кафедра математической физики,
e-mail: tsybrovevgeniy@yandex.ru

Рассматривается задача рассеяния электромагнитного поля на линзовой антенне в виде диэлектрического тора с излучателем, расположенным вблизи оси вращения [1]. Данный тип антенн обладает круговой диаграммой направленности и для исследования таких антенн могут быть использованы методы решения задачи возбуждения диэлектрического тела вращения. В данной работе исследуются электромагнитное поле, отраженное от диэлектрического тора, и обратная задача восстановления формы тела. Области Ω_f и Ω_r , где соответственно расположены источники и приёмники, не пересекаются с областью Ω_0 с параметрами ϵ_0, μ_0 , содержащей исследуемое тело Ω_1 с параметрами ϵ_1, μ_0 . Введем цилиндрическую систему координат (ρ, φ, z) , рассмотрим уравнения Максвелла для осесимметричных полей. Выпишем $\mathbf{E} = \{0, E_\varphi(\rho, z), 0\}$; $\mathbf{H} = \{H_\rho(\rho, z), 0, H_z(\rho, z)\}$, решаем задачу относительно E . Рассмотрена граничная задача с условиями сопряжения на границе неоднородности $\partial\Omega_1$ для E_φ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\mu \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\varphi) \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right) + k_0^2 E_\varphi = E_{\varphi_0}, \rho \in \Omega_0, \\ \mu \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\mu \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\varphi) \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right) + k_1^2 E_\varphi = 0, \rho \in \Omega_1, \\ [E_\varphi] = 0, \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_\varphi}{\partial n} \right] = -\frac{1}{\rho} E_\varphi \cos(n, \rho) \left[\frac{1}{\mu} \right], \rho \in \partial\Omega_1, \\ E_\varphi = O\left(\frac{1}{|\rho|}\right), \frac{\partial E_\varphi}{\partial |\rho|} - ik_0 E_\varphi = o\left(\frac{1}{|\rho|}\right), |\rho| \rightarrow \infty, \end{array} \right. \quad (1)$$

где \mathbf{n} – внешняя нормаль к границе, $k_1 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_1}$, $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, ω – частота, E_{φ_0} – первичное поле. От задачи (1) переходим к интегральному уравнению:

$$E_\varphi(M) - E_{\varphi_0}(M) = \int_{\partial\Omega_1} G(M, P) \frac{(k_1^2 - k_0^2)}{4\pi} E_\varphi(P) dS_P, M \in \Omega_1, \quad (2)$$

где $G(M, P) = \rho \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikr_{MP}}}{r_{MP}} \cos \varphi d\varphi$. Для решения (2) использовался итеративно регуляризованный метод [2].

Литература

1. Е.В.Захаров, С.Н.Левченко, Ю.Я.Харланов. Численное решение задачи осесимметричного возбуждения диэлектрического тора //Сборник “Обратные задачи естествознания”, Москва. МГУ, 1997, с. 109 -115.
2. Golovina S. G., Zakharov E. V. A numerical way of solving the inverse problem for the wave equation in a medium with local inhomogeneity //Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics, Allerton Press Inc.(United States), T. 41, № 4, с. 173-178.

ГЕНЕРАЦИИ ПЯТОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ГАРМОНИКИ НА ОСНОВЕ КАСКАДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СРЕДЕ С КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Федотов М.В.¹, Харитонов Д.М.², Трофимов В.А.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ, fedotov@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ, dmitrykharitonov@cs.msu.ru

3) Южно-Китайский университет технологий, Гуанчжоу, Кунмай, trofimov@scut.edu.cn

Лазерное излучение в ультрафиолетовой области имеет ряд важных применений, таких как медицина, спектроскопия, исследование материалов и другие. Для получения этого излучения, как правило, используются процессы преобразования частоты, в т.ч. генерация пятой гармоники (ГПГ). При этом для ГПГ необходимо использовать нескольких кристаллов для последовательной генерации гармоник.

Известно, что в случае большой расстройки волновых чисел возникает индуцированная нелинейность более высокого порядка [1]. Исследование самовоздействия импульсов, вызванного нелинейностью пятого порядка, индуцированной в среде с кубичной нелинейностью благодаря каскадному процессу генерации третьей гармоники, исследовалось в работе [2]. В нашей работе [3] предлагается использовать этот процесс для ГПГ.

Постановка задачи включает в себя систему нелинейных уравнений Шредингера (исходная система), описывающей взаимодействие первой, третьей и пятой гармоники. Используя метод многих масштабов (масштаб – обратная величина к расстройке волновых чисел между первой и третьей гармониками), выведена новая система дифференциальных уравнений (модифицированная), показывающая возникновение индуцированной нелинейности пятого порядка и, как следствие этого, ГПГ.

Инварианты модифицированной системы уравнений позволяют построить ее решение, на основе которого можно проанализировать множественность режимов генерации. Оно подтверждено компьютерным моделированием как исходной, так и модифицированной системы уравнений. Показано, что модифицированная система уравнений, полученная с учетом приближения первого порядка, качественно и количественно аппроксимирует исходную систему. Эффективность ГПГ при оптимальном выборе параметров достигает 93%.

Федотов М.В. и Харитонов Д.М. благодарят Российский Научный Фонд (грант 19-11-00113) за поддержку.

Литература

1. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П. Нелинейные взаимодействия дифрагирующих световых пучков с квадратичной нелинейностью. // Письма в ЖЭТФ. (1974) **20**, № 11, с. 339-343.
2. Saltiel S., Tanev S., Boardman A. High-order nonlinear phase shift caused by cascaded third-order processes. // Optics letters (1997) **22**, №3, с.148–150.
3. Trofimov V.A., Kharitonov D.M., Fedotov M.V. Fifth harmonic generation in a medium with cubic nonlinear response based on cascading third harmonic generation. // Optics & Laser Technology. Online publication: October 1, 2021, paper 107534.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МОРСКИХ МОБИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ

Барашков И.С.¹

*1) МГУ, факультет ВМК, лаборатория математической физики,
e-mail: barashkov@cs.msu.ru*

В настоящее время важной задачей является исследование строения шельфа и обнаружение месторождений углеводородов в шельфовой зоне. Именно поэтому последнее время развиваются методы морских электромагнитных зондирований. При морских зондированиях с донными станциями в качестве источника электромагнитного поля обычно используется электрический кабель, который передвигается по поверхности моря, буксируемый судном. Электрическое и магнитное поле измеряется на морском дне с помощью всплываемых датчиков. С помощью математического моделирования исследован вопрос о том, какие из компонент электромагнитного поля наиболее чувствительны к неоднородностям среды. Разработан метод решения обратной задачи определения глубины залегания неоднородности и её проводимости.

При мобильном методе морских зондирований в качестве источника электромагнитного поля используется электрический кабель, который передвигается под поверхностью моря на заданной глубине, буксируемый судном, а вслед за ним на фиксированном расстоянии на той же глубине буксируется приёмник электрического поля. Цель моделирования – определить чувствительность мобильного электромагнитного зондирования для случая зондирования горизонтальным электрическим диполем и вертикальным магнитным диполем. Так как мобильное зондирование используется для поиска месторождений углеводородов, то основной задачей является поиск плохо проводящей неоднородности.

Основные результаты

Горизонтальные компоненты электрического поля при зондировании с донными станциями обладают достаточной чувствительностью для определения границ и глубины залегания залежи.

При мобильном зондировании по вертикальной компоненте аномального электрического поля хорошо определяются границы неоднородности. Математическое моделирование обосновывает эффективность мобильного метода морских зондирований, поскольку при прохождении приёмника над границей неоднородности наблюдается возмущение измеряемого поля как для случая хорошо проводящей неоднородности, так и для случая изолятора. Следовательно, мобильный метод морских зондирований позволяет оконтурить неоднородность и получить хорошее начальное приближение для решения обратной задачи обнаружения месторождений углеводородов в шельфовой зоне.

Разработана программа расчёта сложных моделей на больших сетках для многопроцессорных супер ЭВМ Bluegene, SKIF-MGU Chebyshev и Lomonosov.

Литература

1. Dmitriev V.I., Barashkov I.S. Mathematical modeling of marine electromagnetic sounding of a three-dimensional nonhomogeneous medium //Computational Mathematics and Modeling, July 2012, Vol. 23, Issue 3, pp. 239-253.
2. Dmitriev V.I., Barashkov I.S. Mathematical modeling of mobile marine electromagnetic soundings //Computational Mathematics and Modeling, 2014, Vol.25, No. 3, July, pp. 342-350.

АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНОЙ СТРУКТУРЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЫНКА ТИПА «ДЕРЕВО»

Цыганов Н.И., Силаев И.И.

*Факультет ВМК МГУ, кафедра исследования операций,
e-mail: nikita--93@mail.ru, i.silaev@me.com*

Рассматривается задача оптимизации транспортной системы энергетического рынка с точки зрения максимизации общественного благосостояния. Основная ее сложность заключается в наличии фиксированных транспортных затрат при увеличении пропускных способностей линий, из-за чего задача не является задачей выпуклого программирования (ЗВП). В [1] доказано, что для рынков типа «звезда» и «дерево» задача является NP-трудной. Однако при фиксированном множестве расширяемых линий задача уже является ЗВП и может решаться стандартными методами [2]. Таким образом, исходная задача сводится к задаче дискретной оптимизации нахождения оптимального множества расширяемых линий, подзадачей которой является задача максимизации общественного благосостояния для фиксированного множества расширяемых линий.

В [3-4] предложены алгоритмы решения исходной задачи для рынков типа «цепочка» и «звезда». Они основаны на применении понятий дополнительности и конкурентности для линий [2], что позволяет при выполнении некоторых условий находить линии, расширение (либо, наоборот, отсутствие расширения) которых заведомо оптимально. Там же проведено исследование среднестатистических эффективностей этих алгоритмов. Показано, что для набора случайно сгенерированных задач средняя вычислительная сложность растет полиномиально при увеличении числа узлов в рынке.

В данном исследовании проводится обобщение предложенных ранее алгоритмов для рынка типа «дерево», и исследуется его среднестатистическая эффективность. Показывается, что среднее число решаемых подзадач хорошо аппроксимируется полиномом 1-2 степени.

Литература

1. Vasin A.A., Grigoryeva O.M., Tsyganov N.I. A model for optimization of transport infrastructure for some homogeneous goods markets //Journal of Global Optimization. – 2020. – V.76. – p.499–518.
2. Васин А.А., Григорьева О.М., Цыганов Н.И. Оптимизация транспортной системы энергетического рынка //Доклады Академии Наук (2017) 475. – №4. – с.377–381.
3. Vasin A.A., Tsyganov N.I. Optimization of transmission systems for chain-type markets //Communications in Computer and Information Science. – 2019. – V.974 of Optimization and Applications. – OPTIMA 2018. – Springer International Publishing Cham, 2019. – p.482–493.
4. Vasin A.A., Grigoryeva O.M., Tsyganov N.I. Energy Markets: Optimization of Transmission Networks //International Journal of Public Administration. – 2019. – V.42. – №15–16. – p.1311–1322.

УСКОРЕНИЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКИХ МНОЖИТЕЛЕЙ ЛАГРАНЖА

Измаилов А.Ф.¹, Родин И.С.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра ИО, e-mail: izmaf@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, кафедра ИО, e-mail: del.ris@ynadex.ru

Метод последовательного квадратичного программирования является одним из основных алгоритмов решения задач оптимизации со смешанными ограничениями

$$f(x) \rightarrow \min, h(x) = 0, g(x) \leq 0, \quad (1)$$

где $f: R^n \rightarrow R, h: R^n \rightarrow R^l, g: R^n \rightarrow R^m$. В работе рассматривается случай, когда в допустимой точке \bar{x} задачи (1) нарушаются условия регулярности ограничений, но \bar{x} является стационарной точкой задачи (1) с некоторым (возможно неединственным) ассоциированным множителем Лагранжа. В [1] показано, что в этом случае множество множителей Лагранжа может содержать особые, называемые критическими, множители, которые притягивают двойственные траектории прямо-двойственных алгоритмов оптимизации, что негативно влияет на сходимость таких методов.

Возможны по крайней мере два разных подхода к решению указанной проблемы критичности. Один из них состоит в том, чтобы пытаться избегать сходимости к критическому множителю. В работе рассматривается альтернативный подход, состоящий в ускорении сходимости к критическому множителю на основе имеющихся знаний об особом характере такой сходимости.

Основываясь на результатах работ, в которых изучались поведение ньютоновских методов для систем нелинейных уравнений [2] и для задач оптимизации с ограничениями–равенствами [3], был разработан алгоритм решения задачи (1), основанный на базовом методе последовательного квадратичного программирования с глобализацией с помощью одномерного поиска и снабженный процедурой экстраполяции для ускорения сходимости к критическим множителям.

В работе проведено сравнение поведения различных глобализованных вариантов метода последовательного квадратичного программирования для задач оптимизации, в решениях которых нарушаются условия регулярности ограничений. В частности, в работе исследованы вопросы о стабилизации множества активных ограничений подзадач, принятии методами настоящей матрицы Гессе и полного шага, а также ускоряющий эффект от использования экстраполяции. Модификации матрицы Гессе позволяют увеличить количество успешных запусков без значительной потери в эффективности. Для рассматриваемых методов типично асимптотическое принятие полного шага, а наличие положительного эффекта от экстраполяции связано с асимптотической стабилизацией множества активных ограничений подзадач.

Литература

1. Izmailov A.F., Kurennoy A.S., Solodov M.V. Critical solutions of nonlinear equations: local attraction for Newton-type methods // Math. Program. 2018. V. 167, N 2. P. 355-379.
2. Fischer A., Izmailov A.F., Solodov M.V. Unit stepsize for the Newton method close to critical solutions // Math. Program. 2021. V. 187, N 1-2. P. 697-721.
3. Izmailov A.F. Accelerating convergence of a globalized sequential quadratic programming method to critical Lagrange multipliers // Comput. Optim. Appl. 2021. <https://doi.org/10.1007/s10589-021-00317-z>.

ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД ПЕРЕСЧЕТА СЕТЕВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОГРАНИЧЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПРИ АВАРИЙНОМ ОТКЛЮЧЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ СЕТИ

Пилипенко А.О.¹, Давидсон М.Р.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет Вычислительной математики и кибернетики,
кафедра Исследования операций, e-mail: pilesas@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет Вычислительной математики и кибернетики,
кафедра Исследования операций, e-mail: mdavidson@consulnext.ru

При аварийном отключении воздушной линии электропередачи (ВЛ) в электросети возникает необходимость быстрого подсчета пост-аварийного (ПА) якобиана ограничений на потоки мощности по узловым нагрузкам. Размерность ПА якобиана ограничений имеет s строк – по количеству ВЛ в сети. Для предупреждения аварий количество ПА якобианов, которые необходимо вычислить, равно количеству возможных аварийных возмущений s - количеству ВЛ в сети. Общее количество вычислений $s * s$ – большая вычислительная трудоемкость.

Обозначим $u(t)$ - якобиан неявной функции приращения переменных состояния от узловых нагрузок. Dfs - якобиан ограничений на потоки мощностей по переменным состояния, строки которого соответствуют градиентам каждого ограничения. Количество строк достигает количества ВЛ в сети. $\tilde{D}fs$ - якобиан ограничений на потоки мощностей по переменным состояния после отключения ВЛ. $Dfs * u(0)$ - якобиан ограничений на потоки мощностей по узловым нагрузкам. $\tilde{D}fs * u(1)$ – ПА якобиан ограничений на потоки мощностей по узловым нагрузкам.

Единичное аварийное возмущение, как правило, влияет на небольшое количество ограничений $\sim const \ll s$. Определив ограничения, на которые было оказано существенное влияние, количество вычислений можно уменьшить до $\sim const * s$. Для этого необходим быстрый алгоритм оценки множества ограничений $s' \subset s$, для которых разность значимо велика:

$$\tilde{D}fs * u(1) - Dfs * u(0) \tag{1}$$

Вычисление Dfs и $\tilde{D}fs$ имеет низкую сложность. Произведение $Dfs * u(t)$ - является заполненной матрицей и считается достаточно долго для полного набора ограничений.

Исследуется метод упрощенного вычисления разности (1), позволяющий оценить множество ограничений s' . Рассматривается пример электросети «Synthetic Illinois 200-bus power system model», состоящий из 200 узлов, 48 генераторов и 245 ребер с ограничениями на переток мощности в системе Matlab с использованием инструментов Matpower [2] моделирования и оптимизации электроэнергетических систем.

Литература

1. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М., Неуймин В.Г., Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах: монография; под ред. П.И. Бартоломея. //М.: Флинта: Наука, 2008.
2. Zimmerman R.D., Murillo-Sanchez C.E., and Thomas R.J., Matpower: SteadyState Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education, Power Systems, IEEE Transactions on, vol. 26, no. 1, pp. 12–19, Feb. 2011.

ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИИ КАК КООПЕРАТИВНАЯ ИГРА

Морозов В.В.¹, Романов С.И.²

1) Факультет ВМК МГУ, кафедра исследования операций, email: vmorosov@mail.ru

2) Факультет ВМК МГУ, кафедра исследования операций, email: kynuola@mail.ru

Пусть имеется n станков и n работ, которые можно выполнить на любом станке. Обозначим через t_{ij} время выполнения i -й работы на j -м станке. Пусть $I = \{1, \dots, n\}$ – множество из n рабочих, выполняющих n работ. Первоначально каждая i -я работа была назначена для выполнения на i -м станке. Однако рабочие могут меняться станками в соответствии с перестановками $\sigma: I \rightarrow I$. Тогда максимальная экономия суммарного времени выполнения работ равна $v(I) = \sum_{i=1}^n t_{ii} - \min_{\sigma} \sum_{i=1}^n t_{i\sigma(i)}$. Она пропорциональна сэкономленной энергии, затрачиваемой на выполнение работ, за что рабочие получают премию. Рабочие могут обмениваться станками в коалиции $S \subset I$ согласно перестановкам $\sigma_S: S \rightarrow S$ с экономией суммарного времени $v(S) = \sum_{i \in S} t_{ii} - \min_{\sigma_S} \sum_{i \in S} t_{i\sigma_S(i)}$. В результате получили кооперативную игру Γ с характеристической функцией $v(S), S \subseteq I$ [1]. Отметим, что функция $v(S)$ супераддитивна, т.е. для любых двух непересекающихся коалиций S и T выполнено неравенство $v(S) + v(T) \leq v(S \cup T)$.

Множество дележей

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i = v(I), x_i \geq v(i) = 0, i = 1, \dots, n\}$$

соответствуют возможным распределениям величины $v(I)$ между участниками большой коалиции I . Ядром кооперативной игры Γ называется множество дележей

$$C = \{x \in X \mid \sum_{i \in S} x_i \geq v(S), S \subset I\}.$$

Сформулируем условие непустоты ядра. Пусть $\chi(S) \in \mathbb{R}^n$ – вектор-индикатор множества S . Вектор $\lambda = (\lambda_S, S \subset I) \in \mathbb{R}_+^{2^n - 2}$ называется приведенным сбалансированным покрытием (ПСП), если $\sum_{S \subset I} \lambda_S \chi(S) = \chi(I)$ и система векторов $\{\chi(S) \mid \lambda_S > 0\}$ линейно независима. Компоненты ПСП – рациональные числа вида $\lambda_S = m_S/m$. Условие непустоты ядра из [2] в данном случае формулируется так: для любого ПСП должно быть выполнено неравенство

$$m \min_{\sigma} \sum_{i=1}^n t_{i\sigma(i)} \leq \sum_{S \subset I} m_S \min_{\sigma_S} \sum_{i \in S} t_{i\sigma_S(i)}. \quad (1)$$

В докладе будет показано, что ядро игры Γ не пусто. Для любого ПСП λ пусть σ_S^* – перестановки коалиций S , реализующие минимумы в правой части неравенства (1). Для проверки (1) строится ориентированный мультиграф M , в котором I – множество вершин, а пара вершин i, j соединена m_S дугами, если $i, j \in S$ и $j = \sigma_S^*(i)$. У построенного мультиграфа M степени входа и выхода каждой вершины равны m , что позволяет (см. [3]) представить его в виде суммы m ориентированных графов $G_k, k = 1, \dots, m$, имеющих множество вершин I и n дуг мультиграфа M . Каждый граф G_k соответствует некоторой перестановке $\sigma_k: I \rightarrow I$. При этом выполнено равенство

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n t_{i\sigma_k(i)} = \sum_{S \subset I} m_S \sum_{i \in S} t_{i\sigma_S^*(i)},$$

из которого и следует (1).

Литература

1. Мазалов В.В. Математическая теория игр и приложения // СПб.: Лань – 2010.
2. Бондарева О.Н. Некоторые применения методов линейного программирования к теории кооперативных игр // Проблемы кибернетики (1963) **10**, с. 119–139.
3. Райзер Г. Дж. Комбинаторная математика // М.: Мир – 1966

ОПТИМИЗАЦИЯ CONDITIONAL VALUE AT RISK ПОРТФЕЛЯ ОБЛИГАЦИЙ ФЕДЕРАЛЬНОГО ЗАЙМА МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Добровольский В.М.¹, Голембиовский Д.Ю.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра исследования операций, e-mail: VladimirDobrovolskyMSU@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра исследования операций, e-mail: golemb@cs.msu.ru

В рамках рассматриваемой модели допускается совершать сделки по покупке и продаже облигаций федерального займа (ОФЗ), а также сделки прямого и обратного РЕПО под залог ОФЗ. Сделки заключаются с целью размещения свободной ликвидности и получения процентного дохода. Доклад посвящен задаче построения оптимального портфеля таких сделок.

Рассматриваются генерация сценариев изменения цен ОФЗ, математическая постановка задачи оптимизации, численные эксперименты на исторических данных и построение эффективной границы доходности и риска портфеля. Генерация сценариев изменений цен ОФЗ реализована с помощью исторического моделирования параметрической кривой бескупонной доходности. Критерием оптимизации задачи формирования портфеля выбрана мера риска conditional value at risk (CVAR). При этом соблюдаются ограничения на среднюю доходность и самофинансируемость портфеля. Таким образом, предложен метод ребалансировки портфеля без дополнительных инвестиций, целью которого является минимизация риска при заданной доходности. Численные эксперименты проводились на основе ликвидных ОФЗ, торговавшихся на Московской бирже в течение 2014-2020 годов. Для соответствия модели реальным условиям торговли авторами были учтены комиссии за проведение сделок, дисконт РЕПО, bid-ask спрэд котировок ОФЗ, объемы торгов.

Полученные при численном моделировании результаты показали, что использование торговой стратегии на основе решения поставленной задачи в среднем приносит более высокий доход по сравнению с вложениями в отдельные облигации при сопоставимом риске инвестиций. Данный эффект наблюдается при достаточно высоких требованиях к средней доходности портфеля.

Литература

1. Artzner P. et al. Coherent measures of risk //Mathematical finance. – 1999. – Т. 9. – №. 3. – С. 203-228.
2. Markowitz H. Portfolio Selection, Journal of Finance //Markowitz HM—1952.—№. – 1952. – С. 77-91.
3. Nelson C. R., Siegel A. F. Parsimonious modeling of yield curves //Journal of business. – 1987. – С. 473-489.
4. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of Conditional Value-at-Risk // Journal of risk. – 2000. – Т. 2. – С. 21-42.
5. ПАО Московская Биржа Методика определения Кривой бескупонной доходности государственных облигаций. 2017 URL: <https://fs.moex.com/files/14299/24888>

ОПТИМАЛЬНАЯ ОБРАТНАЯ ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ В НЕПРЕРЫВНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С КОРРЕЛИРУЕМЫМИ ШУМАМИ

Белянкина Т.В., Смирнов М.А.

*Факультет ВМК МГУ, кафедра Исследования операций
e-mail: tbelyank@mail.ru, smirnov.mihail.a@yandex.ru*

Широкий класс задач управления, навигации, связи, обработки наблюдений может быть сведен к следующей формальной схеме: по реализации на интервале времени $[t_0, t]$ наблюдаемого случайного процесса $z(s)$, где $s \in [t_0, t]$, нужно найти в момент времени τ оценку $\mu(\tau, t)$ ненаблюдаемого случайного процесса $x(t)$. В случае, когда момент оценивания τ превосходит момент оценивания t , при этом τ фиксирован, а t изменяется, тип оценивания называется обратной экстраполяцией.

В настоящей работе рассматриваются вывод основных уравнений прямой и обратной экстраполяции в условиях ненулевой корреляции между шумами; Поиск математического ожидания и дисперсии ненаблюдаемого процесса $x(t)$, используя метод семиинвариантной функции. Далее решается задача поиска дисперсии оптимальной экстраполяционной оценки $\mu(\tau, t)$ в частном случае для скалярного гаусовского марковского процесса Орнштейна-Уленбека, при котором $x(t)$ и $z(t)$ определяются уравнениями $\frac{dx(t)}{dt} = -ax + \dot{w}(t)$ и $\frac{dz(t)}{dt} = -bx + \dot{v}(t)$.

В заключение проводится исследование изменения отношения дисперсий в двух случаях коррелируемых и некоррелируемых шумов в зависимости от различных параметров процессов $x(t)$ и $z(t)$, таких как интенсивности сигналов, интенсивности шумов, момент оценивания и коэффициент корреляции s между шумами.

Результаты работы показывают, что дисперсии оптимальных оценок $\Gamma_{12}(\tau, t)$ и $\Gamma_{22}(\tau, t)$ для задач прямой и обратной экстраполяции совпадают в частном случае процесса Орнштейна-Уленбека. При отдалении момента оценивания τ от момента окончания наблюдений t значение отношения α растет, приближаясь к единице (т.е. корреляция между шумами перестает играть роль). Так же можно сделать вывод, что мощность ненаблюдаемого процесса a имеет наибольшее влияние на различие между дисперсиями обратной экстраполяции в двух случаях, в сравнении с мощностью сигнала наблюдаемого процесса b и интенсивностями шумов q и r . Тем не менее, с ростом каждого из этих параметров, различие уменьшается.

Литература

1. Демин Н.С. Теория оценивания и распознавания стохастических сигналов: Учебное пособие / Н.С. Демин – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1983.
2. Липцер Р.Ш. Статистика случайных процессов / Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев – М.:Наука, 1974
3. Сушко Т.В. Оценивание стохастических процессов по совокупности непрерывных и дискретных наблюдений с памятью: диссертация ... канд. ф.-м. наук: 05.13.16/ Сушко Татьяна Валерьевна. – Томск, 1997.

ЭНЕРГИЯ БУДУЩЕГО И УПРАВЛЯЕМЫЙ ТЕРМОЯДЕРНЫЙ СИНТЕЗ

Белолипецкий А.А.^{1,2}, Семенов К.О.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра исследования операций,
e-mail: abelolipet@mail.ru

2) Федеральный исследовательский центр информатика и управление РАН
e-mail: kostya_24@mail.ru

«Энергетический вызов» перед населением Земли возник в результате сочетания трех следующих факторов:

1. Человечество сейчас потребляет огромное количество энергии около 16 тВт). Потребление (в пересчете на одного человека) равно 10,3 кВт в США, 6,3 кВт в РФ, 5,1 кВт в Англии, 0,21 кВт в Бангладеше.

2. Мировое потребление энергии драматически возрастает.

3. Сейчас 80% потребляемой миром энергии создается за счет сжигания ископаемых природных топлив (нефть, уголь и газ), использование которых: а) потенциально несет опасность катастрофических экологических изменений; б) неизбежно должно когда-нибудь закончиться.

По грубым оценкам, в настоящее время доля разных источников в общемировом производстве энергии составляет: ископаемое топливо — 80%, сжигание отходов и биомассы — 10%, атомные электростанции — 5%, гидроэлектростанции — 5%, другие источники (ветер, солнечные батареи, и т. д.) — 0,5%.

Важным направлением развития является использование ядерного синтеза.

Реакция ядерного синтеза может приводить к выделению количества энергии, в десять миллионов раз превышающего стандартное тепловыделение при обычных химических реакциях. Учитывая огромный потенциал термоядерных станций, можно считать оправданными все затраты на проекты их развития, тем более, что эти капиталовложения выглядят весьма скромными на фоне чудовищного по объему мирового энергетического рынка (4 триллиона долларов в год). Термоядерные исследования развиваются по двум направлениям. В первом, получившем название магнитного удержания, плазму помещают в магнитное поле. В идеальном случае магнитное удержание позволяет осуществить стационарное выделение термоядерной мощности – наиболее привлекательный режим энергетических реакторов. Во втором направлении – инерционном удержании – порцию термоядерного топлива импульсно нагревают до температур -30-50 млн. градусов, и частицы начинающихся реакций синтеза увеличивают нагрев плазмы. Что такое термояд: красивая и увлекательная наука или в первую очередь путь к новой энергетике? Ответ на этот вопрос дадут итоги работы над ИТЭРом, Международным экспериментальным термоядерным реактором (ITER -International Tokamak Experimental Reactor).

Литература

1. Смирнов В.П. Исследования по термоядерному синтезу. Научное сообщение на заседании Президиума РАН, ноябрь 2002 // Вестник Российской Академии Наук (2003) 73, № 4, с. 1–15.
2. Александрова И.В., Белолипецкий А.А., Корешева Е.Р. Состояние проблемы криогенных топливных мишеней в современной программе инерциального термоядерного синтеза // Вестник Российской Академии Естественных Наук (2007) 10, №2, с.37–42.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ НОРМАЛЬНОСТИ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ ИЗГИБА, ФОРМЫ И МАСШТАБА ГАММА-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Кудрявцев А.А.^{1,2}, Шестаков О.В.^{1,2,3}

1) *Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: tubigena@mail.ru, oshestakov@cs.msu.ru*

2) *Московский центр фундаментальной и прикладной математики*

3) *Федеральный исследовательский центр “Информатика и управление” Российской академии наук*

подавляющее большинство моделей, использующих для описания реального процесса распределения с неотрицательным неограниченным носителем, оперируют частными случаями обобщенного гамма-распределения [1] или обобщенного бета-распределения второго рода [2]. В докладе рассматриваются свойства пятипараметрического гамма-экспоненциального распределения [3], тесно связанного с перечисленными популярными модельными распределениями.

Оценивание параметров гамма-экспоненциального распределения (ГЭР) при помощи традиционных методов представляется затруднительным, ввиду выражения плотности ГЭР в терминах специальной гамма-экспоненциальной функции, представляющей собой частный случай функции Сривастава—Томовски, обобщающей функцию Миттаг-Леффлера.

В докладе обсуждается метод логарифмических моментов, предложенный авторами в работе [4] для оценивания двух из пяти параметров ГЭР. Описывается эффективный способ нахождения оценок, основанный на вычислении логарифмических моментов как полных полиномов Белла от кумулянтов, получаемых из преобразования Меллина плотности ГЭР. Приводятся явные виды оценок трех из пяти параметров ГЭР, полученных при помощи метода логарифмических моментов. Формулируются свойства сильной состоятельности и асимптотической нормальности для приведенных оценок, а также обсуждается вопрос отсева лишних решений системы уравнений для логарифмических моментов ГЭР.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 20-07-00655); исследования проводились в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

Литература

1. Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Выбор кривых распределения вероятностей для расчетов речного стока //Известия АН СССР. Отд. техн. наук, 1948. № 6. С. 15–21.
2. McDonald J.B. Some Generalized Functions for the Size Distribution of Income //Econometrica, 1984. Vol. 52. No. 3. P. 647–665.
3. Кудрявцев А.А. О представлении гамма-экспоненциального и обобщенного отрицательного биномиального распределений //Информатика и ее применения, 2019. Т. 13. Вып. 4. С. 78–82.
4. Kudryavtsev A.A., Shestakov O.V. Asymptotically Normal Estimators for the Parameters of the Gamma-Exponential Distribution //Mathematics, 2021. Vol. 9. Iss. 3. Art. 273. P. 1–13. doi: 10.3390/math9030273.

РАЗЛИЧНЫЕ МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ В МЭГ СИГНАЛАХ НА ФОНЕ СМЕШАННОГО НОРМАЛЬНОГО ШУМА

Гончаренко М.Б.¹, Захарова Т.В.^{2,3}

1) АО «Интел», e-mail: goncharenko.mir@yandex.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической статистики, e-mail: lisa@cs.msu.ru

3) Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

В работе рассмотрены некоторые способы выделения полезного сигнала на фоне смешанного нормального шума в сигналах, содержащих многократные повторяющиеся события. Практическая часть была выполнена с использованием нейрофизиологических сигналов, таких как многоканальные записи магнитоэнцефалографа, а также многограммы, но предлагаемый подход может быть использован и для сигналов различной природы.

Формально рассматривается многоканальная модель, где распределение шума относится к классу конечных смесей нормальных законов. Такая модель имеет самое широкое применение на практике. В данной постановке были получены новые статистические оценки формы полезного сигнала для повторяющихся событий. Примером таких данных служат записи нейрофизиологического эксперимента, где испытуемый совершал множество одинаковых простых движений пальцем (поднимал и затем опускал).

Важной частью исследования явилась разработка методов для улучшения точности классических оценок с использованием предположения о смешанном нормальном распределении шума. Была предложена стратегия, основанная на классификации наблюдений на разных участках записи (в предположении, что в каждый момент времени активна лишь одна шумовая компонента), с последующей композицией оценок. Были доказаны теоремы, показывающие, что предложенные оценки имеют меньшую дисперсию, чем оценка усреднением, которая обычно используется в прикладных нейрофизиологических исследованиях. Также рассмотрена связь данного подхода с различными вариантами EM-алгоритма.

Отдельно были проведены численные эксперименты и установлены различные границы эффективностей для предложенных оценок, как в смысле дисперсии, так и в смысле вычислительной эффективности реализаций.

Литература

1. Захарова Т.В., Никифоров С.Ю., Гончаренко М.Б., Драницына М.А., Климов Г.А., Хазиахметов М.Ш., Чаянов Н.В. Методы обработки сигналов для локализации невосполнимых областей головного мозга // Системы и средства информатики (2012) **22**, №2, с. 157–175.
2. Гончаренко М.Б. Оценка формы отклика в сигналах магнитоэнцефалограмм с шумом в виде конечной нормальной смеси // Системы и средства информатики (2018) **28**, №3, с. 72–85.
3. Королев В.Ю. EM-алгоритм, его модификации и их применение к задаче разделения смесей вероятностных распределений. Теоретический обзор // М.: ИПИ РАН – 2007.

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ ДАННЫХ С ЛОГНОРМАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ НА БИОЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

Драницына М.А.¹, Захарова Т.В.^{2,3}

- 1) ООО «Центр научного консультирования», e-mail: margarita13april@mail.ru
- 2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической статистики, e-mail: tvzaharova@mail.ru
- 3) Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук

Биоэквивалентность в сфере клинических исследований подразумевает эквивалентность параметров биодоступности, которые характеризуют скорость и степень абсорбции действующего вещества из лекарственного препарата к месту своего действия. Таким образом, задача состоит в доказательстве эквивалентности некоторых параметров сравниваемых лекарств в заранее определенных пределах, например, значения параметра одного лекарственного препарата попадают в диапазон [80,00%, 125,00%] по отношению к значениям того же параметра другого лекарственного препарата. Наибольшее распространение для оценки эквивалентности в этом смысле получила процедура двух односторонних тестов, которая позволяет контролировать ошибку I рода в исследовании. Однако ранее было показано, что в случае наличия недостающих данных может происходить инфляция этой ошибки.

В работе показано, что представление исследуемого параметра для сравнения данных двух выборок в виде суммы случайной части $A_{partial}$ и константы c :

$$A = A_{partial} + c,$$

приведет к увеличению области принятия гипотезы о небоэквивалентности, и в этом смысле к большей чувствительности к обнаружению различий. Константа c в данной модели отражает терминальную часть кривой «концентрация — время» для действующего вещества, в которой кривые не должны различаться.

Параллельно исследуется новый подход для проверки однородности исследуемых выборок. Используется идея разбиения исследуемой кривой «концентрация — время» набором временных точек измерения, что позволяет учитывать форму данной кривой.

Статья опубликована при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Математического центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075-15-2019-1621.

Литература

1. Драницына М.А., Захарова Т.В., Ниязов Р.Р. Свойства процедуры двух односторонних тестов для признания биоэквивалентности лекарственных препаратов. Ремедиум. 2019;(3):40-47.
2. SC. Chow, JP. Liu, Design and Analysis of Bioavailability and Bioequivalence Studies, Chapman and Hall/CRC, New York, 2008.
3. A. Donner, W.W. Hauck, G. Zou, The impact of missing values in the concentration-time curve on the assessment of bioequivalence, Pharmaceutical Statistics 4 (2005) 91-99.
4. Т.В. Захарова, А.А. Тархов, «Оценка уровня значимости критерия Шуирманна для проверки гипотезы биоэквивалентности при наличии пропущенных данных», Информ. и её примен., 13:3 (2019), 58–62

О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕКОТОРОГО КЛАССА

Савушкин Е.В.¹, Захарова Т.В.^{2,3}

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической статистики,
e-mail: ESavushkin@yandex.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической статистики,
e-mail: lsa@cs.msu.ru

3) Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра
«Информатика и управление» Российской академии наук

Данная работа посвящена изучению существования и единственности решения стохастического дифференциального уравнения в L_p при $1 < p < 2$.

Широко известна классическая теорема для пространства L_2 , если выполнено $|b(t, x) - b(t, y)| + |\sigma(t, x) - \sigma(t, y)| \leq L|x - y|$, а также квадраты диффузии и сноса удовлетворяют неравенству $b(t, x)^2 + \sigma(t, x)^2 \leq c(1 + x^2)$, $x \in \mathbb{R}$, $t \in [0, T]$,

то решение уравнения:

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dW_t, 0 \leq t \leq T, X_0 = Z$$

существует и единственно в пространстве L_2 [1].

Для изучения существования решения в пространстве L_p при $1 < p < 2$ был применен метод последовательных приближений. Последовательные приближения выбирались в виде $X_t^n = Z$, $t \in [0, T]$, для $n \geq 1$:

$$X_t^{(n)} = Z + \int_0^t b(s, X_s^{(n-1)})ds + \int_0^t \sigma(s, X_s^{(n-1)})dW(s).$$

Доказана прогрессивная измеримость последовательных приближений. Для функций сноса $b(s, X_s)$ и диффузии $\sigma(s, X_s)$ прогрессивная измеримость доказывается согласно [1].

При исследовании сходимости последовательных приближений возникла необходимость оценить следующий интеграл сверху:

$$\mathbb{E} \left| \int_0^t (L|X_s^{(n)} - X_s^{(n-1)}|) dW_s \right|^p \leq C_p \mathbb{E} \int_0^t |L|X_s^{(n)} - X_s^{(n-1)}|^p ds.$$

Так как аналитическая оценка для данного стохастического интеграла еще не получена, то было решено провести численные расчеты для набора модельных функций. Моделирование проводилось с использованием трех различных методов, прямого стохастического моделирования Монте-Карло для случайного процесса, а также расчета изменения плотности распределения во времени с использованием методов конечных разностей и конечных элементов.

Статья опубликована при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Математического центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075-15-2019-1621.

Литература

1. Булинский А.В. Ширяев А.Н. Теория случайных процессов // Москва: Изд. Физматлит (2005), с. 291-299.
2. Novikov A.A. On Moment Inequalities for Stochastic Integrals // Theory of Probability and Its Applications (1971) **16**, №3, p. 538–541.

ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕЩЕНИЙ ПО РАЗЛИЧНЫМ КРИТЕРИЯМ

Захарова Т.В.^{1,2}, Фисак А.А.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической статистики,
e-mail: isa@cs.msu.ru

2) Институт проблем информатики Федерального исследовательского центра
«Информатика и управление» Российской академии наук

В работе рассматривается неклассическая задача теории массового обслуживания с вызовами, возникающими в некотором пространстве. Для их обслуживания имеется ограниченное число станций. Требуется так расположить станции, чтобы минимизировать время обслуживания появляющихся вызовов. Время обслуживания вызова есть некоторая возрастающая функция, зависящая от расстояния между вызовом и станцией. На практике часто время, затраченное на преодоление одного и того же расстояния, зависит от направления движения. В таких случаях для построения адекватной математической модели требуется выбор метрики, учитывающей неравнозначность координат пространства.

Пусть в пространстве R^N возникают требования в случайных точках ξ с некоторой плотностью распределения и задано число станций обслуживания n . Вызов поступает на ближайшую к нему станцию. Размещением n станций в пространстве назовем множество $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ точек пространства, в которых эти станции расположены.

Для оценивания размещений используется критерий:

$$\varphi(x) = E \min_{1 \leq i \leq n} |\xi - x_i|^s, \quad s > 0.$$

Найти оптимальные размещения станций для задач подобного рода удастся лишь в исключительных ситуациях. Но можно получить удовлетворительное для практики асимптотическое решение задачи.

На основе полученных теоретических результатов был разработан алгоритм размещения станций обслуживания, обеспечивающий их эффективное расположение.

Статья опубликована при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Математического центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075-15-2019-1621.

Литература

1. Захарова Т.В., Фисак А.А. Об оптимальных размещениях станций обслуживания // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2018. № 2. с.40–47.
2. Захарова Т.В. Асимптотически оптимальные размещения для специального класса нормированных пространств // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. 2019. № 3. с.6–10.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕКУРРЕНТНЫХ НЕЙРОСЕТЕВЫХ АРХИТЕКТУР И СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ТОРГОВЫХ СТРАТЕГИЙ

Виляев А.Л.¹, Горшенин А.К.²

1) Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: avilyaev720@gmail.com

2) Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук; МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: agorshenin@frccsc.ru

Торговые стратегии играют большую роль в мире финансового трейдинга, в том числе реализуемые в автоматических системах (роботах). В данном докладе рассматривается совместное использование статистических подходов и нейронных сетей для их построения стратегий на валютном рынке.

В качестве исходных данных рассматривается временной ряд $X(t)$, представляющий цены закрытия валютной пары EUR/GBP на протяжении 10 лет с периодичностью в 1 час. Цель – построить алгоритм, выдающий на каждом шаге времени t сигнал $y(t) \in \{-1, 0, 1\}$. Здесь сигнал «-1» означает необходимость открытия короткой позиции, значение «0» является рекомендацией «держат» активы, а сигнал «1» ориентирован на необходимость открытия длинной позиции (при росте пары EUR/GBP). В качестве модели машинного обучения была использована рекуррентная нейросетевая архитектура LSTM, которая успешно применяется в том числе в задачах создания автоматизированных торговых стратегий [1].

Исходный ряд $X(t)$ сглаживается с помощью преобразования Фурье и разбивается на подокна в 300 наблюдений (соответствует примерно одному торговому месяцу при частоте наблюдений 1 час и рабочем дне в 8 часов) с шагом в одно наблюдение для лучшего учета трендов. В качестве признаков используются статистические величины, отражающие наличие значимых изменений в курсе валюты, а также показывающие произошедшие изменения по отношению к предыдущему окну. Кроме того, для повышения качества прогнозирования на каждом окне строится аппроксимирующая смешанная модель с помощью метода скользящего разделения смесей [2]. Это позволяет учитывать в нейросетевой модели изменение распределения на каждом из окон.

По результатам исследований создан торговый алгоритм с горизонтом прогнозов на месяц вперед. В рамках симуляции торгов он позволил добиться средней доходности в 10-15% годовых при достаточно консервативных настройках, когда риски уменьшения баланса минимальны. Дальнейшее развитие модели предполагает расширение признакового пространства за счет статистических подходов и добавления различных макроэкономических параметров.

Литература

1. Tsantekidis A., Tefas A. Transferring trading strategy knowledge to deep learning models // Knowledge and Information System (2021) **63**, p. 87–104.
2. Горшенин А.К., Кузьмин В.Ю. Метод повышения точности нейросетевых прогнозов с использованием смешанных вероятностных моделей и его реализация в виде цифрового сервиса // Информатика и ее применения (2021) **15**, № 3, с. 63–74.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ГЛУБОКОЙ ГАУССОВОЙ СМЕСИ ДЛЯ ЗАДАЧ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Ибрагимова А.Р.¹, Горшенин А.К.²

1) *Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: alfiyakzn@gmail.com*

2) *Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук; МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: agorshenin@frccsc.ru*

Целью данной работы является исследование применения специальной многослойной нейросетевой архитектуры, называемой глубокой гауссовой смесью [1], в задачах кластеризации многомерных данных. Под глубокой гауссовой смесью будем понимать обобщение классической гауссовой смеси на несколько слоев [1,2]. В основе описания модели лежит определение плотности смеси гауссовых распределений и ее представление в виде смеси факторных анализаторов [3,4].

Для решения задачи кластеризации (разделения смеси гауссовых распределений на компоненты) использован EM-алгоритм и его стохастическая модификация [5,6]. Ввиду сравнительно высокой вычислительной сложности алгоритма реализовано послойное уменьшение размерности задачи. В качестве критериев выбора параметров модели используются информационные критерии: Акаике и байесовский.

Проведено сравнение точности рассматриваемой модели с классическими методами кластеризации без учителя и с учителем, включая алгоритмы k-средних, экстремального градиентного бустинга, опорные вектора и случайные леса. Для тестирования использованы открытые наборы данных репозитория UCI Machine Learning. Проведено сравнение времени работы различных методов для выбора оптимальных параметров в указанной задаче машинного обучения. Показано, что применение глубоких гауссовых смесей для кластеризации позволяет более гибко описывать данные по сравнению с классической нормальной смешанной моделью.

Литература

1. Viroli C., McLachlan G.J. Deep Gaussian Mixture Models // *Statistics and Computing* (2019) **29**, №1, p. 43–51.
2. Li J. Clustering based on a multilayer mixture model // *Journal of Computational and Graphical Statistics* (2005) **14**, №3, p. 547–568.
3. Baek J., McLachlan J.G., Flack L. Mixtures of factor analyzers with common factor loadings: applications to the clustering and visualization of high-dimensional data // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* (2010) **32**, №7, p. 1298–1309.
4. McLachlan G.J., Peel D., Bean R.W. Modelling high-dimensional data by mixtures of factor analyzers // *Computational Statistics & Data Analysis* (2003) **41**, p. 379–388.
5. Горшенин А.К., Королев В.Ю., Турсунбаев А. М. Медианные модификации EM- и SEM-алгоритмов для разделения смесей вероятностных распределений и их применение к декомпозиции волатильности финансовых временных рядов // *Информатика и ее применения* (2008) **2**, №4, с. 12–47.
6. Горшенин А.К. О сходимости последовательности SEM-оценок в задаче статистического разделения смесей // *Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика* (2011) **4** (23), с. 39–49.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДАННЫХ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРРЕНТНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Кузьмин В.Ю.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет космических исследований,
e-mail: shadesilent@yandex.ru*

В ряде прикладных наук высокую актуальность имеет задача по прогнозированию временных рядов. Одним из эффективных методов её решения является применение методов машинного обучения – в частности рекуррентных нейронных сетей. При этом увеличение точности прогнозирования зачастую связано с необходимостью получения дополнительных данных – как большего набора примеров для обучения нейронной сети, так и вспомогательных наблюдений, что приводит к дополнительными затратам времени и иных ресурсов.

В данной работе рассматривается нетривиальное расширение признакового пространства с помощью статистических характеристик данных для увеличения точности прогнозов. Исходный нестационарный ряд наблюдений разбивается на стационарные подряды. С помощью EM-алгоритма строятся статистические модели эволюции процесса во времени. В дальнейшем характеристики этих моделей – в частности первые четыре момента – используются в качестве дополнительных признаков для обучения нейронной сети.

Эффективность метода демонстрируется на примере анализа океанологических данных. Строятся краткосрочные и среднесрочные прогнозы, проводится сравнение оптимизированных нейронных сетей на исходных данных и данных с учётом статистического обогащения. В работе продемонстрировано, что использование моментных характеристик в качестве дополнительных признаков увеличивает точность как краткосрочных, так и среднесрочных прогнозов для рассматриваемых данных в среднем на 5-8%. Подобное обогащение не приводит к замедлению обучения моделей и не требует сбора дополнительных данных.

Литература

1. Королев В.Ю. Вероятностно-статистические методы декомпозиции волатильности хаотических процессов. – М.: Изд-во Моск. ун-та. – 2011.
2. Горшенин А.К., Кузьмин В.Ю. Применение рекуррентных нейронных сетей для прогнозирования моментов конечных нормальных смесей // Информатика и ее применения (2019) 13, №3, с. 114–121.
3. Горшенин А.К., Кузьмин В.Ю. Метод повышения точности нейросетевых прогнозов с использованием смешанных вероятностных моделей и его реализация в виде цифрового сервиса // Информатика и ее применения (2021) 15, № 3, с. 63–74.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ ГРЕБНЕВОЙ РЕГРЕССИИ С РАСШИРЕНИЕМ ПРИЗНАКОВОГО ПРОСТРАНСТВА

Осипова А.А.¹, Горшенин А.К.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической статистики;
Московский центр фундаментальной и прикладной математики,
e-mail: osipova.anastasiya.2020@gmail.com

2) Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук; МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики,
e-mail: agorshenin@frccsc.ru

Целью работы является анализ возможности расширения пространства признаков без использования дополнительных данных за счет модели типа конечной нормальной смеси при прогнозировании временных рядов с помощью гребневой регрессии. Также рассматриваются вопросы выделения локальных компонент непрерывности в рамках метода скользящего разделения смесей (СРС), а также их прогнозирования.

Основная идея состоит в разложении ряда на структурные компоненты с помощью СРС-метода и их дальнейшем использовании в качестве дополнительных признаков, подаваемых на вход алгоритмам машинного обучения.

Проводилось сравнение результатов прогнозирования при различных вариантах конфигурации признакового пространства (с добавлением лагов, выборочных моментов, моментов модели и их комбинации). Сравнение проводилось также с использованием различных моделей машинного обучения: k ближайших соседей, линейная регрессия, гребневая регрессия, случайный лес, градиентный бустинг, SARIMA.

В результате данного сравнения наилучшие результаты были достигнуты с использованием гребневой регрессии и конфигурации признакового пространства в виде лагов временного ряда с добавлением моментов, учитывающих модель конечной нормальной смеси. Пример картины точности на наборе данных, описывающих флуктуации в плазме, показан на данном рисунке.



Данные результаты весьма полезны при решении прикладных задач в области анализа потоков тепла между океаном и атмосферой [1], а также при анализе рядов плазменной турбулентности.

Литература

1. Горшенин А.К., Королев В.Ю. Щербинина А.А. Статистическое оценивание распределений случайных коэффициентов стохастического дифференциального уравнения Ланжевена // Информатика и её применения (2020) **14**, №3, с.3–12

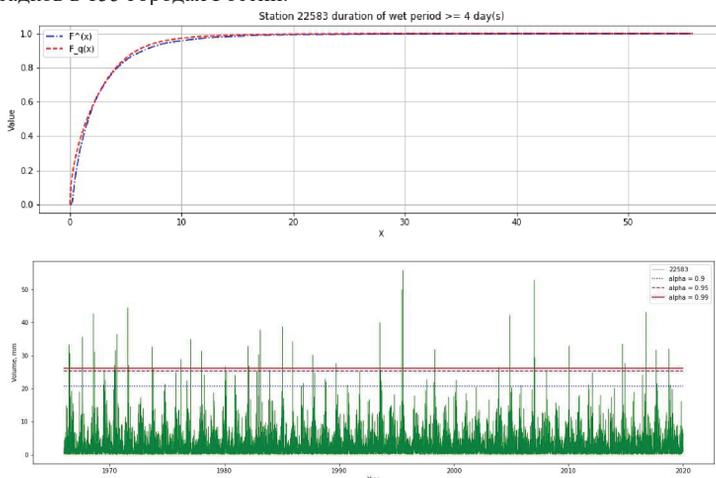
СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОРОГОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОСТИ ОБЪЕМОВ ОСАДКОВ В РАЗЛИЧНЫХ ГОРОДАХ РОССИИ

Токарев А.А.¹, Горшенин А.К.²

1) Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: alexandr.tokarev16@yandex.ru

2) Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук; МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: agorshenin@frccsc.ru

В статьях [1,2] теоретически обоснован функциональный вид распределения для экстремальных объемов осадков, которое является темперированным распределением Снедекора–Фишера. В данной работе проведено статистическое исследование эффективности использования предложенной вероятностной модели для определения величины пороговых уровней на примере осадков в 155 городах России.



Для автоматизации анализа вычислительные статистические методы реализованы программно на языке Python. Предложены инструменты отображения результатов на географических картах. Установлено высокое согласие эмпирических и теоретических распределений (см. пример на первом графике), определены величины пороговых значений для различных уровней значимости (см. второй график). Эти исследования ориентированы на анализ изменения климата и прогнозирование неблагоприятных погодных явлений.

Литература

1. Gorshenin A.K., Korolev V.Yu. Scale mixtures of Fréchet distributions as asymptotic approximations of extreme precipitation // Journal of Mathematical Sciences (2018) **234**, № 6, p. 886–903.
2. Korolev V.Yu., Gorshenin A.K., Belyaev K.P. Statistical tests for extreme precipitation volumes // Mathematics (2019) **7**, № 7, **648**.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СКОЛЬЗЯЩЕГО РАЗДЕЛЕНИЯ СМЕСЕЙ К ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОКЕАНОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Королев В.Ю.¹, Макеев И.С.²

1) Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: vkorolev@cs.msu.su

2) Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: il_makeev@mail.ru

Во многих областях прикладной математики возникает потребность в анализе статистических закономерностей в поведении стохастических процессов при отсутствии достаточной информации о механизмах, их порождающих. Метод скользящего разделения смесей (СРС-метод) [1] является одним из основных методов для такого типа задач. Он позволяет получить много важных результатов в различных сферах физики, экономики и других наук, в частности разложить изменчивость (волатильность) анализируемых процессов на динамические и диффузионные компоненты [1].

Более того, СРС-метод дает возможность получить дополнительные характеристики исходного временного ряда, которые в дальнейшем можно использовать для увеличения точности прогноза при применении с этой целью алгоритмов машинного обучения. В основе реализованного метода лежит теория многомерных временных рядов, с помощью которой и строился дальнейший прогноз. Но по той причине, что в данной задаче полученные многомерные ряды обладают сильной неустойчивостью, то дополнительной сферой анализа является выявление наиболее значимых характеристик из полученных с помощью СРС-метода.

В докладе обсуждается возможность применения СРС-метода к задаче прогнозирования океанологических данных на базе расширения (обогащения) исходного признакового пространства за счет параметров конечномерных распределений исходного процесса. Приводятся описания различных методов, с помощью которых было получено улучшение точности прогноза, в том числе модификации исходного СРС-метода, методы построения соответствий компонент смеси, алгоритмы отбора наиболее значимых компонент, а также определение параметров полученного многомерного ряда. Приводится сравнительный анализ с аналогичными результатами классических методов прогнозирования временных рядов, в числе которых использовались ARIMA-модели, SARIMA-модели, а также модели, построенные на основе нейросетей (Forecast).

Литература

1. Королев В. Ю. Вероятностно-статистические методы декомпозиции волатильности хаотических процессов. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 2011. 512 с.

Абрамова В.В.	53	Груздева Н.В.	76	Кубышкин В.А.	36
Аввакумов С.Н.	94	Гуляев А.В.	86	Кудрявцев А.А.	116
Александров А.В.	41	Давидсон М.Р.	111	Кузнецов В.А.	54
Алексеев В.Б.	65	Денисов В.Н.	18	Кузнецова Д.И.	62
Алмохамед Муатаз	105	Денисова Н.И.	45	Кузьмин В.Ю.	123
Анпилов С.В.	42, 43	Димитриенко А.Ю.	87	Кулагин А.В.	78
Аристов А.И.	23	Добровольский В.М.	113	Лапонин В.С.	42, 43
Арсенин Н.М.	71	Довганич А.А.	104	Леонов А.С.	60
Арутюнов А.В.	50	Долматов А.А.	31	Ли Ваньшунь	78
Атамась Е.И.	48, 49	Дородницын Л.В.	41	Логинава М.М.	37
Афанасьев В.И.	78	Драницына М.А.	118	Ложкин С.А.	67
Афанасьев Н.А.	34, 35	Егоренков В.А.	37	Лукашевич Д.А.	30
Баев А.В.	103	Елисеева М.А.	75	Лукьянова Л.Н.	101
Барашков И.С.	108	Ельцин П.В.	77	Львов В.Д.	29
Белоплицкий А.А.	115	Ермилов А.С.	47	Макеев И.С.	126
Белянкина Т.В.	114	Ершов Н.М.	81	Малмыгин Г.А.	82
Большакова Е.И.	70	Ефремова Н.Э.	73	Мальшева Н.В.	93
Бородачев Л.В.	33	Ечкина Е.Ю.	29	Матвеев С.А.	30
Бородинова Д.Ю.	16	Жилкин А.С.	31	Машечкин И.В.	88, 90
Бочаров Г.А.	9	Жукова Г.С.	58	Маянцев К.С.	52
Бриллиантов Н.В.	28, 30	Жуковская Л.В.	98	Мещеряков А.В.	87, 91, 92, 93
Бубнов А.С.	86	Жуковский В.И.	98	Михайлов А.Д.	10
Бурдуковская С.Ю.	31, 69	Жуковский С.Е.	50	Михайлов Е.А.	57
Буримский И.А.	74	Заборский А.В.	61	Мокин А.Ю.	40
Буряк Д.Ю.	79, 85	Загидуллин Р.Р.	28	Мордвинцев М.К.	11
Бухман А.В.	66	Зайцева Н.В.	21	Морозов В.В.	112
Быков А.А.	59	Захаров Е.В.	106	Мухин С.И.	36
Васильев Ю.А.	90	Захарова Т.В.	117, 118, 119, 120	Мухина Ю.С.	98
Вертелецкий Н.В.	27	Зизов В.С.	67	Мысова К.М.	36
Виляев А.Л.	121	Зотов И.В.	27	Мяо Хуэй-хуэй	78
Владимилова Ю.С.	64	Ибрагимов А.Р.	122	Назаров А.А.	68
Волкова И.А.	77	Измаилов А.Ф.	110	Немешаева А.А.	92
Вороненко А.А.	63	Ильинский А.С.	102	Нестеров А.В.	61
Вылиток А.А.	71	Ильютко В.П.	39	Нефедов В.В.	24
Высоцкий Л.И.	31	Имашев В.Р.	79	Нефедов Н.Н.	55, 56, 60
Герасимов С.В.	87, 91, 92, 93	Исаев Р.Р.	24	Никитин А.А.	22
Глумов В.М.	47	Калякина А.Д.	89	Никитин А.Г.	56
Голембиовский Д.Ю.	113	Камзолкин Д.В.	100	Николаев М.В.	22
Головизнин В.М.	35	Киселёв Ю.Н.	94	Никольский И.М.	80
Головина С.Г.	106	Киселевская- Бабинина В.Я.	14	Никольский М.С.	95
Гончаренко М.Б.	117	Козуб Д.В.	72	Никуленков М.Р.	84
Горбунова О.К.	34	Коровина М.В.	19	Никулин Е.И.	55
Горохов О.Е.	88	Королев В.Ю.	126	Ожигов Ю.И.	78
Горшенин А.К.	121, 122, 124, 125	Коротков Б.С.	76	Орлов А.О.	55
Горьков В.П.	101	Корухова Ю.С.	72	Орлов М.В.	94
Григоренко Н.Л.	96, 101	Красильникова А.А.	85	Орлов С.М.	94
Григорьева М.А.	82	Крицков Л.В.	17	Осипова А.А.	124
Григорьева Э.В.	96	Крылов А.С.	104	Паролина Л.Е.	104
				Петрова Л.И.	44

Петровский М.И.....	88, 90	Семенов К.О.	115	Удовиченко Н.С.	40
Петросян О.Л.....	97	Сетуха А.В.	9	Федоров В.В.	81
Пилипенко А.О.	111	Силаев И.И.	109	Федотов М.В.....	107
Поворознюк А.П.	12	Синякова М.А.....	83	Фисак А.А.....	120
Покладюк А.Ю.....	36	Складчиков С.А. ...	42, 43	Фомичёв В.В.....	45
Полежаева Е.В.....	62	Сливинский В.А.....	54	Фурсов А.С.	46, 47
Полякова И.Н.	69	Смирнов А.П. ...	28, 30, 32	Хайлов Е.Н.	96
Полянина В.В.	47	Смирнов И.Н.	20	Хамитов К.Г.	84
Попов А.М.	25	Смирнов М.А.....	114	Хапаева Т.М.	39
Попова Н.Н.	82, 84	Смирнов С.Н.	54	Харитонов Д.М.....	107
Процеров С.Д.	26	Соловьев С.Ю.....	31	Хасаева Т.Т.....	57
Раевский Е.Н.	86	Сорока А.Г.....	91	Хвостиков А.В.....	104
Роговский А.И.	48	Степанов Е.П.....	83	Хруленко А.Б.	36
Родин И.С.	110	Съчугов Д.Ю.....	31	Царёв Д.В.....	89
Рожков Н.О.....	73	Телегина А.Д.	70	Цыбров Е.Г.	106
Романов С.И.	112	Терновский В.В.....	39	Цыганов Н.И.	109
Романюха А.А.	14	Тихомиров В.В.....	24	Шананин А.А.	51
Рыгин А.С.....	13	Тихонов И.В.	105	Шаров А.Н.....	60
Савенкова Н.П. 40, 42, 43		Токарев А.А.	125	Шейна Е.А.	32
Савушкин Е.В.....	119	Толкачев О.Г.	46	Шестаков О.В.....	116
Савчук А.М.....	15	Точилин П.А.....	52	Широков И.А.....	38
Садовничая И.В.	15	Третьякова Р.М.	9	Шишкин А.Г.....	26
Самсонов С.П.	99	Трофимов В.А.	37, 107	Ягола А.Г.	60
Санникова Т.Е.....	14	Трусов Н.В.....	51		