



НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

Тихоновские Чтения

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

*Посвящается памяти академика
Андрея Николаевича Тихонова*

30 октября – 03 ноября 2023 года

МОСКВА
2023

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И КИБЕРНЕТИКИ

НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

Тихоновские Чтения

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

*Посвящается памяти академика
Андрея Николаевича Тихонова*

30 октября – 03 ноября 2023 года



МОСКВА – 2023

УДК 517
ББК 22.16
Т46



<https://elibrary.ru/trlswk>

*Заседания конференции проходят
на факультете ВМК и физическом факультете
МГУ имени М. В. Ломоносова*

Тихоновские чтения : тезисы докладов : научная конференция ; 30 октября – 03 ноября 2023 г. –
Т46 Москва : Издательский отдел факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова (лицензия ИД № 05899
от 24.09. 2001 г.) ; МАКС Пресс, 2023. – 126 с.
e-ISBN 978-5-89407-636-2 (ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова)
ISBN 978-5-317-07076-2 (МАКС Пресс)
<https://doi.org/10.29003/m3617.TRC-2023>

В издании публикуются тезисы докладов, посвященные исследованиям в области прикладной математики и информатики, которые будут прочитаны на конференции «Тихоновские чтения».

УДК 517
ББК 22.16

Tikhonov readings: abstracts: scientific conference: October, 30 – November, 03, 2023. – Moscow: MAKS Press, 2023. – 126 p.

e-ISBN 978-5-89407-636-2 (ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова)
ISBN 978-5-317-07076-2 (МАКС Пресс)
<https://doi.org/10.29003/m3617.TRC-2023>

The brochure publishes abstracts of reports that will be read at the “Tikhonov Readings” conference dedicated to research in the field of applied mathematics and computer science.

Научное издание

Научная конференция
ТИХОНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ
Тезисы докладов

30 октября – 03 ноября 2023 г.

Издательский отдел
Факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М. В. Ломоносова

Лицензия ИД N 05899 от 24.09.01 г.
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ имени М.В. Ломоносова,
2-й учебный корпус

Издательство «МАКС Пресс».
Главный редактор: *Е. М. Бугачева*

Издательство ООО «МАКС Пресс». Лицензия ИД N 00510 от 01.12.99 г.
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова. 2-й учебный корпус, 527 к.
Тел.: 8(495)939-3890, 8(495)939-3891.

e-ISBN 978-5-89407-636-2
ISBN 978-5-317-07076-2

© Авторы докладов, 2023
© Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, 2023
© Оформление. ООО «МАКС Пресс», 2023

КОНФЕРЕНЦИЯ «ТИХОНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2023»

Секция: «Системное программирование и информационные технологии» Подсекция кафедры системного программирования

1. Литвинов А.А., Ушаков Е.Н., Маркин Ю.В., Турдаков Д.Ю. Применение модели Segment Anything для сегментации цитологических клеток 10
2. Ларин А.В., Гетьман А.И. Наблюдаемость сетевой инфраструктуры Kubernetes 11
3. Хорошилов А.В., Чепцов В.Ю., Махов А.М. Адаптация ARINC 653 ОСПВ к архитектуре RISC-V 12

Секция: «Вычислительные технологии и моделирование»

1. Никольский И.М. Об оптимизации поиска k ближайших соседей для всех элементов дискретного множества 13
2. Косолапов И.А., Петров С.В., Шелопут Т.О. Применение алгоритма восполнения матриц для сжатия и интерполяции данных о температуре поверхности моря 14
3. Шевченко Б.С., Захарова Н.Б. Контроль и коррекция данных со спутников при решении задач ассимиляции наблюдений в математическом моделировании морских систем 15
4. Лукьянов Е.А. Эффективное вычисление периодических мероморфных функций на якобианах неособых алгебраических кривых 16
5. Масс И.А., Сетуха А.В. Комбинация методов объемных и поверхностных интегральных уравнений в задачах электромагнитного рассеяния на структурах малой толщины 17
6. Дьяченко Р.Р., Матвеев С.А. Эффекты конечной выборки при стохастическом моделировании процесса агрегации-дробления 18
7. Червяков Н.М., Романюха А.А. Математическая модель интерференции двух вирусов. 19
8. Швецов М.П., Кириченко М.А. Низкоразрядные матричные умножения с повышенной точностью 20
9. Копнина И.А., Ляшев В.А. Упрощенный метод конической оптимизации в задаче пространственной фильтрации 21
10. Ожигов Ю.И., Мяо Хуэйхуэй, Ли Ваншунь, Ю Цзянчуань, Чэнь Жань, Викторова Н.Б., Кузьминский А.В. Новый взгляд на проект квантового компьютера 22
11. Шапаренко В.С. Математическое моделирование и обработка данных наблюдений планктонного сообщества озера Байкал 23

Секция: «Нелинейная динамика: качественный анализ и управление»

1. Крылов П.А., Фурсов А.С. Об инвариантности графа дискретных состояний переключаемой аффинной системы для параметризованного семейства переключающих сигналов 24
2. Атамась Е.И. О связи инвариантных и передаточных нулей многосвязных систем 25
3. Высоцкий А.О. Об устойчивости системы алгоритма “super-twisting” при вариации параметра нелинейности 26

Секция: «Системный анализ»

1. **Чистяков И.А., Точилин П.А.** Построение внутренних оценок множества разрешимости на основе алгоритма РРО и принципа сравнения27
2. **Трусов Н.В., Шананин А.А.** Математическая модель динамики человеческого капитала.....28
3. **Зайцева М.В., Точилин П.А.** О построении управления в задаче моделирования потоков людей.....29

Секция: «Теория дифференциальных уравнений»

1. **Васильченко Д.Д., Капустин Н.Ю.** О задаче для уравнения Лапласа с интегральным граничным условием.....30
2. **Полосин А.А.** О спектре интегрального оператора типа свертки с логарифмическим ядром специального вида.....31
3. **Савчук А.М., Садовнича Я.В.** Спектральный след для одномерной системы Дирака с условиями Дирихле32
4. **Коровина М.В., Смирнов И.Н.** Оценки коэффициентов в асимптотиках решений для некоторых задач математической физики.....33
5. **Чэн Шияо, Коровина М.В.** Вычисление коэффициентов в асимптотиках решений однородных уравнений 2-го порядка с мероморфными коэффициентами в окрестности иррегулярных особых точек34
6. **Зайцева Н.В.** Классические решения многомерных гиперболических дифференциально-разностных уравнений35

Секция: «Асимптотические методы и дифференциальные уравнения с малым параметром»

1. **Нефедов Н.Н.** Существование, асимптотика и устойчивость по Ляпунову решений периодических параболических краевых задач для систем Тихоновского типа36
2. **Киселюс В., Илларионов Е.А., Соколов Д.Д.** Восстановление нейтральных линий магнитного поля солнца методами машинного обучения.....37
3. **Нефедов Н.Н., Орлов А.О.** Существование, локальная единственность и асимптотическая устойчивость решений с пограничными слоями в Тихоновской системе с КРЗ – нелинейностями.....38
4. **Давыдова М.А., Рублев Г.Д.** Асимптотический анализ в прямых и обратных задачах нелинейного теплообмена: расчет тепловых полей и восстановление теплофизических характеристик по данным моделирования.....39
5. **Булатов П.Е.** Численное интегрирование одномерной задачи реакция-диффузия-адвекция на адаптивных сетках.....40
6. **Никулин Е.И., Волков В.Т.** О контрастной структуре типа ступеньки в задаче теории эффекта бареттирования.....41
7. **Никулин Е.И., Волков В.Т., Карманов Д.А.** Внутренние переходные слои в уравнениях «реакция-диффузия» в случае слабого разрыва реакции42

Секция: «Математическое моделирование и вычислительные методы»

Подсекция кафедры вычислительных методов

1. **Дородницын Л.В., Александров А.В.** Моделирование взаимодействия турбулентного следа с препятствием и формирования акустического поля 43
2. **Широков И.А.** Влияние расчетной сетки и искусственной диссипации на структуру ударно-волновых областей при моделировании сверхзвуковой воздушной струи 44
3. **Петрова Л.И.** Невырожденные и вырожденные преобразования в Математической физике 45

Секция: «Математическое моделирование и вычислительные методы»

Подсекция кафедры автоматизации научных исследований

1. **Четкин Е., Шишкин А.Г.** Детекция внедоменных данных байесовыми нейросетевыми классификаторами в интерфейсах мозг-компьютер 46
2. **Бердышев Д., Шишкин А.Г.** Метаоптимизация стартовых весов нейросетевых классификаторов 47
3. **Никонов М., Долматов А.А., Шишкин А.Г.** Проектирование робастных ансамблей нейросетевых моделей для аукционных рынков со случайным уровнем рынка... 48
4. **Долматов А.А., Афонина А.А., Марьевич М.Д., Сычугов Д.Ю., Юровский А.Ю.** Определение синдрома блокады левой ножки пучка Гиса на основе стандартного алгоритма обработки ЭКГ и метода опорных векторов 49
5. **Загидуллин Р.Р.** Построение трехмерной модели движения агрегирующих частиц ... 50
6. **Семёнов А.Н., Романенко Т.Е.** Применение нейросетевых технологий к решению задачи численного моделирования распространения электромагнитных волн методом FDTD 51
7. **Ечкина Е.Ю., Назаров А.С.** Разработка алгоритма предиктивной оценки остаточного ресурса работы валкового прессы на основе анализа временных рядов и нейронных сетей LSTM 52
8. **Вабищевич П.Н., Чернышов М.М.** Разностные схемы с весами для моделирования течений жидкости в приближении мелкой воды 53
9. **Лунин П.Е., Зотов И.В.** Исследование различных моделей анализа финансового рынка 54

Секция: «Математическая физика и обратные задачи»

1. **Ильинский А.С., Смирнов Ю.Г.** Метод интегральных уравнений в задаче дифракции электромагнитных волн на диэлектрическом стержне, покрытом графеном 55
2. **Баев А.В.** О стационарных решениях уравнения Навье-Стокса и математическая модель вращающегося облака свободного газа 56
3. **Разгулин А.В., Ларичев А.В., Горохов С.А.** О восстановлении негладких волновых фронтов проекционным методом со стабилизатором дробного порядка 57
4. **Денисов А.М., Соловьева С.И.** Методы определения двух неизвестных функций в уравнении теплопроводности 58
5. **Ерёмин Ю.А.** Классическая и мезоскопическая электродинамика плазмонных наноструктур 59
6. **Романенко Т.Е.** Применение нейронных сетей типа U-Net к задаче секционирования многослойных объектов 60

7. **Чакак И.А., Трофимов В.А., Федотов М.В., Харитонов Д.М.** Сравнение двух математических моделей процесса отражения оптического импульса от экрана, расположенного за слоем нелинейной среды.....61
8. **Проценко М.А., Павельева Е.А.** Использование фазы дробного преобразования Фурье для сопоставления изображений62
9. **Алмохамед М., Тихонов И.В.** Применение функций Миттаг-Леффлера в теории обратных задач.....63

Секция: «Исследование операций»

1. **Васин А.А., Агаджанян Е.Г., Шония О.Б.** Об оптимальном использовании ВИЭ на рынке электроэнергии с накопителями64
2. **Новикова Н.М., Поспелова И.И.** О формировании договоренности между фрирайдерами на аукционе спектра65
3. **Давидсон М.Р.** Ограничения на максимальное количество смен состояния в задаче выбора состава оборудования66
4. **Морозов В.В., Кочерина О.И.** Оптимизация разделяемого трафика на сети67
5. **Козодой А.И.** Использование критериев VaR и CVaR в стохастической задаче формирования портфеля.....68
6. **Голембиовский Д.Ю., Садовников А.А.** Статистический арбитраж на рынке криптовалют69
7. **Лаврухин Е.В.** Сегментация томографических изображений пористых сред с помощью нейронных сетей.....70

Секция: «Математическая кибернетика»

1. **Бухман А.В.** О полноте одной системы преобразований, уменьшающих длину, над обобщёнными полиномами71
2. **Владимирова Ю.С.** Метод получения логического вывода в алгебраической системе Н.П.Брусенцова72
3. **Ложкин С.А.** Оценки функции Шеннона для сложности реализации функций алгебры логики в одном классе клеточных схем73
4. **Зизов В.С.** Уточненные оценки функции Шеннона для площади клеточных схем.....74

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»

Подсекция кафедр суперкомпьютеров и квантовой информатики, автоматизации систем вычислительных комплексов

1. **Иванов Д.А., Воеводин В.В.** Кодизайн оптимизированных нейронных сетей и вычислений рядом с памятью как движение в сторону нейроморфности75
2. **Волканов Д.Ю.** Математические задачи, возникающие при проектировании сетевого процессорного устройства.....76
3. **Вотинцев А.К., Волканов Д.Ю.** Исследование методов сжатия разреженных кодов в канале с аддитивным белым гауссовым шумом.....77
4. **Дьяченко Д.С., Никольский И.М.** О некоторых методах выравнивания облаков точек.....78

5. Гарькавый И.С. Об оптимальном управлении загрузкой очередью маршрутизатора	79
6. Сайбель Т.А., Никольский И.М. О методах выделения геометрических примитивов в облаках точек.	80
7. Оконишников А.А., Степанов Е.П. Об управлении перегрузкой в наложенных каналах при помощи методов машинного обучения.....	81
8. Пашков В.Н. Об архитектуре отказоустойчивого распределенного контура управления для программно-конфигурируемых сетей	82
9. Федоров В.В., Ершов Н.М. Реализация клеточных автоматов семейства Lenia на графических ускорителях	83
10. Плакунов А.В. Исследование эффективности многоагентного метода машинного обучения для решения задачи балансировки трафика	84
11. Рязанов А.М., Волканов Д.Ю., Зуев Н.В. Система сбора, хранения и обработки сетевого трафика для обучения алгоритмов прогнозирования качества гетерогенных каналов в сетях передачи данных	85
12. Шибяев П.П., Писковский В.О. Об эффективности хранения конфигураций в блокчейн хранилище контроллера ПКС Runos.....	86

Секция: «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Кудрявцев А.А., Шестаков О.В. О методе оценивания параметров гамма-экспоненциального распределения по выборке со слабо зависимыми компонентами	87
2. Воронцов М.О., Шестаков О.В. Среднеквадратичный риск метода контроля доли ложных отклонений в задаче множественной проверки гипотез для разреженных слабо зависимых данных	88
3. Хохлов Ю.С., Роор Д.Д. Модели риска невозврата кредитов.....	89
4. Шевцова И.Г., Макаренко В.А., Королев В.Ю. Оценки скорости сходимости смешанных пуассоновских случайных сумм к дисперсионно-сдвиговым нормальным смесям.....	90
5. Макаренко В.А. Об аналогах неравенств Эссеена-Ванга-Ахмада и Розовского для случайных сумм.....	91
6. Захарова Т.В., Панов П.В. Исследование биоэквивалентности лекарственных препаратов.....	92
7. Захарова Т.В., Сабиров А.И. Локализация источников нейронной активности в многодипольной модели.....	93
8. Берговин А.К., Ушаков В.Г. О двух моделях смешанных приоритетов в системах вида $M G 1$	94
9. Савушкин Е.В. Существование сильного решения стохастического дифференциального уравнения в классе L_p , $1 < p < 2$	95
10. Королев В.Ю. Квазистепенные нормальные распределения	96

Секция: «Обратные задачи управления»

1. Никольский М.С. О линейной задаче оптимального быстрогодействия при интегральных ограничениях на управление.....	97
2. Асеев А.С., Самсонов С.П. Принцип максимума Понтрягина для одной негладкой задачи оптимального экономического роста.....	98

3. Хайлов Е.Н., Григоренко Н.Л., Григорьева Э.В. Управляемые модели конкуренции Лотки-Вольтерры в адаптивной терапии раковых заболеваний	99
4. Семендяева Н.Л., Киселёв Ю.Н., Аввакумов С.Н., Орлов М.В., Орлов С.М. Исследование поведения фазовых траекторий специальной нелинейной системы в окрестности особой точки типа центр	100
5. Гончарова М.Н. Самсонов С.П. О множестве управляемости для одной задачи оптимального управления с фазовым ограничением	101
6. Орлов С.М., Ровенская Е.А. Модификация модели Рамсея для случая двух агентов	102
7. Кулевский А.В. Моделирование освоения исчерпаемого природного ресурса	103
8. Григоренко Н.Л. О задаче терминального управления для модели движения твердого тела в среде с препятствием	104

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»
Подсекция кафедры алгоритмических языков

1. Мэн Линцянь, Мельников Б.Ф., Вылиток А.А. Построение и исследование подгруппы конечного автомата PFI	105
2. Вылиток А.А., Лай Вэньтао. Построение композиции L-преобразователей	106
3. Елфимова А.Е., Полякова И.Н. Автоматизация проверки текстов на корейском языке на наличие грамматических ошибок	107
4. Ли Сынгжу, Полякова И.Н. Разработка эффективности дополнения данных для малого датасета	108
5. Ефремова Н.Э., Яковлева С.А. Применение модели T5 в задаче реферирования научных текстов	109
6. Гладышев Г.Ю., Головин И.Г. Построение синтаксического анализатора русского языка по размеченному корпусу текстов	110
7. Абрамов В.Г., Данилов С.В. Разработка оперативных маршрутов для транспортной сети с учетом условий движения и предпочтений водителя	111
8. Кабанов А.В. Метод векторного выравнивания элементов последовательностей для слов естественного языка	112
9. Грацианова Т.Ю., Рогожин Д.А. Сравнение моделей перефразирования	113
10. Большакова Е.И. Коваленко А.П. Автоматическая оценка сложности текстов: подходы и методы	114

Секция: «Информационная безопасность»

1. Намиот Д.Е., Ильюшин Е.А. Об одном подходе к аудиту систем искусственного интеллекта	115
2. Чижов И.В. Квадрат Шура-Адамара последовательно соединенных линейных кодов	116
3. Пак Ю.Р., Терехина И.Ю. Обзор методов состязательных атак на системы машинного обучения для аудиоданных	117
4. Герасимов И.Ю. О подходах к решению задачи Диффи-Хеллмана на эллиптической кривой с малой степенью расширения	118
5. Якупов Д.Р., Намиот Д.Е. Современные алгоритмы для систем рекомендаций на основе сессий	119

6. **Малоян Н.Г., Намиот Д.Е.** Автоматическая генерация входных данных для больших языковых моделей с целью получения вредоносных ответов..... 120
7. **Нутфуллин Б.М., Евграфов В.А.** Обзор возможных рисков использования систем с мультимодальными языковыми моделями 121

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»

Подсекция кафедры интеллектуальных информационных технологий

1. **Сорока А.Г., Мещеряков А.В., Герасимов С.В., Михельсон Г.В.** SmartRoutes: нейросетевые решения задач оптимизации маршрутов с ограничениями реального мира 122
2. **Рыжов А.П., Шергин И.А.** Методы оценки позы человека и их применение в персонализации обучения физическим навыкам 123
3. **Казачук М.А., Чикин О.П.** Методы аутентификации пользователей смартфонов по данным акселерометра..... 124
4. **Мещеряков А.В., Тэаро К.А., Герасимов С.В.** SRGz: библиотека моделей машинного обучения для задач рентгеновской астрофизики 125

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»

Подсекция кафедры системного программирования

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ SEGMENT ANYTHING ДЛЯ СЕГМЕНТАЦИИ ЦИТОЛОГИЧЕСКИХ КЛЕТОК

Литвинов А.А.¹, Ушаков Е.Н.², Маркин Ю.В.³, Турдаков Д.Ю.⁴

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СП, e-mail: filashkov@yandex.ru

2) ИСП РАН имени В.П.Иванникова, e-mail: ushakoven@yandex.ru

3) ИСП РАН имени В.П.Иванникова, e-mail: ustas@ispras.ru

4) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СП, e-mail: turdakov@ispras.ru

Жидкостная цитология является неинвазивным методом медицинского исследования для раннего выявления рака шейки матки. Современные сканеры позволяют хранить мазок в виде слайда – изображения с высоким разрешением. Глубокие нейронные сети могут применяться для автоматической обработки такого изображения. Модели instance сегментации, предсказывающие маску и класс каждой клетки на тайле, позволяют выделять потенциально подозрительные регионы на слайде, облегчая работу цитолога. Для данной задачи могут использоваться такие архитектуры, как Mask R-CNN[1], однако для обучения подобных сетей необходимо большое количество размеченных данных.

Модель Segment Anything[2] позволяет выполнять сегментацию изображения по промпту (запросу, подсказке), а также автоматически строить маски. Оригинальная версия этой нейронной сети способна сегментировать объекты на данных из разных доменов, обладает высокой обобщающей способностью и показывает хорошие результаты в выделении масок цитологических клеток, однако не поддерживает предсказание классов у обнаруженных объектов.

В ходе исследования была проведена тонкая настройка модели Segment Anything для работы на цитологических изображениях на небольшом наборе данных из 20 тайлов и 2900 размеченных клеток. Это позволило повысить качество предсказаний по сравнению с оригинальной версией, так, метрика качества в режиме автоматической генерации масок mAP[0.5,0.95] превзошла 0.421 на тестовой выборке, что также существенно выше качества остальных моделей для instance сегментации. Обученная нейронная сеть была интегрирована в полуавтоматический процесс разметки специалистами нового набора цитологических данных. Была проведена модификация архитектуры путём добавления дополнительного токена классификации для предсказания типа цитологической клетки по международной системе Bethesda. Полученная модель хорошо подходит для медицинских задач, так как позволяет проводить обучение на частично размеченных данных и показывает высокую устойчивость качества предсказаний на изображениях с артефактами.

Литература

1. Ke, G. Gkioxari, P. Dollár and R. Girshick, Mask R-CNN, 2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), Venice, Italy, 2017, pp. 2980-2988, doi: 10.1109/ICCV.2017.322.
2. Kirillov A., Mintun E., Ravi N., Mao H., Rolland C., Gustafson L., Xiao T., Whitehead S., Berg A.C., Lo W.-Y., Dollár P., Girshick R., Segment Anything //arXiv preprint. – 2023. – No.2304.02643. – Primary Class: cs.CV.

НАБЛЮДАЕМОСТЬ СЕТЕВОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ KUBERNETES

Ларин А.В.¹, Гетьман А.И.²

1) ИСП РАН, МГУ, ВМК, кафедра СП, e-mail: avlarin@ispras.ru

2) ИСП РАН, МГУ, ВМК, кафедра СП, e-mail: ever@ispras.ru

Современные масштабируемые приложения строятся на распределенных системах, использующих облачную инфраструктуру (cloud-native, serverless) и программные архитектуры, такие как микросервисы. Принося много преимуществ компаниям, внедряющим их, эти системы также усложняют отладку и поддержание производительности программного продукта.

Инструменты наблюдаемости [1] становятся основным решением для устранения этих сложностей и помогают инженерным командам получить столь необходимый централизованный обзор распределенных архитектур.

Наблюдаемость – это мера того, насколько хорошо внутренние состояния система может быть выведено из информации о ее внешних выходах задавать вопросы о ней, не зная ее внутреннего устройства. Для того, чтобы иметь возможность задавать эти вопросы, система должна быть надлежащим образом инструментирована. То есть гарантируется предоставление трассы, метрик и журналов событий; объединение данных в общую структуру для анализа и уведомление специалистов в случае отклонения от запланированной работы системы.

Благодаря последним достижениям в технологиях eBPF [2] и OpenTelemetry [3], компании теперь могут построить свой конвейер наблюдаемости, обладающий полным сквозным решением на базе открытых проектов и без единого изменения кода микросервисных приложений.

В данной работе рассматривается сравнение инструментов, которые используются для получения информации о сетевой инфраструктуре микросервисов, в частности, в среде развёртывания Kubernetes [4].

Предлагаемые решения сравниваются по потреблению ресурсов центрального процессора и оперативной памяти, а также по сетевым показателям задержки и количества запросов в секунду к сервисам. В качестве сценария сравнения выбрано снятие топологии сетевого взаимодействия сервисов в Kubernetes.

По результатам экспериментального исследования делается вывод о реальной применимости отдельных классов инструментов, построенных на базе технологий eBPF и OpenTelemetry. А также будущем использовании комбинаций из рассмотренных инструментов для построения комплексной системы наблюдаемости для микросервисных архитектур.

Литература

1. Zavarella T.D. A methodology for using eBPF to efficiently monitor network behavior in Linux Kubernetes clusters // Massachusetts Institute of Technology – 2022.
2. Sharaf H., Ahmad I., Dimitriou T. Extended Berkeley Packet Filter: An Application Perspective // IEEE Access. – 2022.
3. Fernando C. Implementing Observability for Enterprise Software Systems // Solution Architecture Patterns for Enterprise: A Guide to Building Enterprise Software Systems. - Berkeley, Apress – 2022. – p. 231-268.
4. Luksa M. Kubernetes in action // Simon and Schuster – 2017.

АДАПТАЦИЯ ARINC 653 ОСРВ К АРХИТЕКТУРЕ RISC-V

Хорошилов А.В.¹, Чепцов В.Ю.², Махов А.М.³

*Институт системного программирования имени В.П.Иванникова РАН;
МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СП,
e-mail: khoroshilov@ispras.ru*

*Институт системного программирования имени В.П.Иванникова РАН;
МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СП,
e-mail: cheptsov@ispras.ru*

*Институт системного программирования имени В.П.Иванникова РАН;
МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СП,
e-mail: makhov@ispras.ru*

В современном цифровом пространстве вычислительные системы состоят из совокупности самых разнообразных устройств, с которыми как-либо взаимодействует пользователь или другие вычислительные системы. Информационные системы жёсткого реального времени накладывают временные и функциональные требования на код программного обеспечения. Помимо этого, подобные требования выдвигаются также и к аппаратуре, на которой работает упомянутое программное обеспечение.

В работе рассматриваются вопросы адаптации аппаратных платформ на базе открытой архитектуры RISC-V в разработке операционной системы реального времени, соответствующей стандарту ARINC 653 [1]. Ключевыми отличиями данного стандарта являются статическое распределение времени и памяти между пользовательскими разделами (аналог POSIX процессов), выделение всех ресурсов на этапе инициализации системы/раздела и специфический механизм обработки ошибок (Health Monitoring).

В работе приведено краткое описание 32-битной архитектуры RISC-V (RV32-IMA FD) [2, 3], перечислены основные преимущества и недостатки архитектуры, выявленные при разработке операционной системы реального времени под соответствующую платформу.

Также рассмотрены основные особенности, связанные с внутренним устройством RISC-V, затрудняющие разработку ответственного программного обеспечения с жёсткими требованиями к времени его работы, такие как устройство системных таймеров и трансляция адресов. В работе предложены возможные способы решения задачи обеспечения корректного функционирования рассматриваемой операционной системы.

Литература

1. ARINC Specification 653P1-5. Avionics Application Software Standard Interface Part 1. Required Services. [Текст]. — АЕЕС: SAE-ITC, 2019. — 299 p.
2. The RISC-V Instruction Set Manual, Volume I: Unprivileged ISA – 2019 – (дата обращения 10.10.2023). URL: <https://github.com/riscv/riscv-isa-manual/releases/tag/Ratified-IMA FDQC> .
3. The RISC-V Instruction Set Manual, Volume II: Privileged Architecture. – 2021 – (дата обращения 10.10.2023). URL: <https://github.com/riscv/riscv-isa-manual/releases/tag/Priv-v1.12> .

Секция: «Вычислительные технологии и моделирование»

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ПОИСКА К БЛИЖАЙШИХ СОСЕДЕЙ ДЛЯ ВСЕХ ТОЧЕК ДИСКРЕТНОГО МНОЖЕСТВА

Никольский И.М.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра СКИ, e-mail: nikolsky@cs.msu.ru

Алгоритм поиска k соседей для элемента множества точек является составной частью решения многих прикладных задач машинного обучения, геоинформатики и компьютерной графики. В частности, при обработке облаков точек, сканированных с поверхности предмета, он используется для фильтрации выбросов, выравнивания облака и построения полигональной поверхности. Этот алгоритм является вычислительно ёмким и его ускорение является важной задачей.

В данной работе рассматривается задача поиска соседей для всех точек данного дискретного множества (all-knn). Классическим способом ускорения этого алгоритма, используемым во многих работах, является kd-дерево [1]. Однако в работе [2] было показано, что более простой способ поиска на решётке (т. е. разбиения области на ячейки) во многих практических случаях даёт хороший результат.

В данной работе исследуется эффективность поиска k соседей на решётке в зависимости от критерия останова и размера ячейки.

Литература

1. J.L.Bentley (1975). Multidimensional binary search trees used for associative searching. Communications of the ACM. 18 (9): p.509–517.
2. L.Piegl, W.Tiller (2002). Algorithm for finding all k nearest neighbors. Computer-Aided Design. 34. p.167-172.

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ВОСПОЛНЕНИЯ МАТРИЦ ДЛЯ СЖАТИЯ И ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДАННЫХ О ТЕМПЕРАТУРЕ ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ

Косолапов И.А.¹, Петров С.В.², Шелопут Т.О.³

- 1) МФТИ, ФПМИ, кафедра вычислительных технологий и моделирования в геофизике и биоматематике, e-mail: kosolapov.ia@phystech.edu
- 2) ИВМ РАН, e-mail: spetrov.msk@gmail.com
- 3) ИВМ РАН, e-mail: sheloput@phystech.edu

Одним из популярных продуктов, предоставляемых сервисами-агрегаторами геофизических данных, является реанализ данных наблюдений, полученных с помощью математического моделирования гидротермодинамики морских акваторий. Реанализ, полученный по моделям Мирового океана и другим моделям крупных морских акваторий с детальным пространственно-временным разрешением, занимает относительно большой объем дискового пространства, поэтому возникают трудности с хранением и передачей данных по сети. В связи с этим имеется необходимость в разработке и исследовании эффективности алгоритмов сжатия, учитывающих особенности геофизических данных. Другой актуальной проблемой является возрастающий объем хранимых данных дистанционного зондирования земли (ДЗЗ). Для использования данных ДЗЗ в практических приложениях проводится предварительная обработка, включающая процедуру фильтрации аномалий. Также иногда требуется интерполяция данных в ненаблюдаемые зоны.

В настоящей работе рассматривается возможность применения алгоритмов восполнения матриц для решения задач сжатия, обработки и интерполяции данных. В работе рассматривается метод сжатия и восполнения данных, основанный на алгоритме SVP (Singular Value Projection), учитывающий наличие в данных аномалий [1]. Идея метода основана на предположении, что матрицу данных можно аппроксимировать суммой малоранговой и разреженной матриц. Для решения задачи восполнения матрицы требуется задать значения элементов матрицы на некоторой маске и нет необходимости знать все элементы матрицы, поэтому метод может выполнять функцию интерполятора. Также метод позволяет хранить меньшее количество данных, с помощью которых можно восстановить исходные значения с известной погрешностью. В работе метод применяется для сжатия, обработки и интерполяции данных о температуре поверхности Черного моря, полученные по данным со спутников Aqua, Terra, Suomi NPP [2], а также по результатам реанализа данных с использованием модели гидротермодинамики Черного моря на базе INMOM [3].

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-71-20035).

Литература

1. Petrov S.V., Zamarashkin N.L. Matrix completion with sparse measurement errors //Calcolo. – 2023. – V. 60. – №. 1. – P. 9.
2. Zakharova N.B. et al. Processing and assimilation of observation data for the hydrodynamics model of the Black Sea and the Sea of Azov //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. – V. 2131. – №. 2. – P. 022010.
3. Zalesny V.B. et al. Numerical model of the circulation of the Black Sea and the Sea of Azov //Russian J. Numerical Analysis and Mathematical Modelling. - 2012. - V. 27. - № 1. P. 95–111.

КОНТРОЛЬ И КОРРЕКЦИЯ ДАННЫХ СО СПУТНИКОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АССИМИЛЯЦИИ НАБЛЮДЕНИЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МОРСКИХ СИСТЕМ

Шевченко Б.С.^{1,2}, Захарова Н.Б.²

1) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, e-mail: bilalsevcenko@gmail.com*

2) *Институт вычислительной математики имени Г.И. Марчука Российской академии наук, e-mail: zakharova_nb@inm.ras.ru*

В задачах математического моделирования морских систем нередко прибегают к использованию данных наблюдений для коррекции численных моделей и модельных расчетов. Одним из способов учета наблюдений при моделировании является ассимиляция данных, позволяющая получать более близкие решения к реальным данным наблюдений, или уточнять отдельные параметры модели. От качества используемых данных зависит точность получаемого решения в то время, как использование ошибочных или несогласованных между собой данных в моделях может привести к неверным выводам и неправильным прогнозам. Поэтому проблема контроля качества данных и коррекция используемых данных является неотъемлемой частью в вопросах моделирования морской среды.

В работе проводится контроль и коррекция данных о температуре поверхности Черного и Азовского моря, полученных со спутников. В процессе исследования выявлены случайные и систематические ошибки в данных. Проводится регрессионный анализ данных, - исследуются корреляционные связи между данными, строится линейная модель регрессии, оценивается отклонение данных от референтных, предлагается метод для корректировки данных на основе построенного уравнения регрессии.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-71-20035).

Литература

1. Лупян Е.А. и др. Центр коллективного пользования системами архивации, обработки и анализа спутниковых данных ИКИ РАН для решения задач изучения и мониторинга окружающей среды // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса (2015) **12**, №5, с.263-284.
2. Agoshkov V.I. et al. Variational Data Assimilation in the Mathematical Model of the Black Sea Dynamics //Physical Oceanography (2019) **26**, No.6, p.515-527.
3. Zalesny V.B., Diansky N.A., Fomin V.V. Numerical model of the circulation of the Black Sea and the Sea of Azov //Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling (2012) **27**, №1, p.95-111.
4. N.B. Zakharova, E.I. Parmuzin Data analysis for variational assimilation of the surface temperature of the Black and Azov Seas //Russian Journal of Earth Sciences (2021) **21**, ES6002.
5. Захарова Н.Б., Шевченко Б.С. Контроль данных дистанционного зондирования о температуре поверхности Черного и Азовского морей //Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли: материалы X Междунар. науч. конф. Красноярск, 12–15 сентября 2023 г. / науч. ред. Е. А. Ваганов; отв. ред. Г. М. Цибульский (2023) С. 89-92.

ЭФФЕКТИВНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕРОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ НА ЯКОБИАНАХ НЕОСОБЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Лукьянов Е.А.

1) МГУ ВМК ВТМ, e-mail: EgorLuckjanow2001@yandex.ru

Комплексные торы, возникающие в приложениях, довольно часто являются якобианами неособых алгебраических кривых, так что актуальным является вопрос вычисления мероморфных функций на этих объектах. Мероморфные функции на торе (они же периодические мероморфные функции) нередко заданы в виде произведений и частных рядов. Кроме того, в качестве аргументов таких функций нередко выступают образы точек при отображении Абеля-Якоби, которое представляет из себя вектор, состоящий из интегралов. Эти два фактора часто делают прямое вычисление мероморфных функций с высокой точностью довольно затратным. В данной работе доказывается возможность свести вычисление любой мероморфной функции на якобиане неособой алгебраической кривой в точке, принадлежащей образу отображению Абеля-Якоби, к вычислению рациональной функции на симметрической степени кривой.

Пусть C – неособая алгебраическая кривая рода g , $J(C)$ – ее якобиан, $C^{(g)}$ – ее g -я симметрическая степень. Отображения Абеля-Якоби определяется следующим образом: $A(x_1, \dots, x_g) := \sum_{j=1}^g (\int_{\infty}^{x_j} d\omega_1, \int_{\infty}^{x_j} d\omega_2, \dots, \int_{\infty}^{x_j} d\omega_g)$, где $x_1, \dots, x_g \in C$, а $d\omega_1, \dots, d\omega_g$ – базис голоморфных форм на C .

Теорема. Пусть f – мероморфная функция на $J(C)$. Тогда существует единственная рациональная функция g на $C^{(g)}$ такая, что почти для всех $x \in C^{(g)}$: $g(x) = f(A(x))$.

Прежде чем перейти к схеме доказательства, напомним, что многообразия $C^{(g)}$ и $J(C)$ имеют как комплексно-аналитическую структуру, так и связанную с ней структуру проективного многообразия. Приведенная выше теорема доказывается по следующей схеме: а) показать, что f является рациональной функцией на $J(C)$ как алгебраическом многообразии, и б) для рациональной функции f доказать существование и единственность необходимой функции g . Шаг а) следует начать с утверждения о том, что любая мероморфная функция на $J(C)$ однозначно с точностью до умножения на константу определяется своим дивизором. Далее, группа дивизоров мероморфных функций равна группе дивизоров рациональных функций. Это следует из того, что группы классов комплексно-аналитических и алгебраических дивизоров изоморфны (предложение 6.15 из главы II в [1] и параграф 3 в [2]), и из леммы о пяти гомоморфизмах (лемма 3.3 из главы I в [3]). Из приведенных утверждений вытекает истинность доказываемого в шаге а). Шаг б) напрямую следует из следствия 4.5 из главы I в [1].

Преимущество вычисления рациональных функций состоит в том, что точное вычисление таких функций – конечный процесс. С другой стороны, в случае больших g вычисление рациональных функций может быть неустойчивым. Таким образом, предлагаемый способ вычисления применим при небольших g .

Литература

1. Хартсхорн, Р. Алгебраическая геометрия // М.: Мир – 1981.
2. Serre J.-P. Géométrie Algébrique et Géométrie Analytique // Annales de l'institut Fourier. – 1956. – Tome 6. – p. 1-42.
3. Маклейн, С. Гомология // М.: Мир – 1966.

КОМБИНАЦИЯ МЕТОДОВ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА СТРУКТУРАХ МАЛОЙ ТОЛЩИНЫ

Масс И.А.¹, Сетуха А.В.²

- 1) ВМК МГУ, кафедра ВТМ, e-mail massia@my.msu.ru
- 2) ВМК МГУ, кафедра ВТМ, e-mail setuhaav@rambler.ru

Рассматривается задача рассеяния монохроматической волны на поверхности идеального проводника Σ , покрытого тонким слоем диэлектрика Ω . Требуется найти полное электрическое поле E_{tot} , которое представляется в виде суммы внешнего поля E_{inc} и вторичного поля E .

Для решения данной задачи используется следующее известное интегральное представление для электрического поля через объемные и поверхностные интегралы:

$$E_{tot} = E_{inc} + K(\Omega, (\varepsilon' - 1)E_{tot}) + \frac{i}{\omega\varepsilon} K(\Sigma, j),$$

где

$$K(\Sigma, j)(x) = \text{rot}_x \text{rot}_x \int F(|x - y|) j(y) dy,$$
$$F(r) = \frac{e^{ikr}}{4\pi r},$$

$j(y)$, $y \in \Sigma$ - неизвестные поверхностные токи, Ω - область, занятая диэлектриком, Σ - поверхность проводника, ε' - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, ε - диэлектрическая проницаемость внешней среды, ω - угловая частота. Введя неизвестные объемные токи в области Ω как $g = E_{tot}$ и используя граничное условие на идеально проводящей поверхности

$$n \times E_{tot} = 0, x \in \Sigma,$$

задачу можно свести к системе интегральных уравнений:

$$g = E_{inc} + K(\Omega, (\varepsilon' - 1)g) + \frac{i}{\omega\varepsilon} K(\Sigma, j), x \in \Omega,$$
$$n \times \left(E_{inc} + K(\Omega, (\varepsilon' - 1)g) + \frac{i}{\omega\varepsilon} K(\Sigma, j) \right) = 0, x \in \Sigma.$$

Для решения записанных интегральных уравнений используется метод Галёркина. Для аппроксимации поверхностных токов на поверхности Σ используются классические функции RWG [1]. В тонком объемной слое предлагается ввести сетку из призм ввести на ней две системы базисных функций: вертикальную с константными векторами и горизонтальную, схожую по структуре с RWG функциями.

Вышеописанный метод был реализован в виде программы, проведено его тестирование на ряде модельных примеров. В дальнейшей работе планируется провести сравнение с другими известными методами решения задачи рассеяния. В случае успешной работы данной метод можно использовать в вычислительных пакетах для расчёта характеристик проводящих тел с тонкими покрытиями, а также для расчёта характеристик антенн, созданных по технологии печатных плат.

Литература

1. Gibson Walton C. The method of moments in electromagnetics. 2021.

ЭФФЕКТЫ КОНЕЧНОЙ ВЫБОРКИ ПРИ СТОХАСТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА АГРЕГАЦИИ-ДРОБЛЕНИЯ

Дьяченко Р.Р.¹, Матвеев С.А.²

1) кафедра ВТМ, ф-т ВМК МГУ, e-mail: dyachenko.rr@yandex.ru

2) кафедра ВТМ ф-т ВМК МГУ, e-mail: matseralex@gmail.com

Мы аналитически и численно исследовали систему кластеров, эволюционирующую в результате столкновений с кластерами минимальной массы (мономерами). Каждое столкновение приводит либо к добавлению мономера в кластер, либо к отщеплению мономера от кластера, и возникающее поведение зависит от того, какой из двух процессов более вероятен. Если добавление преобладает, мономеры исчезают за время, которое измеряется как $\ln(N)$ при общей массе $N \gg 1$, и система достигает состояния заклинивания. Когда преобладает дробление, система остается в квазистационарном состоянии в течение некоторого времени, которое экспоненциально увеличивается с увеличением N , но, в конечном счете, гигантская флуктуация приводит к исчезновению мономеров. В предельном случае мономеры исчезают за время, линейно зависящее от N .

Характеристики бесконечных систем имеют особенности по сравнению с конечными, в частности, когда $p < \frac{1}{2}$. Стационарный режим $p < \frac{1}{2}$, возникающий в бесконечной системе, не вечен; гигантские колебания в конечном итоге приводят к исчезновению мономеров. Такие большие колебания могли бы пролить свет на рост нанопроволоки [1]. Этот процесс был изучен численно с помощью моделирования методом Монте-Карло сложных процессов агрегации и фрагментации [2]. Любая конечная система достигает состояния заклинивания с вероятностью один. Время достижения зависит от общего исходного числа мономеров N как:

$$T \propto \begin{cases} \ln N, & p > \frac{1}{2} \\ N, & p = \frac{1}{2} \\ e^{A(p)N}, & p < \frac{1}{2}, \end{cases}$$

Наши теоретические гипотезы прошли успешную проверку при симуляциях эффективным малоранговым методом Монте-Карло [3].

Литература

1. V. M. Kaganer, S. Fernandez-Garrido, P. Dogan, K. K. Sabelfeld, and O. Brandt, Nucleation, growth, and bundling of GaN nanowires in molecular beam epitaxy: Disentangling the origin of nanowire coalescence, *Nano Lett.* 16, 3717 (2016).
2. K. K. Sabelfeld, O. Brandt, and V. M. Kaganer, Stochastic model for the fluctuation-limited reaction-diffusion kinetics in inhomogeneous media based on the nonlinear Smoluchowski equations, *J. Math. Chem.* 53, 651 (2015)
3. A. I. Osinsky and N. V. Brilliantov, Anomalous aggregation regimes of temperature-dependent Smoluchowski equations, *Phys. Rev. E* 105, 034119 (2022).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ДВУХ ВИРУСОВ

Червяков Н.М.¹, Романюха А.А.²

1) МГУ ВМК ВТМ, ИВМ РАН e-mail: nm.chervyakov@yandex.ru

2) ИВМ РАН, e-mail: eburg101@mail.ru

Эпителий респираторной системы человека является средой для многих респираторных вирусов, образующих экосистему взаимодействующих вирусов и защитных систем организма [1, 2]. Инфицирование одним вирусом может усиливать или ослаблять репликацию второго [1, 2, 3]. Такие взаимодействия называются интерференцией между вирусами. В частности, отмечается, что инфекция вирусом SARS-CoV-2 подавляет инфекцию вирусом гриппа А [4]. Среди механизмов, обеспечивающих интерференцию между вирусами, выделяют конкуренцию за клетки-мишени и действие системы интерферона [1, 2, 3, 4].

В работе предложена модель интерференции двух респираторных вирусов. Модель является системой из 11 ОДУ, и описывает динамику двух вирусов и продукцию интерферона в эпителии дыхательной системы. Составлена обобщенная картина процесса интерференции между вирусом SARS-CoV-2 и вирусом гриппа А для параметрической идентификации модели и получены начальные оценки параметров модели.

Литература

1. Stephens C. R., González-Salazar C., Romero-Martínez P. “Does a respiratory virus have an ecological niche, and if so, can it be mapped?” Yes and yes //Tropical Medicine and Infectious Disease. – 2023. – Т. 8. – №. 3. – С. 178.
2. Piret J., Boivin G. Viral interference between respiratory viruses //Emerging Infectious Diseases. – 2022. – Т. 28. – №. 2. – С. 273.
3. Nickbakhsh S. et al. Virus–virus interactions impact the population dynamics of influenza and the common cold //Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2019. – Т. 116. – №. 52. – С. 27142-27150.
4. Cheemarla N. R. et al. Viral interference during influenza A-SARS-CoV-2 coinfection of the human airway epithelium and reversal by oseltamivir //The Journal of Infectious Diseases. – 2023. – С. jiad402.

НИЗКОРАЗРЯДНЫЕ МАТРИЧНЫЕ УМНОЖЕНИЯ С ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Швецов М. П.¹, Кириченко М.А.²

1) Сколковский институт науки и технологий, e-mail: mikhail.shvetsov@skoltech.ru

2) Московская лаборатория алгоритмов радиосвязи, e-mail: kirichenko@rtt-lab.ru

В современных системах связи пятого поколения с целью повышения пропускной способности используется технология MIMO (Multiple Input – Multiple Output), что физически проявляется в использовании больших антенных решетках на базовых станциях сотовой связи. Обратной стороной данной технологии является её высокая вычислительная сложность, поскольку при расчете матрицы ковариации шума на антеннах приходится производить умножение матриц размером $[N_{ant} \times N_{sc}]$, где N_{ant} , N_{sc} обозначают количество антенн и количество поднесущих частот соответственно. И это количество сильно увеличилось за прошедшее поколение и будет расти в будущем [1].

Одним из способов понизить сложность вычислений является понижение разрядности. При этом в системе при расчете появляются два типа ошибок – округления и переполнения. Второй тип можно легко проконтролировать тем, что входные значения в матрице нормируются с учетом динамического диапазона в выбранной точности, тем самым избегая слишком больших и слишком малых значений при расчетах. Ошибка округления, в свою очередь, будет всегда присутствовать в расчетах и действовать как шум, который может привести к таким последствиям как потеря симметричности при расчете ковариационной матрицы.

Повышения точности расчетов при умножении матриц с пониженной разрядностью можно достигнуть за счет применения методов с адаптивной точностью [2], одним из которых является интервальное матричное умножение [3], которому и посвящена работа. Цель метода заключается в том что можно расписать умножаемые матрицы A , B как сумму матриц (1), в которых все числа представлены с использованием меньшей разрядности, тогда перемножая полученные матрицы можно избежать ошибок, возникающие при перемножении полноразрядных матриц:

$$A = \sum_{s=1}^{n_A} A^{(s)}, B = \sum_{t=1}^{n_B} B^{(t)}, \quad A, B \in \mathbb{F}_{32}, \quad A^{(s)}, B^{(t)} \in \mathbb{F}_{16}, \quad (1)$$

где \mathbb{F}_q – действительные числа, представленные в формате с плавающей точкой с разрядностью q . Используя данный метод, удается достигнуть уровня нормированной среднеквадратичной ошибки меньше 1% при сравнении 16 и 32 битных арифметик.

По итогам работы, метод интервального матричного умножения был адаптирован для работы с произвольной точностью с оптимизацией скорости сходимости. Было достигнуто понижение сложности вычислений 24% за счет снижения разрядности.

Литература

1. Discussion on the frame structure design for NR. 3GPP TDocs TSG RAN WG1, Busan, Korea, Tech. Rep. R1–163132, April, 2016.
2. N. Higham, Accuracy and stability of numerical algorithms // SIAM Publishing, Philadelphia, 1996, 688 p.
3. Ozaki K., Ogita T., Mokuonoki D., Interval Matrix Multiplication using fast low-precision arithmetic on GPU // 9th International Workshop on Reliable Engineering Computing, 2021, pp. 419-434.

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД КОНИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Копнина И.А., Ляшев В.А.

НИУ Московский физико-технический институт, кафедра мультимедийных технологий и телекоммуникаций, e-mail: kopnina.ia@phystech.edu

В данной работе рассматривается задача построения пространственного фильтра (прекодера) для системы связи. Критерии оптимизации, на которых основан выбор прекодера, могут быть различными, в зависимости от поставленных задач и требований к качеству передачи сигнала. Одним из наиболее распространенных критериев является минимизация среднеквадратичной ошибки принятого сигнала (MMSE). Используемые на практике прекодеры (ZF, MF, MMSE) не всегда являются оптимальными с точки зрения минимизации вероятности битовой ошибки, так как не учитывают ограничения на мощность антенн (PARC – per antenna power constraint) и минимально допустимые значения SINR (отношения сигнала к интерференции и шуму) для пользователя (QoS – quality of service). Задачу нахождения прекодера с ограничениями PARC и QoS можно переписать в виде задачи конического программирования [1]:

$$\min_{\mathbf{x} \in K} \mathbf{c}^T \mathbf{x} \text{ s. t. } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, K - \text{конус} \quad (1)$$

Один из самых распространённых методов решения конического программирования – метод внутренней точки, который состоит из трех фаз [2]. Первые две фазы состоят из нахождения внутренней точки в конусе, удовлетворяющее решению системы линейных уравнений, а на третьей фазе происходит минимизации целевой функции.

В работе показано, что метод внутренней точки можно упростить для задачи построения прекодера с условиями на PARC и QoS, то есть для первой фазы можно явно построить решения для дуальной задачи - найти \mathbf{s}, \mathbf{y} , такие что $\mathbf{s} + \mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{0}$, где $\mathbf{s} \in (K^*)^o$ – дуальный конус без границы. Пусть $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_{ue} \times N_{tx}}$ – матрица комплексно-значных величин, \mathbf{y} – вектор из минимально допустимых значений SINR. Тогда для $i = 1, \dots, N_{ue}; k = 1, \dots, N_{tx}$ можно определить \mathbf{s}, \mathbf{y}

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{(2N_{ue}+1)(k-1)+1} &= 1 + \|\text{diag}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathbf{y}}}\right) \mathbf{H}_{k*}^T\|; & \mathbf{s}_{(2N_{ue}+1)(k-1)+1} &= -\mathbf{y}_i^{\frac{1}{2}} \text{Re } \mathbf{H}_{ki}; \\ \mathbf{s}_{(2N_{ue}+1)(k-1)+1+N_{ue}+i} &= -\mathbf{y}_i^{\frac{1}{2}} \text{Im } \mathbf{H}_{ki}; & \mathbf{s}_{(2N_{ue}+1)(k-1)+1} &= 1 + \|\text{diag}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathbf{y}}}\right) \mathbf{H}_{k*}^T\|; \\ \mathbf{s}_{(2N_{ue}+1)N_{tx}+2N_{ue}(i-1)+1} &= 1; \\ \mathbf{y}_k &= -\mathbf{s}_{(2N_{ue}+1)(k-1)+1}; & \mathbf{y}_{N_{tx}+N_{ue}+i} &= \mathbf{y}_i. \end{aligned}$$

Для проверки работы алгоритма был проведен модельный эксперимент, который подтвердил валидность предложенного метода оптимизации, а также показал снижение вероятности битовой ошибки по сравнению с традиционными прекодерами типа ZF.

Литература

1. Wiesel A, Eldar Y. C., Shamai S., Linear precoding via conic optimization for fixed MIMO receivers // IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, no. 1, Jan. 2006, pp. 161-176.
2. Forsgren A., Gill P.E., Wright M.H., Interior Methods for Nonlinear Optimization // SIAM Review, Vol. 44, No. 4, December 2002, pp. 525-597.

НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА ПРОЕКТ КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА

Ожигов Ю.И.^{1,2}, Мяо Хуэйхуэй¹, Ли Ваншунь¹, Ю Цзянчуань¹,

Чэнь Жань¹, Викторова Н.Б.³, Кузьминский А.В.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра СКИ, e-mail: ozhigov@cs.msu.ru

2) ФТИАН имени К.А.Валиева, лаборатория ФКК

3) РГГУ, ИИНТБ, кафедра ФПМ

Объявленный Р.Фейнманом проект квантового компьютера направлен на преодоление экспоненциальной вычислительной сложности при компьютерном моделировании химии и биологии. Первоначально считали, что формальный аппарат традиционной квантовой теории имеет неограниченную сферу применимости и можно построить квантовый компьютер из нано-устройств — гейтов, которые, собранные воедино, начнут работать по квантовой логике. Математики развили мощный аппарат, основываясь на этой парадигме, однако эксперименты, ведущиеся же более 30 лет, показали ее ложность. Декогерентность — спонтанный распад квантовых состояний, нужных для квантовых вычислений, оказалась не технической, а фундаментальной проблемой. Эксперименты четко говорят о том, что традиционный аппарат квантовой теории ограничен сложностью до нескольких десятков кубитов.

Это открывает совершенно новые перспективы для вычислительной математики и программирования, так как появляется возможность создать компьютерную модель сложных процессов — в химии прежде всего - на уже существующих суперкомпьютерах ([1]). На этом пути мы получили первые обнадеживающие результаты: разработана компьютерная модель ассоциации — диссоциации одновалентных атомов ([2]), предложен способ отказа от чрезвычайно затратного квантового основного уравнения для важных типов декогерентности, установлен ряд интересных эффектов в КЭД оптических полостей. Это направление означает новый поворот в проекте квантового компьютера, когда физические приборы будут использоваться только для имитации квантовой нелокальности — чего нельзя сделать на классических компьютерных сетях, а основные вычисления будут производиться на классических ЭВМ и суперкомпьютерах.

Дальнейшие планы заключаются в моделировании более сложной химии, в частности, многовалентных атомов, молекул и молекулярных кластеров. Подчеркнем, что наши модели — динамические, с полным учетом электромагнитного поля, что отличает их как от хорошо развитой теории стационарных молекул и от так называемой молекулярной динамики; мы занимаемся моделированием реакций на предсказательном уровне. Такого симулятора химии пока не создано, и у нас есть все основания создать по крайней мере те его фрагменты, которые важны для понимания процесса жизни.

Литература

1. Ozhigov Yuri, Three principles of quantum computations, Quantum Information and Computation, 2022, vol. 22, № 15-16, pp. 1280-1288, doi: <https://doi.org/10.26421/QIC22.15-16-2>.
2. Miao Hui-hui, Ozhigov Yuri, 2023 Using a modified version of the Tavis-Cummings-Hubbard model to simulate the formation of neutral hydrogen molecule, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 622, № 1, p. 128851

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ПЛАНКТОННОГО СООБЩЕСТВА ОЗЕРА БАЙКАЛ

Шапаренко В.С.

*Новосибирский национальный исследовательский государственный университет,
email: shaparenko.vladislav@mail.ru*

Данная работа посвящена исследованию временных рядов многолетних наблюдений за плотностью планктонного сообщества озера Байкал. Целью работы является прогнозирование объема планктонного сообщества в будущем с помощью обработки данных временных рядов на основе экспоненциального сглаживания и модели ARMA (и ее более продвинутой версии, ARIMA и SARIMAX), а также технологий машинного обучения. Выявление взаимосвязи между разными видами планктона и построение пищевых взаимоотношений между разными видами планктонного сообщества оз. Байкал. Кроме того, исследование временных рядов на основе теории хаоса и изучение математической модели пелагического сообщества экосистемы озера Байкал.

В результате проведенного исследования спрогнозирован объем планктонного сообщества на 24 и 53 недели вперед для двух рассматриваемых видов планктона и выявлена модель, дающая минимальную ошибку при прогнозировании для каждого рассматриваемого вида планктона. Были выявлены корреляционные отношения между разными видами планктона и построены пищевые взаимоотношения между разными видами планктонного сообщества оз. Байкала. Проведено исследование временных рядов планктонного сообщества на основе теории хаоса и рассмотрена математическая модель пелагического сообщества экосистемы озера Байкал.

Большая часть полученных результатов вполне укладывается в классические представления об организации экосистемы пелагиали Байкала. Можно считать, что использованный метод исследования вполне работоспособен и может не только подтверждать уже существующие представления, но и выявлять новые, ранее не отмечаемые факты.

Литература

1. Weiss R. F., Carmack E. C. C., Koropalov V. M. «Deep water renewal and biological production in Lake Baikal» // Nature. 1991. — Т. 349. — №. 6311. — С. 665-669.
2. Szulejko J.E., Kumar P., et al, «Global warming projections to 2100 using simple CO2 greenhouse gas modeling and comments on CO2 climate sensitivity factor.» // Atmospheric Pollution Research, 8(1). 2017. pp.136-140.
3. Sarker S., et al, «Rising temperature and marine plankton community dynamics: Is warming bad?» // Ecological Complexity 43, 100857. 2020.
4. Michael T. Rosenstein', James J. Collins and Carlo J. De Luca. «A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets» // NeuroMuscular Research Center and Department of Biomedical Engineering, Boston University. 1992. Т.3. С. 129-145.
5. Lutz Becks, Frank M. Hilker, Horst Malchow, Klaus Jürgens Hartmut Arndt. «Experimental demonstration of chaos in a microbial food web» // Nature. 2005. pp.1226–1229.

**ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ ГРАФА ДИСКРЕТНЫХ СОСТОЯНИЙ
ПЕРЕКЛЮЧАЕМОЙ АФФИННОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ
ПАРАМЕТРИЗОВАННОГО СЕМЕЙСТВА ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИХ
СИГНАЛОВ**

Крылов П.А.¹, Фурсов А.С.²

1) МГУ, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ, e-mail: pavel@leftsystem.ru

2) МГУ, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ, e-mail: fursov@cs.msu.ru

В работе [1] была исследована задача об устойчивости нулевого положения равновесия переключаемой аффинной системы, замкнутой линейной статической обратной связью

$$\dot{x} = A_\sigma x + v_\sigma - b_\sigma \theta^T x, \quad \sigma \in S(F), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

где множество F определяет возможные разбиения пространства \mathbb{R}^n на m выпуклых многогранников M_i . Каждое такое разбиение может быть описано не более чем m^2 плоскостями. Множество допустимых переключающих сигналов $S(F)$ состоит из кусочно-постоянных функций, принимающих постоянное значение на каждом выпуклом многограннике M_i .

Основная теорема об устойчивости нулевого положения равновесия из работы [1] требует анализа ориентированного графа дискретных состояний рассматриваемой системы, в частности, необходима проверка слабой связности и отсутствия циклов. В представленной работе предлагается конструктивный подход к построению данного графа. В начале для конкретного переключающего сигнала доказана теорема, сводящая проверку существования ориентированного ребра в исследуемом графе к проверке совместности некоторых систем линейных неравенств [2]. Так как в графе известно число вершин, восстановление всех рёбер может быть проделано за конечное число шагов.

Однако, данный результат мало полезен при бесконечном множестве переключающих сигналов. В таком случае, предположим, что наборы плоскостей, задающих разбиения из F , допускают некоторую линейную параметризацию. Тогда удаётся показать, что инвариантность графа дискретных состояний для всех возможных переключающих сигналов эквивалентна совместности некоторого конечного числа систем линейных неравенств. Затем, при выполнении условия инвариантности, удаётся обобщить первую теорему на случай параметризованного семейства переключающих сигналов.

Таким образом, основным результатом данной работы является алгоритм, который позволяет, если множество переключающих сигналов допускает обозначенную в работе параметризацию, проверить инвариантность графа дискретных состояний и восстановить его, в случае инвариантности.

Литература

1. Фурсов А.С., Крылов П.А. Об устойчивости переключаемой аффинной системы для некоторого класса переключающих сигналов // Дифференц. уравнения, 2023, Т. 59, N. 4, с. 554-562.
2. Черников С.Н. Линейные неравенства // М.: Наука – 1985.

О СВЯЗИ ИНВАРИАНТНЫХ И ПЕРЕДАТОЧНЫХ НУЛЕЙ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ

Атамась Е.И.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра нелинейных динамических систем и процессов управления, e-mail: eatamas@cs.msu.ru

Понятие нуля управляемой системы играет важную роль при решении многих практических и теоретических задач и имеет богатую историю. Вместе с тем, для многомерных систем его нельзя назвать полностью устоявшимся: даже для линейных стационарных систем существует большое количество различных неэквивалентных способов определения нулей. В рамках одного из наиболее распространенных подходов ([1]) выделяют следующие понятия. Инвариантные нули системы определяются как такие значения s_0 , для которых теряет ранг матрица Розенброка

$$R(s) = \begin{bmatrix} sI - A & -B \\ C & D \end{bmatrix},$$

Передаточные нули системы определяются как нули многочленов в числителях элементов формы Смита-Макмиллана передаточной функции системы. При этом известно следующее

Утверждение. Всякий передаточный нуль линейной стационарной системы является ее инвариантным нулем.

Существует как минимум два (см., например, [2]) широко известных и простых доказательства этого факта в случае, когда множество передаточных нулей системы не пересекается с множеством её полюсов. Однако в случае, когда полюс и передаточный нуль системы совпадают, ни одно из них не работает. Авторы либо явно указывают, что не рассматривают этот случай, либо даже не упоминают о нем. Таким образом, полного доказательства этого утверждения обнаружить в литературе не удалось. Данная работа призвана восполнить этот пробел.

Литература

1. Kailath T. Linear Systems // Prentice-Hall – 1980 – 682 p.
2. Macfarlane A.G.J., Karcanias N. Poles and zeros of linear multivariable systems: A survey of the algebraic, geometric and complex-variable theory // International Journal of Control. 24:1, 33-74.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ АЛГОРИТМА “SUPER-TWISTING” ПРИ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРА НЕЛИНЕЙНОСТИ

Высоцкий А.О.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра НДСиПУ,
e-mail: vysotskiial@gmail.com

Задача стабилизации является одной из центральных в теории управления, в том числе, и для систем с неопределенностью (с неизвестными неизмеряемыми входными воздействиями). Одним из наиболее популярных алгоритмов управления, используемых для достижения робастной по отношению к внешним возмущениям устойчивости динамических систем является алгоритм “super-twisting” [1].

Для системы уравнений данного алгоритма было доказано существование набора параметров, обеспечивающего устойчивость [1]. Впоследствии, в работах [2,3] были получены, с помощью анализа системы при “наихудшем возмущении”, необходимые и достаточные условия устойчивости системы.

Традиционно, при изучении данного алгоритма, варьируются только множители перед нелинейным и разрывным слагаемыми в первом и втором уравнении системы соответственно, при одинаковом значении степени, равном $1/2$. Целью данной работы является изучение свойства устойчивости обобщенного (при различных значениях степени) алгоритма “super-twisting”.

Получены следующие результаты: для систем алгоритма “super-twisting” со значением параметра степени, меньшего $1/2$ показано, что такие системы всегда являются локально асимптотически устойчивыми. Если же степень больше $1/2$, то системы никогда не являются устойчивыми. Получены оценки на величину области сходимости систем в зависимости от параметров алгоритма.

Литература

1. Levant L. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control //International Journal of Control. – 1993. – V.58. P. 1247–1263
2. Seeber R., Horn M. Necessary and sufficient criterion for the super-twisting algorithm //15th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS). 2018. P.120-125.
3. Фомичев В.В., Высоцкий А.О. Критерий устойчивости и точные оценки для алгоритма “супер-скручивания»// Дифференциальные уравнения (2023) 59, №2, с.252–256.

**ПОСТРОЕНИЕ ВНУТРЕННИХ ОЦЕНОК МНОЖЕСТВА
РАЗРЕШИМОСТИ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА РРО
И ПРИНЦИПА СРАВНЕНИЯ**

Чистяков И.А.¹, Точилин П.А.²

- 1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, кафедра Системного Анализа, e-mail: chistyakov.ivan@yahoo.com
- 2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, кафедра Системного Анализа, e-mail: tochilin@cs.msu.ru

Работа посвящена решению задачи целевого управления для нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений на фиксированном временном интервале, с учётом геометрических ограничений на управление. Исследуется подход, основанный на кусочной линеаризации правых частей дифференциальных уравнений на совокупности симплексов и переходе к вспомогательной задаче для системы с кусочно-линейной динамикой и ограниченной помехой (погрешностью линеаризации). Применение принципа сравнения [1] позволяет найти приближённое решения уравнения Гамильтона–Якоби–Беллмана и таким образом получить кусочно-заданную функцию цены, нулевое множество уровня которой является внутренней оценкой множества разрешимости исходной нелинейной системы.

Благодаря использованию кусочно-линейной динамики вычисление неизвестных параметров функции цены сводится к решению задачи Коши для ОДУ типа Риккати, однако поиск решения опирается на значения управлений, зафиксированных в вершинах симплексов разбиения. В предыдущих работах авторов (например, в [2]) эти управления подбирались так, чтобы минимизировать производную функции цены вдоль траекторий системы. Поскольку построенная кусочно-заданная функция, вообще говоря, не является всюду гладкой, конкретные реализации этой идеи основаны на эвристических соображениях, которые способствуют возрастанию погрешности метода. В то же время указанный подход допускает любые управления в вершинах симплексов, в том числе полученные как результат работы других алгоритмов. В данной работе для их нахождения предлагается применять обучение с подкреплением и, в частности, алгоритм РРО [3]. На конкретном примере показано, что если представить управление в виде нейронной сети, то вычисленная на его основе функция цены может принимать меньшие значения в начальный момент времени, что априорно гарантирует попадание в меньшую окрестность целевого множества.

Отметим, что результирующее синтез-управление будет являться кусочно-линейной аппроксимацией используемого нейросетевого управления. Поскольку построенная оценка множества разрешимости является гарантированной, то полученная функция цены позволяет судить и о точности алгоритмов машинного обучения.

Литература

1. Куржанский А.Б. Принцип сравнения для уравнений типа Гамильтона–Якоби в теории управления //Труды Ин-та математики и механики УрО РАН – 2006, Т. 12, № 1, с. 173–183.
2. Чистяков И.А., Точилин П.А. Построение разрывных кусочно-квадратичных функций цены в задаче целевого управления //Труды Ин-та математики и механики УрО РАН – 2022, Т. 28, № 3, с. 259–273.
3. Schulman J., Wolski F., Dhariwal P., Radford A., Klimov O. Proximal policy optimization algorithms. – 2017. – arXiv:1707.06347.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА

Трусов Н.В.¹, Шананин А.А.²

1) МГУ, ф-т ВМК, кафедра СА; МФТИ, ФУПМ, кафедра АСuP; ФИЦ ИУ РАН; Московский Центр Фундаментальной и Прикладной Математики
e-mail: trunick.10.96@gmail.com

2) МГУ, ф-т ВМК, кафедра СА; МФТИ, ФУПМ, кафедра АСuP; ФИЦ ИУ РАН; РУДН; Московский Центр Фундаментальной и Прикладной Математики
e-mail: alexshan@yandex.ru

В работе исследуется математическое описание экономического поведения населения. Рациональное экономическое поведение населения можно разделить на два процесса, выполняемых в экономике. С одной стороны, население выступает в роли домашнего хозяйства и является потребителем на несовершенном рынке кредитов и сбережений. С другой стороны, население является субъектом на рынке труда, обладающим компетенциями и получающим заработную плату за оказание услуг. Работник получает доходы, которые он может тратить на потребление и на вложение в собственные компетенции, которые описываются человеческим капиталом. Работник максимизирует дисконтированное потребление и увеличивает свои профессиональные навыки для получения более высокой заработной платы. В случайный момент времени на рынке труда появляется вакансия, которая обеспечивает скачок в заработной плате работника. В данной работе математическая модель поведения работника на рынке труда представлена в виде задачи оптимального управления на бесконечном временном горизонте. Доказана теорема о существовании решения, получены необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина. Модель идентифицирована по данным российской статистики в различных социальных слоях населения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 23-21-00281).

Литература

1. А.А. Шананин, Н.В. Трусов. The household behaviour modelling based on Mean Field Games approach // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, V.42, №7, P.1738-1752.
2. А.А. Шананин, М.В. Тарасенко, and Н.В. Трусов. Consumer Loan Demand Modeling // Mathematical Optimization Theory and Operations Research: Recent Trends, 2021, CCIS, V.1476, pp. 417-428.
3. М.В. Тарасенко, Н.В. Трусов, А.А. Шананин. Математическое моделирование экономического положения домашних хозяйств в России // ЖВМиМФ, 2021, Т.61, №6, С.1034-1056.
4. А.Шананин. N.Трусов. The group behaviour modelling of workers in the labor market// RJNAMM, 2023, V.38, №4, P.219-229.
5. Н.В. Трусов, А.А. Шананин. Математическая модель динамики человеческого капитала// ЖВМиМФ, 2023, Т.63, №10. С.1747-1760.
6. Trusov N. V. Identification of the household behavior modeling based on modified ramsey model // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2023, V.44, №1, P.455-469.
7. А.А. Шананин, Н.В. Трусов. Mathematical modeling of the household behavior in the labor market // LNCS, 2023, V.13930, P.409-424.

О ПОСТРОЕНИИ УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОТОКОВ ЛЮДЕЙ

Зайцева М.В.¹, Точилин П.А.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра системного анализа, e-mail: zaimarko@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра системного анализа, e-mail: tochilin@cs.msu.ru

Работа посвящена математическому моделированию потоков людей в помещении. В его основе лежит модификация известной макроскопической модели СТМ (Cell Transmission Model) [1], которая часто используется для моделирования транспортных потоков. Данная модель является дискретным аналогом гидродинамической модели LWR (Lighthill, Whitham, Richards) [2]. Она учитывает разнонаправленные и конфликтующие потоки, подробное описание модели и способ калибровки параметров можно найти в работе [3].

Отдельно в работе [4] были предложены методы построения гарантированных оценок количества людей — *множеств достижимости* — в каждой комнате в последующие моменты времени, необходимые для краткосрочных прогнозов, в виде интервальных оценок и оценок в форме совокупностей двумерных проекций. Такие численные прогнозы дают возможность строить управления по перераспределению потоков людей. Главной задачей такого перераспределения является недопущение скопления большого числа людей в одном месте помещения и образования давки впоследствии.

На основе гарантированных оценок из [4] можно осуществлять поиск управляющей стратегии для конкретного помещения или его части. Они позволяют имитировать *среду* в модели взаимодействия *агент-среда* при обучении с подкреплением. В текущей работе для поиска управлений используется алгоритм DQN (Deep Q-network) [5]. Результаты работы данного алгоритма в применении к рассматриваемой задаче продемонстрированы примером.

Литература

1. Daganzo C.F. The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory // Transp. Res. B. – 1994. – V. 28B, № 4., P. 269–287.
2. Piccoli B., Garavello M. Traffic flow on networks. American institute of mathematical sciences. Springfield, 2006.
3. Зайцева М.В., Точилин П.А. Управление потоками людей в здании во время эвакуации // Вестник Московского ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и кибернетика. – 2020. – № 4. С. 3–17.
4. Зайцева М.В., Точилин П.А. Методы построения оценок множеств достижимости в задаче моделирования потоков людей // ЖВМ и МФ – 2023. – Т. 63, № 8, С. 1381–1394.
5. Mnih V., Kavukcuoglu K., Silver D. et al. Human-level control through deep reinforcement learning // Nature. – 2015. – V. 518, P. 529–533.

Секция: «Теория дифференциальных уравнений»

О ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ

Васильченко Д.Д.,¹ Капустин Н.Ю.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, ВМК, ФАУП, e-mail: dvasil.arm@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, ВМК, ФАУП, e-mail: n.kapustin@bk.ru

В полуполосе $D = \{(x, y): 0 < x < \pi, 0 < y < +\infty\}$ рассмотрим задачу для уравнения Лапласа.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 0 \quad (1)$$

В классе функций $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(\bar{D} \cap \{y > 0\}) \cap C^2(D)$ с граничными условиями

$$u(0, y) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(\pi, y) = 0, \quad 0 < y < +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0+0} \int_0^\pi \left[\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} + \varphi(x) \right]^2 dx = 0 \quad (3)$$

$$u(x, y) \rightarrow 0, \quad y \rightarrow +\infty, \quad \varphi(x) \in L_2(0, \pi) \quad (4)$$

Теорема. Решение задачи (1)-(4) существует и единственно, причем его можно представить в виде следующего ряда

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin((n + 1/2)x) e^{-(n+1/2)y} \quad (5)$$

где коэффициенты $A_n, n = 0, 1, 2, \dots$, определяются из разложения

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n (n + 1/2) \sin \left[(n + 1/2)x + \frac{\pi}{4} \right] = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{2}}$$

Задача (1)-(4) возникает как вспомогательная при решении задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе с эллиптической частью области в виде полуполосы [1].

Исследование проведено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Литература

1. Моисеев Е. И., Моисеев Т. Е., Вафадорова Г. О. Об интегральном представлении задачи Неймана-Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе // Дифференциальные уравнения. 2015 Т.51 №8 С.1070-1075.

О СПЕКТРЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТИПА СВЕРТКИ С ЛОГАРИФМИЧЕСКИМ ЯДРОМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Полосин А.А.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра функционального анализа и его применений, e-mail: alexei-polosin@mail.ru

В работе [1] рассмотрен интегральный оператор с логарифмическим ядром, зависящим от суммы аргументов, и доказано, что этот оператор имеет лишь одно положительное собственное значение. В настоящей работе изучается асимптотическое поведение спектра оператора с логарифмическим ядром специального вида

$$(A\psi)(x) = \frac{1}{\pi} \int_{\delta}^1 \ln \frac{\gamma\sqrt{xt}}{t+x} \psi(t) \frac{dt}{\sqrt{xt}}, \quad \delta \leq x \leq 1,$$

где $0 < \delta < 1$, $\gamma > 0$ – фиксированные числа.

Простой заменой переменных соответствующее уравнение сводится к интегральному уравнению типа свертки, заданному на конечном отрезке. Как известно, такие уравнения в общем случае не решаются в квадратурах. С помощью преобразования Фурье уравнение сводится к задаче сопряжения аналитических функций, затем – к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. Выделение главных членов в этой системе позволяет получить соотношение, определяющее спектр исходной задачи. Другие уравнения типа свертки, заданные на конечном отрезке, рассматривались в работах ([2]-[7]).

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Литература

1. Oseledets I. The integral operator with logarithmic kernel has only one positive eigenvalue // Linear Algebra and Its Applications. 2008. V. 428. № 7. P. 1560-1564.
2. Ukai S. Asymptotic Distribution of Eigenvalues of the Kernel in the Kirkwood-Riseman Integral Equation // J. of Math. Physics. 1971. V. 12. № 1. P. 83-92.
3. Пальцев Б.В. Уравнения свертки на конечном интервале для одного класса символов, имеющих степенную асимптотику на бесконечности // Изв. АН СССР, сер. матем. 1980. Т. 44. № 2. С. 322–394.
4. Пальцев Б.В. Асимптотика спектра интегральных операторов свертки на конечном интервале с однородными полярными ядрами // Изв. РАН, сер. матем. 2003. Т. 67. № 4. С. 67–154.
5. Сахнович Л.А. Уравнения с разностным ядром на конечном отрезке // УМН. 1980. Т. 35. № 4. С. 69-129.
6. Полосин А.А. О спектре и собственных функциях оператора свертки на конечном интервале с образом ядра – характеристической функцией // Дифф. уравнения. 2017. Т. 53. № 9. С. 1180-1194.
7. Полосин А.А. Об асимптотическом поведении собственных значений и собственных функций интегрального оператора свертки с логарифмическим ядром, заданного на конечном отрезке // Дифф. уравнения. 2022. Т. 58. № 9. С. 1251-1265.
8. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. М.: Наука, 1978.
9. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ СЛЕД ДЛЯ О ДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ДИРАКА С УСЛОВИЯМИ ДИРИХЛЕ

Савчук А.М.¹, Садовнича И.В.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет космических исследований, кафедра фундаментальной и прикладной математики, e-mail: savchuk@cosmos.msu.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра общей математики, e-mail: ivsad@yandex.ru

Рассматривается система вида $l_p(\mathbf{y}) = B\mathbf{y}' + P\mathbf{y}$, где

$$B = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad P(x) = \begin{pmatrix} 0 & p(x) \\ q(x) & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(x) = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix},$$

в пространстве $\mathbf{H} = L_2[0, \pi] \oplus L_2[0, \pi] \ni \mathbf{y}$. Функции p_j , $j = 1, 2, 3, 4$, предполагаются квадратично суммируемыми на отрезке $[0, \pi]$ и комплекснозначными. Оператор $L = L_{P,U}$ имеет область определения $D(L_{P,U}) = \{\mathbf{y} \in AC[0, \pi]: l(\mathbf{y}) \in \mathbf{H}, U(\mathbf{y}) = 0\}$, где

$$U(\mathbf{y}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(\pi) \\ y_2(\pi) \end{pmatrix} - \text{краевые условия Дирихле.}$$

Для оператора $L_{P,U}$ получены асимптотические формулы для фундаментальной системы решений и для характеристического определителя с точностью до остатка класса Харди H^1 . С помощью этих разложений найдены вторые и третьи члены в асимптотике собственных значений оператора и вычислен регуляризованный след первого порядка. Результат вполне согласуется с полученным другим методом (и в других терминах) в работе [1]. Наш метод позволяет получать аналогичные результаты для любых регулярных по Биркгофу краевых условий.

Литература

1. Щербаков А.О. Регуляризованный след оператора Дирака // Математические заметки (2015) **98**, №1, с.134–146.

ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ В АСИМПТОТИКАХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Коровина М.В.¹, Смирнов И.Н.²

1) МГУ, ВМуК, ОМ, e-mail: betelgeuser@yandex.ru

2) МГУ, ВМуК, ОМ, e-mail: ismirnov@cs.msu.ru

Пусть $\Omega \subset R^n$ – область с гладкой границей $\partial\Omega$. Обозначим $Q = \Omega \times (t \geq 0)$ – цилиндр, в котором лежат точки $(x, t) \in R^{n+1}$. Рассмотрим гиперболическое уравнение с граничным условием.

$$\left(\frac{d}{dt}\right)^2 u(x, t) - a^0(t)\Delta u(x, t) = 0 ; \left(\alpha u + \beta \frac{\partial u}{\partial n}\right)\Big|_{\partial\Omega} = 0 , t \geq 0 \quad (1)$$

Где $\alpha(x) \geq 0, \beta(x) \geq 0, a^0(t) > 0$. Здесь функция $a^0(t) > 0$, мероморфна на бесконечности, это означает, что функция $a^0(t)$ разлагается в сходящейся ряд $a^0(t) = t^k \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_j}{t^j}$.

Здесь $k \in N$. Будем искать решение задачи (1) в виде $u(x, t) = Y(x)v(t)$. Тогда для функции $Y(x)$ получим граничную задачу

$$\Delta Y(x) + \lambda Y(x) = 0; \alpha Y + \beta \frac{\partial Y}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega} = 0 \quad (2)$$

Решение которой хорошо известно. А для функции $v(t)$ получим уравнение

$$\left(\frac{d}{dt}\right)^2 v(t) + a^0(t)\lambda v(t) = 0 \quad (3)$$

ТЕОРЕМА 1. Пусть $\lambda \neq 0$, и $k \in N$, тогда все асимптотики решений уравнения (3) лежат в пространстве функций $\left(\frac{k}{2} + 1\right)$ -экспоненциального роста и имеют вид:

1. k – четное, то есть $k = 2n$, асимптотики решения уравнения (3) имеют вид

$$u(r) \approx \exp\left(p_1 t^{n+1} + \sum_{i=1}^n \alpha^1 i t^{n+1-i}\right) t^{\sigma_1} \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i^1 t^{-i} + \exp\left(p_2 t^{n+1} + \sum_{i=1}^n \alpha^2 i t^{n+1-i}\right) t^{\sigma_2} \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i^2 t^{-i}$$

2. Если k – нечетное, то есть $k=2n+1$, тогда

$$u(r) \approx \exp\left(p_1 t^{\frac{n+3}{2}} + \sum_{i=1}^{2n+2} \alpha^1 i t^{\left(\frac{n+3}{2} - i\right)}\right) t^{\sigma_1} \sum_{j=1}^{\infty} b_j^1 t^{\frac{j}{2}} + \exp\left(p_2 t^{\frac{n+3}{2}} + \sum_{i=1}^{2n+2} \alpha^2 i t^{\left(\frac{n+3}{2} - i\right)}\right) t^{\sigma_2} \sum_{j=1}^{\infty} b_j^2 t^{\frac{j}{2}}$$

Здесь p_1, p_2 корни многочлена $\left(\frac{2}{2+k}\right)^2 a(0)\lambda + p^2$, через $\alpha^j, \sigma_j, j = 1, 2$ обозначены соответствующие числа, $\sum_{i=0}^{\infty} b_i^j r^i, j = 1, 2$ – степенные ряды, которые сходятся в некоторой окрестности бесконечности.

ТЕОРЕМА 2. Все решения задачи (1) представимы в виде линейных комбинаций функций $u_i(x, t)$, где $u_i(x, t) = v_i(t)Y_{\lambda_i}(x)$.

Здесь $Y_{\lambda_i}(x)$ – решение задачи (2), $\lambda = \lambda_i$ собственное значение этой задачи.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ В АСИМПТОТИКАХ РЕШЕНИЙ ОДНОРОДНЫХ УРАВНЕНИЙ 2-ГО ПОРЯДКА С МЕРОМОРФНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ОКРЕСТНОСТИ ИРРЕГУЛЯРНЫХ ОСОБЫХ ТОЧЕК

Чэн Шияо¹, Коровина М.В.²

- 1) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра общей математики, e-mail: st02210136@gse.cs.msu.ru*
- 2) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра общей математики, e-mail: mkorovina@cs.msu.ru*

В работе рассмотрим однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с иррегулярной особенностью:

$$u''(r) + b^0(r)u'(r) + b^1(r)u(r) = 0, \quad (1)$$

здесь $b^0(r)$, $b^1(r)$ – мероморфные функции. Без ограничения общности будем считать, что они имеют особенность в нуле. В работе [1] показано, что уравнение (1) может быть приведено к виду

$$\left(-r^n \frac{d}{dr}\right)^2 u + a_1(r) \left(-r^n \frac{d}{dr}\right) u + a_0(r)u = 0, \quad (2)$$

где $a_1(r)$, $a_0(r)$ – мероморфные функции. Запишем уравнение (2) в виде:

$$\left(-r^n \frac{d}{dr}\right)^2 u + a_1^0 \left(-r^n \frac{d}{dr}\right) u + a_0^1 r u + a_0^2 r^2 u + \dots + a_0^{n-1} r^{n-1} u + \left[r a_1 \left(-r^n \frac{d}{dr}\right) + r^n a_0(r) \right] u = 0, \quad (3)$$

основной символ имеет вид $H_0(p) = p^2 + a_1^0 p = p(p + a_1^0)$.

В работе [2] было доказано, что если полином $H_0(p)$ имеет простые корни в точках p_1, \dots, p_m , тогда асимптотика решения в пространстве функций $(n - 1)$ экспоненциального роста

уравнения $H\left(-r^n \frac{d}{dr}, r\right) u = 0$ имеет вид:

$$u(r) \approx \sum_{j=1}^m e^{\left(\frac{p_j}{r^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\lambda_i}{r^{n-1-i}}\right) r^{\sigma_j}} \sum_{i=0}^{\infty} b_i^j r^i, \quad (4)$$

здесь числа σ_j и λ_i , а b_i^j – некоторые числовые коэффициенты.

Цель данной работы – найти коэффициенты в асимптотических разложениях решений для уравнения (4). В работе поставлены следующие задачи исследований в соответствии с целью работы:

- 1) Предположим, что основной символ имеет простые корни. Это значит, что $a_1^0 \neq 0$. Вычисление коэффициентов уравнение (4) и сформировка теоремы, когда $p = 0$.
- 2) При основном символе имеет простые корни когда $p = -a_1^0$, анализируем коэффициентов уравнение (4).
- 3) Пусть теперь $a_1^0 = 0$. В этом случае корень уравнения кратный. Анализируем коэффициентов уравнение (4) и сформировка теоремы.

Литература

1. Кац Д.М. Вычисление асимптотик решений уравнений с полиномиальными вырождениями коэффициентов // Дифференциальные уравнения. – 2015. – Т. 51. № 12. – с. 1612–1617.
2. Коровина М.В. Асимптотики решений уравнений со старшими вырождениями // Дифференциальные уравнения. – 2012. – Т. 48. № 5. – с. 7109

КЛАССИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Зайцева Н.В.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики,
кафедра общей математики, e-mail: zaitseva@cs.msu.ru

В полупространстве $\{(x, t): x \in R^n, t > 0\}$ построены в явном виде многопараметрические семейства решений гиперболических уравнений, содержащих либо сумму дифференциальных операторов и операторов сдвига по пространственным переменным

$$u_{tt}(x, t) = a^2 \sum_{j=1}^n u_{x_j x_j}(x, t) - bu(x - h, t),$$

либо суперпозицию этих операторов

$$u_{tt}(x, t) = a^2 \sum_{j=1}^n u_{x_j x_j}(x, t) + \sum_{j=1}^n b_j u_{x_j x_j}(x - h_j, t),$$

где $a \neq 0$, $b > 0$, b_1, \dots, b_n – заданные действительные числа; $h := (h_1, \dots, h_n)$, $h_j := (h_{j1}, \dots, h_{jn})$ ($j = \overline{1, n}$) – заданные векторы с действительными координатами, длины которых не равны нулю.

Для каждого случая доказано, что построенное решение является классическим, если вещественная часть символа дифференциально-разностного оператора в правой части уравнения положительна. Приведены классы уравнений, для которых указанное условие выполнено.

С подробными результатами можно ознакомиться в работах [1, 2].

Литература

1. Зайцева Н.В., Муравник А.Б. Гладкие решения гиперболических уравнений со сдвигом на произвольный вектор в свободном члене // Дифференц. уравнения. (2023) 59, № 3, с.368–373.
2. Зайцева Н.В., Муравник А.Б. Классические решения гиперболического дифференциально-разностного уравнения со сдвигом на произвольный вектор // Изв. вузов. Математика. (2023) № 5, с.34–40.

Секция: «Асимптотические методы и дифференциальные уравнения с малым параметром»

СУЩЕСТВОВАНИЕ, АСИМПТОТИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ ПО ЛЯПУНОВУ РЕШЕНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМ ТИХОНОВСКОГО ТИПА

Нефедов Н. Н.

МГУ, физический факультет, кафедра математики, email: nefedov@phys.msu.ru

Рассматривается периодическая параболическая сингулярно возмущенная краевая задача для Тихоновской системы:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) - g(u, v, x, t, \varepsilon) &= 0, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial t} - f(u, v, x, t, \varepsilon) &= 0, \quad 0 < x < 1, \quad t \in R; \end{aligned}$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр, g и f - достаточно гладкие периодические по t функции с периодическими граничными условиями.

Построено асимптотическое приближение решения задачи, получены условия существования решения и его асимптотической устойчивости по Ляпунову этих решений как решений соответствующих начально-краевых задач для этой системы как в случае различных типов квазимонотонности, так и в случае ее нарушения. Работа является дальнейшим развитием асимптотического метода дифференциальных неравенств (см. [1] и ссылки в этой работе) на новые классы систем

Работа поддержана грантом РФФ № 23-11-00069.

Литература

1. Нефедов Н. Н. Развитие методов асимптотического анализа переходных слоев в уравнениях реакция-диффузия-адвекция: теория и применение. // Журн. вычисл. матем. и матем. физ., 61:22 (2021), 2074–2094.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕЙТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛНЦА МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Киселюс В., Илларионов Е.А.¹, Соколов Д.Д.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, кафедра теории вероятностей, e-mail: waclove@yandex.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики

Анализ наблюдательных данных по солнечной активности является основой для понимания процессов, протекающих на Солнце, а также для прогноза космической погоды [4]. Одним из способов изучения солнечной активности является построение карт крупномасштабного магнитного поля, на которых, в частности, представляет интерес положение нейтральной линии магнитного поля. Существует несколько подходов [2, 3, 4] к восстановлению положения нейтральной линии и одним из них является восстановление линии по положениям волокон, задающим фрагменты этой линии [2]. Зачастую, эта процедура реализуется вручную и результат оказывается неоднозначным. В нашем исследовании предлагается нейросетевой подход для решения этой задачи. Ключевой идеей стало создание полносвязной нейронной сети, аппроксимирующей некую функцию, линией уровня нуль которой являлась бы искомая нейтральная линия [1]. Одной из ключевых задач было создание функции потерь, необходимой для обучения модели, которая бы учитывала множество факторов, влияющих на форму нейтральной линии. Другой важной идеей стало использование многомасштабного подхода, при котором вначале восстанавливается глобальная структура поля, а затем происходит уточнение деталей в процессе предельного перехода с малым параметром, отвечающим размеру деталей.

Для тестирования модели была разработана процедура генерации синтетических изображений, которые похожи на возможное распределение магнитного поля и задают положение нейтральной линии. Для этого использовались трёхмерные случайные гауссовские поля. Эксперименты показали, что нейронная сеть способна восстанавливать нейтральную линию. Это подчеркивает потенциал предложенного подхода для анализа солнечных данных. Для иллюстрации мы приводим примеры восстановления для реальных наблюдательных данных и сравниваем результат с тем, как эту задачу решают астрономы-наблюдатели. В перспективе мы рассчитываем, что с помощью предложенного метода будет проведена обработка большого массива наблюдательных данных, что позволит создать новый однородный ряд данных, представляющий интерес для изучения в контексте физики Солнца.

Литература

1. Hornik K., Stinchcombe M., White H. Multilayer feedforward networks are universal approximators *Neural networks*. – 1989. – Т. 2. – №. 5. – С. 359-366.
2. Ipson S.S. et al. Automated technique for comparison of magnetic field inversion lines with filament skeletons from the Solar Feature Catalogue *Solar Physics*. – 2005. – Т. 228. – С. 399-421.
3. Makarenko N.G., Karimova L.M., Novak M.M. Investigation of global solar magnetic field by computational topology methods *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. – 2007. – Т. 380. – С. 98-108.
4. McIntosh P.S. Solar magnetic fields derived from hydrogen alpha filtergrams *Reviews of Geophysics*. – 1972. – Т. 10. – №. 3. – С. 837-846.

СУЩЕСТВОВАНИЕ, ЛОКАЛЬНАЯ ЕДИНСТВЕННОСТЬ И АСИМПТОТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ С ПОГРАНИЧНЫМИ СЛОЯМИ В ТИХОНОВСКОЙ СИСТЕМЕ С KPZ – НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ

Нефедов Н. Н.¹, Орлов А. О.²

1) МГУ, физический факультет, кафедра математики, email: nefedov@phys.msu.ru

2) МГУ, физический факультет, кафедра математики, email: orlov.andrey@physics.msu.ru

Изучается сингулярно возмущенная краевая задача для Тихоновской системы:

$$\begin{aligned}\varepsilon^2 \frac{d^2 u}{dx^2} - \varepsilon^2 A(u, x) \left(\frac{du}{dx} \right)^2 - g(u, v, x, \varepsilon) &= 0, \quad 0 < x < 1, \\ \frac{d^2 v}{dx^2} - B(v, x) \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 - f(u, v, x, \varepsilon) &= 0,\end{aligned}$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр.

Пусть также для функции $u(x)$ задан один из следующих вариантов граничных условий:

$$1) u'(0) = u^0, u'(1) = u^1; \quad 2) u(0) = u^0, u(1) = u^1.$$

Для функции $v(x)$ задано условие Дирихле:

$$v(0) = v^0, v(1) = v^1.$$

Особенностями изучаемой задачи являются слагаемые, содержащие квадраты градиента неизвестной функции (так называемые нелинейности типа Кардара–Паризи–Жанга или KPZ-нелинейности). Системы такого типа возникают при моделировании задач популяционной динамики и нелинейной теории горения.

Основными результатами работы являются теоремы о существовании и асимптотической устойчивости по Ляпунову решений задач как решений соответствующих начально-краевых задач для параболической системы. Теоремы доказаны в случае граничных условий Неймана и Дирихле для быстрой компоненты $u(x)$ решения. Показано, что главным членом в асимптотическом приближении является решение вырожденной дифференциально-алгебраической системы.

Работа поддержана грантом РФФИ № 23-11-00069.

Литература

1. Нефедов Н. Н., Орлов А. О. Существование и устойчивость решений с внутренним переходным слоем уравнения реакция-диффузия-адвекция с KPZ-нелинейностью // Дифференциальные уравнения (2023) 59, №8, с. 1007–1021.
2. Нефедов Н. Н., Орлов А. О. О неустойчивых контрастных структурах в одномерных задачах реакция-диффузия-адвекция с разрывными источниками // ТМФ (2023) 215, №2, с. 297–310.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОГО ТЕПЛООБМЕНА: РАСЧЕТ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО ДАННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Давыдова М. А.¹, Рублев Г. Д.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, кафедра математики,
e-mail: m.davydova@physics.msu.ru

2) ИФА имени А.М. Обухова РАН, e-mail: rublev.gd15@physics.msu.ru

В настоящей работе предлагается новый подход к исследованию прямых и обратных задач для сингулярно возмущенного уравнения теплопроводности с нелинейно зависящим от температуры коэффициентом тепловой диффузии, основанный на дальнейшем развитии и использовании методов асимптотического анализа в нелинейных сингулярно возмущенных задачах реакция-диффузия-адвекция [1-3]. Суть подхода изложена на примере класса одномерных стационарных задач с нелинейными граничными условиями, для которых выделен случай применимости асимптотического анализа. Сформулированы достаточные условия существования классических решений погранслоного типа и типа контрастных структур для этого класса задач, построены асимптотические приближения произвольного порядка точности таких решений, обоснованы алгоритмы построения формальных асимптотик и исследована асимптотическая устойчивость по Ляпунову стационарных решений с пограничными и внутренними слоями как решений соответствующих параболических задач.

Рассмотрен класс одномерных нелинейных задач, учитывающих боковой теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона. Доказана теорема существования и единственности классического решения с пограничными слоями в задачах такого типа.

В качестве приложения результатов исследования рассмотрены эффективные алгоритмы решения конкретных прямой и обратной задач нелинейного теплообмена, связанных с повышением эффективности эксплуатации прямолинейных нагревательных элементов в плавильных печах-теплообменниках с конвективным или излучающим режимами. Разработаны эффективные численные алгоритмы решения обратных задач по восстановлению теплофизических характеристик нелинейных сред (коэффициенты теплопроводности и теплообмена), использующие параметризованное асимптотическое приближение решения прямой задачи или уравнение, определяющее положение внутреннего слоя решения прямой задачи.

Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений // М.: Наука – 1973.
2. Vasil'eva A.B., Davydova M.A. On a contrast steplike structure for a class of second-order nonlinear singularly perturbed equations // Comput. Math. Math. Phys. (1998) 38, №6, p. 900–910.
3. Nefedov N.N. The method of differential inequalities for some singularly perturbed problems in partial derivatives // Differential Equations (1995) 31, №4, p. 718-722.

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ-АДВЕКЦИЯ НА АДАПТИВНЫХ СЕТКАХ

Булатов П.Е.^{1а}

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики,
e-mail: bulatov.pe14@physics.msu.ru

Рассмотрим одномерную параболическую задачу с условиями Неймана [1,2]:

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon A(x) \frac{\partial u}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} = f(u, x); \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = h_0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=1} = h_1; \quad u(x, 0) = u_{init}(x). \quad (1)$$

В случае нелинейной правой части (например, кубической) решение содержит **контрастные структуры** — узкие области с очень большим по модулю градиентом. Численное интегрирование затруднено тем, что шаг по пространству должен быть много меньше характерного размера контрастной структуры.

Применим подход [3] и метод прямых. Сведём исходную задачу к дифференциально-алгебраической системе, которую будем решать комплексной схемой Розенброка. Алгебраическая часть исключается сразу после нахождения решения во внутренних узлах, а матрица Якоби выражается аналитически и является трёхдиагональной, что позволяет применять метод немонотонной прогонки [4].

$$\frac{du_n}{dt} = 4B(x) \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{(x_{n+1} - x_{n-1})^2} - \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{x_{n+1} - x_{n-1}} \left\{ B(x) \frac{x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1}}{(x_{n+1} - x_n)(x_n - x_{n-1})} + A(x) - \frac{\hat{x}_n - \check{x}_n}{\hat{t} - \check{t}} \right\} - f(u, x) \quad (2)$$

Здесь $B(x)$ — множитель при второй производной по координате.

Сетка на новом слое строится итерационно по формулам [5]:

$$\hat{x}_n^{s+1} = (1 - \sigma) \hat{x}_n^s + \sigma \left(\sum_{p=0}^{N-1} \omega_{p+\frac{1}{2}}^{-1}(\hat{x}_s) \right)^{-1} \sum_{p=0}^{n-1} \omega_{p+\frac{1}{2}}^{-1}(\hat{x}_s), \quad \omega_{p+\frac{1}{2}}(\hat{x}_s) = \left| \hat{u}_{p+1}^s - \hat{u}_p^s \right| + \delta. \quad (3)$$

При $\varepsilon=10^{-4}$ и числе шагов по пространству $N=2048$ удалось измельчить шаг внутри контрастных структур в 160 раз. Для такого же их разрешения с постоянным шагом пришлось бы делать 327680 шагов на каждом слое.

Работа поддержана проектом РНФ №23-11-00069.

Литература

1. Бутузов В.Ф., Нефёдов Н.Н., Шнайдер К.Р. О формировании и распространении резких переходных слоев в параболических задачах // Вестник Московского университета. Серия-3. Физика. Астрономия (1954), №1, с.9–13.
2. Божевольнов Ю.В., Нефёдов Н.Н. Движение фронта в параболической задаче реакция-диффузия // Журнал вычислительной математики и математической физики (2010) 50, №2, с.276–285.
3. Дегтярёв Л.М., Иванова Т.С. Метод адаптивных сеток в одномерных нестационарных задачах конвекции-диффузии // Дифф. уравнения (1993) 29, №7, с.1179–1192.
4. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений // М.: Наука – 1978.
5. Похилко В.И., Тишкин В.Ф. Однородный алгоритм расчета разрывных решений на адаптивных сетках // Матем. моделирование (1994) 6, №11, с.25–40.

О Контрастной структуре типа ступеньки в задаче теории эффекта бареттирования

Никулин Е.И.¹, Волков В.Т.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики,
e-mail: nikulin@physics.msu.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики,
e-mail: volkovvt@mail.ru

Рассматривается следующая интегро-дифференциальная система уравнений:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 u'' - u + R(u)j^2 &= 0, \quad x \in (0; 1), \\ j \int_0^1 R(u) dx &= V \end{aligned}$$

с граничными условиями Неймана

$$u'(0, \varepsilon) = u'(1, \varepsilon) = 0,$$

где V – заданная положительная постоянная, а $\varepsilon > 0$ – малый параметр.

Такая задача находит применение в теории эффекта бареттирования, заключающегося в способности железной проволоки, находящейся в атмосфере водорода и являющейся элементом электрической цепи, стабилизировать ток этой цепи в некотором диапазоне напряжения. Неизвестные функция $u(x, \varepsilon)$ и величина $j(\varepsilon)$ в поставленной выше задаче представляют собой безразмерные температуру и ток через проволоку.

Будем предполагать выполненными следующие условия. **(A1)** Пусть $R(u)$ – достаточно гладкая положительная функция в D_u – рассматриваемой области определения переменной u . **(A2)** Пусть вырожденное уравнение $f(u, j) := u - j^2 R(u)$ при $u \in D_u$ и $j \in D_j$ – некотором интервале изменения j – имеет три упорядоченных корня $\varphi^{(-)}(j) < \varphi^{(0)}(j) < \varphi^{(+)}(j)$, причем выполнены неравенства $f_u(\varphi^{(\pm)}(j), j) > 0$, $f_u(\varphi^{(0)}(j), j) < 0$. **(A3)** Пусть уравнение $\int_{\varphi^{(-)}(j)}^{\varphi^{(+)}(j)} (j^2 R(u) - u) du = 0$ имеет корень $j = j_0 \in D_j$, удовлетворяющий неравенству

$$\varphi^{(-)}(j_0)/j_0 < V < \varphi^{(+)}(j_0)/j_0.$$

Для функции $u(x, \varepsilon)$ построена формальная асимптотика по малому параметру ε , обладающая внутренним переходным слоем внутри интервала $0 < x < 1$. Для величины $j(\varepsilon)$ также получено асимптотическое приближение. Доказательство существования решения поставленной задачи для интегро-дифференциальной системы с построенной асимптотикой проводилось на основе метода сшивания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (проект 23-11-00069).

Литература

1. Барелко В.В., Бейбутян В.М., Володин Ю.Е., Зельдович Я.Б. Тепловые волны и неоднородные стационарные состояния в системе Fe + H₂ В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией // Горький: ИПФ АН СССР, 1981, с.135.
2. Волков В.Т. Асимптотика периодических режимов в системах с малой диффузией и теплопроводностью: диссертация на соискание уч. степени канд. физ.-мат. наук: 01.01.03. // МГУ имени М.В. Ломоносова. - Москва, 1990. - 148 с.

ВНУТРЕННИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ СЛОИ В УРАВНЕНИЯХ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ В СЛУЧАЕ СЛАБОГО РАЗРЫВА РЕАКЦИИ

Никулин Е.И.¹, Волков В.Т.², Карманов Д.А.³

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики
e-mail: 1) nikulin@physics.msu.ru, 2) volkovvt@mail.ru, 3) denchik10077@bk.ru

Рассматривается краевая задача для нелинейного сингулярно возмущенного уравнения реакция-диффузия в критическом случае при наличии слабого разрыва реактивного слагаемого. Под слабым разрывом понимается асимптотически малый разрыв первого рода (в первом порядке по отношению к малому параметру).

Задачи указанного типа выступают в качестве математических моделей, раскрывающих основные механизмы, определяющие поведение более сложных физических систем. В частности, хорошо известная система ФитцХью-Нагумо в стационарном случае, а также система уравнений дрейфово-диффузионной модели полупроводника с N-образной зависимостью скорости дрейфа от напряженности электрического поля могут быть сведены к рассматриваемой задаче.

Решения нелинейных параболических уравнений с малыми параметрами при производных могут содержать узкие области быстрого изменения параметров: пограничные или внутренние переходные слои (контрастные структуры) различных типов – стационарные или движущиеся фронты [1]. Причиной образования переходных слоев в сингулярно возмущенных моделях реакции-диффузии-адвекции может быть выполнение либо условия баланса реакции в некоторой точке или на некоторой кривой, лежащей в области рассмотрения, либо баланса адвекции, а также разрыв коэффициентов по пространственной координате [2]. В данной работе рассматривается критический случай: условие баланса реакции выполняется тождественно, т.е. в любой точке рассматриваемой области.

Исследована структура внутреннего переходного слоя и показано, что в случае сбалансированной реакции наличие даже слабого (асимптотически малого) разрыва реакции может привести к образованию нескольких контрастных структур конечного размера, как устойчивых, так и неустойчивых.

Сформулированы условия, при которых существуют решения вида контрастной структуры. Показана возможность существования нескольких решений указанного типа с внутренними переходными слоями, локализованными в узкой окрестности точки разрыва реакции; исследован вопрос об их устойчивости и построено асимптотическое приближение по малому параметру. Сформулированы достаточные условия, определяющие либо асимптотическую устойчивость по Ляпунову, либо неустойчивость каждого такого решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 23-11-00069).

Литература

1. Нефедов Н.Н. Развитие методов асимптотического анализа переходных слоев в уравнениях реакция-диффузия-адвекция: теория и применение // ЖВМ и МФ (2021) 61, №12, с. 2074–2094.
2. Nefedov N.N., Nikulin E.I., Orlov A.O. Contrast structures in the R-D-A problem in the case of a weak reaction discontinuity // Russ. J. of Math. Phys. (2022) 29, №1, p. 81–90.
3. Волков В.Т., Нефедов Н.Н. Развитие асимптотического метода дифференциальных неравенств для исследования периодических контрастных структур // ЖВМ и МФ (2006) 46, № 4, с. 614–622.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО СЛЕДА С ПРЕПЯТСТВИЕМ И ФОРМИРОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Дородницын Л.В.¹, Александров А.В.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра вычислительных методов,
e-mail: dorodn@cs.msu.ru

2) ИПМ имени М.В.Келдыша РАН, e-mail: anatoly.v.alexandrov@gmail.com

Работа нацелена на количественную оценку шума в дальнем поле, возникающего при генерации колебаний давления в сложных турбулентных течениях. Как прямое численное моделирование таких процессов, так и различные вихререзающие подходы требуют огромных вычислительных затрат.

Задача о взаимодействии турбулентного следа с препятствием позволяет в ряде случаев использовать линеаризованные модели. Поскольку механизмы развития турбулентности являются существенно нелинейными, при таком подходе начальное поле флуктуаций скоростей должно адекватно передавать двухточечные корреляции и не деградировать в процессе переноса.

В рамках предложенной методики решается задача распространения и отражения возмущений, которая описывается линейными уравнениями Эйлера с рефракцией (переменные коэффициенты и источники, содержащие градиенты фонового поля), аппроксимируемыми на прямоугольной сетке высокоточными разностными схемами, сохраняющими дисперсионные соотношения [1]. Начальные условия включают турбулентные возмущения скоростей в прямоугольной подобласти вверх по потоку от профиля. Поле возмущений, обладающее заданной анизотропией, генерируется с помощью метода фильтрации [2] в авторской модификации [3]. Такое задание искусственной турбулентности соответствует следу за винтом с характерным отношением продольного и поперечного масштабов турбулентности. Стационарное течение вокруг заданного профиля, используемое в качестве фонового поля в линейных уравнениях, вычисляется на основе кинетически-согласованной схемы.

Использование линеаризованных уравнений Эйлера наряду со схемами высокого спектрального разрешения позволяет гарантировать заданные свойства турбулентного следа до момента его рассеяния на препятствии и с хорошей точностью воспроизводить последующую генерацию и распространение акустических волн.

Литература

1. Tam C.K.W., Webb J.C. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics //J. Comput. Phys. (1993) 107, No.2, p.262–281.
2. Shen Z., Zhang X. Direct anisotropic filter method of generating synthetic turbulence applied to turbulence-airfoil interaction noise prediction// J. of Sound and Vibration (2019) 458, p.544–564.
3. Александров А.В., Дородницын Л.В. Прямой тензорный метод фильтрации для генерации синтетических турбулентных полей скорости //Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. – 2021, №95. – 15 с.

ВЛИЯНИЕ РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ И ИСКУССТВЕННОЙ ДИССИПАЦИИ НА СТРУКТУРУ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ОБЛАСТЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СВЕРХЗВУКОВОЙ ВОЗДУШНОЙ СТРУИ

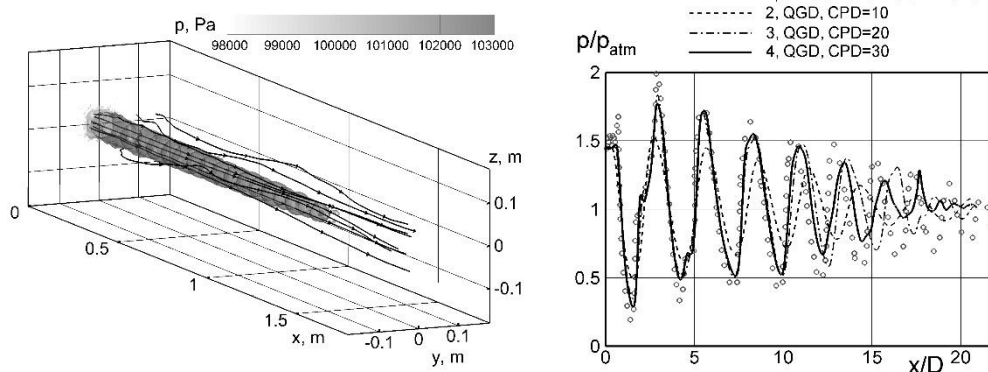
Широков И.А.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра вычислительных методов,
e-mail: ivanshirokov@inbox.ru

Моделирование струйных течений газа является перспективным методом изучения физических явлений, возникающих в таких течениях (формирование ударно-волновых структур, возникновение турбулентных зон) [1]. Между тем, сложность подобных явлений вызывает трудности при численном моделировании, в частности ударно-волновые структуры при моделировании являются менее выраженными, чем в экспериментальной картине. Это относится как к амплитуде колебаний параметров, так и количеству ударно-волновых областей.

Для приближения результатов моделирования к данным экспериментов возможно применение численного алгоритма, основанного на регуляризованных, или квазигазодинамических (КГД) уравнениях [2]. В настоящей работе КГД алгоритм применяется к моделированию сверхзвуковой недорасширенной воздушной струи круглого сечения, экспериментально исследованной в [1]. При этом общая структура течения и количество ударно-волновых областей в целом соответствует эксперименту. Кроме того, КГД алгоритм позволил проводить прямое моделирование турбулентных областей, возникающих при втекании струи в область неподвижного газа.

Использование более подробных сеток является предпочтительным, поскольку при измельчении сетки (при увеличении числа ячеек на диаметр сопла) результаты моделирования становятся ближе к экспериментальным (в частности, удастся разрешить ступенчатый характер профиля первых двух «бочек»). Также предпочтительным является меньшая величина искусственной вязкости, при условии сохранения устойчивости расчета.



Литература

1. Seiner J. M. and Norum T. D. Experiments of shock associated noise on supersonic jets // AIAA 12th fluid and plasms dynamic conference (1979).
2. Елизарова Т.Г., Широков И.А. Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений. М.: – МАКС Пресс (2017).

НЕВЫРОЖДЕННЫЕ И ВЫРОЖДЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Петрова Л. И.

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет
Вычислительной математики и кибернетики, кафедра Вычислительных методов,
email: ptr@cs.msu.ru*

Уравнения математической физики, описывающие материальные среды, такие как термодинамические, газодинамические, космологические и т. д., имеют особенность. Они могут описывать возникновение дискретных переходов, квантовых структур и другие квантовые эффекты. Такие возможности уравнений математической физики связаны с применением вырожденных преобразований кососимметричных дифференциальных форм.

Теория кососимметричных дифференциальных форм обладает невырожденными, сохраняющими дифференциал, преобразованиями, и вырожденными, не сохраняющими дифференциал, преобразованиями.

Невырожденные преобразования — это преобразования замкнутых внешних форм. Так как замкнутая форма является дифференциалом, то, очевидно, что замкнутая форма оказывается инвариантной относительно всех преобразований, сохраняющих дифференциал.

Примерами невырожденных преобразований являются унитарные, касательные, канонические, градиентные, контактные, то есть калибровочные преобразования. При невырожденных преобразованиях происходят переходы между интегрируемыми структурами, которые описываются замкнутыми, неточными внешними формами и соответствующими дуальными формами. Примерами таких интегрируемых структур являются Гамильтоновы системы.

Вырожденные преобразования — это преобразования эволюционных кососимметричных форм, которые в отличие от внешних форм, определены на неинтегрируемых многообразиях. Вырожденные преобразования обладают уникальным свойством. При вырожденном преобразовании возникает интегрируемая структура и происходит переход от неинтегрируемого пространства к структурам интегрируемого многообразия. Это описывает разрывы и раскрывает механизм возникновения квантовых эффектов и квантовых структур. Примером вырожденного преобразования является преобразование Лежандра.

Эволюционные формы, которые обладают вырожденными преобразованиями, получаются из уравнений математической физики. Соответствующие вырожденные преобразования происходят дискретно, возникают спонтанно при реализации каких-либо степеней свободы. Этому соответствует обращение в нуль таких функциональных выражений, как якобианы, детерминанты, скобки Пуассона, вычеты. Такие условия описывают реализующиеся квантовые, инвариантные, структуры.

Вырожденные преобразования, которые реализуются при решении уравнений математической физики, приводят уравнения математической физики к интегрируемому виду и раскрывают инвариантные и квантовые возможности уравнений математической физики.

Секция: «Математическое моделирование и вычислительные методы»

Подсекция кафедры автоматизации научных исследований

ДЕТЕКЦИЯ ВНЕДОМЕННЫХ ДАННЫХ БАЙЕСОВЫМИ КЛАССИФИКАТОРАМИ В ИНТЕРФЕЙСАХ МОЗГ-КОМПЬЮТЕР

Четкин Е.И.¹, Шишкин А.Г.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: yegor-100@mail.ru

Детекция внедоменных данных является актуальной проблемой в различных предметных областях [1], в частности, в интерфейсах мозг-компьютер [2], поскольку входные данные электроэнцефалографии (ЭЭГ) могут сильно варьироваться у разных пользователей интерфейса. Кроме того, внедоменные данные могут возникнуть по причине сложности проведения эксперимента и сложности маркировки полученных данных.

Целью данной работы было исследование возможности применения байесовых нейросетей для классификации данных ЭЭГ и детекции данных ЭЭГ вне обучающего домена.

Байесовы нейронные сети [3] имеют свойство естественным образом отражать неопределенность в предсказаниях модели. Предполагалось, что на внедоменных данных (данных, не входящих в обучающий набор для нейросетевой модели) неопределенность будет выше, нежели на данных тех классов, которые были в обучающем наборе. Для обучения и тестирования модели был использован набор данных ЭЭГ VCI competition IV 2a. Для аппроксимации апостериорного распределения данных были использованы выборочные методы. Детектором внедоменных данных выступил пороговый классификатор, принимавший на вход дисперсии логитов.

Для некоторых пользователей из этого набора данных детектор внедоменных данных показал неудовлетворительные результаты, что может быть следствием неправильно выбранных априорных распределений [4] или их параметров.

Еще одним важным результатом является повышение точности классификации разработанных байесовых нейросетевых алгоритмов в сравнении с их детерминистическими аналогами.

Литература

1. Cui, P., & Wang, J.. Out-of-Distribution (OOD) Detection Based on Deep
2. Learning: A Review. //Electronics. – 2022. – Т. 21. – С. 3500.
3. Duan T. et al. Uncertainty Detection and Reduction in Neural Decoding of EEG Signals //arXiv preprint arXiv:2201.00627. – 2021.
4. MacKay D. J. C. A practical Bayesian framework for backpropagation networks //Neural computation. – 1992. – Т. 4. – №. 3. – С. 448-472.
5. Henning C., D'Angelo F., Grewe B. F. Are Bayesian neural networks intrinsically good at out-of-distribution detection? //arXiv preprint arXiv:2107.12248. – 2021.

МЕТАОПТИМИЗАЦИЯ СТАРТОВЫХ ВЕСОВ НЕЙРОСЕТЕВЫХ КЛАССИФИКАТОРОВ

Бердышев Д.А.¹, Шишкин А.Г.¹

1) Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: danilberdyshev@mail.ru

Метаобучение позволяет использовать опыт нейронной сети, полученный в процессе оптимизации к предыдущим задачам, для улучшения производительности при работе с новой задачей. В приложениях, связанных с интерфейсами мозг-компьютер (ИМК), это означает возможность использования данных предыдущих пользователей для сокращения объема данных, необходимых для обучения сети для новых пользователей, а также улучшения качества классификации. Важным преимуществом алгоритмов метаобучения MAML [1] и Reptile [2], является их применимость к большинству нейронных сетей, обучаемых с помощью градиентного спуска.

Мы использовали EEGNet [3] в качестве базового нейросетевого классификатора, а MAML [1] и Reptile [2] как алгоритмы метаобучения. Классификатор был применен к данным ЭЭГ 13 участников, записанным в исследовании гибридного ИМК [4], в задаче бинарной классификации намеренных и спонтанных задержек взгляда. Модель EEGNet была обучена с использованием алгоритмов метаобучения на данных всех участников, кроме одного - тестового участника. Модель была дообучена на 50% данных участников тестирования и протестирована на еще 50%. Базовый EEGNet был предобучен с применением переноса обучения, а затем дообучен на 80% данных этого участника и протестирован еще на 20%. Так же были проведены эксперименты по zero- и few-shot обучению. В этих экспериментах так же использовался открытый набор данных BCI IV 2a [5].

В эксперименте с уменьшенным количеством данных для дообучения средний ROC AUC составил $0,70 \pm 0,10$ ($M \pm SD$) для базовый EEGNet, $0,75 \pm 0,09$ для EEGNet с MAML и $0,69 \pm 0,07$ для EEGNet с Reptile. Эксперименты по zero- и few-shot обучению также показали улучшение качества классификации при использовании алгоритмов метаобучения.

Полученные результаты дают первоначальное свидетельство эффективности алгоритмов метаобучения MAML [1] и Reptile [2] для снижения необходимого количества тренировочных данных, при обучении классификаторов ИМК для новых пользователей.

Литература

1. Finn C, Abbeel P, Levine S. Model-agnostic meta-learning for fast adaptation of deep networks. International Conference on Machine Learning, PMLR, 1126-1135, 2017.
2. Nichol A, Achiam J, Schulman J. On first-order meta-learning algorithms. arXiv preprint, arXiv1803.02999, 2018.
3. Lawhern VJ, Solon AJ, Waytowich NR, Gordon SM, Hung CP, Lance BJ. EEGNet: a compact convolutional neural network for EEG-based brain-computer interfaces. J. Neural Eng., 15(5): 056013, 2018.
4. Nuzhdin YO, Shishkin SL, Fedorova AA, Kozyrskiy BL et al. Passive detection of feedback expectation: Towards fluent hybrid eye-brain-computer interfaces. Proc. of the 7th Graz Brain-Computer Interface Conference. Verlag der Technischen Universität, 361-366. 2017.
5. C. Brunner, R. Leeb, G. Muller-Putz, A. Schlögl, and G. Pfurtscheller, "Bci competition 2008-graz data set a," Institute for Knowledge Discovery (Laboratory of Brain-Computer Interfaces), Graz University of Technology, vol. 16, pp. 1-6, 2008.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РОБАСТНЫХ АНСАМБЛЕЙ НЕЙРОСЕТЕВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АУКЦИОННЫХ РЫНКОВ СО СЛУЧАЙНЫМ УРОВНЕМ РЫНКА

Никонов М.В.¹, Долматов А.А.², Шишкин А.Г.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, каф. автоматизации научных исследований, e-mail: nikon.mv.ctc@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, каф. автоматизации научных исследований, e-mail: zarokdol@yandex.ru

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, каф. автоматизации научных исследований, e-mail: shishkin@cs.msu.ru

Аукционный рынок – это особый тип рынков с конкурентной организацией продаж, что подразумевает, что цена товара определяется в процессе конкуренции между покупателями. Продажи организованы в соответствии с установленными правилами, и победителем является тот, у кого самая высокая цена. Актив (акции, валюты, товар или любой другой сложный финансовый продукт), являющийся объектом аукциона, переходит к победителю после всех расчетов. Моделирование аукционных рынков является важной областью в финансах и экономике, направленной на улавливание динамического взаимодействия покупателей и продавцов на аукционных торговых площадках.

В таких моделях исследователи вводят стохастические переменные, чтобы учесть такие факторы, как поведение участников, поступление информации и колебания цен. Тем самым они стремятся к улучшению моделирования влияния эндогенных и экзогенных факторов. В эпоху развивающихся аукционных платформ (маркетплейсы) и цифровых рынков эта область продолжает развиваться, способствуя улучшению понимания динамики рынка и стратегий участников.

Целью данной работы является построение нейросетевого ансамбля для прогнозирования цены закрытия торгов на модели со случайным уровнем рынка, сравнения его с другими популярными прогнозными моделями и проверка алгоритмов на робастность.

В результате работы доказана теорема, утверждающая, что в такой модели цены закрытия аукциона будут следовать броуновскому движению, аналогично известной модели Блэка-Шоулза [1]. Разработан собственный интерпретируемый язык программирования на C++ для тестирования алгоритмов торговли на этой модели. Получены метрики качества для моделей. Получены метрики устойчивости моделей через обратное тестирование на реальных данных.

Алгоритмы были обучены на синтетических данных, дообучены и протестированы на реальных данных с finam.ru с учетом правил аукционного рынка: на AAPL, USD/RUB, S&P500, GOLD, OIL за период с 31/12/21 по 10/04/22. Обучение происходило с помощью кросс-валидации. После проведения экспериментов была получена оптимальная модель из нескольких нейросетевых моделей с 2 скрытыми слоями и auto-ML модели h2o с порогом = 0.5. Итоговые предсказания выбираются по принципу среднего значения между ансамблем и модели h2o. Эффективность оценивалась с помощью усредненных метрик RMSE = 0.6, MSE = 0.36, MAE = 0.5 и MAPE = 4.5, а устойчивость с помощью Sharpe Ratio = 0.45.

Литература

1. Hull J. Options, Futures, and Other Derivatives // Prentice Hall. - 2012. - 5th ed. Boston.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНДРОМА БЛОКАДЫ ЛЕВОЙ НОЖКИ ПУЧКА ГИСА НА ОСНОВЕ СТАНДАРТНОГО АЛГОРИТМА ОБРАБОТКИ ЭКГ И МЕТОДА ОПОРНЫХ ВЕКТОРОВ

Долматов А.А.¹, Афонина А.А.², Марьевич М.Д.³, Сычугов Д.Ю.⁴, Юровский А.Ю.⁵

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: zarokdol@yandex.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: afonina.anastasia.02@mail.ru

3) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: marievich.ru@mail.ru

4) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: sychugov@cs.msu.ru

5) ООО «АТЕС МЕДИКА софт», e-mail: alexey@atesmedica.ru

Среди серьёзных сердечно-сосудистых заболеваний особое место занимает блокада левой ножки пучка Гиса (далее – БЛНПГ). По статистике этим заболеванием страдают 1.2% взрослых людей в возрасте до 50 лет (к 80 годам доля заболеваний увеличивается до 17%). БЛНПГ – достаточно распространённый синдром, который характеризуется нарушением проводимости электрического импульса в левой ножке пучка проводящей системы сердца, что, в свою очередь, может привести к нарушению нормального ритма сердечных сокращений и развитию сердечной недостаточности [1].

В этой связи представляет особую актуальность разработка математических методов и программного обеспечения с применением технологий машинного обучения и интеллектуального анализа данных для автоматизации постановки диагноза БЛНПГ в кардиограммах пациентов, в том числе и в дистанционном режиме.

Целью данной работы является разработка такой модели, обеспечивающей автоматическую и высокоточную постановку диагноза БЛНПГ в ЭКГ-исследованиях. В качестве наполнения базы данных для обучения этой модели послужили около 10000 записей ЭКГ, предоставленные сотрудниками ООО «АТЕС МЕДИКА софт», с подтверждёнными (положительными и отрицательными) врачебными диагнозами.

Ключевым обстоятельством является то, что мы имеем дело с кардиограммами, прошедшими предварительную (стандартную) обработку: применены фильтры высоких, низких частот, сетевой наводки, удалены зашумлённые сегменты, что существенно повышает эффективность решения задачи.

В качестве основного метода обучения модели применялся метод опорных векторов SVM (Support Vector Machine), основанный на концепциях оптимального разделения классов и построения гиперплоскости для разделения данных и предназначенный для их классификации и регрессии.

Была проведена работа по подбору параметров, наиболее существенно влияющих на качество работы модели, построена матрица ошибок (Confusion Matrix) для оценки эффективности работы классификатора. Путём тестирования был подобран оптимальный набор параметров, обеспечивающий наилучшие результаты и самый низкий процент врачебной ошибки 2-го рода. Численные эксперименты, проведённые на тестовой выборке из базы данных, показали, что разработанная модель уже сейчас может применяться на практике.

Литература

1. Хэмптон Дж. Р. Основы ЭКГ: пер. с англ. //М.: Мед. лит., 2007 — 224 с., ил.

ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ АГРЕГИРУЮЩИХ ЧАСТИЦ

Загидуллин Р.Р.¹

1)Московский государственный университет, факультет ВМК, кафедра АНИ,
e-mail: zagidullinrishat@gmail.com

В данной работе рассматриваются технические аспекты, связанные с моделированием процессов агрегации в неоднородной среде в условиях неустоявшихся скоростей. Для учета агрегации в модель добавлены операторы Смолуховского [1]. Пространственная неоднородность моделируется операторами переноса и диффузии. Поле скоростей получено с помощью фреймворка для моделирования гидродинамических систем OpenFOAM [2].

Сформулируем уравнение, описывающее движение агрегирующих частиц в атмосфере от локализованного источника [3]. Этот источник мы можем трактовать, например, как кратер вулкана, а вылетающие частицы – как агрегирующую сажу:

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} + \vec{V}_k \cdot \nabla c_k = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} K_{i,j} c_i c_j - c_k \sum_{j \geq 1} K_{k,j} c_j + D_k \Delta c_k + J e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}} \partial_{k,1} \vartheta(z) \quad (1)$$

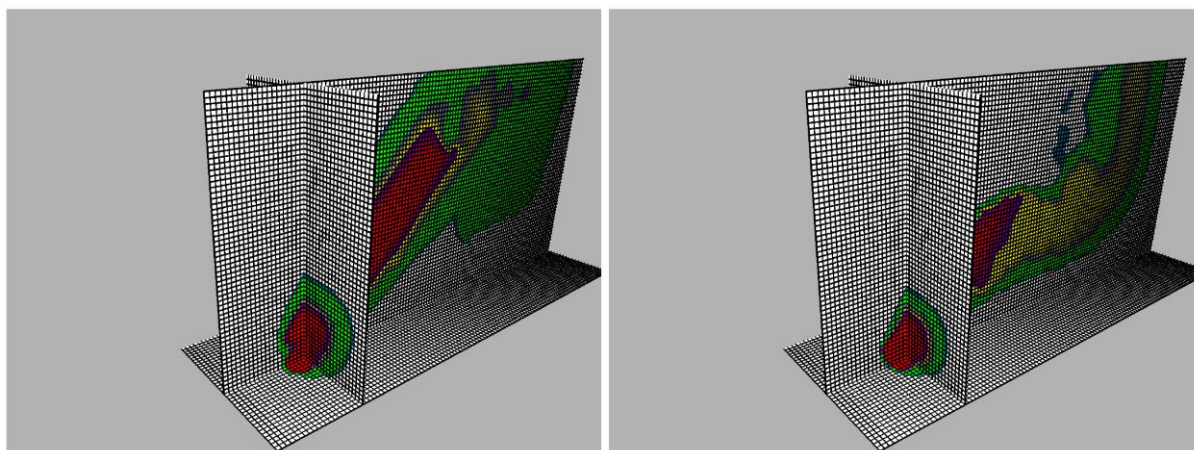


Рис 1: Симуляция трехмерной модели ур. (1): слева – мелкие, справа – крупные частицы

Примеры решений приведены на рис. 1 (для визуализации использовался OpenGL). На нем показаны проекции на оси распределения малых и крупных частиц, которые образовались из источника мономеров в результате агрегации и образовали неоднородную систему в результате переноса и диффузии.

Литература

1. В. Галкин, Уравнение Смолуховского (Физматлит, Москва, 2001).
2. OpenFOAM. <https://www.openfoam.com/>. (Дата обращения: 16 октября 2023).
3. R. Zagidullin, A. Smirnov, S. Matveev, N. Brilliantov, and P. Krapivsky, “Aggregation in non-uniform systems with advection and localized source,” J. Phys. A: Math. Theor. 55, 265001 (2022).

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН FDTD МЕТОДОМ

Семёнов А.Н.¹, Романенко Т.Е.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований), e-mail: asemenov@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической физики, e-mail: romanenko@cs.msu.ru

Численное моделирование распространения и рассеяния электромагнитных волн является актуальным при решении широкого класса задач радиотехники, микроэлектроники, нанооптики и биодиагностики. В случае его проведения для неограниченных областей возникает вопрос о выборе метода, позволяющего получить распределение электромагнитных волн на всей временной области. Одним из широко распространённых методов ограничения пространственной сетки при численном решении задач рассеяния на бесконечности является метод идеально согласованного слоя PML (в иност. литературе perfectly matched layer) и его усовершенствованные модификации U-PML [1] и C-PML [2]. Тем не менее, несмотря на то, что C-PML показывает наилучшую точность в случае произвольной среды по сравнению с другими методами, в том числе и с [1], крайне актуальным остается вопрос подбора параметров профиля затухания [3], которые смогли бы минимизировать отражение от слоя [4]. Стоит также отметить, что в последнее время набирает популярность применение технологий машинного обучения как при подборе параметров C-PML, так и для полного построения PML нейронной сетью [5].

В данной работе рассматривается применение C-PML метода в задаче численного решения системы уравнений Максвелла методом FDTD. Предложен подход, использующий нейросетевые технологии для выбора оптимального профиля затухания C-PML и показаны его преимущества в сравнении с классическим методом выбора профиля затухания.

Работа Романенко Т.Е. выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Литература

1. S.D.Gedney. An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices // IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 44, pp. 1630-1639, 1996.
2. J.A. Roden, S.D. Gedney. Convolutional PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media, MicrowaveOpt. Tech. Lett., vol. 27, no. 2000.
3. Ardavan F. Oskooi, Lei Zhang, Yehuda Avniel, and Steven G. Johnson. The failure of perfectly matched layers, and towards their redemption by adiabatic absorbers// Opt. Express 16 - 11376-11392 – 2008
4. X. L. Travassos, S. L. Avila, D. Prescott, A. Nicolas and L. Krahenbuhl. Optimal configurations for perfectly matched layers in FDTD simulations // IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, no. 4, pp. 563-566, April 2006, doi: 10.1109/TMAG.2006.871471.
5. H. M. Yao and L. Jiang, "Machine-Learning-Based PML for the FDTD Method," in IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 18, no. 1, pp. 192-196, Jan. 2019.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПРЕДИКТИВНОЙ ОЦЕНКИ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ВАЛКОВОГО ПРЕССА НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ И НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ LSTM

Ечкина Е.Ю.¹, Назаров А.С.²

1) *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: ejane@cs.msu.ru*

2) *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации научных исследований, e-mail: nazarart06@gmail.com*

Научно-технический прогресс способствовал бурному росту сложности систем и выполняемых ими функций, что особенно характерно для различных отраслей современной промышленности. Современные промышленные системы отличаются большим числом взаимосвязанных и взаимодействующих между собой элементов, соединенных между собой нетривиальными связями. Отказ работы одного из элементов цепи влечет за собой остановку и простой производства, что влечет за собой экономические потери.

Целью работы являлась разработка алгоритма предиктивной оценки остаточного ресурса валкового пресса на основе анализа данных с датчиков – акселерометров, для обеспечения бесперебойной работы промышленного оборудования.

Представленный алгоритм использует синхронизированные и прореженные временные ряды данных с датчиков, включая анализ падения тренда, и применяет нейронную сеть на основе LSTM для точного прогнозирования остаточного ресурса валкового пресса.

Разработанный алгоритм представляет значительный прогресс в предиктивной оценке остаточного ресурса работы валковых прессов, точность алгоритма порядка

90 %. Применение данного метода позволяет повысить эффективность обслуживания оборудования, предупреждать возможные сбои в работе и, таким образом, снижать эксплуатационные издержки. LSTM-сети обеспечивают точные прогнозы, учитывая сложные временные зависимости в данных и способность работать с множеством входных переменных, делая их идеальным инструментом для анализа и прогнозирования в различных областях промышленности.

Литература

1. С.Брантон, Дж.Натан Куц. Анализ данных в науке и технике. // М: ДМК-2021.
2. С.Хайкин. Нейронные сети. //М:Диалектика – 2 издание -2020.
3. М.Кун. Предиктивное моделирование // Питер -2019.

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ С ВЕСАМИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ В ПРИБЛИЖЕНИИ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Вабищевич П.Н.¹, Чернышов М.М.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, e-mail: vab@sc.mgu.ru

2) Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Сарове, e-mail: chernyshovmm@my.msu.ru

Многие прикладные модели механики сплошной среды базируются на приближении мелкой воды [1,2]. Соответствующие математические модели выражают, прежде всего, законы сохранения массы и импульса. При их численном исследовании помимо законов сохранения большое внимание уделяется свойствам положительности и монотонности приближенного решения [3].

Скалярное уравнение адвекции для плотности и векторное уравнение адвекции для скорости при квадратичной зависимости давления от плотности (приближение мелкой воды) записываются в дивергентном виде. В этом случае достаточно просто обеспечивается выполнение законов сохранения массы и импульса на дискретном уровне. Аппроксимация по пространству проводится с использованием стандартных лагранжевых конечных элементов на треугольной расчетной сетке.

В вычислительной гидродинамике большое внимание уделяется выбору аппроксимаций по времени. Явные схемы для уравнений адвекции часто являются абсолютно неустойчивыми. В работе [4] для уравнений баротропной жидкости в консервативной форме используются чисто неявные двухслойные аппроксимации по времени. В настоящей работе подобное исследование проведено для двухслойных схем с весами. За счет выбора веса равным 1/2 мы можем обеспечить лучшее выполнение закона сохранения полной энергии. При увеличении веса улучшаются свойства монотонности приближенного решения. Эти выводы подкрепляются результатами тестовой двумерной задачи на различных сетках по времени и по пространству.

Литература

1. Katopodes N. D. Free-Surface Flow:: Shallow Water Dynamics. – Butterworth-Heinemann, 2018.
2. Vreugdenhil C. B. Numerical methods for shallow-water flow. – Springer Science & Business Media, 1994.
3. Feireisl E., Karper T. G., Pokorný M. Mathematical theory of compressible viscous fluids. – Birkhauser, 2016.
4. Vabishchevich P. N. Decoupling schemes for predicting compressible fluid flows // Computers & Fluids. 2018. Т. 171. С. 94–102.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ АНАЛИЗА ФИНАНСОВОГО РЫНКА

Лунин П.Е.¹, Зотов И.В.²

1) *Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова, факультет
Вычислительной математики и кибернетики, кафедра автоматизации научных
исследований e-mail: ppluntikk@yandex.ru*

2) *Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова, факультет
Вычислительной математики и кибернетики, кафедра автоматизации научных
исследований, e-mail: iv_zotov@mail.ru*

Методы анализа финансового рынка можно разделить на фундаментальный анализ и технический анализ. Фундаментальный анализ рынка - это метод изучения финансовых активов, основывающийся на анализе компаний и рыночных условий. Он включает в себя оценку финансовых отчетов, макроэкономических факторов и менеджмента компаний. Целью фундаментального анализа является определение справедливой стоимости актива и принятие решения о покупке или продаже на основе этого анализа.

Технический анализ - это метод анализа финансовых рынков, который основывается на изучении собственно временных рядов с информацией о ценах, объемах торгов и т.д. Он используется для прогнозирования будущих цен на акции, валюты и другие финансовые инструменты.

Целью работы является сравнение различных моделей технического анализа, а также создание и обучение нейросетевой модели на основе градиентного спуска (метод CatBoost).

Нейросетевые модели в техническом анализе финансовых рынков используют искусственные нейронные сети для анализа и прогнозирования цен активов. Нейронные сети могут улавливать закономерности, которые трудно заметить с использованием традиционных методов анализа. После обучения на исторических данных нейросетевые модели могут использоваться для предсказания будущих ценовых трендов и принятия торговых решений.

Алгоритм CatBoost основан на градиентных деревьях решений, и при обучении этой модели последовательно строится набор деревьев решений. По мере обучения каждое последующее дерево строится с меньшими потерями по сравнению с предыдущим деревом.

Написана нейросетевая модель на основе градиентного спуска (метод CatBoost). Произведено обучение с подбором оптимальных параметров. Обучение производилось на реальных данных о стоимости акций Сбербанка (SBER).

Литература

1. Брантон С.Л., Куц Дж. Н. Анализ данных в науке и технике / пер. с англ. А.А.Слинкин – М.: ДМК Пресс, 2021.
2. Мэрфи Дж. Межрыночный анализ: Принципы взаимодействия финансовых рынков / пер. с англ. – М.: Альпина Паблишер, 2012.
3. С.Хайкин. Нейронные сети. / М:Диалектика – 2 издание -2020

МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ СТЕРЖНЕ, ПОКРЫТОМ ГРАФЕНОМ

Ильинский А.С.¹, Смирнов Ю.Г.²

1) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет ВМиК, кафедра математической физики, e-mail: celd@cs.msu.ru*

2) *Пензенский государственный университет, факультет ВТ, кафедра математики и суперкомпьютерного моделирования, e-mail: mmm@pnzgu.ru*

Рассматривается математическая модель регулярной (вдоль оси Oz), открытой волноведущей структуры, поперечное сечение которой плоскостью $z = \text{const}$ образовано ограниченной областью Ω_1 с гладкой границей Γ . Пусть неограниченная область Ω_2 является дополнением в \mathbf{R}^2 к Ω_1 . Пространство заполнено двумя однородными изотропными диэлектриками с относительной диэлектрической проницаемостью ε_j в области Ω_j ; $\text{Re } \varepsilon_j > 0$, $\text{Im } \varepsilon_j \geq 0$, $\mu_j = 1$, ($j = 1, 2$). Будем считать, что Γ – бесконечно тонкий слой графена с (комплексной) проводимостью $\sigma \neq 0$ лежит на проекции поверхности соприкосновения диэлектриков. Проводимость нелинейно зависит от электромагнитного поля по закону Керра в терагерцовом и инфракрасном диапазоне частот.

Рассматривается задача дифракции распространяющейся волны в стержне без графена ($\sigma = 0$) с постоянной распространения γ (с зависимостью $e^{-i\gamma z}$ от координаты z). Пусть $G_j^{\Pi}(x, y, x_0, y_0)$, $G_j^{\Psi}(x, y, x_0, y_0)$ – функции Грина соответственно первой и второй краевой задачи для уравнений Гельмгольца с коэффициентами $\tilde{k}_j^2 = \varepsilon_j - \gamma^2$ в области Ω_j ; $j = 1, 2$. Тогда задачу дифракции можно свести [1] к решению системы интегральных уравнений:

$$\gamma S_1 \varphi + \gamma S_2 \varphi + \tilde{k}_1^2 L_1 \chi + \tilde{k}_2^2 L_2 \chi + i\sigma \chi = f_1, \quad (1)$$

$$\frac{\gamma^2}{\tilde{k}_1^2} T_1 \varphi + \frac{\gamma^2}{\tilde{k}_2^2} T_2 \varphi + \gamma L_1 \chi + \gamma L_2 \chi + \frac{\varepsilon_1}{\tilde{k}_1^2} H_1 \varphi + \frac{\varepsilon_2}{\tilde{k}_2^2} H_2 \varphi + i\sigma \varphi = f_2 \quad (2)$$

где операторы определяются формулами

$$S_j \varphi := \int_{\Gamma} \frac{\partial G_j^{\Psi}}{\partial \tau_0} \Big|_{\Gamma} \varphi(t_0) dl_0, \quad (x, y) \in \Gamma, \quad L_j \chi := \int_{\Gamma} G_j^{\Psi} \Big|_{\Gamma} \chi(t_0) dl_0, \quad (x, y) \in \Gamma,$$

$$T_j \varphi := \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\Gamma} \frac{\partial G_j^{\Psi}}{\partial \tau_0} \Big|_{\Gamma} \varphi(t_0) dl_0, \quad (x, y) \in \Gamma, \quad H_j \varphi := \frac{\partial}{\partial n} \int_{\Gamma} \frac{\partial G_j^{\Pi}}{\partial n_0} \Big|_{\Gamma} \varphi(t_0) dl_0, \quad (x, y) \in \Gamma.$$

Операторы $L_j: H^{-1/2}(\Gamma) \rightarrow H^{1/2}(\Gamma)$, $S_j: H^{1/2}(\Gamma) \rightarrow H^{1/2}(\Gamma)$, $H_j, T_j: H^{1/2}(\Gamma) \rightarrow H^{-1/2}(\Gamma)$ являются ограниченными [1]; $\partial/\partial \tau$ и $\partial/\partial n$ – производные по касательной и нормали.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-11-20087).

Литература

1. Смирнов Ю.Г. О фредгольмовости системы интегральных уравнений в задаче о распространении электромагнитных волн в стержне, покрытом графеном. // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки (2023) № 3, с. 12–19.

О СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ–СТОКСА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ОБЛАКА СВОБОДНОГО ГАЗА

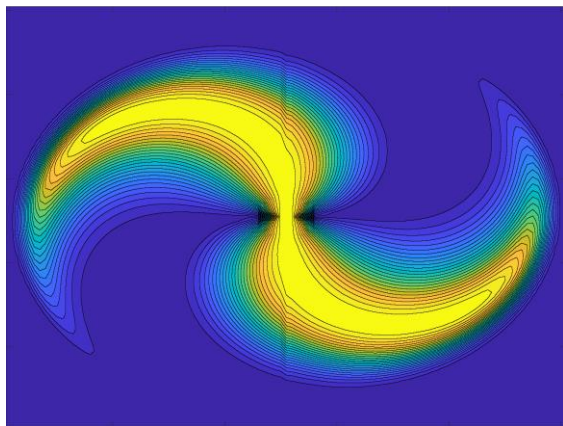
Баев А.В.

МГУ, факультет ВМК, кафедра математической физики. e-mail: drbaev@mail.ru

Рассматривается задача о движении газа в облаке, свободно вращающемся в пространстве. Считаем, что газовое облако в форме диска как целое вращается с постоянной угловой скоростью Ω , и пусть скорость движения газа вдоль оси вращения равна нулю. Это соответствует тому, что сила тяготения уравнивается градиентом давления. Считаем также, что ось вращения является осью симметрии второго порядка, что гарантирует выполнение закона сохранения импульса. Скорость вращения частиц газа относительно неподвижной системы координат много меньше скорости движения газа относительно вращающейся вместе с облаком системы координат. Это позволяет рассматривать Ω как малый параметр.

В радиальном направлении стационарному случаю соответствует равенство нулю суммы силы тяготения, градиента давления и центробежной силы. Таким образом, единственной внешней силой, подлежащей учету во вращающейся системе координат является сила Кориолиса. При этом скорость в радиальном направлении в точке с фиксированными координатами постоянна, но, вообще говоря, не равна нулю. Поскольку газовое облако практически граничит с вакуумом, то скорость движения газа на границе облака произвольна, а плотность практически равна нулю. Подчеркнем, что предлагаемая модель газового облака носит условный характер, поэтому коэффициенты динамической вязкости полагаем постоянными. Это позволяет существенно упростить рассмотрение, сохраняя содержательность модели.

В результате исследования предложенной математической модели установлено, что вращающееся облако принимает форму спирально закрученных рукавов. Такие рукава возникают за счет переноса частиц газа в соответствии с уравнениями Навье–Стокса. Число рукавов m четно. Детально исследован случай $m = 2$. Получено уравнение для формы спиралей, а также формула для максимального угла закручивания спирали. Показано, что скорость частиц газа в неподвижной системе координат на внешней границе облака равна нулю. Такая структура газопылевых скоплений характерна для спиральных галактик.



На рисунках представлен результат численного моделирования, $m = 2$, и спиральная галактика NGC 1566 “Испанский танцор”.

О ВОССТАНОВЛЕНИИ НЕГЛАДКИХ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ ПРОЕКЦИОННЫМ МЕТОДОМ СО СТАБИЛИЗАТОРОМ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Разгулин А.В.¹, Ларичев А.В.², Горохов С.А.¹

- 1) Факультет ВМК МГУ, кафедра математической физики, e-mail: razgulin@cs.msu.ru
- 2) Физический факультет МГУ, кафедра медицинской физики, e-mail: larichev@optics.ru

В последнее время для коррекции аномалий рефракции все большему числу пациентов имплантируются мультифокальные интраокулярные линзы (ИОЛ). Однако мультифокальные ИОЛ могут привести к нежелательным зрительным артефактам, а также затруднить возможность достижения четкого и широкого обзора сетчатки при офтальмоскопии и визуализации оптическими методами. Исследования оптических эффектов мультифокальных ИОЛ требуют измерения весьма сложных карт аберраций в многозонной структуре ИОЛ. Для решения данных задач необходима разработка специальных математических методов восстановления негладких волновых фронтов по измеренным наклонам, что позволит проводить визуализацию и последующий анализ оптического изображения структур сетчатки глаза человека *in vivo*.

Математическая постановка задачи состоит в восстановлении искомой негладкой функции двух переменных по измерениям ее частных производных по этим переменным. В [1] рассмотрена конечномерная вариационно-проекционная схема, нацеленная на восстановление негладкого волнового фронта. В [2] предложено семейство новых реконструкторов волнового фронта, в которых для улучшения пространственно-частотной характеристики схемы и ее выравнивания на высоких частотах добавлен стабилизатор с разностными производными второго порядка в дробной степени. В [3] при условии согласования шага сетки с параметрами стабилизатора получены оценки точности метода [2] из анизотропных пространств Соболева с дробными показателями гладкости.

В докладе обсуждаются особенности использования метода из [2], [3] для восстановления негладких волновых фронтов в условиях приближенных измерений наклонов. Результаты иллюстрируются данными вычислительного эксперимента по восстановлению негладких (в том числе разрывных) волнового фронтов, моделирующих мультифокальные ИОЛ разных типов.

Работа выполнена при поддержке МНОШ МГУ «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина», соглашение № 23-Ш06-20.

Литература

1. Razgulin A.V., Kuzhamaliyev Y.Z., Goncharov A.S., Larichev A.V. A variational method for wavefront reconstruction from Shack–Hartman sensor measurements // *Atmospheric and Oceanic Optics* (2017) 30, № 4, p. 399-403.
2. Razgulin A.V., Kuzhamaliyev Y.Z., Iroshnikov N.G., Larichev A.V. A variational method of wavefront reconstruction from local slope measurements using a fractional order of smoothness stabilizer // *Comp. Maths and Model.* (2019) 30, № 2, p. 164-176.
3. Razgulin A.V., Iroshnikov N.G., Larichev A.V., Turganbayev S.A., Romanenko T.E. Estimates of the accuracy of the projection method with a fractional smoothness stabilizer in the problem of reconstructing the wavefront based on its slopes // *Differential Equations* (2022) 58, № 7, p. 985-998.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВУХ НЕИЗВЕСТНЫХ ФУНКЦИЙ В УРАВНЕНИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Денисов А.М.¹, Соловьева С.И.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической физики,
e-mail: den@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической физики,
e-mail: sol@cs.msu.ru

Рассматриваются две обратные задачи для уравнения теплопроводности с неизвестным коэффициентом теплопроводности и неизвестной функцией, входящей в источник. Неизвестные функции зависят от времени и их требуется определить по дополнительной информации о решении начально краевой задачи для уравнения теплопроводности. Различие в обратных задачах определяется характером дополнительной информации, используемой для их решения.

Для определения искоемых функций задачи сводились к системе нелинейных операторных уравнений, на основе которых были построены итерационный методы. Доказана сходимость последовательных приближений к точному решению обратной задачи.

Итерационные методы для обеих задач численно реализованы. Вычислительные эксперименты подтвердили их эффективность.

Литература

1. Denisov A.M., Solov'eva S.I. Determining the intensity variation of the heat sources in the heat equation//Computational Mathematics and Modeling. 2022. V.33. N 1. pp.1-8.
2. Денисов А.М. Итерационный метод решения задачи определения коэффициента и источника в уравнении теплопроводности //Дифференциальные уравнения. 2022. Т.58. № 6. С.756-762.

КЛАССИЧЕСКАЯ И МЕЗОСКОПИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ПЛАЗМОННЫХ НАНОСТРУКТУР

Еремин Ю.А.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Математической физики,
e-mail: eremin@cs.msu.ru*

Наноплазмоника привлекает широкое внимание как исследователей, так и технологов. В основе этого интереса лежит явление локализованного поверхностного плазмонного резонанса, возникающего в наноплазмонной структуре при определенной длине волны внешнего поля. Особенность этого явления состоит в возрастании интенсивности поля на несколько порядков и ее локализация в объемах, намного превышающих Рэлеевский предел. Именно эти особенности плазмонного резонанса используются в многочисленных практических приложениях: лечение онкологий посредством фототермии, резонаторы плазмонных нанолазеров, солнечные наножидкости для улавливания и удержания солнечной энергии и многие другие.

По мере совершенствования технологий синтеза размеры элементов наноплазмонных систем существенно уменьшаются. В продвинутых системах размеры элементов уже сейчас составляют менее 10нм. В результате в металле начинают проявляться квантовые эффекты такие, как пространственная нелокальность, выход электронов за поверхность металла, затухание Ландау и туннельный эффект. Это обстоятельство создает дополнительные сложности для исследователей.

В настоящее время выделяют три диапазона, в каждом из которых используются свои собственные методы. При размерах элементов $\leq 1\text{нм}$ используются чисто квантовые подходы, включая решение уравнения Шредингера, элементы $\geq 10\text{нм}$ исследуются в рамках классической электродинамики, на основе системы уравнений Максвелла и, наконец, промежуточная (мезоскопическая) область: $1 - 10\text{нм}$ заставляет исследователей использовать квазиклассические модели. Среди подобных моделей наиболее востребованными являются теория обобщенного оптического отклика (GNOR) и теория функций поверхностного отклика (SRF), основанная на параметрах Фейбельмана. В рамках теории GNOR описываются объемные квантовые эффекты: пространственная нелокальность и затухание Ландау, а посредством SRF - поверхностные эффекты такие, как выход электронов за пределы металла [1].

В докладе, на основе метода дискретных источников [2], проводится сравнительный анализ моделей GNOR и SRF и их влияние на оптические характеристики плазмонных наночастиц. Установлено, что, если использование GNOR приводит к уменьшению амплитуды плазмонного резонанса и его сдвигу в область коротких длин волн, то влияние SRF существенно определяется формой частиц [3].

Литература

1. Stamatopoulou P.E., Tserkezis C. Finite-size and quantum effects in plasmonics: manifestations and theoretical modelling [Invited]//Optical Materials Express (2022) 12, № 5, p.1869-1893.
2. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Квазиклассические модели квантовой наноплазмоники на основе метода Дискретных источников (обзор) // ЖВМиМФ (2021) 61, №4, с.34-62.
3. Еремин Ю.А., Лопушенко В.В. Анализ влияния квантовых эффектов на оптические характеристики плазмонных наночастиц методом дискретных источников // ЖВМиМФ (2023) 63, №11, с.1911–1921.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ТИПА U-NET К ЗАДАЧЕ СЕКЦИОНИРОВАНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

Романенко Т.Е.¹

1) МГУ, ВМК, кафедра математической физики, e-mail: romanenko@cs.msu.ru

Одной из актуальных прикладных задач, возникающих при анализе и реконструкции биомедицинских данных для последующей диагностики и лечения офтальмологических заболеваний, является секционирование многослойных полупрозрачных объектов. В данной работе рассматривается решение этой задачи для данных, полученных с помощью метода цифровой конфокальной биомикроскопии [1], при котором каждый набор данных представляет собой стек изображений. Каждое изображение в стеке – суперпозиция истинного слоя в данной плоскости и размытых изображений других слоев в сочетании искажениями и шумами, привносимыми элементами оптической системы.

С математической точки зрения эта задача сводится к системе двумерных уравнений свертки [2-3], для решения которой наряду с прямыми и более точными итерационными методами (например, предложенным ранее в [2] итерационным алгоритмом в поперечной спектральной плоскости) могут в случае одного двумерного уравнения свертки применяться и методы, использующие как сверточные нейронные сети [4], так и генеративно-состязательные сети в различных модификациях [5].

В данной работе рассматривается применение сверточных нейронных сетей архитектуры типа U-Net [6] и генеративно-состязательных сетей, использующих подобные сети в качестве генератора, к задаче секционирования многослойных объектов и показываются их преимущества в сравнении с классическим методом Ричардсона-Люси и разработанным ранее спектральным методом [2] на экспериментальных наборах данных.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Литература

1. Larichev A.V., Ivanov P.V., Iroshnikov N.G., Shmalhauzen V.I., Otten L.J. Adaptive system for eye-fundus imaging // Quantum Electronics. 2002. Vol. 32. P. 902-908.
2. Разгулин А.В., Ирошников Н.Г., Ларичев А.В., Павлов С.Д., Романенко Т.Е.. Об одной задаче численного секционирования в офтальмологии. Компьютерная оптика, 39(5):777–786, 2015.
3. Wu Q., Merchant F.A., Castleman K.R. Microscope image processing. Burlington; MA: Elsevier Academic Press; 2008.
4. Xu L., Ren J., Liu C., Jia J. (2014). Deep convolutional neural network for image deconvolution. Advances in Neural Information Proc. Systems. 2. 1790-1798.
5. Lee H. Y., Kwak J. M., Ban B., Na S. J., Lee S. R. and Lee H. -K., "GAN-D: Generative adversarial networks for image deconvolution," 2017 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), Jeju, Korea (South), 2017, pp. 132-137.
6. Ronneberger O., Fischer P., Brox T. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation. Convolutional networks for biomedical image segmentation //International Conference on Medical image computing and computer-assisted intervention. – Springer, Cham, 2015. – С. 234-241.

СРАВНЕНИЕ ДВУХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ОТРАЖЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ОТ ЭКРАНА, РАСПОЛОЖЕННОГО ЗА СЛОЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ

Чакак И.А.¹, Трофимов В.А.², Федотов М.В.³, Харитонов Д.М.⁴

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ, e-mail: *ichakak@bk.ru*

2) Южно-Китайский университет технологий, Гуанчжоу, Китай,
e-mail: *trofimov@scut.edu.cn*

3) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ, e-mail: *fedotov@cs.msu.ru*

4) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра МФ,
e-mail: *dmitrykharitonov@yandex.ru*

Задачи распространения и отражения светового импульса возникают во многих современных технологиях: при селективном лазерном плавлении в 3D-принтерах, при взаимодействии фемтосекундных импульсов с фотонно-кристаллическими волокнами, при построении тонких пленок. Отражение оптического излучения от экрана, расположенного в нелинейной среде, или границы раздела нелинейных сред с разными оптическими свойствами исследовалось, в частности, в [1-3]. Однако, до настоящего времени не рассматривались задачи отражения от экрана, расположенного за слоем нелинейной среды, с учетом продольной дифракции оптического пучка.

В докладе рассматриваются две модели: новая модель с учетом продольной и поперечной дифракций и традиционная модель с учетом поперечной дифракции. В каждой модели учитывались линейное поглощение среды и нелинейное поглощение энергии оптического импульса, а также тепловое самовоздействие оптического излучения. В работе построены инварианты для рассматриваемых задач.

Для нахождения численного решения задач строились нелинейные конечно-разностные схемы, для их разрешения применялся итерационный процесс в сочетании с методом прогонки. Для некоторых дифференциальных законов сохранения были получены их разностные аналоги. На основе компьютерного моделирования подтверждена консервативность разностных схем для обеих моделей.

Компьютерное моделирование показало, что с ростом влияния продольной дифракции новая и традиционная модели дают разные результаты, но чем меньше этот коэффициент, тем более близкие результаты имеют место. Таким образом, новая модель является более универсальной и правильной с точки зрения физики, а традиционная модель имеет ограничение на ее применение.

Литература

1. Сухоруков А.П., Трофимов В.А. Об отражении волновых пучков от экрана, расположенного в нелинейной среде // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1983. Т. 26, № 1. – с. 12–19.
2. Trofimov V.A. On invariants for thermal blooming of optical radiation // Atmospheric and Oceanic Optics. – 1991. V. 4, No. 12. – с. 882–883.
3. Kunitsyn S.D., Sukhorukov A.P., Trofimov V.A. Reflecting light beams of the Gaussian and complex profiles by the Kerr nonlinear layer with a feedback mirror // Izvestiya Akademii nauk SSSR. Seriya fizicheskaya. – 1995. Т. 59, № 12. – с. 26–34.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФАЗЫ ДРОБНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ДЛЯ СОПОСТАВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Проценко М.А., Павельева Е.А.

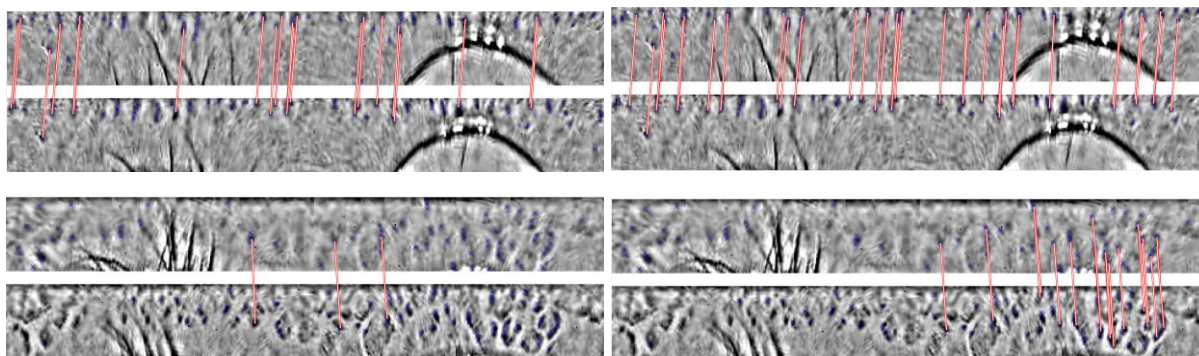
*Кафедра математической физики, факультет ВМК, МГУ имени М. В. Ломоносова,
e-mail: ma.protsenko@mail.ru, pavelyeva@cs.msu.ru*

В работе предложены методы сопоставления изображений на основе фазы дробного преобразования Фурье.

Дробное преобразование Фурье [1] является обобщением классического преобразования Фурье. Оно позволяет переводить исходный сигнал в пространство между временным (координатным) пространством и частотным, выполняя вращение частотно-временной плоскости на некоторый угол. Используя дробное преобразование Фурье, можно получить обобщение метода фазовой корреляции, называемое методом дробной фазовой корреляции [2]. Функция фазовой корреляции позволяет сопоставлять изображения и находить сдвиг между ними. Функция дробной фазовой корреляции может быть информативнее, чем классическая функция фазовой корреляции при некоторых значениях параметра степени дробного преобразования Фурье [3].

Дробное вейвлет-преобразование является обобщением классического вейвлет-преобразования. Используя его, можно определить меру дробной фазовой конгруэнтности [4]. В работе показано, что мера дробной фазовой конгруэнтности может быть информативнее, чем классическая мера фазовой конгруэнтности при некоторых значениях параметра степени дробного преобразования Фурье.

На рисунке приведены примеры сопоставления ключевых точек биометрических нормализованных изображений радужной оболочки глаза одного человека. Дескрипторы ключевых точек строятся на основе меры фазовой конгруэнтности (слева) и меры дробной фазовой конгруэнтности (справа).



Литература

1. Namias V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics // IMA Journal of Applied Mathematics. – 1980. – Т. 25. – С. 241-265.
2. Mendlovic D., Ozaktas H. M., Lohmann A. W. Fractional correlation // Applied Optics. – 1995. – Т. 34. – №. 2. – С. 303-309.
3. Protsenko M. A., Pavelyeva E. A. Fractional Fourier Transform Phase for Image Matching // Int. Conf. on Computer Graphics and Vision Graphicon. – 2022. – Т. 32. – С. 688-697.
4. Protsenko M. A., Pavelyeva E. A. Fractional Wavelet Transform Phase for Iris Image Key Points Matching // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. – 2023. – Т. 48. – С. 201-207

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИЙ МИТТАГ-ЛЕФФЛЕРА В ТЕОРИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Алмохамед М.^{1,2}, Тихонов И.В.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, ВМК, Математическая физика;

2) МТУСИ, Информационные технологии, математический анализ;

e-mail: mssrmtz@gmail.com, ivtikh@mail.ru

Согласно Джрбашяну [1] целые функции типа Миттаг-Леффлера вводят формулой

$$E_{\rho}(z; \mu) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{z^j}{\Gamma(\rho^{-1}j + \mu)}, \quad z \in \mathbb{C}. \quad (1)$$

Здесь $\rho > 0$ и $\mu \in \mathbb{C}$ – два параметра, а Γ – символ гамма-функции. Развернутое изучение нулей для функций вида (1) проведено в монографии [2].

В недавней работе [3] указан класс таких обратных задач для абстрактных дифференциальных уравнений, что критерий единственности решения для них выражается через нули соответствующих функций типа Миттаг-Леффлера. Результат верен без ограничений на порядок и тип абстрактного дифференциального уравнения. Возможные применения критерия основаны на аналитических фактах [2]. В отдельных частных случаях (для уравнений первого, второго и четвертого порядков) наше общее утверждение может быть выражено в элементарных терминах. Работа [3] продолжает исследования [4–6].

Литература

1. Джрбашян М. М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. М.: Наука, 1966. 672 с.
2. Попов А. Ю., Седлецкий А. М. Распределение корней функций Миттаг-Леффлера // Современная математика. Фундаментальные направления. 2011. Т. 40. С. 3–171.
3. Almohamed M., Tikhonov I. V. Specific cases of one general inverse problem for abstract differential equations // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. V. 44, № 2. P. 502–509.
4. Тихонов И. В., Эйдельман Ю. С. Обратная задача для дифференциального уравнения в банаховом пространстве и распределение нулей целой функции типа Миттаг-Леффлера // Дифференц. уравнения. 2002. Т. 38, № 5. С. 637–644.
5. Тихонов И. В. Обобщенная задача Уорда для абстрактных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 2005. Т. 41, № 3. С. 325–336.
6. Тихонов И. В., Алмохамед М. Об одной обратной задаче для дифференциального уравнения высокого порядка в банаховом пространстве // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения–2019. СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2019. С. 91–95.

Секция: «Исследование операций»

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВИЭ НА РЫНКЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ С НАКОПИТЕЛЯМИ

Васин А.А.¹, Агаджанян Е.Г.², Шония О.Б.³

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИО, e-mail: vasin@cs.msu.su

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИО, e-mail: a_lizzi@mail.ru

3) Грузинский Технический Университет, e-mail: o.shonia@gtu.ge

Настоящая работа продолжает наше исследование математических моделей рынка электроэнергетики, включающего возобновляемые источники (ВИЭ) и накопители энергии различных типов (см. [1-2]). В этих работах получены системы уравнений для расчета оптимальных объемов внедрения накопителей разных типов, а также оптимального расширения электроэнергетической сети, исходя из заданной структуры мощностей и спроса на электроэнергию.

В данном исследовании эти системы дополняются соотношениями для расчета оптимальных объемов увеличения мощностей ВИЭ разных типов во всех узлах энергосети. Описывается и исследуется двухуровневая модель рынка. Первый уровень предназначен для анализа краткосрочных задач принятия решений экономическими агентами, действующими на рынке. При этом структура рынка, включая все мощности, потребителей и накопители энергии в его узлах и линии передачи между ними, считается заданной. Система соотношений, позволяющая рассчитать оптимальные стратегии агентов и состояние конкурентного равновесия в зависимости от параметров модели первого уровня, дополняется уравнениями для расчета оптимальной выработки энергии ВИЭ в зависимости от случайных факторов, отражающих влияние внешних условий. Далее для расчета оптимальных мощностей ВИЭ разных типов, параметров накопителей и пропускных способности линий передачи энергии предлагается модель экономического равновесия второго уровня. Она описывает долгосрочное функционирование данного рынка. В этой модели случайные внешние факторы характеризуются вероятностным распределением, отражающим их зависимость от времени года. При расчете конкурентного равновесия параметры выбираются, исходя из максимизации средних значений прибылей соответствующих экономических агентов. В частности, оптимальный объем мощности ВИЭ заданного типа определяется обычно, исходя из равенства приведенных предельных затрат на увеличение этого объема с учетом ожидаемого срока эксплуатации и предельной прибыли от его увеличения, вычисляемой из модели первого уровня.

Решение задачи расчета оптимальных параметров рынка получено, исходя из известной теоремы благосостояния [3], согласно которой оптимальная структура рынка соответствует состоянию конкурентного равновесия.

Литература

1. Васин А.А., Григорьева О.М., Серегина И.Ю. Оптимизация параметров накопителей для потребителей на рынке электроэнергии // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2023, № 1, с. 21-27.
2. Vasin A., Grigoryeva O. Optimal strategies of consumers with energy storages in electricity market // Communications in Computer and Information Science, Springer International Publishing AG, Cham, Switzerland, 2022. P. 300–312
3. Debreu, G. Valuation Equilibrium and Pareto Optimum // Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. Vol. 40, No. 7, 1954, pp. 588-592.

О ФОРМИРОВАНИИ ДОГОВОРЕННОСТИ МЕЖДУ ФРИРАЙДЕРАМИ НА АУКЦИОНЕ СПЕКТРА

Новикова Н.М.¹, Поспелова И.И.²

1) ФИЦ ИУ РАН, e-mail: N_Novikova@umail.ru

2) МГУ, ф-т ВМиК, каф. Исследования операций, e-mail: ipospelova05@yandex.ru

Аукцион спектра [1] организуется для продажи прав на передачу сигналов в определенных диапазонах электромагнитного спектра. Среди участников аукциона могут быть покупатели двух типов: L (получают исключительное право пользования частотой при покупке) и U (оставляют частоту доступной всем желающим). Если частоту выиграл покупатель типа U, то остальные U-участники аукциона оказываются фрирайдерами – получают частоту бесплатно. Теоретико-игровое моделирование поведения участников аукциона спектра проведено в [2], где построены множества равновесных исходов аукциона и показано, что при наличии двух и более U-игроков им выгодно всем объединиться для подачи на аукцион заявки с максимальной ценой, чтобы победить L-участников. Цель данной работы заключается в анализе возможных условий такого объединения с учетом того, что договоренность между U-игроками предполагает участие в оплате, а все они, являясь потенциальными фрирайдерами, надеются получить свободный доступ к частоте и без дополнительных соглашений.

Рассмотрим закрытый аукцион второй цены (аукцион Викри) [3], и пусть за один раз разыгрывается лишь один лот. Если предположить, что все U-игроки соединятся в одного участника аукциона, то доминирующей стратегией [4] такого агрегированного игрока является искренняя – подача заявки с ценой, равной сумме полезностей лота для всех покупателей типа U. Однако, чтобы разделить при покупке лота плату за него, U-участникам надо договориться заранее (вне аукциона спектра). При этом цена лота на аукционе спектра, когда он достался U-игрокам, определяется в равновесии заявками L-игроков [2] и априори не известна. Как правило, U-игроки не знают полезностей лота друг друга, что еще больше затрудняет формирование ими единой цены в заявке на аукцион и снижает конкурентное преимущество. Общепризнанным методом выявления предпочтений является применение механизма Кларка-Гровса (МКГ) [4, 5].

В докладе построен МКГ для рассматриваемой задачи. Предложена модификация механизма, позволяющая U-игрокам договориться в случае, когда, действуя совместно, они выигрывают лот. Показано, что в общем случае неизвестной цены аукциона МКГ не дает им базы для самоорганизации в отличие от централизованного введения МКГ, предложенного в [5]. Поставлена задача анализа иерархической игры для ввода МКГ.

Литература

1. Handbook of Spectrum Auction Design / Eds M. Bichler, J. Goeree. //Cambridge: Cambridge Univ. Press. – 2017.
2. Каплан В.С., Новикова Н.М., Поспелова И.И. Теоретико-игровая специфика некоторых аукционов размещения частотного спектра //Иzv. РАН. ТиСУ (2023), №6, с.124 – 136.
3. Васин А.А. Математические модели рынков и аукционов //М.: МАКС Пресс. – 2023.
4. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. //М.: Мир. – 1985.
5. Maskin E. Mechanism Design for Pandemics //Review of Economic Design (2022) 26. №3, p.255 – 259.

ОГРАНИЧЕНИЯ НА МАКСИМАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО СМЕН СОСТОЯНИЯ В ЗАДАЧЕ ВЫБОРА СОСТАВА ОБОРУДОВАНИЯ

Давидсон М.Р.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, ф-т ВМиК, кафедра ИО, e-mail: mikhail.davidson@gmail.com

Задача выбора состава включенного генерирующего оборудования является одной из ключевых в краткосрочном планировании работы единой энергосистемы (ЕЭС) РФ. В математической постановке задачи моделируются как системные ограничения (балансы мощности, необходимые объемы резервов, максимально допустимые перетоки мощности в контролируемых сечениях), так и стационарные ограничения. К последним, в том числе, относится ограничение на максимальное количество смен состояния (включен, выключен) в течение горизонта планирования, задаваемое в отношении каждого энергоблока. В соответствии с Регламентом подачи уведомлений участники оптового рынка вправе направить в Системный Оператор уведомление о максимально допустимом количестве изменений состояния каждого энергоблока в течение любых 168 часов подряд. Такие ограничения формально вносятся в математическую модель, их количество можно оценить с учетом количества оптимизируемых блоков (более 1000), длины интервала подачи уведомления и длины горизонта планирования. Этих ограничений оказывается около двухсот тысяч, и их учет в состоянии существенно усложнить процесс численного решения задачи выбора состава оборудования, которая является задачей смешанного целочисленного программирования большой размерности.

В докладе показано, что часть из указанных ограничений является избыточными, и может быть удалена из модели без нарушения исходного допустимого множества. Более точно, количество существенных ограничений данного типа определяется количеством смен состояния каждого энергоблока за семидневный период, непосредственно предшествующий горизонту планирования. Статистические данные показывают, что для подавляющего большинства энергоблоков количество смен состояния за такой период не превышает единиц. Таким образом, число моделируемых ограничений на максимальное количество смен состояния в задаче выбора состава генерирующего оборудования может быть значительно сокращено, что повышает эффективность применяемых методов решения.

ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗДЕЛЯЕМОГО ТРАФИКА НА СЕТИ

Морозов В.В., Кочерина О.И.

МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра исследования операций,
e-mail: vmorosov@mail.ru, olga_kocherina@mail.ru

Пусть $G = (V, E)$ – мультиграф без петель, где V – множество вершин, E – множество ребер. Необходимо передать по сети единицу информации, которую можно распределить по путям P_1, \dots, P_n , ведущим из истоков в стоки. Введем обозначения: c_k – пропускная способность ребра $k \in E$, q_i – доля объема информации, передаваемой по пути P_i , $q = (q_1, \dots, q_n) \in Q = \{q \mid q_1 + \dots + q_n = 1, q_j \geq 0, j = \overline{1, n}\}$. При заданной стратегии q максимальная задержка передачи информации по всем используемым путям равна

$$M(q) = \max_{i:q_i>0} \sum_{j=1}^n a_{ij}q_j, \quad a_{ij} = \sum_{k \in P_i \cap P_j} 1/c_k, \quad i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}.$$

Здесь $n \times n$ -матрица $A = (a_{ij})$ симметрична и неотрицательно определена. Матрица A положительно определена, если для каждого пути найдется ребро, не принадлежащее другим путям. Ставится задача минимизации максимальной задержки

$$\min_{q \in Q} M(q) = M(q^*) = v^*. \quad (1)$$

Стратегия q^* является равновесием по Вардропу [1] сетевой игры с одним участником. Заметим, что величина v^* не превосходит значение $v(A)$ игры с матрицей A . Рассмотрим систему уравнений относительно $n + 1$ переменных $q_j, j = \overline{1, n}, v$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}q_j - v = 0, \quad \sum_{j=1}^n q_j = 1. \quad (2)$$

Теорема. Для симметричной неотрицательно определенной матрицы A система (2) имеет решение. При этом компонента $v \geq 0$ одна и та же для всех решений. Для положительно определенной матрицы A решение единственно и $v > 0$.

Возьмем последовательность множеств $K_0 = \emptyset \subset K_1 \subset \dots \subset K_m \subset \{1, \dots, n\}$ и рассмотрим системы уравнений

$$\sum_{j \notin K_s} a_{ij}q_j - v = 0, \quad i \notin K_s, \quad \sum_{j \notin K_s} q_j = 1, \quad q_j = 0, \quad j \in K_s, \quad s = \overline{0, m}, \quad m < n. \quad (3)$$

Утверждение. Пусть A – симметричная неотрицательно определенная матрица. Тогда для решений (q^s, v^s) , $s = \overline{0, m}$, систем (3) справедливы неравенства

$$v^0 \leq v^1 \leq \dots \leq v^m.$$

Алгоритм решения задачи (1) соответствует методу ветвей и границ. Пусть $N = v(A)$ – начальная верхняя граница для v^* . Вначале находим решение (q^0, v^0) системы (2). Если оно неотрицательно, то $q^* = q^0, v^* = v^0$. В противном случае решаем системы (3) для $K_1 = \{i\}, i = \overline{1, n}$. Отбрасываем множества K_1 с решениями (q, v) , для которых $v \geq N$. Среди множеств K_1 с неотрицательными решениями выбираем решение (q, v) с минимальным $v < v(A)$ и полагаем $N = v$ и $q^N = q$, а затем все такие множества K_1 отбрасываем. Пусть L – список всех отброшенных множеств. Далее решаем системы (3) с множествами $K_2 = \{i, j\}$, не содержащими множеств из списка L . Аналогично отбрасываем часть множеств K_2 , пополняя список L и, возможно, уменьшая верхнюю границу N . Алгоритм завершает работу на шаге s , когда каждое множество K_s из s элементов содержит хотя бы одно множество из текущего списка L . При этом $v^* = N$ и $q^* = q^N$.

Литература

1. Wardrop J.G. Some theoretical aspects of road traffic research // Proceedings of the Inst. Civil Engineers (1952), 1, №3, p. 325–362.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРИТЕРИЕВ VaR И CVaR В СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ

Козодой А.Е.

Факультет ВМК МГУ, e-mail: kozodoi95@mail.ru

Рассматривается задача формирования портфеля облигаций с целью получения максимального дохода к заданному моменту времени [1]. Будем считать, что в начальный момент времени проводится инвестирование капитала в $(n + 1)$ -й бонд с моментом погашения T_0 . Каждый i -ый бонд имеет номинальную цену L_i и дату погашения T_i . Бонд существует до момента T_i , когда его владелец выручает сумму L_i . Упорядочим бонды по датам погашения следующим образом: $T_1 < \dots < T_n < T_0 = T$.

В начальный момент времени известны цены всех бондов s_i , и в этот момент распределяется начальный капитал по бондам в долях u_i . В момент времени T_i погашения i -ого бонда освобождается капитал, который реинвестируется в бонд с номером 0. Доходность портфеля определяется как отношение полученной прибыли к величине начального капитала. Линеаризованная функция доходности имеет вид:

$$R(u, Y) = -b_0 u_0 - b^T u + \sum_{i=1}^n \frac{a_i u_i}{m_i} (1 - \theta_i Y_i),$$

где $d_i = s_i/L_i$, $b_0 = -(1 - d_0)a_T/d_0$, a_T – константа для измерения дохода в процентах годовых, $a_i = a_T/d_i$, $b_1 = \dots = b_n = a_T$, X_i – цена нулевого бонда в момент погашения i -ого бонда, являющаяся нормальной случайной величиной, и $X_i = m_i + \sigma_i Y_i$, где Y_i – стандартная нормальная случайная величина, $\theta_i = \sigma_i/m_i$. Качество портфеля будет определяться при помощи критериев VaR и CVaR [2] при некотором уровне надежности $\alpha \in (1/2, 1)$, которые представляют собой следующие величины: VaR: $\varphi_\alpha(u) \triangleq \min\{\varphi: P(-R \leq \varphi) \geq \alpha\}$ и

$$CVaR: \psi_\alpha(u) = (1 - \alpha)^{-1} \int_{-R \geq \varphi_\alpha} (-R(u, y)p(y)dy,$$

где $p(y)$ – плотность распределения вектора Y . В докладе будет показано, что использование обоих критериев сводится к оптимизационной задаче следующего вида:

$$\begin{aligned} b_0 u_0 + \bar{m}^T u + \gamma \sqrt{u^T \bar{K} u} &\rightarrow \min_{u_0, u} \\ u^T \bar{e} + u_0 = 1, \quad u^T \bar{e} - 1 &\leq 0. \end{aligned}$$

В докладе будет представлено аналитическое решение данной задачи, а также условия его существования, будут приведены примеры вычислений оптимальных портфелей для критериев VaR и CVaR, проведено их сравнение с полученным аналитическим результатом и на примерах будут рассмотрены изменения в структуре портфеля и получаемом результате при введении в модель возможности коротких позиций по бумагам.

Литература

1. Кан Ю.С., Кибзун А.И. Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями // М: Физматлит-2009.
2. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk // J. of Risk (2000), 2, №3, p. 21-41.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АРБИРАЖ НА РЫНКЕ КРИПТОВАЛЮТ

Голембиовский Д.Ю., Садовников А.А.

Факультет ВМК МГУ, кафедра Исследование операций

e-mail: golemb@cs.msu.ru

e-mail: sadovnikov09@bk.ru

Статистический арбитраж - торговая стратегия, использующая анализ статистических данных о ценах на определенные активы для одновременной покупки одного финансового актива и продажи другого финансового актива с целью получения дохода за счёт одной из позиций, которая перекроет в том числе вторую убыточную сделку. Данная торговая стратегия широко применяется на фондовых рынках, но ее также можно применить на криптовалютных рынках при использовании более высокочастотных данных – минутных таймфреймов.

В настоящей работе рассматривается применение алгоритма машинного обучения «случайный лес» (Random Forest). С помощью него осуществляется предсказание роста или падения криптовалют из выбранного множества и последующий выбор топ-3 криптовалют с наибольшей вероятностью роста для открытия длинной позиции и топ-3 криптовалют с наибольшей вероятностью снижения для открытия короткой позиции. Также в работе описан выбор криптовалют, отбор криптовалют учитывал ограничения на ликвидность и актуальные возможности торговать ими гражданам РФ в связи с санкциями. Отобраны 14 криптовалют (BNB, XRP, ADA, DOGE, MATIC, SOL, DOT, LTC, TRX, LINK, UNI, ETC, EOS, AAVE) из списка топ-50 криптовалют по капитализации, это одни из наиболее ликвидных криптовалют, все они представлены на самой крупной криптобирже Binance, где и происходит торговля активами в ценах относительно цифрового доллара США (USDT).

В работе проводится прогнозирование вероятности роста или падения криптовалют на ближайшие 120 минут для 14 монет из которых выбираются с наибольшей вероятностью роста 3 криптовалюты для длинной позиции и с наибольшей вероятностью падения 3 монеты для короткой позиции и затем сравниваются цены на выбранные криптовалюты с фактическим изменением курсов валют по отношению к цифровому доллару США (USDT).

Результаты работы показывают, что предсказания оказались достаточно точными для реализации стратегии арбитража и ожидаемая доходность составила 21,2% годовых. Доходность остается положительной при ожидании до двух минут с момента вычисления вероятности роста и падения криптовалют до момента открытия позиций, при этом своевременное исполнение имеет первостепенное значение. Данный метод оказался прибыльнее, чем просто держать основную криптовалюту Bitcoin по стратегии «Buy and Hold» на медвежьем рынке (падающим). Однако следует отметить, что данная стратегия может столкнуться с некоторыми ограничениями. Например, потенциальные ограничения на некоторых криптобиржах на короткие позиции могут создавать сложности для реализации стратегий статистического арбитража из-за невозможности следовать алгоритму для открытия коротких позиций по наиболее вероятным к снижению монетам. Также следует учитывать ограниченную ликвидность рынка и высокие требования к вычислительным мощностям, что создает дополнительные трудности для реализации данной стратегии.

Литература

1. Thomas Gunter Fischer, Christopher Krauss and Alexander Deinert. Statistical Arbitrage in Cryptocurrency Markets / Journal of Risk and Financial Management 12(1):31. - 2019

СЕГМЕНТАЦИЯ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПОРИСТЫХ СРЕД С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Лаврухин Е.В.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Исследования операций,
e-mail: efi2795@yandex.ru

Пористой средой называют твердое тело, имеющее внутри себя значительную объемную долю свободного пространства. Пористые среды широко встречаются в различных прикладных областях человеческой деятельности: нефтяной, гидрологической и экологической инженерии, пищевой промышленности и многих других приложениях. Для повышения эффективности прикладных процессов в перечисленных областях необходимо моделировать различные физические свойства пористых сред. Первоочередной задачей, независимо от используемой методологии моделирования, является получение структурной информации об исследуемом объекте по снимку этого объекта, сделанного, например, с помощью метода компьютерной томографии (КТ). Таким образом, проблема сегментации КТ-изображения пористой среды на пустотное пространство и отдельные материалы является актуальной.

В настоящее время появляется множество работ, посвященных сегментации КТ-изображений пористых сред с помощью сверточных нейронных сетей (CNN). Результаты исследований демонстрируют значимое превосходство данных методов относительно других, но при сравнении на данных, похожих на тренировочные. Разметку для обучения CNN обычно получают с помощью сканирующей электронной микроскопии (SEM) [1] или ручным способом [2]. Использование SEM обладает рядом ограничений. Количество данных, размеченных оператором, не может быть большим из-за специфики и сложности разметки. Таким образом, обученные ранее модели CNN могут становиться малоприменимыми при смещении распределения тестовых данных из-за изменения химического состава образцов относительно тренировочных, либо из-за изменения условий КТ-съемки: смены модели или настроек томографа, использования дополнительных фильтров, и других.

В настоящее время активно исследуются подходы к получению синтетических обучающих выборок, достаточно точно эмитирующих реальные КТ-снимки [3]. Основой для таких выборок являются изображения, задающие пространственное распределение фаз, из которых состоит пористая среда. Реализация такого подхода позволит относительно просто получить обучающую выборку для CNN, обладающую достаточным размером и покрывающую большинство видов пористых сред, моделей томографов и возможных настроек съемки.

В рамках работы была представлена схема построения универсальной модели сегментации на основе CNN и модели «синтетического» томографа, которая помимо информации о пространственном распределении учитывает физические свойства фаз.

Литература

1. Rushood I.S.A., et al. Segmentation of X-Ray Images of Rocks Using Deep Learning //SPE Annual Technical Conference and Exhibition – 2020.
2. Niu Y., et al. Digital rock segmentation for petrophysical analysis with reduced user bias using convolutional neural networks. //Water Resources Research. – 2020. – v.56.
3. Phan, J., et al. Automatic segmentation tool for 3D digital rocks by deep learning. //Sci Rep, Nature Publishing Group UK London. – 2021. – v.11.

О ПОЛНОТЕ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ, УМЕНЬШАЮЩИХ ДЛИНУ, НАД ОБОБЩЁННЫМИ ПОЛИНОМАМИ

Бухман А.В.¹

1)ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: antvbx@gmail.com

В данной работе рассмотрим задачу минимизации обобщённых полиномов. *Обобщённый полином* – сумма по модулю два обобщённых мономов. *Обобщённый моном* – это либо 1, либо произведение переменных или их отрицаний. С помощью обобщённых полиномов можно задавать булевы функции. При этом одной булевой функции соответствует несколько обобщённых полиномов. Возникает задача, как выбрать среди этого множества один, который будет иметь минимальную длину. Частный случай этой задачи, когда исходная функция задана в виде обобщённого полинома, и требуется минимизировать этот полином. Один из подходов к решению этой задачи состоит в том, чтобы выполнять преобразования исходного полинома функции с использованием системы тождеств [1]. Например, системы тождеств, которая на каждом шаге гарантирует уменьшение длины полинома. В работе [2] была построена бесконечная система тождеств, уменьшающих длину, которую можно эффективно применять.

Обобщённый моном от n переменных можно рассматривать как произведение n сомножителей, где i -ый сомножитель лежит в $X_i = \{1, x_i, \bar{x}_i\}, i = 1, n$. Возьмём биективное отображение X_i на себя, заменим в каждом слагаемом некоторого тождества все i -е сомножители в соответствии с этим отображением, мы получим новое тождество, которое назовём *эквивалентным* исходному. Например, из $x_i \oplus \bar{x}_i = 1$, можно получить $x_i \oplus 1 = \bar{x}_i, \bar{x}_i \oplus 1 = x_i$. Мы будем рассматривать тождества с точностью до эквивалентности, то есть будем считать, что вместе с тождеством есть и все эквивалентные ему.

Система тождеств, уменьшающих длину, называется *полной для обобщённых полиномов от n переменных*, если для любого обобщённого полинома от не более, чем n переменных, который не является минимальным, в этой системе найдётся тождество, которое можно применить к этому полиному.

Теорема 1. Система тождеств, уменьшающих длину, $\{x \oplus \bar{x} = 1, 1 \oplus x \cdot y \oplus \bar{x} \cdot \bar{y} = x \oplus y, x \oplus y \oplus \bar{x} \cdot \bar{y} = 1 \oplus x \cdot y, 1 \oplus x \cdot y \oplus \bar{y} \cdot z = \bar{x} \cdot y \oplus \bar{y} \cdot \bar{z}\}$ является полной для $n=3$.

На основе теоремы 1 можно сформулировать следующее необходимое условие минимальности обобщённого полинома.

Теорема 2. В минимальном полиноме не может быть трёх слагаемых K_1, K_2, K_3 таких что $\rho(K_1, K_2) = \rho(K_2, K_3) = 2, \rho(K_1, K_3) = 3$, где ρ – расстояние между мономами.

Литература

1. Brand D., Sasao T. Minimization of AND-EXOR expressions using rewrite rules // IEEE Transactions on Computers, vol. 42, no. 5, pp. 568-576, May 1993.
2. Бухман А.В. О применении одного семейства тождеств для минимизации обобщённых полиномов // Тихоновские чтения. Тезисы докладов, с. 66, октябрь 2021.

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ Н.П.БРУСЕНЦОВА

Владимирова Ю.С.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра математической кибернетики,
e-mail: vladimirova@cs.msu.ru

Предложенная Н.П. Брусенцовым алгебраическая система является обобщением силлогистики Аристотеля и строится на основе булевой алгебры, к которой добавлены два контрарных оператора: \vee и \vee' . Описание логики Брусенцова представляет собой некоторый набор равенств [1, 2], в соответствии с которым можно дать определение выражения логики Брусенцова и установить основные операции над ними.

Выражения вида $\vee f(x_1, \dots, x_n)$, $\vee' f(x_1, \dots, x_n)$ будем называть суждениями существования и понимать соответственно как необходимость и исключённость $f(x_1, \dots, x_n)$. Под выражением логики Брусенцова будем понимать конъюнкцию суждений существования, подчиненную ПСП - принципу сосуществования противоположностей [2]:

$$B(x_1, \dots, x_n) = \vee' P(x_1, \dots, x_n) \vee Q_1(x_1, \dots, x_n) \vee Q_2(x_1, \dots, x_n) \dots \vee Q_m(x_1, \dots, x_n),$$

$$B(x_1, \dots, x_n) = B(x_1, \dots, x_n) \wedge \vee x_1 \dots \vee x_m \vee \overline{x_1} \dots \vee \overline{x_m},$$

где $B(x_1, \dots, x_n)$ - выражение логики Брусенцова, $P(x_1, \dots, x_n)$, $Q_1(x_1, \dots, x_n)$, ..., $Q_m(x_1, \dots, x_n)$, – булевы функции от n переменных, $\vee x_1 \dots \vee x_m \vee \overline{x_1} \dots \vee \overline{x_m}$ – ПСП. Выражение логики Брусенцова может характеризовать отношение между несколькими булевыми выражениями либо совокупность таких отношений, т.е. систему посылок.

В рамках логики Брусенцова возможно решение следующих задач:

1. задача получения логического вывода из системы посылок;
2. задача поиска суждений, недостающих для выполнения запрашиваемого отношения;
3. задача формирования гипотез: построение новых суждений, следующих из исходной системы посылок.

В настоящем докладе рассматриваются вопросы, связанные с первой задачей – выявлением отношения между двумя булевыми выражениями в условиях, заданных системой посылок. Получаемый результат трёхзначен: отношение может необходимо следовать из исходной системы посылок, противоречить заданным условиям, либо быть возможным, но не необходимым.

В докладе представлены оценка количества выражений логики Брусенцова от n переменных, алгоритм добавления нового суждения существования к имеющемуся выражению логики Брусенцова и алгоритм выявления взаимосвязи между двумя выражениями. В основе обоих алгоритмов процедура проверки факта, что одно из булевых выражений от n переменных является импликантой другого выражения.

Литература

1. Брусенцов Н.П. Искусство достоверного рассуждения. Неформальная реконструкция аристотелевой силлогистики и булевой математики мысли. – М.: Фонд "Новое тысячелетие", 1998. 136 с.
2. Брусенцов Н.П. Воссоздание аристотелевой безукоризненной силлогистики. // Программные системы и инструменты. Тематический сборник №11. - М.: Изд-во факультета ВМиК МГУ, 2010. С. 88-91.

ОЦЕНКИ ФУНКЦИИ ШЕННОНА ДЛЯ СЛОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ В ОДНОМ КЛАССЕ КЛЕТОЧНЫХ СХЕМ

Ложкин С.А.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, ВМК, кафедра МК, e-mail: salozhkin@mail.com

Изучаются клеточные схемы (КС) в одном специальном базисе B_0' (см. [1]) из функциональных и коммутационных элементов, функциональная часть которого связана с элементами стандартного базиса $B_0 = \{x_1 \cdot x_2, x_1 \vee x_2, \bar{x}_1\}$.

Следуя [1], будем считать, что каждая КС Σ представляет собой прямоугольную решетку высоты $h(\Sigma)$ и длины $\lambda(\Sigma)$, состоящую из единичных квадратов и заполненную элементами базиса B_0' в результате вложения в неё некоторой схемы из функциональных элементов (СФЭ) S в базисе B_0 . Предполагается, что Σ реализует ту же самую функцию алгебры логики (ФАЛ) $f(x_1, \dots, x_n)$, которую реализует СФЭ S . При этом, в отличие от [1], будем допускать приписывание одной и той же булевой переменной $x_i, i \in [1, n]$, нескольким оказавшимся при вложении на одной и той же горизонтальной стороне Σ входам элементов S .

Напомним [2], что КС рассматриваемого вида, имеющими высоту h , можно реализовать любую ФАЛ тогда и только тогда, когда $h \geq 2$. Поэтому в случае $h \geq 2$ определим для ФАЛ f величину $\lambda_h(f)$ как минимальную длину $\lambda(\Sigma)$, реализующих её КС Σ высоты h , а затем введем функцию Шеннона $\lambda_h(n) = \max \lambda_h(f)$, где $n = 1, 2, \dots$, и максимум берется по всем ФАЛ $f(x_1, \dots, x_n)$. Основным результатом работы является следующее утверждение.

Теорема. При любом фиксированном $h, h \geq 4$, и всех $n, n = 1, 2, \dots$, справедливо равенство $\lambda_h(n) = \frac{2^{n-1}}{\log_2 n} (1 + o(1))$.

Известно (см. [2, 3]), что функция Шеннона $\tilde{\lambda}_h(n)$, определяемая аналогично $\lambda_h(n)$ для случая, когда все входы КС располагаются на её верхней горизонтальной стороне, не больше, чем $O(n \cdot 2^n)$ при $h = 2$ и асимптотически равна $2^n / \log_2 n$ при $h = 3$.

Литература

1. Ложкин С.А., Зизов В.С. Уточненные оценки сложности дешифратора в модели клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. - 2020. - Т. 162, № 3. - С. 322-334.
2. Тиунчик А.А. О реализации функций алгебры логики клеточными схемами ограниченной ширины. Методы дискретного анализа в исследовании экстремальных структур. Новосибирск. - 1990. - Вып. 50. - С. 73-83.
3. Улесова А.Ю. О сложности односторонних клеточных схем фиксированной высоты с кратными входами. Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVI Международной конференции (Нижний Новгород, 20-25 июня 2011 г.) Нижний Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета. - 2011. - С. 487-491.

УТОЧНЕННЫЕ ОЦЕНКИ ФУНКЦИИ ШЕННОНА ДЛЯ ПЛОЩАДИ КЛЕТОЧНЫХ СХЕМ

Зизов В.С.¹

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, ВМК, кафедра МК, e-mail: vz815@gmail.com

В данной статье рассматривается одна частная модель вычисления дискретных функций, аналогичная схемам из функциональных элементов. При реализации реальных схем в пространстве, с учётом их размеров и геометрических особенностей, важным параметром становится площадь схемы.

Клеточная схема является математической моделью интегральных схем (ИС) и учитывает особенности их физического синтеза. В 1967 году С.С. Кравцов [1] впервые предложил модель клеточных схем на основе функциональных и коммутационных элементов, ввёл их «стандартный» базис, а сложность схемы определил как её площадь.

Важной характеристикой модели является поведение функции Шеннона, то есть сложности самой сложной функции от n булевых переменных при $n=1,2,\dots$. В [1] был доказан порядок роста функции Шеннона вида 2^n . Асимптотика функции Шеннона для модели клеточных схем [1] была установлена А. Альбрехтом в работе [2], как имеющая вид $\sigma 2^n$, где $\sigma = const$. Точное значение константы σ до сих пор неизвестно, однако из работ [1] и [2] следует, что она находится в сегменте $[0.25, 4.5]$.

Асимптотически точные оценки вида $n2^{n-1}$ были получены для площади дешифратора порядка n [3] и стандартной мультиплексорной ФАЛ порядка n [4].

Более того, для дешифратора порядка n верхние и нижние оценки его площади имеют вид $n2^{n-1}(1 \pm O(1/n))$, то есть их можно считать оценками высокой степени точности. Рассматривается базис из работы [3], для которого была получена уточнённая оценка функции Шеннона [5], где константа σ принадлежит полусегменту $(0.18, 1]$.

В настоящей работе приводятся численные методы получения нижних мощностных оценок, показывающих, что для базиса из работы [1] значение константы находится в полусегменте $(0.321, 1]$.

Литература

1. Кравцов С.С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов. // Проблемы кибернетики. М.: Наука, 1967. Вып. 19. С. 285-292
2. Альбрехт А. О схемах из клеточных элементов // Проблемы кибернетики. М.: Наука, 1975. Вып. 33. С. 209-214
3. Ложкин С.А., Зизов В.С. Уточненные оценки сложности дешифратора в модели клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. - 2020. - Т. 162, № 3. - С. 322-334.
4. Ложкин С.А., Зизов В.С. Асимптотически точные оценки для площади мультиплексоров в модели клеточных схем // Дискретная математика. - 2022. - Т. 34, № 4. - С. 52-68.
5. Ложкин С.А., Зизов В.С. Оценки функции Шеннона для площади клеточных схем из функциональных и коммутационных элементов в одном базисе // Тезисы докладов научной конференции Тихоновские чтения (2022 г., МАКС Пресс, Москва, тезисы). - Москва: ООО МАКС Пресс, 2022. - С. 101-102.

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»

Подсекция кафедр суперкомпьютеров и квантовой информатики, автоматизации систем вычислительных комплексов

КОДИЗАЙН ОПТИМИЗИРОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И ВЫЧИСЛЕНИЙ РЯДОМ С ПАМЯТЬЮ КАК ДВИЖЕНИЕ В СТОРОНУ НЕЙРОМОРФНОСТИ

Иванов Д.А.¹, Воеводин Вл.В.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, СКИ, e-mail: rudimiv@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ВМК, СКИ, e-mail: voevodin@parallel.ru

Искусственным аналогом мозга являются нейронные сети, использование которых лежит в основе многих подходов в области искусственного интеллекта (ИИ). Современные компьютеры при работе с нейросетями сильно отстают от своего биологического аналога в плане энергоэффективности, ограничивая внедрение нейронных сетей в различные робототехнические и граничные (edge) устройства.

В последнее время появилось новое направление ИИ – нейроморфные вычисления [1], ставящее своей целью воспроизвести свойства мозга, в частности, для повышения энергоэффективности ИИ. Такие нейроморфные чипы как Loihi, TrueNorth и NeuronFlow имеют энергопотребление меньше 1вт.

Одной из причин их высокой энергоэффективности является использование вычислений в памяти (in-memory)/рядом с памятью (near-memory)[1]. Обращения в динамическую память сопровождаются на порядок большими энергетическими и временными затратами в сравнении с обращениями в кэш память, основанной на статической памяти и расположенной рядом с АЛУ. Использование большого количества статической памяти в этих чипах привело их к малым показателям по энергопотреблению. Эта стратегия соответствует подходам, которые использует мозг: каждый нейрон является одновременно и хранилищем данных, и вычислителем, таким образом реализуя концепцию вычислений в памяти [1].

Однако, на сегодняшних устройствах размер памяти рядом с вычислителем, ограничен по физическим и экономическим причинам. При этом, размеры современных нейросетей велики, и продолжают расти. В связи с этим возникает вопрос об оптимизации размеров нейронных сетей. Одними из самых популярных методов оптимизации нейронных сетей являются обрезание излишних весов и их квантизация. Оба данных подхода являются биологически подобными – в мозге нет полносвязных слоев, и зашумленная среда не дает возможность хранить веса с точностью присущей числам с плавающей точкой.

Оба метода при комбинации позволяют уменьшить размер занимаемой памяти в десятки раз, что ведет к уменьшению обменов между памятью и вычислителем. Более того, можно реализовать хранение самих оставшихся весов внутри кэшей, сильно повысив пропускную способность получившейся системы. Таким образом, используя те же стратегии, что использует мозг мы приходим к более оптимальным по скорости и энергозатратам вычислениям.

Таким образом кодизайн на основе разреженных квантизированных сетей и вычислений рядом с памятью на основе статической памяти может стать основой для энергоэффективных устройств нейронных сетей с низкими временем отклика. В докладе будут подробно рассмотрены методы оптимизации нейронных сетей, аппаратное обеспечение и их связь с мозгом.

Литература

1. Ivanov D. et al. Neuromorphic artificial intelligence systems //Frontiers in Neuroscience. – 2022. – Т. 16. – С. 1513.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СЕТЕВОГО ПРОЦЕССОРНОГО УСТРОЙСТВА

Волканов Д.Ю.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

Под сетевым процессорным устройством (СПУ) понимается программируемое устройство, настраиваемое под стек протоколов [1]. Основной задачей СПУ является реализация шести основных функций. Это получение пакета с физического уровня, выделение заголовка из пакета для дальнейшей классификации, классификация пакета по таблицам классификации (ТК), модификация заголовка пакета и принятие решения о пути следования пакета (отправка на порт, сброс, дальнейшая обработка), управление трафиком и передача пакета на физический уровень [2].

Исследование архитектуры СПУ при проектировании включает анализ возможных вариантов её организации, включая функциональную структуру конвейера обработки протокольных единиц данных (ПЕД). Особенность разработки состоит в том, что архитектура СПУ должна учитывать требования к коммутаторам для традиционных IP/MPLS маршрутизаторов, и допускать настройку устройства на работу в ТСП/IP сети.

В качестве задач, возникающих при выборе архитектурного облика СПУ можно выделить задачи выбора вида конвейера, выбора метода выделения заголовка пакета, выбора структур данных для ТК, задачу размещения инструкций сценариев обработки ПЕД в памяти. В докладе рассматриваются эти четыре задачи, приводятся их формальная постановка и возможные методы их решения.

Литература

1. Беззубцев С. О., Васин В.В., Волканов Д.Ю., Жайлауова Ш.Р., Мирошник В.А., Скобцова Ю.А, Смелянский Р.Л. Об одном подходе к построению сетевого процессорного устройства //Моделирование и анализ информационных систем. – 2019. – т. 26. – №. 1. – с. 39-62.
2. Orphanoudakis T., Perissakis S. Embedded Multi-Core Processing for Networking //Multi-Core Embedded Systems - 2010. - CRC Press - p. 399-463.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ СЖАТИЯ РАЗРЕЖЕННЫХ КОДОВ В КАНАЛЕ С АДДИТИВНЫМ БЕЛЫМ ГАУССОВЫМ ШУМОМ

Вотинцев А.К.¹, Волканов Д.Ю.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: alexeyvotintsev@yandex.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

Задача верного декодирования информации является одной из важнейших задач связи [1]. Во всех видах каналов связи возникают помехи при передаче пакетов. Они бывают разных видов, но для каждого из них нужно действенное решение. В работе рассматривается канал с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ) [2], используемый в основном при работе со спутниками. Это дорогой канал, который нужно использовать максимально эффективно, то есть, чтобы код достигал возможной пропускной способности данного канала. Используются коды разреженной регрессии [3], появившиеся в начале XXI-го века, которые для данного канала лучше остальных кодов решают проблему Шеннона, поставленную уже более 70ти лет назад, а именно "высокодостоверного оптимального декодирования с минимальной сложностью в непосредственной окрестности пропускной способности канала связи». Однако у кодов разреженной регрессии низкая скорость, поэтому работа направлена на изучение возможных методов сжатия потока передаваемых данных в используемых системах кодирования.

В данной работе составлен обзор декодеров, работающих в АБГШ канале, на основании которого выбран декодер приблизительной передачи сообщений для последующего анализа. Рассмотрена его программная реализация на языке Python. Проанализирован материал по сжатию данных, составлен обзор методов сжатия разреженных матриц и потоков, на основании которого выбрано 4 метода для последующего тестирования. В программную реализацию кодека добавлена поддержка выбранных методов сжатия и проведен сравнительный анализ используемых методов сжатия. Исследуемые методы позволяют сильно уменьшить объем передаваемых данных, но увеличивают время обработки данных при их распаковке и среднее количество ошибок при декодировании. В качестве возможного направления исследования планируется рассмотреть применение методов машинного обучения для сжатия разреженных кодов в каналах АБГШ.

Литература

1. Сагалович Ю.Л. Введение в алгебраические коды: учебное пособие. — М.: МФТИ, - 2007 - с.262.
2. Золотарев В.В., Овечкин Г.В. Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы/ Справочник. - М.: Горячая линия - Телеком. 2004 - с. 126.
3. Hsieh K., Venkataramanan R. Modulated sparse regression codes //2020 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). - IEEE, 2020. - p. 1432-1437.

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ ВЫРАВНИВАНИЯ ОБЛАКОВ ТОЧЕК

Дьяченко Д.С.¹, Никольский И.М.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра СКИ, e-mail: danil.dyach@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра СКИ, e-mail: nikolsky@cs.msu.ru

В последнее время широкое распространение получили технологии трёхмерного сканирования. Прибор (лидар, либо контактный сканер), сканирующий поверхность предмета, генерирует так называемые *облака точек* - множества точек трёхмерного пространства, которые могут состоять из тысяч и миллионов точек.

Облако точек является цифровым образом сканированного предмета. Для этого образа может быть поставлена задача распознавания. При решении этой задачи путём сравнения с элементами коллекции точечных образов возникает задача совмещения двух облаков точек, которое также называют выравниванием.

Классическим методом выравнивания является PCA (principal component analysis). Основным его конкурентом является ICP (iterative closest point). В данной работе предложена параллелизация ICP. Проведено сравнения качества выравнивания методами PCA и ICP. Предложен вариант параллелизации алгоритма ICP с использованием графического процессора. Разработана программная реализация оптимизированного алгоритма ICP с использованием параллельных вычислений на графическом процессоре NVIDIA.

Проведены эксперименты, подтверждающие ускорение обработки данных и повышение эффективности алгоритма.

Литература

1. Mohamed Chaouch, Anne Verroust-Blondet. Alignment of 3D models. Graphical Models, 2009, IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications 2008 – SMI '08, 71 (2), pp.63-76.
2. Zhang, Zhengyou. "Iterative point matching for registration of free-form curves and surfaces". 1994, International Journal of Computer Vision. 13 (12): 119–152.
3. P. Li, R. Wang, Y. Wang and W. Tao, "Evaluation of the ICP Algorithm in 3D Point Cloud Registration," in IEEE Access, vol. 8, pp. 68030-68048, 2020
4. C. Langis, M. Greenspan and G. Godin, "The parallel iterative closest point algorithm," Proceedings Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, Quebec City, QC, Canada, 2001, pp. 195-202
5. Krell G, Saeid Nezhad N, Walke M, Al-Hamadi A, Gademann G. Assessment of Iterative Closest Point Registration Accuracy for Different Phantom Surfaces Captured by an Optical 3D Sensor in Radiotherapy. Comput Math Methods Med. Epub 2017 Jan 9.
6. Christian Offner, Convergence characteristics of the ICP algorithm, 2022.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ЗАГРУЗКОЙ ОЧЕРЕДЕЙ МАРШРУТИЗАТОРА

Гарькавый И.С.¹

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, e-mail: garx@asvk.cs.msu.ru

В сетях нового поколения, таких как Network Powered by Computing, проблема минимизации задержки передачи данных является одной из ключевых из-за повышений требований приложений [1]. Одним из подходов к минимизации задержки является обеспечение сбалансированной загрузки очередей на портах сетевых маршрутизаторов. Этого можно достичь при помощи балансировки пакетов одного и того же потока по разным выходным портам маршрутизатора. Задача такой балансировки пакетов по очередям также востребована в магистральных сетях, сетях SD-WAN.

В работе задача по пакетной балансировки нагрузки по выходным портам маршрутизатора рассматривается в рамках теории оптимального управления.

В докладе представлена математическая модель функционирования маршрутизатора. Для каждого поступающего в маршрутизатор пакета задано множество допустимых выходных портов для его передачи. Функция управления отображает количество поступивших пакетов на матрицу распределения пакетов по выходным портам. Длина очереди в каждый момент времени определяется при помощи нелинейных разностных уравнений.

В рамках представленной модели поставлена задача оптимального управления загрузкой очередей. Требуется найти функцию управления, минимизирующую вариацию длин очередей на разных выходных портах на рассматриваемом временном интервале. То есть, поступающие в маршрутизатор пакеты должны распределяться по выходным портам маршрутизатора, равномерно заполняя очереди выходных портов.

Таким образом, в терминах построенной модели функционирования маршрутизатора поставлена задача оптимального управления загрузкой очередей, и показана актуальность поставленной задачи. В дальнейшем планируется исследовать методы решения этой задачи, такие как обучение с подкреплением, динамическое программирование, синтез управления с помощью методов природной оптимизации.

Литература

1. Smeliansky R. L. Network powered by computing // 2022 International Scientific and Technical Conference Modern Computer Network Technologies (MoNeTeC). – Moscow: IEEE, 2022.
2. Лемешко А. В., Симоненко Д. В. Динамическая модель балансировки буферных и канальных ресурсов транспортной сети телекоммуникационной системы // 2010 Проблемы телекоммуникаций. Харьков, Украина: № 2 (2), 2010. С. 42–49.
3. Ali A. S. Dynamic model of multipath routing supporting traffic engineering queues with packets priorities // 2015 Second International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology (PIC S&T). Kharkiv, Ukraine: IEEE, 2015. С. 79–81.
4. Lemeshko O., Lebedenko T., Al-Dulaimi A. Improvement of Method of Balanced Queue Management on Routers Interfaces of Telecommunication Networks // 2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies (AICT). Lviv, Ukraine: IEEE, 2019. С. 170–175.

О МЕТОДАХ ВЫДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИМИТИВОВ В ОБЛАКАХ ТОЧЕК

Сайбель Т.А.¹, Никольский И.М.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра СКИ, e-mail: saibeltimofei@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра СКИ, e-mail: nikolsky@cs.msu.ru

Эффективное выделение геометрических примитивов используется при решении многих прикладных задач. Среди них определение ориентации объекта в пространстве, выделение повторяющихся деталей в архитектурных моделях, задачи стереозрения роботов [1]. Так, например, выделение геометрических примитивов позволяет роботам анализировать окружающую среду и принимать эффективные решения при выполнении задач, таких как навигация, манипуляции объектами и планирование траектории движения [2]. В инженерии часто применяется представление цифровых образов деталей в виде совокупности примитивных форм [3].

Предлагаемый доклад посвящён выделению простейших геометрических форм в *облаках точек* - наборах точек пространства R^3 , полученных сканированием поверхности некоторого предмета. В отличие от многих работ, где выделяются всего три вида примитивов (плоскость, цилиндр, сфера), в данной работе рассматривается набор из пяти простейших форм - плоскость, цилиндр, сфера, конус и тор.

Выделение производится с помощью эффективного алгоритма RANSAC (Random Sample Consensus)[4]. Алгоритм RANSAC основан на итеративной рандомизации выборки точек и оценке параметров геометрических примитивов. Преимуществами рассматриваемого алгоритма являются высокая скорость работы, точность выделения геометрических примитивов и способность обрабатывать большие объемы данных.

В данной работе исследуемый алгоритм ускорен с использованием технологий MPI и CUDA. Показаны хорошая масштабируемость алгоритма на больших облаках точек и его применимость для нахождения близких объектов, устойчивое к смене конфигурации/позы.

Литература

1. T Varady, RR Martin, J Cox. Reverse engineering of geometric models—an introduction. Computer-aided design, 1997.
2. Illingworth J., J., Kittler J. A survey of the hough transform. Comput. Vision Graph. Image Process. 44, 1 (1988), 87–116.
3. Vosselman G., Gorte B., Sithole G., Rabbani T. Recognising structure in laser scanner point clouds. International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences 46, 8/W2 (2004), 33–38.
4. R Schnabel, R Wahl, R Klein. Efficient RANSAC for point-cloud shape detection. Computer graphics forum, 2007.

ОБ УПРАВЛЕНИИ ПЕРЕГРУЗКОЙ В НАЛОЖЕННЫХ КАНАЛАХ ПРИ ПОМОЩИ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Оконишников А.А.¹, Степанов Е.П.²

1) МГУ, факультет ВМК, кафедра АСВК, e-mail: a3.okonishnikov@mail.ru

2) МГУ, факультет ВМК, кафедра АСВК, e-mail: estepanov@lvk.cs.msu.ru

Одним из методов обеспечения качества сервиса являются алгоритмы управления перегрузкой (АУП). АУП позволяют контролировать размер окна перегрузки, определяющий интенсивность отправки пакетов в сеть. В работе разработан АУП, который учитывает прогноз параметров качества сервиса канала: вероятности потери пакета - Loss, задержки доставки пакета - RTT, доступной пропускной способности канала - R. Предполагается, что прогноз качества канала составлен на все время жизни транспортного потока.

Использование прогноза параметров качества сервиса канала в АУП позволяет избежать выбора неоптимального окна перегрузки, и как следствие повышенной задержки и неполного использования доступной пропускной способности. Разработка АУП на основе прогноза качества канала рассматривается в применении к сети Network powered by computing (NPC) [1], в которой периодически происходит мониторинг качества каналов. На основе этой информации можно построить прогноз, который будет использоваться в АУП.

Основной идеей рассматриваемого в работе подхода является поиск размера окна перегрузки методом градиентного бустинга из библиотеки CatBoost на основе входных признаков Loss, RTT, R. Данный метод выбран на основании сравнительного анализа доли ошибки методов машинного обучения с учителем на тестовой выборке, по итогам которого он показал наилучший результат с процентом ошибки 3.2% в метрике MAPE и был встроен в разработанный АУП.

В работе предложен алгоритм на основе BBRv2 [2], названный BBR FORECAST ML. В BBRv2 добавлено состояние FORECAST, в котором устанавливается размер окна перегрузки, рассчитанного при помощи метода градиентного бустинга. В данном состоянии АУП находится в начале работы и до тех пор, пока прогноз остается верным. В случае нарушения прогноза АУП переходит в состояние PROBE_RTТ [2] и действует далее по алгоритму BBRv2.

Проведено экспериментальное исследование разработанного алгоритма, в ходе которого на соединении под управлением разработанного алгоритма наблюдается увеличение задержки на канале по сравнению с минимальной в 1.163 раза, вместо 1.622 раза у CUBIC [3] и 1.477 раза у BBRv2 [2]. Также скорость отправки данных оказалась выше в 1.804 и 1.209 раз чем у CUBIC [3] и BBRv2 соответственно. Помимо этого, найдена область применимости алгоритма в пространстве переменных RTT, Loss, R. Проведен анализ возможных причин несоблюдения прогноза вне этой области. Разработан механизм распознавания нарушения прогноза, исследованы и проанализированы результаты его работы.

Литература

1. Smeliansky R. Network Powered by Computing: Next Generation of Computational Infrastructure. – 2023.
2. Cardwell N. et al. BBRv2: A model-based congestion control performance optimization //Proc. IETF 106th Meeting. – 2019. – С. 1-32.
3. Ha S., Rhee I., Xu L. CUBIC: a new TCP-friendly high-speed TCP variant //ACM SIGOPS operating systems review. – 2008. – Т. 42. – №. 5. – С. 64-74.

ОБ АРХИТЕКТУРЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОГО РАСПРЕДЕЛЕННОГО КОНТУРА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПРОГРАММНО-КОНФИГУРИРУЕМЫХ СЕТЕЙ

Пашков В.Н.

*МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра автоматизации систем
вычислительных комплексов, e-mail: pashkov@lvk.cs.msu.su*

В программно-конфигурируемых сетях (ПКС, SDN) в отличие от сетей с традиционной архитектурой контур управления и контур передачи данных физически разделены [1]. В контур управления входят контроллер с набором приложений, которые осуществляют постоянный мониторинг состояния сети, логически централизованное программное управление конфигурациями сетевых устройств (коммутаторов) и управление потоками данных в сети. Одновременно с этим контроллер является единой точкой отказа в сети. Сбой сервера, перебой с питанием, программные ошибки контроллера и его приложений, уязвимости в системе безопасности или несанкционированный доступ к контроллеру могут привести к отказу ПКС контроллера и недоступности контроллера для коммутаторов сети. Это может стать причиной частичной или полной потери управления сетью, отказу сети и недоступности сетевых сервисов для конечных пользователей.

Одним из основных способов обеспечения отказоустойчивости управления в ПКС сети является организация физическое распределенного контура управления из множества взаимодействующих друг с другом контроллеров и резервирование ресурсов в контуре управления [2]. Таким образом, актуальной является задача организации и выбора отказоустойчивой конфигурации распределенного контура управления для дальнейшего практического внедрения технологий ПКС в реальных сетях.

В работе приводится архитектура, принципы организации и метод выбора конфигурации отказоустойчивой распределенной платформы управления на основе резервирования контроллеров, резервирования активных управляющих соединений между коммутаторами и контроллерами, резервирования вычислительных ресурсов контроллеров и алгоритмов обнаружения угроз и восстановления управления сетью.

Метод выбора конфигурации распределенной платформы управления включает в себя следующие аспекты: выбор размещения контроллеров в узлах ПКС сети, определение оптимального количества контроллеров для сети, выбор основного и резервных контроллеров для каждого коммутатора сети. В качестве основного критерия оптимизации размещения контроллеров и организации управления коммутаторами является средняя задержка и задержка в худшем случае на передачу управляющих сообщений между коммутатором и основным контроллером. Восстановление управления сетью в случае единичного отказа контроллера платформы управления обеспечивается за счет перераспределения управления коммутаторами между заранее выбранными данным методом исправными контроллерами распределенной платформы управления.

Литература

1. Смелянский Р.Л. Программно-конфигурируемые сети // Открытые системы. СУБД. 2012. №9. С. 15-26.
2. Pashkov V.N. Design of Highly Available Distributed Control Plane for Software-Defined Networks // Proceeding of the 4-th International Science and Technology Conference «Modern Network Technologies» (MoNeTec-2022). IEEE, Moscow, 2022.

РЕАЛИЗАЦИЯ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ СЕМЕЙСТВА LENIA НА ГРАФИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЯХ

Федоров В. В.¹, Ершов Н.М.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра СКИ, e-mail: vlad.fedorov.2001@mail.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, ф-т ВМК, кафедра АНИ, e-mail: ershov@cs.msu.ru

Данная работа посвящена реализации высокопроизводительной программы, вычисляющей состояния клеточных автоматов семейства Lenia, при помощи платформы CUDA.

Был произведен обзор данного семейства клеточных автоматов и его возможностей, был предложен алгоритм вычисления состояний трехмерной версии Lenia, который был реализован на платформе CUDA. Полученная программа была сравнена в скорости работы с аналогичной программой на CPU. Наконец, был предложен способ визуализации трехмерного состояния клеточного автомата при помощи двумерных срезов.

Литература

1. Chan B. W.-C. Lenia: Biology of Artificial Life // Complex Systems. — 2019. — Vol. 28, no. 3. — P. 251–286.
2. Chan B. W.-C. Lenia and Expanded Universe // Artificial Life Conference Proceedings. — 2020. — No. 32. — P. 221–229.
3. P34K1N / lenia3d_cuda [Электронный ресурс]. —
4. URL: https://github.com/P34K1N/lenia3d_cuda (дата обр. 28.05.2023).

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МНОГОАГЕНТНОГО МЕТОДА МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ БАЛАНСИРОВКИ ТРАФИКА

Плакунов А.В.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, кафедра АСВК, e-mail: aplakunov@arccn.ru

Повышение производительности сетевого оборудования и внедрение программно-коммутируемых сетей открывают новые возможности для разработки алгоритмов, повышающих эффективность работы сети: маршрутизаторы могут использовать больше вычислительной мощности, и собирать дополнительную информацию о качестве сервиса на канале. Однако повышаются и требования к таким алгоритмам: так, согласно [1], за 5 лет предсказан рост общего количества устройств, подключенных к сети Интернет, с 18 до 29 миллиардов. Пропорционально будет расти и количество потоков в сети. Это означает, что загрузка каналов сети может резко меняться за короткий промежуток времени. Поэтому алгоритмы балансировки трафика, способные быстро реагировать на изменения, становятся особенно актуальны. Централизованный подход к балансировке трафика требует дополнительной задержки на сбор информации и принятие решения, поэтому в последнее время исследования по повышению эффективности балансировки трафика сместились в сторону многоагентных алгоритмов машинного обучения [2].

В работе предложен метод балансировки трафика, сочетающий в себе поиск маршрутов в графе, консистентное хеширование и машинное обучение. Так как каждый маршрутизатор в сети выбирает следующий узел независимо от других, алгоритм поиска маршрутов должен обеспечить отсутствие циклов в пути для пакета. Это достигается с помощью преобразования графа сети в ориентированный ациклический граф. Новизна метода состоит в возможности использования для балансировки более широкого множества маршрутов, в том числе не являющихся кратчайшими.

Алгоритмы консистентного хеширования широко применяются для балансировки трафика за счет свойства сохранения маршрутов для потоков при изменении топологии сети. Используемый в работе алгоритм Weighted DxDHash использует заданные веса для каналов, влияющих на количество потоков, направляемых по соответствующему пути. В работе предложен многоагентный метод машинного обучения, вычисляющий данные веса так, чтобы повысить эффективность балансировки трафика во всей сети.

Было проведено экспериментальное исследование, которое показало повышение эффективности балансировки трафика с возрастанием средней загрузки каналов в сети. Так как в процессе работы алгоритма маршрутизаторам необходимо передавать внутреннюю информацию своим соседям, скорость сходимости исследована в зависимости от числа таких обменов. Наивысшая скорость достигается при низком числе обменов. Также показано, что применение данного алгоритма позволяет снизить отклонение загрузки каналов от средней загрузки в сети по сравнению с классическими алгоритмами балансировки (ЕСМР и УСМР) до значений, сопоставимых с централизованным генетическим алгоритмом.

Литература

1. Cisco Annual Internet Report, 2018-2023 [Electronic resource]. Available at: <https://www.cisco.com/c/en/us/solutions/collateral/executive-perspectives/annual-internet-report/white-paper-c11-741490.html> (accessed 20.10.2023)
2. Bernárdez G., Suárez-Varela J., López A., Bo Wu, et al. Is machine learning ready for traffic engineering optimization? // 2021 IEEE 29th International Conference on Network Protocols (ICNP) – IEEE – 2021.

СИСТЕМА СБОРА, ХРАНЕНИЯ И ОБРАБОТКИ СЕТЕВОГО ТРАФИКА ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ АЛГОРИТМОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ГЕТЕРОГЕННЫХ КАНАЛОВ В СЕТЯХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ⁴

Рязанов А.М.¹, Волканов Д.Ю.², Зуев Н.В.³

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: alryaz@asvk.cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: volkanov@asvk.cs.msu.ru

3) МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики космоса,
e-mail: zuev.nv.forwork@gmail.com

4) Работа выполнена при поддержке Программы развития МГУ, проект №23-Ш03-03. Для сбора и хранения трасс сетевого трафика была использована инфраструктура ЦКП «Информатика» ФИЦ ИУ РАН

В современных условиях критически важным является создание суверенных решений в области алгоритмического обеспечения управления сетями передачи данных (СПД). Известные подходы и продукты, нельзя назвать полностью российскими. Во-первых, они содержат ряд модулей, являющихся либо проприетарным, либо свободно распространяемым зарубежным программным обеспечением. Во-вторых, упомянутые интеллектуальные средства сетевого управления обучаются на основе иностранных репозиторий. Поэтому одной из ключевых задач в области алгоритмического обеспечения управления СПД является формирование обучающих наборов, которые могут быть использованы для решения задач анализа и прогнозирования качества гетерогенных каналов.

Задача расчёта и прогноза всех четырех параметров качества обслуживания (КО) в литературе практически не рассматривается (в качестве исключений можно упомянуть статьи [1] и [2]), поэтому в работе предложены методы расчёта показателей КО (скорость передачи, задержка, джиттер и коэффициент потерь) по данным собранным в ТСТ. Например, коэффициент потерь на промежутке времени считается как доля потерянных пакетов во второй точке ко всем отправленным в первой точке.

В данной работе рассматривается задача подготовки тренировочных данных для обучения алгоритмов прогнозирования оценки КО СПД. В дальнейшем планируется формализовать задачу прогнозирования значений показателей КО и исследовать методы её решения на основе вероятностно-статистических подходов и методов машинного обучения.

Литература

1. Yang H. et al. A Technical Research towards 5G SLA: System Definition, Sense and Assurance Solution //2021IEEE 21st International Conference on Communication Technology (ICCT). – IEEE, 2021. – p. 462-471.
2. Ahmad N., Wahab A., Schormans J. Importance of cross-correlation of QoS metrics in network emulators to evaluate QoE of video streaming applications //2020 11th International Conference on Network of the Future (NoF). - IEEE, 2020. - p. 43-47.

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ХРАНЕНИЯ КОНФИГУРАЦИЙ В БЛОКЧЕЙН-ХРАНИЛИЩЕ КОНТРОЛЛЕРА ПКС RUNOS

Шибяев П.П., Писковский В.О.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: pshibaev@lvk.cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АСВК,
e-mail: vpiskovski@lvk.cs.msu.ru

RUNOS — распределенный контроллер SDN/OpenFlow с открытым исходным кодом. Одним из таких приложений является самообучающийся коммутатор уровня 2 [1], который облегчает обмен кадрами между устройствами в сети.

Данные хранятся в виде набора кортежей вида $(dp_id, ethaddr, in_port)$, где dp_id — уникальный идентификатор свитча OpenFlow, $ethaddr$ — MAC-адрес, in_port — входящий порт (т.е. порт, на который получен пакет). Существующие решения на основе традиционных базы данных не защищены от подмены данных, достаточно сложно проводить аудит их безопасности.

Выполнено сравнение производительности предлагаемого решения для хранения данных на основе блокчейна для RUNOS с традиционным решением на основе NoSQL базы данных типа “ключ-значение” Redis. Блокчейн создан с помощью Cosmos SDK — библиотеки для разработки специализированных блокчейнов. Сетевое взаимодействие, обмен транзакциями и безопасность осуществляются с помощью платформы на основе алгоритма консенсуса Tendermint Core [2].

Блокчейн-приложение развернуто в 4 экземплярах на отдельных машинах. Также присутствует экземпляр сетевого контроллера RUNOS, на котором запущено приложение L2 Learning Switch, написанное на языке C++. Произведены тестовые запуски, которые продемонстрировали совместимость и корректную работу компонентов стенда.

С увеличением числа узлов происходит увеличение среднего времени выполнения операций, что объясняется накладными расходами для достижения консенсуса между узлами блокчейна и сложностью структуры данных, которую он поддерживает. При этом повышается отказоустойчивость хранилища (гарантируется корректная работа при условии, что активно более 2/3 узлов блокчейн-сети).

В дальнейшем производительность решения на основе блокчейна может быть дополнительно оценена в различных сценариях рабочей нагрузки с использованием больших наборов данных, чтобы обеспечить более всесторонний анализ его возможностей.

Литература

1. Пример из документации с L2 Learning Switch [Электронный ресурс]. URL: https://arccn.github.io/runos/docs-2.0/eng/31_tutorial_01.html / (дата обращения: 19.10.2023).
2. Amoordon A., Rocha H. Presenting Tendermint: Idiosyncrasies, weaknesses, and good practices //2019 IEEE International Workshop on Blockchain Oriented Software Engineering (IWBOSE). – IEEE, 2019. – С. 44-49.
3. Репозиторий с исходными кодами блокчейн-приложения [Электронный ресурс]. URL: https://github.com/shibaeff/runos_chain/ (дата обращения: 17.05.2023).

Секция: «Теория вероятностей и математическая статистика»

О МЕТОДЕ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГАММА-ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ВЫБОРКЕ СО СЛАБО ЗАВИСИМЫМИ КОМПОНЕНТАМИ

Кудрявцев А.А.^{1,2}, Шестаков О.В.^{1,2,3}

1) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: aakudryavtsev@cs.msu.ru, oshestakov@cs.msu.ru*

2) *Московский центр фундаментальной и прикладной математики*

3) *Федеральный исследовательский центр “Информатика и управление” Российской академии наук*

Большую роль в прикладной теории вероятностей и математической статистике играют гамма- и бета-классы распределений, зарекомендовавшие себя удобными и эффективными инструментами при моделировании многих реальных процессов. Обобщенное гамма-распределение (распределение Аморозо с нулевым сдвигом) и обобщенное бета-распределение второго рода (распределение Макдональда) представляют собой довольно широкие классы, включающие распределения, обладающие экстремальными энтропийными свойствами, а также такими полезными свойствами, как, например, безграничная делимость и устойчивость, что позволяет использовать распределения из этих классов в качестве асимптотических аппроксимаций в различных предельных теоремах. В докладе рассматривается распределение, тесно связанное с перечисленными популярными распределениями, а именно – гамма-экспоненциальное распределение.

Гамма-экспоненциальное распределение обобщает распределение Аморозо с нулевым сдвигом и дает в пределе при параметре изгиба, стремящимся к единице, распределение Макдональда.

В докладе обсуждается асимптотическая нормальность оценок параметров гамма-экспоненциального распределения, полученных при помощи модифицированного метода моментов, в случае зависимых компонент выборки при детерминированном объеме выборки.

В ряде задач приходится рассматривать выборку из зависимых компонент. Такие ситуации возникают, например, при анализе различных геофизических процессов и анализе помех в коммуникационных каналах. В докладе рассматривается слабая зависимость компонент выборки, означающая ослабевание зависимости в последовательности между «прошлым» и «будущим».

Для оценок параметров изгиба и масштаба гамма-экспоненциального распределения при фиксированных параметрах формы и концентрации доказана центральная предельная теорема в случае, когда максимальный коэффициент корреляции между элементами выборки стремится к нулю. Метод доказательства основан на исследовании спектральной плотности выборки и результатах теории стационарных случайных последовательностей.

Обсуждаемые результаты планируется использовать для обоснования асимптотической нормальности оценок параметров дигамма-распределения, обобщающего распределение Аморозо с нулевым сдвигом, распределение Макдональда и гамма-экспоненциальное распределение.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 22-11-00212); исследования проводились в рамках программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

СРЕДНЕКВАДРАТИЧНЫЙ РИСК МЕТОДА КОНТРОЛЯ ДОЛИ ЛОЖНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ В ЗАДАЧЕ МНОЖЕСТВЕННОЙ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ ДЛЯ РАЗРЕЖЕННЫХ СЛАБО ЗАВИСИМЫХ ДАННЫХ

Воронцов М.О.^{1,2}, Шестаков О.В.^{1,2,3}

1) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики, e-mail: m.vtsov@mail.ru, oshestakov@cs.msu.ru*

2) *Московский центр фундаментальной и прикладной математики*

3) *Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской академии наук*

В современных приложениях статистики зачастую требуется обрабатывать большие массивы зашумленных данных – источниками шума могут выступать помехи и несовершенство оборудования. Примерами являются исследования в области генетики с возникающими в них задачами множественной проверки гипотез, задачи обработки изображений с высоким разрешением и другие прикладные проблемы. При этом массив данных зачастую допускает некоторое разреженное представление, при котором абсолютное значение большинства элементов массива равно нулю или имеет достаточно малые значения. Возникающая в приложениях задача выявления значимых элементов массива (значимых признаков) и удаления шума математически эквивалентна задаче множественной проверки гипотез.

В докладе рассматривается задача нахождения оценки неизвестного вектора μ как функции x в модели данных $x_i = \mu_i + z_i, i = 1, \dots, n$, где данные $x_i \in \mathbb{R}$, а шум $z_i \sim N(0, \sigma^2)$. В работе [1] для решения указанной задачи в условиях независимости компонент вектора x и разреженности вектора μ была использована процедура построения оценки $\widehat{\mu}_F$ вектора μ , основанная на методе контроля ожидаемой доли ложных отклонений (false discovery rate, FDR) гипотез, ранее предложенном в работе [2] для решения задачи множественной проверки гипотез. В работе [1] также было проведено исследование асимптотики риска построенной оценки.

В то же время в определенных приложениях – например, при исследовании геофизических процессов и анализе помех в телекоммуникационных каналах – условие независимости компонент вектора данных x может не выполняться. В докладе исследуется асимптотика среднеквадратичного риска метода контроля доли ложных отклонений в случае, когда μ принадлежит одному из классов разреженности L_0 или L_p , а компоненты вектора x являются слабо зависимыми – имеют соответствующим образом убывающий коэффициент сильного перемешивания.

Литература

1. Abramovich F., Benjamini Y., Donoho D., Johnstone I. Adapting to Unknown Sparsity by controlling the False Discovery Rate // *The Annals of Statistics* (2006) 34. № 2. P. 584–653.
2. Benjamini Y., Hochberg Y. Controlling the false discovery rate: a practical and powerful approach to multiple testing // *Journal of the Royal Statistical Society Series* (1995) 57. № 1. P. 289–300.

МОДЕЛИ РИСКА НЕВОЗВРАТА КРЕДИТОВ

Хохлов Ю.С.¹, Роор Д.Д.²

1) МГУ, факультет ВМК, кафедра математической статистики,
e-mail: yskhokhlov@yandex.ru

2) МГУ, факультет ВМК, кафедра математической статистики,
e-mail: dan.roor@yandex.ru

В докладе рассматривается задача оценки величины невозврата кредита банку заемщиками средств. Ранее эта задача рассматривалась для ситуации, когда все заемщики брали кредиты только одного типа. Было показано, что в этом случае средняя величина невозврата может быть представлена в виде произведения трех сомножителей: вероятности появления дефолта, потерь в случае дефолта и подверженности экономическому риску. Все расчеты существенно опирались на анализ модели коллективного риска при описании динамики капитала банка. В случае распределения с тяжелым хвостом величины потерь отдельного заемщика была получена некоторая оценка.

Анализ поведения заемщиков в последнее время показал, что они часто берут одновременно несколько кредитов разного типа. В этом разные компоненты риска заемщика будут зависимы, что вносит дополнительные трудности. В нашем докладе мы предлагаем некоторую модель динамики капитала банка, в которой мы существенно используем идеи, предложенные в работе (Иванова и Хохлов (2005)). Для нашей задачи мы предлагаем несколько вариантов учета убытка, связанного с невозвратом (или неполным возвратом) кредита. Для каждого варианта рассматривается свой способ оценки понесенного убытка. Как и ранее основным является случай, когда распределение величины ущерба имеет тяжелый хвост, но в многомерном случае. При этом мы существенно используем идеи и методы, развитые ранее при анализе одномерной модели.

Это исследование было проведено в соответствии с научной программой Московского центра фундаментальной и прикладной математики и факультета вычислительной математики и кибернетики Московского университета.

Литература

1. Иванова Н.Л., Хохлов Ю.С., Многомерная модель коллективного риска. //Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2005, № 3. С. 35-43.

ОЦЕНКИ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ СМЕШАННЫХ ПУАССОНОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ СУММ К ДИСПЕРСИОННО- СДВИГОВЫМ НОРМАЛЬНЫМ СМЕСЯМ

Шевцова И.Г.¹, Макаренко В.А.¹, Королев В.Ю.¹

*1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК,
кафедра математической статистики, e-mail: ishevtsova@cs.msu.ru*

В докладе будут изучаются точность аппроксимации распределений смешанных пуассоновских случайных сумм независимых одинаково распределенных скошенных случайных величин, дисперсионно-сдвиговыми смесями нормальных распределений. При этом предполагается, что математическое ожидание случайных слагаемых пропорционально их дисперсии, а точность аппроксимации изучается в равномерной метрике и оценивается в терминах первых трех центральных моментов с помощью интегрирования соответствующего аналога (см. [1]) неравенства Берри-Эссеена для пуассоновских случайных сумм по параметру пуассоновского индекса. Полученная оценка имеет довольно простой и явный вид вплоть до значений входящих в нее констант.

Литература

1. Makarenko V., Shevtsova I. Delicate comparison of the central and non-central Lyapunov ratios with applications to the Berry-Esseen inequality for compound Poisson distributions //Mathematics (2023) **11**, Article No. 625.

ОБ АНАЛОГАХ НЕРАВЕНСТВ ЭССЕЕНА–ВАНГА–АХМАДА И РОЗОВСКОГО ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ СУММ

Макаренко В.А.

ВМК МГУ, кафедра математической статистики, e-mail: vlamakarenko@mail.ru

Пусть X_1, X_2, \dots - независимые случайные величины с функциями распределения $F_k(x) = \mathbb{P}(X_k < x)$ и такие, что для любых

$$\mathbb{E}X_k = 0, \quad \sigma_k^2 := \mathbb{E}X_k^2 < +\infty, \quad B_n^2 := \sum_{k=1}^n \sigma_k^2 > 0, \quad n, k \in \mathbb{N}.$$

Для $k, n \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$ обозначим

$$S_n = X_1 + \dots + X_n, \quad \bar{F}_n(x) = \mathbb{P}(S_n < xB_n), \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2/2} dt,$$

$$\Delta_n = \Delta_n(F_1, \dots, F_n) = \sup_{x \in \mathbb{R}} |\bar{F}_n(x) - \Phi(x)|,$$

$$\sigma_k^2(z) = \mathbb{E}X_k^2 \mathbf{1}(|X_k| \geq z), \quad \mu_k(z) = \mathbb{E}X_k^3 \mathbf{1}(|X_k| < z).$$

Обозначим через \mathcal{G} класс положительных неубывающих функций $g(z)$, определенных для $z > 0$ и таких, что $z/g(z)$ не убывает.

Для любых $n \in \mathbb{N}$, $\varepsilon > 0$, $\gamma > 0$, $g \in \mathcal{G}$ справедливы неравенства [1-5]

$$\Delta_n \leq \frac{C_E(\varepsilon, \gamma)}{B_n^2 g(B_n)} \cdot \sup_{0 < z < \varepsilon B_n} \left(\frac{g(z)}{z} \left(\gamma \left| \sum_{k=1}^n \mu_k(z) \right| + z \sum_{k=1}^n \sigma_k^2(z) \right) \right), \quad (1)$$

$$\Delta_n \leq \frac{C_R(\varepsilon, \gamma)}{B_n^2 g(B_n)} \cdot \left(\gamma \frac{g(\varepsilon B_n)}{\varepsilon B_n} \left| \sum_{k=1}^n \mu_k(\varepsilon B_n) \right| + \sup_{0 < z < \varepsilon B_n} g(z) \sum_{k=1}^n \sigma_k^2(z) \right), \quad (2)$$

где функции C_E, C_R зависят только от ε и γ . В докладе представлены аналоги неравенств (1) и (2) для пуассон-биномиальных, пуассоновских и смешанных пуассоновских случайных сумм.

Литература

1. Esseen C.G. On the remainder term in the central limit theorem // Arkiv för Matematik. — 1969. — Vol. 8, no. 2. — Pp. 7–15.
2. Розовский Л.В. О скорости сходимости в теореме Линдберга–Феллера // Вестник Ленинградского университета. — 1974. — No 1. — С. 70–75.
3. Wang N., Ahmad I.A. A Berry–Esseen Inequality without Higher Order Moments // The Indian Journal of Statistics. — 2016. — Vol. 78. — Pp. 180–187.
4. Gabdullin R.A., Makarenko V.A., Shevtsova I.G. Esseen–Rozovskii type estimates for the rate of convergence in the Lindeberg theorem // Journal of Mathematical Sciences. — 2018. — Vol. 234, no. 6, Pp. 847–885.
5. Gabdullin Ruslan, Makarenko Vladimir, Shevtsova Irina. On Natural Convergence Rate Estimates in the Lindeberg Theorem // Sankhya. Series A. (2008). — 2020. — Pp. 1–18.

ИССЛЕДОВАНИЕ БИОЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ЛЕКАРСТВЕННЫХ ПРЕПАРАТОВ

Захарова Т.В.¹, Панов П.В.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК. Кафедра математической статистики,
e-mail: tvzaharova@mail.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК. Кафедра математической статистики,
e-mail: mazinmind@yandex.ru

В работе рассматривается задача проверки лекарственных препаратов на биоэквивалентность. Исследования биоэквивалентности лежат в основе воспроизведения лекарственных препаратов, подтвердивших свою эффективность и безопасность. Основным методом проверки гипотезы биоэквивалентности является процедура двух односторонних тестов Шуирманна. Она используется в течение многих лет и подтвердила свою пригодность для доказательства эквивалентной биодоступности.

Одна из проблем исследований биоэквивалентности — наличие пропущенных данных. Ранее было показано, что при потере данных уровень значимости критерия повышается. Так как объем исследуемых данных достаточно мал, то необходимо повысить чувствительность критерия для установления различий между кривыми концентрации действующего вещества различных лекарственных препаратов.

Авторами разработан новый подход, заключающийся в построении последовательности критериев, основанных на сравнении определенных частей площади под кривой концентрации. В классическом случае для оценки биоэквивалентности сравнивалась сразу вся площадь под кривой концентрация-время. Данный параметр, несмотря на содержащуюся информацию об экспозиции действующего вещества в соответствующие моменты времени, не содержит информации о форме кривой.

В работе доказано, что критерий, построенный по новому алгоритму, имеет меньшую ошибку первого рода при той же мощности критерия, как и у классического критерия Шуирманна. Риск пациента при этом снижается, а риск производителя не увеличивается. Отметим, что новый критерий обобщает классический критерий Шуирманна, сохраняя его полезные свойства. Предложенный метод был протестирован на модельных данных, в условиях, приближенных к реальным.

Литература

1. Schuirmann D.J. A comparison of the Two One-Sided Tests procedure and the power approach for assessing the equivalence of average bioavailability // J. Pharmacokinetics and Bio-pharmaceutics. 1987. 15, P. 657-680.
2. Захарова Т. В., Тархов А. А. Оценка уровня значимости критерия Шуирманна для проверки гипотезы биоэквивалентности при наличии пропущенных данных // Информатика и ее применения. — 2019. — Т. 13, № 3. — С. 58–62.
3. Драницына М. А., Захарова Т. В., Панов П. В. Проверка гипотез био-эквивалентности лекарственных препаратов // Вестник Московского университета. Серия 15: Вычислительная математика и кибернетика. — 2023. — № 4 (в печати).

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКОВ НЕЙРОННОЙ АКТИВНОСТИ В МНОГОДИПОЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Захарова Т.В.¹, Сабиров А.И.²

- 1) кафедра МС факультета ВМК МГУ, e-mail: tvzaharova@mail.ru
- 2) кафедра МС факультета ВМК МГУ, e-mail: a.i.sabirov@yandex.ru

Магнитоэнцефалография производит большой объем данных, и их обработка с целью локализации источников сигнала с заданной точностью — это некорректная, но очень востребованная задача.

Методы решения обратной задачи магнитоэнцефалографии активно разрабатываются. Наиболее распространенные и эффективные методы накладывают ограничения на пространство решений, позволяющие упростить задачу и найти возможное решение. Однако эти ограничения в основном никак не связаны с физическими свойствами системы.

В работе предлагается использовать метод независимых компонент для разложения обратной многодипольной задачи в множество однодипольных. Выбор метода основан на свойстве независимости различных функциональных зон головного мозга.

Для решения однодипольных задач рассматривается аналитический метод решения через точки экстремумов нормальных к поверхности головы компонент векторов магнитной индукции. Также предлагаются новые эвристические методы решения, связанные с поиском плоскости на которой лежит диполь и дипольный момент.

Для проверки эффективности методов используется решение прямой задачи в условиях шарообразного объема головы с одинаковой проводимостью и ее моделирование с целью создания синтетического набора данных.

Композиция метода независимых компонент и любого из предложенных методов решения однодипольных задач имеет высокую точность решения обратных многодипольных задач. Более того, многослойность данного решения представляет гибкий алгоритм, который можно специализировать под более узкие и реалистичные задачи.

Литература

1. Hyvarinen A., Karhunen J., Oja E. (2001) Independent component analysis. Wiley. ISBN 0-471-22131-7
2. Karpov P. I., Zakharova T. V. Magnetoencephalography inverse problem in the spheroid geometry // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2019. Т. 27, No 2. С. 159-169.
3. Dassios G. The magnetic potential for the ellipsoidal MEG problem // Journal of Computational Mathematics, 2007. Vol. 25, pp. 145-156.
4. Zakharova T. V., Sabirov A. I. Solving the inverse magnetoencephalography problem in the multidipole model // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2023. — Vol. 47, no. 3. — P. 135–140.

О ДВУХ МОДЕЛЯХ СМЕШАННЫХ ПРИОРИТЕТОВ В СИСТЕМАХ ВИДА M | G | 1

Берговин А.К.¹, Ушаков В.Г.²

1) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет
Вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики,
e-mail: alexey.bergovin@gmail.com*

2) *Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет
Вычислительной математики и кибернетики, кафедра математической статистики,
e-mail: vgushakov@mail.ru*

В данном докладе рассматривается приоритетная система массового обслуживания с пуассоновским входящим потоком, произвольным временем обслуживания заявок, одним обслуживающим прибором и неограниченным числом мест для ожидания. После поступления заявки, она отправляется в один из приоритетных классов с заданной вероятностью. Основной особенностью рассматриваемой системы является смешанная приоритетная дисциплина. В докладе рассмотрены две приоритетные модели. Модель №1: между некоторыми классами действует дисциплина относительного приоритета, между остальными – дисциплина абсолютного приоритета с обслуживанием заново прерванного требования. Модель №2: между некоторыми классами действует дисциплина абсолютного приоритета с потерей прерванного требования, между остальными – дисциплина абсолютного приоритета с обслуживанием заново прерванного требования. Необходимость исследования систем со смешанной приоритетной дисциплиной обусловлена тем, что, при анализе и моделировании реальных систем обслуживания, игнорирование наличия смешанной приоритетной дисциплины приводит к некорректным результатам, например, при оценке вероятностных характеристик системы.

Используя метод дополнительных компонент при построении математической модели данной системы, и, решив получившиеся системы обыкновенных дифференциальных уравнений для каждой из описанных выше моделей, было найдено преобразование Лапласа совместной производящей функции количества заявок каждого приоритетного класса в системе в нестационарном режиме.

Литература

1. Матвеев В.Ф., Ушаков В.Г. Системы массового обслуживания. М.: Изд-во Московского ун-та, 1984. 240с
2. Jaiswal N.K. Priority queues. – New York and London: Academic press, 1968. 240 p.
3. Cho Y., Un C. Analysis of the M/G/1 queue under a combined preemptive/nonpreemptive priority discipline // IEEE Trans. Commun. — 1993. — Vol. 41. — P. 132—141.

СУЩЕСТВОВАНИЕ СИЛЬНОГО РЕШЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В КЛАССЕ L_p , $1 < p < 2$.

Савушкин Е.В.

1) АКЦ ФИАН, e-mail: esavushkin@yandex.ru

Теоремы существования и единственности играют важную роль в различных приложениях математики, при обосновании корректности поставленных задач.

Классическим результатом о существовании сильного решения является теорема Ито¹. Далее Ямадо и Ватанаби² показали, что сильное решение существует, если есть слабое и оно единственно по траекториям. Позже Звонкин³ показал, что существует преобразование позволяющее избавиться от сноса. Крылов⁴ показал, что результат Звонкина верен в случае измеримых сноса и диффузии, а Веретенников⁵ улучшил его результат для многомерного случая.

Цель данной работы показать, что существует сильное решение СДУ:

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(s, X_s) ds + \int_0^t \sigma(s, X_s) dW_s, 0 < t < T \quad (1)$$

для случайных процессов из класса L_p , где $1 < p < 2$. Для доказательства использован метод последовательных приближений, как и в теореме Ито¹.

Доказательство теоремы можно разбить на три части – показать прогрессивную измеримость последовательных приближений, показать, что последовательные приближения являются процессами из класса L_p , показать, что последовательные приближения образуют фундаментальную последовательность в L_p . При доказательстве используются различные виды неравенства Йенсена, мартингалное неравенство Новикова⁶ - $E|\int_0^t f(s, W_s) dW_s|^p \leq B_p E\left(\int_0^t |f(s, W_s)|^p ds\right)^{\frac{p}{2}}$, $p > 0$, $B_p = const$ и обратное неравенство Йенсена⁷.

Доказана следующая теорема: Пусть функции b и σ удовлетворяют следующим условиям: $|b(t, x) - b(t, y)| + |\sigma(t, x) - \sigma(t, y)| \leq L|x - y|$; $x, y \in R, t \in [0, T]$, $b^2(t, x) + \sigma^2(t, x) \leq c(1 - x^2)$, $x \in R, t \in [0, T]$. Пусть величина Z является \mathfrak{F}_0 -измеримой, причем $EZ^p < \infty$, $1 < p < 2$. Тогда существует единственное сильное решение СДУ (1) с начальным условием $X_0 = Z$, такое что $X_t \in L_p(\Omega)$ для любого $t \in [0, T]$ и функция EX_t^p , $1 < p < 2$ ограничена на $[0, T]$.

Литература

1. Булинский А.В. Ширяев А.Н. Теория случайных процессов //М.:Физматлит(2005) с.261-265
2. Yamada T. Watanabe S. On the Uniqueness of Solutions of Stochastic Differential Equations //J. Math. Kyoto Univ. – 1971 – V.11. p.155-167
3. Звонкин А.К. Преобразование фазового пространства диффузионного процесса, уничтожающее снос //Матем. сб. – 1974 – Т93(135).№1.с.129–149
4. Крылов Н.В. Об одной оценке из теории стохастических интегралов //Теория вероятностей и ее применения – 1971 – Т16.с.446-457
5. Веретенников А.Ю. О сильных решениях стохастических дифференциальных уравнений //Теория вероятн. и ее примен. – 1979 – Т24.№2.с.348–360
6. Novikov A.A. On Moment Inequalities for Stochastic Integrals//Theory of Probability and Its Applications – 1971 – V.16(3). p.538–541.
7. Takahashi S. E. et al. An inverse type of Jensen's inequality//Mathematica Japonica – 1999 – V.50. p.85-92.

КВАЗИ-СТЕПЕННЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Королев В.Ю.

*Факультет ВМК МГУ, кафедра математической статистики,
e-mail: vkorolev@cs.msu.ru*

Примерно 40 лет назад Ю. В. Прохоров высказал предположение, что распределения всех нечетных степеней нормально распределенных случайных величин являются масштабными смесями нормальных законов. Справедливость этого предположения была анонсирована в краткой заметке Э. Багирова [1], аспиранта Ю.В. Прохорова. Полное доказательство соответствующего результата приведено в кандидатской диссертации Э. Багирова. Однако в указанных работах смешивающие распределения не были указаны в явном виде.

Некоторые недавние результаты автора о свойствах различных распределений позволяют дать решение более общей задачи и в более-менее явном виде описать распределения степеней нормальных случайных величин с нулевым средним для всех вещественных показателей, превосходящих 2.

Возможность представления распределения вероятностей в виде (сдвиг-масштабной) смеси нормальных законов важна по следующим причинам.

Во многих прикладных задачах данные представляют собой временной ряд, то есть значения некоторого случайного процесса $X(t)$, наблюдаемые в равноотстоящие моменты времени. При этом предполагается, что случайный процесс $X(t)$ задается стохастическим дифференциальным уравнением $dX(t)=A(t)dt+B(t)dW(t)$, где $A(t)$ и $B(t)$ – вообще говоря, случайные и неизвестные коэффициенты, а $W(t)$ – винеровский процесс (броуновское движение). Поскольку приращения $W(t)$ имеют нормальные распределения, приращения процесса $X(t)$ (и следовательно, приращения наблюдаемого временного ряда) имеют нормальные распределения "со случайными параметрами", то есть имеют вид (сдвиг-масштабных) смесей нормальных законов.

Это означает, что для построения эффективных алгоритмов анализа и прогнозирования $X(t)$, следует сосредоточиться на моделях статистических закономерностей, имеющих вид смесей нормальных законов.

Для всех показателей, больших или равных двум, введены квази-степенные нормальные распределения как специальные масштабные смеси нормальных законов. При нечетных показателях эти распределения совпадают с распределениями соответствующих степеней нормальных случайных величин. Изучены их свойства. Введены несимметричные квази-степенные распределения. Доказана предельная теорема для случайных сумм независимых случайных величин, в которой несимметричные квази-степенные нормальные распределения являются предельными.

Также доказана предельная теоремы для экстремальных порядковых статистик в выборках случайного объема, в которой предельным распределением является сложенное квази-степенное нормальное распределение.

Литература

1. Багиров Э.Б. Некоторые замечания о смесях нормальных распределениях // Теория вероятности и ее применения (1988) 33, № 3, с. 709–710.
2. Korolev V., Zeifman A. Quasi-exponentiated normal distributions: mixture representations and asymmetrization // Mathematics (2023) 11, Art. 3797.

Секция: «Обратные задачи управления»

О ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ПРИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА УПРАВЛЕНИЕ

Никольский М.С.

*МИАН РАН имени В.А.Стеклова ; МГУ, ф-т ВМК, кафедра Оптимального управления,
e-mail: mni@mi-ras.ru*

В теории оптимального управления помимо геометрических ограничений на управления рассматриваются и интегральные ограничения на управление (см., например, работы Н.Н.Красовского, А.Б.Куржанского, Э.Б.Ли, Л.Маркуса, А.В.Мезенцева, М.И.Гусева, И.В.Зыкова и др.). Такие ограничения на управления представляют интерес для приложений. Их иногда связывают с энергетическими ограничениями на управление.

Отметим, что в известной теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) на допустимые управления как раз накладываются квадратичные интегральные ограничения.

В докладе рассматривается линейный управляемый объект общего вида (см., например, монографию Л.С.Понтрягина, В.Г.Болтянского, Е.Ф.Мищенко «Математическая теория оптимальных процессов», Физматгиз, 1961) с квадратичными интегральными ограничениями на управление. Для него изучается задача оптимального быстрогодействия с терминальным множеством, состоящим из нулевой точки. Для этой оптимизационной задачи получены достаточные условия, обеспечивающие непрерывность времени оптимального быстрогодействия, как функции начального состояния. При этом используется известная формула Коши и аппарат выпуклого анализа, в частности, аппарат опорных функций (см., например, курс лекций В.И.Благодатских «Введение в оптимальное управление. Линейная теория», М., Высшая школа, 2001). Отметим также, что в докладе используются элементы теории управляемости линейных управляемых систем и, в частности, известный критерий управляемости таких систем. При выполнении условий этого критерия множество достижимости рассматриваемого управляемого объекта на ненулевом отрезке времени является эллипсоидом, имеющим размерность фазового пространства. Это обстоятельство полезно для приложений и проведения приближенных вычислений.

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА ДЛЯ ОДНОЙ НЕГЛАДКОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Асеев А.С.¹, Самсонов С.П.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК кафедра оптимального управления,
e-mail: anton.ser.as@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК кафедра оптимального управления,
e-mail: samsonov@cs.msu.ru

Рассмотрим задачу оптимального управления P для управляемой версии модели Калдора [1]:

$$\begin{aligned} J(Y(\cdot), u(\cdot)) &= \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left[\ln Y(t) - \frac{\omega \gamma^2}{2} (u(t)Y(t))^2 \right] dt \rightarrow \max, \\ \dot{Y}(t) &= \alpha [I(Y(t), K(t)) - \gamma(1 - u(t))Y(t)], \\ \dot{K}(t) &= I(Y(t), K(t)) - \delta K(t), \\ Y(0) &= Y_0 > 0, \quad K(0) = K_0 > 0, \\ u(t) &\in [0, 1] \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $Y(t)$ и $K(t)$ – величины национального дохода и капитала в момент $t \geq 0$, $\alpha > 0$ – поправочный коэффициент, характеризующий скорость реакции системы, $\delta > 0$ – норма амортизации основных фондов, $\beta > 0$, $0 < \gamma < 1$. Предполагается, что функция $I(Y, K)$ имеет следующий вид: $I(Y, K) = \max\{0, I(Y) - \beta K\}$, $Y > 0$, $K > 0$, где функция $I: [0, \infty) \mapsto R^1$ – логистическая. Параметр γ характеризует эндогенную величину сбережений. Определим открытое множество $G = \{(Y, K) \in R^2 : Y > 0, 0 < K < \lim_{Y \rightarrow \infty} I(Y)\}$. В качестве допустимых управлений рассматриваются все измеримые по Лебегу функции $u: [0, \infty) \mapsto [0, 1]$. Если заданы начальное состояние $(Y_0, K_0) \in G$ и допустимое управление $u(\cdot)$, то соответствующая ему допустимая траектория $(Y(\cdot), K(\cdot))$ есть определенное на некотором интервале $[0, \tau)$, $\tau > 0$, в G локально абсолютно непрерывное решение системы (1) с начальным состоянием $(Y(0), K(0)) = (Y_0, K_0)$. Допустимый процесс $(Y_*(\cdot), K_*(\cdot), u_*(\cdot))$ называется оптимальным в задаче P , если функционал J принимает на паре $(Y_*(\cdot), u_*(\cdot))$ свое максимальное значение.

Доказана теорема об аппроксимации задачи P последовательностью стандартных задач на конечных интервалах времени. Из данной теоремы вытекает существование оптимального допустимого процесса в задаче P . Получены условия, при выполнении которых принцип максимума Понтрягина [2] для задачи P выполняется в нормальной форме с явно заданной сопряженной переменной. Доказательство основано на использовании негладкого варианта принципа максимума Понтрягина [3].

Литература

1. Асеев А.С. Оптимальные стационарные режимы в управляемой модели бизнес-цикла Калдора // Математическое моделирование 31, №2, с.33–47, 2019.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов // М.: Физматгиз, 1961.
3. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ // М.: Наука, 1988.

УПРАВЛЯЕМЫЕ МОДЕЛИ КОНКУРЕНЦИИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРЫ В АДАПТИВНОЙ ТЕРАПИИ РАКОВЫХ ЗАБОЛЕВАНИЙ

Хайлов Е.Н.¹, Григоренко Н.Л.¹, Григорьева Э.В.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления,
e-mail: khailov@cs.msu.ru; grigor@cs.msu.ru

2) Техасский Женский Университет, кафедра математики и компьютерных наук,
e-mail: krasavizha@yahoo.com

Современные таргетные методы лечения меланомы и рака простаты основаны на непрерывном применении пациентом максимально переносимой дозы. При этом они быстро уничтожают чувствительные к лекарствам раковые клетки. В результате такое лечение меняет конкуренцию между лекарственно-чувствительными и лекарственно-устойчивыми раковыми клетками в пользу последних. Поэтому в организме пациента начинают доминировать лекарственно-устойчивые раковые клетки, и применяемое лечение может оказаться неэффективным. Новым направлением в лечении меланомы и рака простаты является адаптивная терапия. Она позволяет значительному количеству лекарственно-чувствительных раковых клеток выжить за счет применения минимально эффективных доз лекарств или временных перерывов в их приеме. В результате эти клетки подавляют пролиферацию лекарственно-устойчивых раковых клеток благодаря конкуренции за общие ограниченные ресурсы. Для успешных результатов адаптивной терапии чрезвычайно важно найти оптимальные моменты перехода от этапа ее активного проведения к этапу ее отсутствия (интервалы отдыха пациента) и наоборот, с учетом особенностей пациента.

В настоящем докладе для заданного интервала времени, представляющего собой общий период лечения меланомы или рака простаты, рассматриваются соответствующие математические модели Лотки-Вольтерры, задаваемые системами дифференциальных уравнений, которые описывают конкуренцию между лекарственно-чувствительными и лекарственно-устойчивыми раковыми клетками в ходе адаптивной терапии этих заболеваний. Каждая такая модель также содержит соответствующую управляющую функцию времени, отвечающую за переход от этапа активного проведения адаптивной терапии к этапу ее отсутствия и наоборот. Для нахождения оптимальных моментов переключения между этими этапами ставится задача минимизации раковой нагрузки как на всем общем периоде лечения меланомы или рака простаты, так и в его конечный момент. Аналитическое исследование таких задач минимизации осуществляется с помощью использования принципа максимума Понтрягина. Результаты проведенных исследований подтверждаются численными расчетами для значений параметров моделей конкуренции Лотки-Вольтерры и их начальных условий, взятых из данных реальной клинической практики [1,2].

Литература

1. Kim E., Brown J.S., Eroglu Z., Anderson A.R.A. Adaptive therapy for metastatic melanoma: predictions from patient calibrated mathematical models // *Cancers* (2021) **13**, 823, p.1–15.
2. Liu R., Wang S., Tan X., Zou X. Identifying optimal adaptive therapeutic schedules for prostate cancer through combining mathematical modeling and dynamic optimization // *Applied Mathematical Modelling* (2022) **107**, p.688–700.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ СПЕЦИАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБОЙ ТОЧКИ ТИПА ЦЕНТР

Семендяева Н.Л.^{1,2}, Киселёв Ю.Н.³, Аввакумов С.Н.⁴, Орлов М.В.⁵, Орлов С.М.⁶

- 1) МГУ, ВМК, лаборатория математического моделирования в физике, *natalys@cs.msu.ru*
- 2) КНР, г. Шэньчжэнь, Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, факультет вычислительной математики и кибернетики, *6620180045@smbu.edu.cn*
- 3) МГУ, ВМК, кафедра оптимального управления, *kiselev@cs.msu.ru*
- 4) МГУ, ВМК, кафедра оптимального управления, *asn@cs.msu.ru*
- 5) МГУ, ВМК, кафедра оптимального управления, *orlov@cs.msu.ru*
- 6) МГУ, ВМК, кафедра оптимального управления, *sergey.orlov@cs.msu.ru*

Важнейшей задачей химической кинетики является определение механизма химических превращений. Использование системного подхода к изучению химических реакций, объединяющего современные экспериментальные методы и технологии компьютерного моделирования, позволяет открывать новые реакционные маршруты, уточнять кинетические схемы процессов и исследовать абстрактные модели. Одной из таких теоретических кинетических схем является трёхстадийная схема, предложенная в Институте проблем химической физики РАН (Черноголовка) и названная по имени её автора схемой А.Н. Ивановой [1].

В докладе анализируется математическая модель трёхкомпонентной реакции по схеме А.Н. Ивановой в замкнутой реакционной системе. Модель представляет собой специальную двумерную систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для концентраций реагирующих веществ. В их основе лежат важнейшие концепции химической кинетики – закон действующих масс и фундаментальное понятие механизма реакции. Показано, что математическая модель реакции может демонстрировать незатухающие колебания концентраций реагентов.

В работе найдены и исследованы на устойчивость четыре точки покоя. Три точки покоя являются неустойчивыми и имеют тип СЕДЛО. Четвёртая точка покоя нелинейной системы с чисто мнимыми характеристическими корнями может иметь как характер ЦЕНТРА, так и характер ФОКУСА. Расчёты показали, что фазовые траектории системы в окрестности такой точки замкнутые. Значит, в системе в некоторой окрестности четвёртой точки покоя будут наблюдаться колебания. Амплитуда колебаний и период зависят от начальных условий. Эта особенность траекторий противоречит свойствам реальных автоколебательных систем, в которых амплитуда и период незатухающих колебаний в широких пределах не зависят от начальных условий и определяются только значениями параметров модели.

Исследования проведены при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Литература

1. А.И.Вольперт, С.И.Худяев. Анализ в классах разрывных функций и уравнений математической физики. М.: Наука, 1975, 396 с.

О МНОЖЕСТВЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЛЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ФАЗОВЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ

Гончарова М.Н.¹, Самсонов С.П.²

1) Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, факультет математики
и информатики, кафедра фундаментальной и прикладной математики,

e-mail: m.gonchar@grsu.by

2) Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, факультет
вычислительной математики и кибернетики, кафедра оптимального управления,

e-mail: samsonov@cs.msu.ru

Рассмотрим управляемый объект, поведение которого описывается системой уравнений второго порядка

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha_1 x_1 + v_1, \\ \dot{x}_2 = \alpha_2 x_2 + v_2, \end{cases} \quad (1)$$

где вектор $(x_1; x_2)$ описывает положение объекта, параметры удовлетворяют условиям $0 < \alpha_1 < \alpha_2$, вектор управления $(v_1; v_2)$ является кусочно-непрерывной функцией, принимающей значения из четырехугольника V . Вершины четырехугольника V обозначим через $C_i, i = \overline{1,4}$, обходя контур четырехугольника против часовой стрелки. Координаты вершины C_i обозначим через C_{i1}, C_{i2} . Примем, что выполняются неравенства: $C_{11} > 0, C_{12} > 0, C_{21} < 0, C_{22} > C_{12}, C_{31} < C_{21}, C_{32} < 0, C_{41} > 0, C_{42} < C_{32}, C_{41} < C_{11}$. Фазовое ограничение зададим множеством

$$X = \left\{ (x_1; x_2) \mid x_2 \leq d, -\frac{C_{32}}{\alpha_2} \leq d < -\frac{C_{42}}{\alpha_2} \right\}. \quad (2)$$

Для произвольных моментов времени t требуется построить множество управляемости $Y(t, t_1)$, то есть множество всех точек фазового пространства, принадлежащих множеству (2), в которых объект (1) находясь в момент времени t , в момент времени t_1 попадает в начало координат при помощи некоторого допустимого управления и выполнении фазового ограничения в каждый момент времени из отрезка $[t; t_1]$. Момент времени t_1 считаем фиксированным.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи: 1) построена опорная функция множества управляемости объекта (1) в начало координат без фазового ограничения; 2) восстановлено множество управляемости в начало координат в задаче без фазового ограничения; 3) определен момент времени, при котором фазовое ограничение становится существенным; 4) построено множество управляемости объекта (1) в произвольную точку множества (2) при условии выполнения фазового ограничения; 5) по всем точкам множества управляемости в начало координат для момента времени, определенного при решении третьей задачи, проведено объединение множеств управляемости при наличии фазового ограничения.

Получено, что при выполнении неравенств

$$\bar{\tau} < t_1 - t < \bar{\tau} + \theta, \text{ где } \bar{\tau} = \frac{1}{\alpha_2} \ln \frac{C_{42}}{C_{42} + d\alpha_2} \text{ и } \theta = \frac{1}{\alpha_2} \ln \frac{d\alpha_2 C_{32} + C_{42}^2}{d\alpha_2 C_{42} + C_{42}^2}$$

множество $Y(t, t_1)$ ограничено линиями

$$x_j(\gamma) = \frac{C_{ij}}{\alpha_j} e^{-\alpha_j \tau} + \frac{C_{2j} - C_{ij}}{\alpha_j} e^{\alpha_j(\gamma - \tau)} - \frac{C_{2j}}{\alpha_j},$$

где $j = 1, 2$, параметр $\gamma \in [0; \tau], \tau = t_1 - t, i = 1, 3;$

$$x_j(\gamma) = \frac{C_{ij}}{\alpha_j} e^{-\alpha_j \tau} + \frac{C_{4j} - C_{ij}}{\alpha_j} e^{\alpha_j(\gamma - \tau)} - \frac{C_{4j}}{\alpha_j},$$

где $j = 1, 2$, параметр $\gamma \in [\gamma_j; \tau], \gamma_j = t_1 - t + \frac{1}{\alpha_2} \ln \frac{d\alpha_2 + C_{42} - C_{i2}e^{-\alpha_2 \tau}}{C_{42} - C_{i2}}, i = 1, 3.$

МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ РАМСЕЯ ДЛЯ СЛУЧАЯ ДВУХ АГЕНТОВ

Орлов С.М.^{1,2}, Ровенская Е.А.^{3,4}

1) МГУ, ВМК, кафедра оптимального управления, *sergey.orlov@cs.msu.ru*

2) *Austria, Laxenburg, IIASA, ASA*

3) *Austria, Laxenburg, IIASA, ASA, rovenska@iiasa.ac.at*

4) МГУ, ВМК, кафедра оптимального управления

В классической экономической модели Солоу домохозяйства владеют трудовыми ресурсами и капиталом. Фирмы производят продукт согласно неоклассической производственной функции, пользуясь трудовыми ресурсами и капиталом домохозяйств и выплачивая зарплаты и проценты за капитал. Домохозяйства инвестируют в капитал часть полученных доходов в каждый период времени. В модели Рамсея дополнительно производится оптимизация – максимизируется интегральная полезность потребления домохозяйств на бесконечном горизонте планирования. В работе [1] рассматривается модификация модели Солоу, а именно происходит разделение домохозяйств на отдельно рабочих, которые получают зарплату, и капиталистов, которые владеют капиталом и получают за него проценты при передаче его фирмам для производства. Отличие от классической модели Солоу состоит в том, что рабочие и капиталисты самостоятельно решают, какую часть их дохода в каждый момент времени инвестировать в капитал.

В данном докладе рассматривается неантагонистическая дифференциальная игра двух лиц по мотивам модификации модели Солоу из статьи [1]. Первый игрок – рабочие, второй игрок – капиталисты. Оба игрока стремятся увеличить интегральное потребление на бесконечном горизонте планирования, как это происходит в модели Рамсея, при этом каждый игрок управляет своими инвестициями в капитал.

В работе производится поиск равновесия по Нэшу в программных стратегиях с применением необходимых и достаточных условий в терминах конструкций принципа максимума Понтрягина, сформулированного для задач оптимального управления на бесконечном горизонте планирования.

Исследования проведены при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

Литература

1. V.Böhm, L. Kaas, Differential savings, factor shares, and endogenous growth cycles // *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 24, 5–7, 2000, P. 965-980.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСВОЕНИЯ ИСЧЕРПАЕМОГО ПРИРОДНОГО РЕСУРСА

Кулевский А.В.

МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра оптимального управления,
e-mail: kulevskyav@cs.msu.su

Рассмотрена задача моделирования оптимальной добычи исчерпаемого ресурса. К таким относят природные ресурсы, сформированные за многие годы и восстановление которых невозможно либо идёт несравнимо медленнее потребления. Примерами служат ископаемое топливо и сырьё для него (нефть, уголь, газ), руды металлов, драгоценные камни. Освоение новых месторождений и иная деятельность не учитываются.

Предприятие (отрасль) добывает и продаёт ресурс R , $R_0 > 0$ – исходный объём, $R(t) \geq 0$ – текущий запас (фазовая переменная). Интенсивность добычи (объём в единицу времени) E – управление. Ищется стратегия $E(t) \in [0, E_{max}]$ (техническое ограничение), максимизирующая функционал – дисконтированную прибыль $J(E, T)$ за конечное время T , $r > 0$ – дисконтирование. В ходе добычи и с ростом интенсивности себестоимость единицы ресурса $C(E, R) \geq 0$ не убывает ($\frac{\partial C}{\partial E} \geq 0, \frac{\partial C}{\partial R} \leq 0$). Рыночная цена единицы ресурса $p(t) > 0$ заранее известна и не зависит от добычи. Время окончания $T > 0$ задано (максимизация прибыли к сроку) либо свободно (максимальная отдача от месторождения). Нужно найти оптимальные интенсивность $E^*(t)$, время T^* , изменение запаса $R^*(t)$ и максимальную прибыль $J^* = J(E^*, T^*)$ в задаче оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{R}(t) = -E(t) \\ R(0) = R_0, R(t) \geq 0 \\ E(t) \in [0, E_{max}], t \in [0, T] \\ J(E, T) = \int_0^T e^{-rt} [p(t)E(t) - C(E(t), R(t))] dt \rightarrow \max_{T, E(\cdot)} \end{cases} \quad (1)$$

Основные результаты для задачи (1) в модели без затрат на добычу ($C(E, R) \equiv 0$):

- 1) при любых функции $p \in L^2[0, T]$ и заданном T существует оптимальное управление;
- 2) равенство $R(T) = 0$ есть необходимое условие оптимальности при свободном T ;
- 3) если $e^{-rt}p(t)$ строго монотонно убывает, $p(t)$ дифференцируема и T свободное, то $T^* = \frac{R_0}{E_{max}}$, $E^*(t) \equiv E_{max}$, $R^*(t) = R_0 - tE_{max}$, $J^* = E_{max} \int_0^{T^*} e^{-rt}p(t)dt$.

В модели с затратами на добычу, не зависящими от ресурса ($C(E, R) \equiv C(E)$):

- 1) если функция $C(E)$ непрерывна и выпукла, то для любой функции $p \in L^2[0, T]$ существует оптимальное управление;
- 2) для любой функции $p \in L^2[0, T]$ и квадратичной функции $C(E) = c_0 + c_1E + c_2E^2$, где $c_0, c_1 \geq 0, c_2 > 0$, оптимальное управление существует и единственно.

Литература

1. N. Hritonenko, Y. Yatsenko. (2013) Mathematical Modeling in Economics, Ecology and the Environment, 221-233. Springer Optimization and Its Applications VOLUME 88. New York: Springer Science + Business Media.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961.
3. Кулевский А.В. Одна модель разработки невозобновляемого ресурса. — Проблемы динамического управления: Сборник научных трудов факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова/ Под ред. Ю.С. Осипова, 2017, том 8, с. 109–125.

О ЗАДАЧЕ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В СРЕДЕ С ПРЕПЯТСТВИЕМ

Григоренко Н.Л.

МГУ, ВМК, кафедра оптимального управления, e-mail: grigor@cs.msu.ru

Для расчетов задачи терминального управления разными классами нелинейных управляемых процессов рассматриваются метод динамической линеаризации [1] и метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов [2]. В них присутствуют траектории желательного движения (опорные траектории) управляемого объекта в программном и позиционном виде. Траектории отличаются структурой и строятся по заданным краевым и промежуточным условиям управляемого процесса. Процесс управления предусматривает выход фазового вектора системы в окрестность опорной траектории и последующего движения в ее окрестности к терминальному множеству. В докладе, для многомерного случая движения, приводятся модификации алгоритмов построения опорных траекторий с целью обхода движущегося препятствия в форме компакта. Считается, что параметры движения препятствия известны. Излагаемые в докладе конструкции опираются на теоремы метода динамической регуляризации [3], метода решения задач убегания [4], метода решения задачи избежания столкновения [5]. Приводятся оценки параметров управления, гарантирующих движения по таким траекториям обхода. В качестве примеров приводятся расчеты параметров управлений и фазовых траекторий в задачах терминального управления для моделей движения твердого тела в среде с препятствием.

Литература

1. Fliess M, Lévine J., Martin P., Rouchon P. A Lie–Bäcklund Approach to Equivalence and Flatness of Nonlinear Systems //IEEE Transaction on automatic control, Vol. 44, No. 5, May 1999, p 922-937.
2. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Колесников Ал. А, Топчиев Б.В., Мушенко А.С., Кобзев В.А. Синергетические методы управления сложными системами. Механические и электромеханические системы. //ЛИБРОКОМ, 2019.
3. Осипов Ю.С., Васильев Ф.П., Потапов М.М. Основы метода динамической регуляризации. М. Изд-во МГУ. 1999.
4. Понтрягин Л.С. Линейная дифференциальная игра убегания. Труды МИАН СССР, 1971. т.112 с.30-63.
5. Лукьянова Л.Н. Задача уклонения от столкновения. Линейная теория и приложения. МАКС Пресс.2009.

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»

Подсекция кафедры алгоритмических языков

ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУГРУППЫ КОНЕЧНОГО АВТОМАТА PRI

Мэн Линцянь¹, Мельников Б.Ф.², Вылиток А.А.³

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ, e-mail: kostya45e@mail.ru

2) Факультет ВМК, университет МГУ - ППИ в Шэньчжэне, e-mail: bormel@smbu.edu.cn

3) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ, e-mail: vylytok@cs.msu.ru

Теория формальных языков тесно связана с теорией автоматов, теорией вычислимости и теорией алгоритмов. Одной из важнейших задач теории, важной для практических приложений, является проблема эквивалентности формальных описаний, т.е. определение равенства задаваемых описаниями языков. Сложность и разрешимость этой проблемы зависят от типа рассматриваемого представления языка [1]. Для подробного изучения отношения эквивалентности в бесконечности рассматривается первичный автомат (автомат PRI), описанный в [2].

В докладе, кроме основного определения автомата PRI, рассматриваются и новые объекты: автомат PRI, образованный только от одного языка, и соответствующая этому автомату полугруппа.

Автомат PRI от одного базового языка получается при объединении структуры исходного автомата PRI специальным образом. Его множеством состояний и входным алфавитом являются подмножества множества собственных префиксов базового языка.

В докладе описывается построение полугруппы. Мы используем известную теорему о существовании полугруппы преобразований для детерминированного конечного автомата, и исследуем некоторые интересные алгебраические свойства полученной полугруппы — идемпотент, наименьшую порожденную полугруппу, ряд степеней, и одно специальное определенное бинарное отношение [3].

Используя подходящее табличное представление автомата, мы можем объяснить правило построения полугруппы от автомата PRI, построить группоид, проверить ассоциативность и вычислить основные элементы свойств построенных полугрупп.

Для иллюстрации исследования в докладе приводятся интуитивно понятные примеры: несложный язык, от которого нельзя получить полугруппу; язык над однобуквенным алфавитом и построенная полугруппа от его автомата PRI, а также элементы, связанные с алгебраическими свойствами.

Для исследования больших примеров разработано программное средство, позволяющее автоматизировать решение многих задач, связанных с автоматом PRI. При анализе полученных с помощью программы объектов обнаружены некоторые оставшиеся открытыми фундаментальные вопросы, заслуживающие дальнейшего изучения, например – критерий получения полугруппы.

Литература

1. Aho A., J. Ullman The Theory of Parsing, Translation and Compiling // Prentice-Hall, Englewood, Cliffs, N.Y. Vol 1.
2. Мельников Б.Ф. Варианты конечных автоматов, соответствующих бесконечным итерационным деревьям морфизмов. Часть I // International Journal of Open Information Technologies. – 2021. Vol.9. No.7. P.5-13.
3. Ляпин Е. Полугруппы // М.: Физматлит. – 1960. 592 с.

ПОСТРОЕНИЕ КОМПОЗИЦИИ L-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Вылиток А.А.¹, Лай Вэньтао²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра алгоритмических языков,
e-mail: vylytok@cs.msu.su

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра алгоритмических языков,
e-mail: lventao@bk.ru

L-преобразователь [1] – это способ представления алгоритмов, аналогичный по описательной силе машинам Тьюринга и алгоритмам Маркова [2]. Преимущество L-преобразователей перед другими формализациями алгоритмов заключается в наглядности описания и простоте построения соответствующего алгоритму программного кода, сохраняющего структуру алгоритма, – такой код может быть сгенерирован автоматически [1].

Для простых задач построить L-преобразователи несложно. Для решения более сложных необходимо разбить задачу на более простые подзадачи, и, построив для них L-преобразователи по отдельности, создать композицию этих L-преобразователей, чтобы получить L-преобразователь для всей задачи.

В докладе предлагаются способы построения последовательной, условной и циклической композиции L-преобразователей, через которые можно выразить любой алгоритм. Как известно, к результату одной функции можно применить другую функцию (композиция функций). По аналогии для L-преобразователей мы можем применить к выходному слову одного преобразователя другой преобразователь, для которого это слово будет входным (получается последовательная композиция L-преобразователей).

Технически реализация композиции L-преобразователей заключается в добавлении на дуги графа еще одного вида специальных скобочных пометок, аккумулирующих в себе выходное слово первого преобразователя и являющихся источником информации о входном слове для второго (присоединяемого к первому) преобразователя. Для условной композиции (первый преобразователь вычисляет условие, второй и третий – действия соответственно при выполнении или невыполнении условия) нужно зафиксировать логический ответ первого преобразователя в виде соответствующей открывающей скобочной пометки, а затем организовать разветвление с помощью исходящих из одной вершины дуг с соответствующими закрывающими скобками, последовательно присоединив к этим дугам второй и третий преобразователи. Для циклической композиции (первый преобразователь вычисляет условие, второй – действие, выполняющееся пока условие истинно) также используем прием разветвления, где одна из дуг с закрывающей скобкой, соответствующей невыполнению условия, приводит в заключительную вершину, а другая – к последовательному соединению со вторым преобразователем, в котором добавляется дуга, соединяющая заключительную вершину второго преобразователя с начальной вершиной первого, что и приводит к организации цикла. Описанные приемы построения композиции L-преобразователей позволяют разрабатывать алгоритмы, используя метод пошаговой детализации.

Литература

1. Вылиток А.А., Лай Вэньтао. Построение алгоритмов с помощью L-графов. // Тезисы докладов научной конференции “Тихоновские чтения”, 2022 г., с. 48.
2. Пильщиков В.Н., Абрамов В.Г., Вылиток А.А., Горячая И.В. Машина Тьюринга и алгоритмы Маркова. // М.: Макс-Пресс – 2-е издание – 2016.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОВЕРКИ ТЕКСТОВ НА КОРЕЙСКОМ ЯЗЫКЕ НА НАЛИЧИЕ ГРАММАТИЧЕСКИХ ОШИБОК

Елфимова А.Е.¹, Полякова И.Н.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: elfimova509@yandex.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: polyakova@cs.msu.ru

В настоящее время все более популярной становится задача по обработке текстов на естественном языке. На данный момент существует много подходов для автоматизации этого процесса. Выбор подхода напрямую зависит от поставленной задачи [1]. Синтаксический анализ является одной из главных составляющих обработки текста на естественном языке. Активно изучаются, улучшаются и формируются новые методы [2].

Корейский язык отличается строгостью своих правил. В предложении слова идут только в определенном порядке, у каждого члена предложения свое окончание. Но, как и в любом естественном языке, есть и исключения, и повторяющиеся окончания у разных членов предложения, и другие сложности для разработки алгоритма синтаксического анализа. Данная работа посвящена исследованию возможности автоматизации методов синтаксического анализа текстов на корейском языке.

Алгоритм Эрли. Табличные методы синтаксического анализа обладают рядом преимуществ. В работе рассмотрены современные алгоритмы синтаксического анализа, найден наиболее подходящей для анализа текстов на корейском языке – алгоритм Эрли. [3].

Модель грамматики корейского языка. При помощи учебников по корейскому языку [4] была построена модель грамматики корейского языка. Она является контекстно-свободной, а, следовательно, к ней применим алгоритм Эрли.

Разработка синтаксического анализатора. Выбранный алгоритм реализован, а затем модифицирован для корректного синтаксического анализа корейского языка по построенной грамматике.

Использование реализованного алгоритма для проверки корейских текстов. С помощью реализованного алгоритма проведена проверка корейских текстов различных жанров на правильность и соблюдение грамматических правил и собрана статистика по соблюдению грамматических норм в разных источниках.

Литература

1. Ахо А. В., Лам М. С., Сети Р., Ульман Д. Д. Компиляторы: принципы, технологии и инструментарий // М.: Издательский дом «Вильямс», 2008. – 1128 с.
2. Смирнов И.В., Шелманов А.О. Семантико-синтаксический анализ естественных языков. Часть I. Обзор методов синтаксического и семантического анализа текстов // Искусственный интеллект и принятие решений. // 2013 № 1 — С. 41–54
3. Хопкрофт Д., Мотвани Р., Ульман Д. Д. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. // М.: Издательский дом «Вильямс», 2008 — 528 с.
4. Ан Чинмён, Ли Кёна, Хан Хуён. Грамматика корейского языка для начинающих. // М.: АСТ, 2021. – 384 с.

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ДОПОЛНЕНИЯ ДАННЫХ ДЛЯ МАЛОГО ДАТАСЕТА

Ли Сынгу¹, Полякова И.Н. ²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: nugejus@naver.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: polyakova@cs.msu.ru

Для обучения одной модели требуется большой объем данных. Однако в некоторых случаях (обработка видео и т. д.) достаточные наборы данных могут быть не защищены. Лучший способ — увеличение объема набора данных, но это дорого. Методы экономичного решения этой проблемы включают оптимизацию нейронных сетей и использование методов аугментации. В данной работе среди них применены методы увеличения данных [1], чтобы увидеть, как меняется эффективность нейронной сети для обработки набора видеоданных.

В эксперименте с использованием пакета искусственных нейронных сетей ConvLSTM2D tensorflow.keras [2] производительность была сравнена с использованием метода увеличения данных при небольших наборах данных и ограниченных экономических условиях. В качестве метода увеличения использован метод Torchvision RandomCrop [3]. Дополняя все видео один раз, можно получить в общей сложности $2N$ данных (N — количество видео). Следовательно, если доступны время и ресурсы, дополнительные данные aN могут быть получены для любого натурального числа a . Однако, поскольку это тип репликации данных, если a становится больше определенного значения, вероятность переобучения может увеличиться. Для этого необходимы дополнительные эксперименты.

В этом эксперименте было выполнено одно увеличение, и можно наблюдать линейное увеличение производительности. Кроме того, можно заметить, что функция минимальных потерь улучшилась до 3,9 раз, а максимальная точность улучшилась до 1,7 раза.

Литература

1. Shanqing Gu, Manisha Pednekar, Robert Slater Improve Image Classification Using Data Augmentation and Neural Networks // SMU Data Science Review , Vol. 2 (2019) , No. 2 - <https://scholar.smu.edu/datasciencereview/vol2/iss2/1/> (дата обращения 15.02.2023)
2. Jason Brownlee LSTMs for Human Activity Recognition Time Series Classification // Deep Learning for Time Series, August 28, 2020- <https://machinelearningmastery.com/how-to-develop-rnn-models-for-human-activity-recognition-time-series-classification/> (дата обращения 04.04.2023)
3. Ryo Takahashi, Takashi Matsubara, Kuniaki Uehara Data Augmentation using Random Image Cropping and Patching for Deep CNNs // Journal of tex class files, vol. 14, no. 8, august 2015 - <https://arxiv.org/pdf/1811.09030.pdf> (дата обращения 24.05.2023).

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ T5 В ЗАДАЧЕ РЕФЕРИРОВАНИЯ НАУЧНЫХ ТЕКСТОВ

Ефремова Н.Э.¹, Яковлева С.А.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Алгоритмических Языков,
e-mail: nvasil@list.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Алгоритмических Языков,
e-mail: svetych2000@yandex.ru

Автоматическое реферирование текстов является одной из наиболее активно развивающихся задач в области обработки естественного языка. Она заключается в составлении на основе исходного текста более короткого, но содержащего самую важную информацию – **реферата**.

Подходы к решению задачи принято разделять на **экстрагирующие** и **абстрагирующие**. Экстрагирующие методы в качестве реферата извлекают наиболее важные части исходного текста, например, предложения, стоящие в начале абзацев. Методы абстрагирующего подхода порождают на основе исходного текста новый.

Современные решения используют **нейронные языковые модели**, представляющие собой нейронные сети, способные предсказывать вероятность следующего слова по нескольким предыдущим и дообученные для решения конкретной задачи. В нашем случае – задачи реферирования. Наилучшие результаты на сегодняшний день демонстрируют методы, основанные на нейронных сетях архитектуры Transformer. Для русского языка лучше всего себя показывает нейронная языковая модель T5 [1], поэтому целью исследования стал анализ ее работы на задаче реферирования русскоязычных научно-технических текстов.

Нами была дообучена модель `rut5-small`, архитектура которой представляет собой композицию блоков энкодеров и декодеров Transformer. Дообучение проводилось на наборе данных `Gazeta` [2], состоящем из пар *<новостная статья, ее реферат>*. Это один из немногих датасетов на русском языке, содержащий достаточно длинные эталонные рефераты, что является важным условием для успешного решения поставленной задачи, поскольку рефераты научных статей, как правило, содержат больше 2-3 предложений.

Для дообучения нейронной языковой модели на датасете `Gazeta` была создана программа на языке Python и было проведено экспериментальное исследование качества ее работы по четырем мерам: ROUGE, BLEU, METEOR и BERTScore. Программа была написана с использованием библиотек PyTorch и средств Hugging Face. Полученные результаты оказались сравнимы с результатами работы моделей на основе GPT-3 с большим числом параметров. Кроме того, полученная модель способна генерировать более качественные тексты. Так, итоговые рефераты чаще содержат информацию о примененных в реферируемой статье методах.

Литература

1. Raffel C., Shazeer N., Roberts A., Lee K., Narang S., Matena M., Zhou Y., Li W., and Peter J. Liu. Exploring the Limits of Transfer Learning with a Unified Text-to-Text Transformer //Journal of Machine Learning Research 21. – 2020.
2. `Gazeta` //Hugging Face URL: <https://huggingface.co/datasets/ПьяGusev/gazeta>.

ПОСТРОЕНИЕ СИНТАКСИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА РУССКОГО ЯЗЫКА ПО РАЗМЕЧЕННОМУ КОРПУСУ ТЕКСТОВ

Гладышев Г.Ю.¹, Головин И.Г.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, каф. Алгоритмических Языков,
e-mail: s02230354@gse.cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, каф. Алгоритмических Языков,
e-mail: golovin@cs.msu.ru

Построение синтаксических анализаторов с использованием информации из синтаксически размеченных корпусов текста началось сразу же после появления первых представительных корпусов. Здесь можно выделить два основных подхода – корпусные грамматики [1] и модели, основанные на машинном обучении, например, MaltParser [2]. Предлагаемый в работе подход ближе к корпусным грамматикам, однако отличается от них тем, что при построении грамматики используется информация о синтактико-семантических отношениях (ССО) между главным и подчиненными словами. Такую информацию содержит, например, размеченный корпус русского языка Синтагрус[3].

Цель работы – проверить возможность автоматической генерации грамматики для синтаксического анализатора, который строит деревья зависимостей, дуги которых помечены ССО. Работа состояла из четырех этапов. На первом этапе из корпуса исключаются все непроективные предложения. На втором - генерируется контекстно-свободная грамматика, в которой информация о ССО закодирована в нетерминалах. На третьем этапе КС-грамматика конвертируется в рекурсивную сеть переходов с одновременной минимизацией (устранение повторов, склейка одинаковых состояний). На четвертом этапе разработанный на кафедре алгоритмических языков синтаксический анализатор Gengine[4] адаптируется к построенной сети.

Полученная сетевая грамматика содержит несколько десятков тысяч узлов (подсетей). К сожалению, текущая реализация Gengine не в состоянии обработать такую сеть за приемлемое время, поэтому для проведения экспериментов исходный корпус разделен на части по 1000-1500 предложений. Для проверки валидности построенных сетей случайным образом выделены предложения из других подкорпусов, чьи деревья не использовались для построения сетевой грамматики. Анализатор смог построить корректные деревья зависимостей как минимум для 5% таких предложений, что можно считать удовлетворительным результатом, так как для генерации сети использовалось небольшое подмножество корпуса. Есть все основания полагать, что объединенная сетевая грамматика после оптимизации анализатора и дальнейшей минимизации сети даст существенно лучший результат, что позволит использовать анализатор, например, как помощника экспертам в полуавтоматической разметке корпусов.

Литература

1. E. Charniak. Tree-bank Grammars // Proceedings AAAI'96, Portland, Oregon, 1996.
2. Nivre J., Hall J., Nilsson J. Maltparser: A data-driven parser-generator for dependency parsing // Proceedings of LREC. – 2006. – V. 6. – pp. 2216-2219.
3. Nivre J., Boguslavsky I. M., Iomdin L. L. Parsing the SYNTAGRUS Treebank of Russian // Proceedings of the 22nd International Conference on Computational Linguistics (Coling 2008), pp. 641–648.
4. Волкова И.А., Головин И.Г. Синтаксический анализ фраз естественного языка на основе сетевой грамматики // Труды международного семинара ДИАЛОГ'98 - 1998. – т.2, с.437-445.

РАЗРАБОТКА ОПЕРАТИВНЫХ МАРШРУТОВ ДЛЯ ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ С УЧЕТОМ УСЛОВИЙ ДВИЖЕНИЯ И ПРЕДПОЧТЕНИЙ ВОДИТЕЛЯ

Абрамов В.Г.¹, Данилов С.В.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Алгоритмических Языков,
e-mail: vlabr@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра Алгоритмических Языков,
e-mail: sergd2776@gmail.com

Во многих крупных городах существует хорошо развитая транспортная сеть. Передвижение по дорогам на личном автомобиле в таких городах может быть затруднительным без использования навигационных сервисов, ведь следование дорожным указателям и знание маршрута до точки назначения не решают проблему возникающих заторов и постоянно меняющихся условий движения.

Навигаторы предлагают пользователю кратчайший или наиболее быстрый маршрут, но при этом зачастую он является неудобным или даже невозможным для проезда. Такие сервисы не учитывают количество ситуаций, в которых водителям приходится уступать дорогу другим участникам движения при поворотах, разворотах и перестроениях между полосами движения. Большое значение это имеет для начинающих водителей, так как они не могут быстро сориентироваться в нестандартной дорожной ситуации, им нужно больше времени для выполнения сложных маневров.

В работе представлена модель программной системы, которая способна предлагать маршрут в соответствии с заданными водителем предпочтениями и оперативными условиями движения. Под предпочтениями пользователя понимаются дополнительные параметры маршрута, которые водитель может устанавливать самостоятельно, исходя из опыта вождения автомобиля. Одним из критериев построенного системой маршрута является его близость по основным характеристикам (время в пути, протяженность) к маршрутам, построенным без учета предпочтений водителя.

В работе предложена модель графа дорожной сети и описан набор параметров дуг этого графа, необходимых для решения поставленной задачи. На основании статистически оцененной плотности потоков автомобилей в текущий момент времени и разрешенной максимальной скорости движения на дорогах был предложен интуитивно понятный способ оценки сложности выполнения маневров, основанный на наборе эвристик. Благодаря хранимой в графе дорожной сети информации о связях между полосами движения вблизи перекрестков планируется избегать ситуаций, когда перестроение для выполнения предложенного маневра невозможно выполнить из-за затора или особенностей схемы движения на участке дороги.

Предложенная модель и ее реализация позволяют повысить безопасность движения на дорогах для различных категорий водителей (от новичка до профессионала).

Литература

1. Омельченко А.В. Теория графов // М.: МЦНМО, 2018. – 416 с.
2. Zeng W., Church R.L. Finding shortest paths on real road networks: the case for A* // International Journal of Geographical Information Science. – 2009. – Vol. 23, N 6. – P.531-543.
3. Берцун В.Н. Математическое моделирование на графах. Часть 2. // Томск: Издательство Томского университета, 2013. – 88 с.

МЕТОД ВЕКТОРНОГО ВЫРАВНИВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ СЛОВ ЕСТЕСТВЕННОГО ЯЗЫКА

Кабанов А.В.

*МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: arshehremen@gmail.com*

При обработке неструктурированных данных с помощью методов машинного обучения важным направлением является интерпретация полученных результатов. В современных больших моделях увеличивается число параметров, а поведение моделей становится менее предсказуемым и понятным. Поэтому актуальным является направление структурного и более ясного построения моделей за счёт использования интерпретируемых методов.

Метод векторного выравнивания элементов [1] - это метод машинного обучения, идея которого возникла из задачи переноса графа, порожденного языковой моделью n -грамм, в вид некоторого многомерного пространства признаков, по которому можно было бы восстановить исходный граф. В процессе обучения модели элементы, соединенные ребрами графа, приближаются, а все остальные, находящиеся на расстоянии, отдаляются. Важным и удобным для интерпретации свойством модели является то, что в процессе обучения частотные последовательности элементов выстраиваются в прямые линии.

Целью исследования является развитие метода: экспериментальное определение оптимальной размерности векторного пространства данной модели с помощью внешней оценки задачи классификации новостного корпуса по категориям. Использовался набор данных BBC News Summary [3], он содержит 5 категорий и 2225 текстов, для предобучения были выбраны 10000 случайных статей Википедии.

Выработана методика проведения эксперимента по определению оптимальной размерности модели. Сначала метод векторного выравнивания элементов использовался при предобучении на Википедии и при обучении на текстах новостного корпуса, после чего полученные векторные представления слов каждой размерности применялись для обучения и валидации соответствующего классификатора рекуррентной нейронной сети. В процессе исследования было замечено, что с ростом значения размерности точность сначала увеличивается, но при значениях размерности выше 10 точность начинает медленно уменьшаться.

В результате был обнаружен рекомендуемый минимум размерности, предлагаемый для дальнейшего исследования поведения модели векторного выравнивания элементов. Кроме того, для данной задачи полученная размерность оказалась относительно низкой, что также облегчает интерпретируемость получаемых с помощью модели вычислений

Литература

1. Кабанов А.В. Потапов М.В. Адаптивный алгоритм когнитивного контекстного вывода на основе анализа многомерного неоднородного поля метрик словоформ естественного языка // Материалы шестой студенческой научно-практической конференции «Наука, культура и общество: исторический опыт и перспективы развития», 2014, С. 34-37.
2. BBC News Summary [Электронный ресурс]. – Электрон. Дан. – URL: <https://www.kaggle.com/datasets/pariza/bbc-news-summary>.

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПЕРЕФРАЗИРОВАНИЯ

Грацианова Т.Ю.¹, Рогожин Д.А.²

1) МГУ, ВМК, кафедра АЯ, e-mail: TGratsianova@cs.msu.ru

2) МГУ, ВМК, кафедра АЯ, e-mail: den1s.rogozhin@mail.ru

Перефразирование – выражение смысла текста другими словами. Парафразы – тексты, имеющие одинаковый смысл, но отличающиеся по написанию.

Перефразирование текста может использоваться для различных задач: сокращения или упрощения текста, аугментации обучающих текстовых данных в задачах машинного обучения, изменения пользовательского запроса в вопросно-ответных системах и системах информационного поиска, а также разнообразия ответов чат-бота.

Целью данной работы является исследование метрик для оценки качества парафраз, сравнение моделей и методов перефразирования между собой.

При оценке качества парафраз необходимо учитывать семантическую близость между ними и исходными текстами, а также различия между ними в написании. В зависимости от задачи могут оцениваться и другие аспекты: например, естественность, простота и краткость в задаче изменения текста, прирост качества от добавления парафраз к обучающей выборке в задаче аугментации данных.

В качестве метрик в данной работе выбраны BLUEscore (оценка различий в написании), BERTscore[1] и косинусная близость между векторами текстов (оценки семантической близости), а также перплексия (оценка естественности).

Исследованы различные методы перефразирования: использование дообученной под задачу перефразирования Encoder-Decoder нейросети; машинный перевод на промежуточный язык и обратно; замена слов на ближайшие с точки зрения косинусной близости (вектора, построенные w2v моделью). Для сравнения выбраны модели перефразирования: Mt-5(small), mt-5(base) и gpt2-base из [2]; переводчики wmt19-en-ru и wmt19-ru-en из [3], и построены две собственные: основанная на w2v, и дообученная под задачу нейросеть архитектуры трансформер sberbank-ai/rut5-base. Все модели применены к размеченному вручную корпусу “Sharedtask: testset” (1200 пар перефразированных текстов).

По совокупности примененных в данном исследовании метрик модель, основанная на переводе, показала лучшие результаты. Однако такая модель обладает существенными недостатками: высокой вычислительной сложностью, малым разнообразием получаемых парафраз и невозможностью управлять процессом перефразирования и подстраивать его под конкретную прикладную задачу, поэтому в дальнейших исследованиях планируется развивать собственную модель перефразирования, которая в данном исследовании показала качество не хуже аналогов.

Литература

1. BERTSCORE: Evaluating Text Generation with BERT. Tianyi Zhang, Varsha Kishore, Felix Wu, Kilian Q. Weinberger, Yoav Artzi. 2020. International Conference on Learning Representations.
2. Alena Fenogenova. 2021. Russian Paraphrasers: Paraphrase with Transformers. Proceedings of the 8th BSNLP Workshop on Balto-Slavic Natural Language Processing, pages 11–19.
3. Nathan Ng, Kyra Yee, Alexei Baevski, Myle Ott, Michael Auli, Sergey Edunov. Facebook FAIR’s WMT19 News Translation Task Submission. 2019. arXiv:1907.06616.

АВТОМАТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ ТЕКСТОВ: ПОДХОДЫ И МЕТОДЫ

Большакова Е.И.¹, Коваленко А.П.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: eibolshakova@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра АЯ,
e-mail: nastenkakov29@gmail.com

Задача автоматической оценки сложности текстов актуальна для создания учебных материалов, соответствующих уровню подготовки читателя, в первую очередь для школьников и изучающих новый язык. Также анализ сложности текстов применяется при оценке учебных студенческих работ и автоматически сгенерированных текстов (включая аннотации).

Предложенные в 1960-80 гг. числовые индексы удобочитаемости для английских текстов (один из первых – индекс Флеша) учитывают лишь формальные статистические признаки текста, такие как средняя длина слов (в буквах и слогах), средняя длина предложений (в буквах и словах) и др. Поскольку эти признаки могут зависеть от конкретного языка текстов, эти индексы удобочитаемости были адаптированы для других языков, в том числе для русского.

Индексы удобочитаемости опираются на поверхностные признаки текста, не позволяя оценить его сложность на разных языковых уровнях: морфологическом, лексическом, синтаксическом, семантическом и дискурсивном (уровне связности текста). Современные работы по оценке сложности текстов применяют линейную регрессионную модель, учитывающую признаки разных уровней [1]:

- морфологические (среднее число разных частей речи и др.);
- синтаксические (среднюю и максимальную высоту деревьев синтаксического разбора предложений, количество листьев и поддеревьев в них и др.);
- дискурсивные (расстояния между упоминаниями сущностей в тексте, виды явных и неявных дискурсивных отношений и др.).

Эксперименты показали (например, работа [1]), что указанные признаки сильно коррелируют с экспертными оценками сложности текстов и могут быть использованы в автоматических оценках.

Признаки сложности текста, относящиеся к дискурсивному уровню, наименее исследованы, хотя чем более связный текст, тем проще он для понимания. В работах последних лет моделирование связности опирается на построение графов сущностей и графов дискурсивных отношений (связывающих предложения, в которых упоминаются эти сущности, и фиксирующих вид связи). Также для оценки связности используются предобученные нейросетевые языковые модели, позволяющие учесть контекст употребления сущностей.

В целом, результаты современных работ по автоматической оценке сложности текстов показывают, что для оценки текстов применительно к разным целевым аудиториям (школьники, студенты, взрослые) следует использовать конкретные сочетания разноуровневых признаков текста.

Литература

1. Emily Pitler, Ani Nenkova. Revisiting Readability: A Unified Framework for Predicting Text Quality // Proceedings of the 2008 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing. — 2008. — P. 186–195.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К АУДИТУ СИСТЕМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Намиот Д.Е.¹, Ильюшин Е.А.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: dnamiot@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: john.ilyushin@gmail.com

Под системами Искусственного интеллекта в данной работе понимаются системы, использующие модели машинного обучения. В работе предложена модель аудита (оценки рисков) для систем машинного обучения.

Системы программного обеспечения для критических применений (авионика, ядерная энергетика и т.п.) сертифицируются для подтверждения (гарантии) их работоспособности в любых допустимых условиях. Системы машинного обучения на этапе вывода (использования) представляют собой также системы программного обеспечения и, следовательно, подлежат сертификации. Термин сертификация используется для моделей машинного обучения, но в него вкладывается несколько иной смысл [1]. В силу технических причин, в настоящее время сертификация систем машинного обучения так, как это делается для другого программного обеспечения, практически невозможна.

В то же самое время возможна и технически осуществима процедура аудита систем машинного обучения. В ходе аудита сами разработчики или сторонние структуры оценивают риски, присущие конкретной реализации. Такая оценка производится согласно некоторой установленной процедуре (фреймворку) и включает в себя оценку шагов (действий, архитектурных решений), которые могут оказывать влияние на работу системы машинного обучения. Помимо непосредственной оценки рисков, аудит, фактически, ставит своей целью обратить внимание разработчиков на возможные проблемы с использованием разработанной системы машинного обучения и принять возможные меры если не для полного исключения рисков, то хотя бы для смягчения их последствий. На самом деле, такая трактовка аудита систем машинного обучения тесно связана с доверенными платформами для машинного обучения [2].

В работе рассматривается одна возможная модель аудита систем машинного обучения, основанная на отчете агентства авиационной безопасности Европейского Союза – “EASA concept paper: First usable guidance for level 1 machine learning applications” [3].

Литература

1. Falco, Gregory, et al. "Governing AI safety through independent audits." *Nature Machine Intelligence* 3.7 (2021): 566-571.
2. Намиот, Д. Е., Е. А. Ильюшин, and О. Г. Пилипенко. "Доверенные платформы искусственного интеллекта." *International Journal of Open Information Technologies* 10.7 (2022): 119-127.
3. EASA concept paper: First usable guidance for level 1 machine learning applications <https://www.easa.europa.eu/en/easa-concept-paper-first-usable-guidance-level-1-machine-learning-applications-proposed-issue-01pdf> Retrieved: 01.10.2023.

КВАДРАТ ШУРА-АДАМАРА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ.

Чижов И.В.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра информационной безопасности,
e-mail: ichizhov@cs.msu.ru

Для произвольного $n \in \mathbb{N}$ через $V_n(q)$ будем обозначать множество векторов длины n над конечным полем $GF(q)$. Аналогично через $V_{k \times n}(q)$ будем обозначать множество всех $(k \times n)$ -матриц над $GF(q)$. Линейным $[n]_q$ -кодом называется произвольное линейное подпространство пространства V_n , если $[n]_q$ -код как линейное пространство имеет размерность k , то будем называть такой код $[n, k]_q$ -кодом. Если код \mathcal{C} совпадает с линейной комбинацией строк матрицы G , то будем говорить, что матрица G охватывает код \mathcal{C} . Для двух векторов $x = (x_1, \dots, x_n) \in V_n(q)$ и $y = (y_1, \dots, y_n) \in V_n(q)$ произведением Адамара назовем вектор $x \circ y = (x_1 \cdot y_1, \dots, x_n \cdot y_n) \in V_n(q)$. Квадратом Адамара $\mathcal{C}^{\circ 2}$ линейного кода \mathcal{C} назовем код, который совпадает с линейной оболочкой множества $\{c \circ b \mid c, b \in \mathcal{C}\}$. Пусть $G_i \in V_{k \times n_i}(q)$ – некоторые $(k \times n_i)$ -матрицы над полем $GF(q)$, $i = 0, 1, \dots, u$. Пусть матрицы $G_i, i = 1, 2, \dots, u$ выбраны в соответствии с некоторым вероятностным распределением на декартовом произведении $\prod_{i=1}^u V_{k \times n_i}(q)$. Положим $n = n_0 + n_1 + \dots + n_u$. Рассмотрим $(k \times n)$ -матрицу $G = (G_0 | G_1 | \dots | G_u)$, полученную объединением наборов столбцов матриц $G_i, i = 0, 1, \dots, u$. Она охватывает некоторый $[n]_q$ -код $\mathcal{C} \in \mathcal{C}_0 | \mathcal{C}_1 | \dots | \mathcal{C}_u$, где \mathcal{C}_i – $[n_i]_q$ -код, охватываемый матрицей $G_i, i = 0, 1, \dots, u$. Несложно показать, что верно включение $\mathcal{C}^{\circ 2} \subseteq \mathcal{C}_0^{\circ 2} \times \mathcal{C}_1^{\circ 2} \times \dots \times \mathcal{C}_u^{\circ 2}$. Нас будет интересовать вопрос с какой вероятностью при случайном выборе матриц G_1, G_2, \dots, G_u в соответствии с заданным распределением на $\prod_{i=1}^u V_{k \times n_i}(q)$, это включение превращается в точное равенство, т.е. с какой вероятностью квадрат Адамара комбинированного кода \mathcal{C} совпадает с декартовым произведением квадратов Адамара кодов \mathcal{C}_i , входящих в комбинацию? Используя компьютерные тесты (см., например, работы [1,2]), было показано, что с большой вероятностью это включение превращается в равенство. Теоретическое обоснование этого факта устанавливается в работе следующей теоремой.

Теорема 1. Пусть матрицы $G_i, i = 1, 2, \dots, u$ выбираются следующим образом. Последовательно, случайной и равновероятно из множества всех векторов $V_k(q)$ выбирается вектор g , далее вектор g^T помещается в качестве очередного столбца в матрицу G_i . Тогда верно следующее неравенство

$$Pr\{\mathcal{C}^{\circ 2} = \mathcal{C}_0^{\circ 2} \times \mathcal{C}_1^{\circ 2} \times \dots \times \mathcal{C}_u^{\circ 2}\} \geq 1 - q^{-(k - \log_q(n - n_0) - \delta_q(n, k))},$$

где $\delta_q(n, k) = \left\lceil \frac{\sqrt{8n+1}-1}{2} \right\rceil$, если $q = 2$, и $\delta_q(n, k) = \left\lceil \frac{\sqrt{8(n+k+1)+1}-1}{2} \right\rceil$, если $q > 2$.

Кроме того, неравенство из теорема 1 может быть распространено с незначительными изменениями на случай, когда матрицы $G_i, i = 1, 2, \dots, u$, строятся из матрицы G_0 с использованием биективных отображений $\sigma_i: V_k \rightarrow V_k$, которые действуют на столбцы матрицы G_0 .

Литература

1. Чижов И., Колюхов С., Давлетшина А. Эффективная структурная атака на криптосистему Мак-Элиса–Сидельникова // INJOIT (2020) 7, №8, с.1-10.
2. Deundyak V., Kosolapov Y. On the Strength of Asymmetric Code Cryptosystems Based on the Merging of Generating Matrices of Linear Codes //2019 XVI Int. Symp. “Prob. of Redund. in Inf. and Contr. Sys.” (REDUNDANCY) – 2019, pp. 143-148.

ОБЗОР МЕТОДОВ СОСТЯЗАТЕЛЬНЫХ АТАК НА СИСТЕМЫ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ АУДИОДАНЫХ

Пак Ю.Р.¹, Терехина И.Ю.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: kzs60200130@gse.cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: iteryokhina@cs.msu.ru

Модели машинного обучения уязвимы к состязательным атакам – воздействиям на входные данные с целью вызвать некорректное поведение модели. Данные, полученные в ходе состязательной атаки, называют состязательными примерами. В контексте аудиоданных состязательным атакам подвержены модели, предназначенные для задач распознавания речи, диктора и звуков среды.

Наиболее широко исследованы состязательные атаки в области компьютерного зрения, предполагающие добавление к данным мало ощутимой пертурбации. Например, метод Carlini&Wagner [1] находит пертурбацию как решение задачи оптимизации. Для переноса этого подхода на аудиоданные, ввиду их специфики и большого объема, используются неградиентные методы оптимизации. Атака SirenAttack использует метод роя частиц; в атаке Fakebob метод стратегии естественной эволюции применяется для получения оценки градиента функции потерь, которая затем используется для итеративного построения пертурбации [2, 3].

Также получили распространение методы, использующие техники обработки аудиосигнала. Атака Kenansville основана на предположении, что модели распознавания речи и диктора полагаются на незаметные человеку низкоинтенсивные признаки. Извлеченные из данных признаки отбрасываются в соответствии с выбранным порогом интенсивности. Из оставшихся признаков реконструируется аудио. В зависимости от ответа модели, порог интенсивности калибруется [2, 3].

Наконец, были разработаны атаки на модели распознавания речи, предполагающие сокрытие голосовых команд во входных данных. Метод CommanderSong [3] использует песни в качестве носителей состязательной пертурбации. Атакуемая система распознает в композиции голосовую команду, притом для человека команда не слышна.

Качество генерируемых примеров оценивается с помощью метрик, таких как Signal-to-noise ratio и Perceptual Evaluation of Speech Quality. В реалистичных сценариях атаки должны обладать устойчивостью к стандартным преобразованиям аудио (сжатие, шум, реверберация) и к преобразованиям при передаче звука [3].

Поиск способов детекции к вышеупомянутым атакам является малоизученной задачей и представляет интерес в контексте информационной безопасности, поскольку уязвимые к атакам данного типа модели машинного обучения лежат в основе современных систем голосовой биометрии, аудионаблюдения и голосовых помощников.

Литература

1. Long T. et al. A survey on adversarial attacks in computer vision: Taxonomy, visualization and future directions //Computers & Security. – 2022. – С. 102847.
2. Chen G. et al. Towards understanding and mitigating audio adversarial examples for speaker recognition //IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing. – 2022.
3. Abdullah H. et al. Sok: The faults in our asrs: An overview of attacks against automatic speech recognition and speaker identification systems //2021 IEEE symposium on security and privacy (SP). – IEEE, 2021. – С. 730-747.

О ПОДХОДАХ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ДИФФИ-ХЕЛЛМАНА НА ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ С МАЛОЙ СТЕПЕНЬЮ РАСШИРЕНИЯ

Герасимов И.Ю.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: ilia_gerassimov@mail.ru

Одним из наиболее часто используемых криптографических примитивов является протокол Диффи-Хеллмана открытого распределения ключей. Давно известно [1], что для вскрытия этого протокола на эллиптических кривых можно использовать алгоритмы обращения билинейного невырожденного спаривания точек эллиптической кривой над конечным полем по одному аргументу при известном другом. Существует несколько примеров построения операции спаривания и работ [2, 3] по его обращению. Вычисление спариваний проводится с помощью алгоритма Миллера [4], который может быть записан в символьной форме как алгебраическое преобразование рациональных функций. Это даёт возможность привлечь алгоритмы решения полиномиальных уравнений к задаче вскрытия протоколов открытого распределения ключа.

Рассматривается конечное поле \mathbb{F}_p , p – простое и группа точек эллиптической кривой $E(\mathbb{F}_p)$ порядка q . Пусть $E[r] = \{P \in E(\mathbb{F}_{p^m}) \mid rP = \mathcal{O}\}$, где $r \neq 1, p$; $r|q$; $m = \text{ord } p$ по модулю r . Для обращения алгоритма Миллера при малом значении m порядка $\log(p)$ в работе строится система полиномиальных уравнений как равенства функций алгоритма Миллера в кратных точках.

На основе численных экспериментов в рамках работы получено, что при известных значениях алгоритма Миллера в кратных точках, степень наибольшего общего делителя уравнений системы будет мала, что позволяет эффективно находить его корни и обращать спаривания.

В случае неизвестных значений алгоритма Миллера в кратных точках в работе рассматриваются подходы к построению неизвестного значения алгоритма Миллера. Среди подходов перечисляются использование результата по модулю характеристического многочлена искомой переменной, построение аналогичной системы уравнений на основе спаривания Вейля или редуцированного спаривания Тейта, где выражение значения в кратных точках представимо как степень известного значения в изначальной точке, а также применение алгоритмов дискретного логарифмирования в подгруппе поля \mathbb{F}_{p^m} .

Литература

1. Galbraith S., Hess F., Vercauteren F. Aspects of pairing inversion //IEEE Transactions on Information Theory. – 2008. – Т. 54. – №. 12. – С. 5719-5728.
2. Черепнёв М. А., Грачева С. С. Решение задачи Диффи-Хеллмана на некоторых эллиптических кривых, удовлетворяющих ГОСТ 34.10-2018 //Информационные технологии. – 2020. – Т. 26. – №. 3. – С. 159-168.
3. Черепнёв М. А., Швец А. Н. Решение задачи Диффи-Хеллмана на некоторых эллиптических кривых, удовлетворяющих ГОСТ 34.10-2018 //Дискретная математика и ее приложения. – 2022. – Т. 14. – С. 295-299.
4. Miller V. S. The Weil pairing, and its efficient calculation //Journal of cryptology. – 2004. – Т. 17. – №. 4. – С. 235-261.

СОВРЕМЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ СИСТЕМ РЕКОМЕНДАЦИЙ НА ОСНОВЕ СЕССИЙ

Якупов Д.Р.¹, Намиот Д.Е.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: dyakupov1@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: dnamiot@gmail.com

Системы персонализированных рекомендаций активно используются во многих областях современной жизни, например, в электронной коммерции, финансовой и банковской сферах, здравоохранении, транспорте, образовании, общении, развлечениях и т.д. Качественные и своевременные рекомендации позволяют существенно повысить лояльность потребителей и увеличить прибыль бизнеса.

Отдельным классом таких систем являются системы рекомендаций на основе сессий, которые используют алгоритмы, позволяющие выявлять и учитывать текущие интересы пользователей и динамику изменения их предпочтений. На алгоритм рекомендательной системы существенное влияние также оказывают внешние факторы, связанные с особенностями поступающего на вход рекомендательной системы потока данных. В современных условиях постоянного и непрерывного появления большого объема нового рекомендательного контента (новостей, товаров, услуг и т.д.) системы рекомендаций должны быть адаптированы к работе в потоковом сценарии.

Целью работы являлось рассмотреть современные алгоритмы систем рекомендаций на основе сессий, отдельное внимание уделив сравнительному анализу алгоритмов, предлагаемых для использования в потоковом сценарии. В работе проведено сравнение трех алгоритмов Streaming Session-based Recommendation Machine (SSRM) [1], Global Attributed Graph Neural Network (GAG) [2], Multi Global Information Assisted Streaming Session-Based Recommendation System (MGIA) [3], выделены общие принципы построения таких систем, их основные различия, преимущества и недостатки.

Результаты показали, что SSRM больше подходит для использования в системах работающих преимущественно с короткими сессиями, и с редко меняющимся множеством элементов. GAG подходит для работы с короткими и средними сессиями, он способен улавливать сложные зависимости во взаимодействиях, а MGIA в системах, работающих с длинными сессиями, он также способен улавливать сложные зависимости, и более эффективно борется с проблемой «информационного шума».

Литература

1. L. Guo, H. Yin, Q. Wang, T. Chen, A. Zhou, and N. Quoc Viet Hung, «Streaming session-based recommendation» in Proceedings of the 25th ACM SIGKDD ICKD&DM, 2019, pp. 1569–1577.
2. R. Qiu, H. Yin, Z. Huang, and T. Chen, «Gag: Global attributed graph neural network for streaming session-based recommendation» in Proceedings of the 43rd International ACM SIGIR CRDIR, 2020, pp. 669–678.
3. Z. Yin, K. Han, P. Wang and H. Hu, «Multi Global Information Assisted Streaming Session-Based Recommendation System» in IEEE TKDE, 2022.

АВТОМАТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ВХОДНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ БОЛЬШИХ ЯЗЫКОВЫХ МОДЕЛЕЙ С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ ВРЕДНОСНЫХ ОТВЕТОВ

Малоян Н.Г.¹, Намиот Д.Е.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: maloyan.narek@gmail.com

В настоящее время большие языковые модели (LLM), такие как Llama, Vicuna и другие, нашли применение в различных задачах, таких как автодополнение кода, суммаризация текстов и ведение диалога [1]. Однако LLM могут проявлять неожиданные и потенциально вредоносные свойства, такие как генерация токсичных ответов или раскрытие конфиденциальной информации [2]. Учитывая интеграцию LLM в системы, играющие критическую роль, потенциальные риски могут охватывать широкий спектр негативных последствий, вплоть до компрометации данных пользователя.

Основной проблемой является разработка и внедрение методов аудита, которые могут надежно выявлять такие ошибки. Некоторые из потенциально опасных действий LLM могут быть последствием неотфильтрованных обучающих данных или специально внедренных бэкдоров. С учетом темпа развития исследований в области обнаружения новых векторов атак инструменты для аудита должны обладать необходимой гибкостью для адаптации к новым угрозам [3].

Несмотря на наличие базовых методов защиты, таких как применение шаблонов или ручное фильтрование, их ограниченность становится очевидной, когда появляются новые векторы атак и появляется необходимость аудита. В контексте наших исследований используются методы аудита белого ящика (white box). Эти методы предполагают, что у исследователей есть полный доступ к модели, включая ее внутреннюю структуру и параметры, что позволяет проводить более глубокий и детальный анализ ее поведения.

Основное внимание в этой работе уделяется методам, которые используют автоматическое обнаружение вредоносных входных данных на основе дискретной оптимизации. Данные методы исследуют входные данные и выходные результаты в поисках соответствия желаемым критериям. Примечательные методы в данной области включают AutoPrompt, GCG, PEZ и ARCA, которые инициируют атаку с помощью случайных токенов и оптимизируют вход до тех пор, пока LLM не сгенерирует вредоносные выводы [4].

Литература

1. Peng, Baolin, et al. "Instruction tuning with gpt-4." arXiv preprint arXiv:2304.03277 (2023).
2. Mozes, Maximilian, et al. "Use of LLMs for Illicit Purposes: Threats, Prevention Measures, and Vulnerabilities." arXiv preprint arXiv:2308.12833 (2023).
3. Dmitry Namiot, Elena Zubareva About AI Red Team //International Journal of Open Information Technologies, Vol 11, No 10 (2023)
4. Jones, Erik, et al. "Automatically Auditing Large Language Models via Discrete Optimization." arXiv preprint arXiv:2303.04381 (2023).

ОБЗОР ВОЗМОЖНЫХ РИСКОВ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМ С МУЛЬТИМОДАЛЬНЫМИ ЯЗЫКОВЫМИ МОДЕЛЯМИ

Нутфуллин Б.М.¹ Евграфов В.А.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: bulat15g@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИБ,
e-mail: evgrafov.vladimir@gmail.com

Мультимодальность стала ключевым новшеством в больших языковых моделях (LLM) за последнее время. Мультимодальность для языковой модели это способность обрабатывать входные данные в различных форматах, таких как текст, изображение и голос. Крупные компании, такие как Google, OpenAI и Microsoft, выпустили свои версии мультимодальных LLM, делая значительный вклад в улучшение генеративных AI-чатботов.

Способность к преобразованию текста в изображения и наоборот открыла новые возможности в области компьютерного зрения и зрительно-языковой обработке, включая описание изображений, их распознавание и более сложные приложения, такие как написание рецепта для блюда по фотографии содержимого холодильника.

Анонс Google чатбот-ассистента Bard, выпуск OpenAI GPT-4V, вместе с добавлением Microsoft поддержки ввода изображений для своего виртуального помощника Bing Chat иллюстрирует движение индустрии в сторону мультимодальных возможностей в LLM-системах, а также подчеркивает текущую конкуренцию в сфере мультимодальных LLM-систем, нацеленных на взаимодействие с пользователем при помощи текста, изображений и голоса используя единый канал.

Несмотря на потенциал мультимодальных LLM, они подвержены ограничениям традиционных текстовых LLM, таким как генерация неточных ответов. Кроме этого, использование изображений в качестве ввода представляет собой уникальные проблемы и риски, такие как косвенное внедрение запроса с последующим "отравлением диалога" с целью влияния на будущее поведение модели в соответствии с вредоносными инструкциями. Возможность встраивания инструкций для LLM[2,3] в передаваемые изображения, как подчеркнуто OpenAI[1], вызывает опасения относительно уязвимости модели перед внешними угрозами.

Движение LLM-систем в сторону мультимодальности является одновременно возможностью и вызовом для исследователей ИИ так и коммерческих разработчиков LLM-систем. Поскольку сфера LLM продолжает эволюционировать, для организаций крайне важно понимать возможности и риски, связанные с этой технологией, обеспечивая максимизацию пользы и минимизацию рисков потенциальных угроз.

Литература

1. OpenAI "GPT-4V(ision) System Card" https://cdn.openai.com/papers/GPTV_System_Card.pdf.
2. Eugene Bagdasaryan et al. "Abusing Images and Sounds for Indirect Instruction Injection in Multi-Modal LLMs" arXiv preprint arXiv:2307.10490 (2023).
3. Erfan Shayegani et al. "Jailbreak in Pieces: Compositional Adversarial Attacks on multi-modal Language Models" arXiv preprint arXiv:2307.14539 (2023).

Секция: «Системное программирование и информационные технологии»

Подсекция кафедры интеллектуальных информационных технологий

SMARTROUTES: НЕЙРОСЕТЕВЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТОВ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ РЕАЛЬНОГО МИРА

Сорока А.Г.¹, Мещеряков А.В.², Герасимов С.В.³, Михельсон Г.В.⁴

1)Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: soroka_irk@mail.ru

2)Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru

3)Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: sergun@gmail.com

4)Кафедра интеллектуальных информационных технологий, e-mail: 1069035F@mail.ru

Задача построения и оптимизации маршрутов - класс задач комбинаторной оптимизации с многочисленными практическими применениями: курьерская доставка, работа такси, логистика товаров между складами и точками продаж. Существуют инструменты, позволяющие получить субоптимальное решение для классической постановки задачи ограниченного размера (например “Google OR-Tools”, LKH, SCIP). Однако, для больших задач (>1000 точек) не было предложено эффективных полиномиальных алгоритмов.

В прикладных областях появляются ограничения: временные окна доступности, последовательность посещения, вместимости грузовых средств. Классические подходы для решения подобных задач: поиск точных решений (оптимальность и экспоненциальная сложность) при помощи целочисленного программирования и эвристические подходы (субоптимальность и адекватное время) [1]. На практике эвристика лучший выбор, но ее разработка требует большого количества проб и ошибок и во многом зависит от интуиции и опыта людей-экспертов. В последнее время нейронные подходы, основанные на методах внимания, стали востребованными при решении задач оптимизации маршрутов с учетом различных ограничений [2][3].

Несмотря на обилие существующих алгоритмов для решения, отсутствует универсальная методика сравнения различных подходов. В данной работе мы представим разработанную нами систему SmartRoutes оптимизации маршрутов с учетом ограничений и проведем сравнительный анализ результатов работы нейросетевых и классических алгоритмов.

Литература

1. Gutin G., Punnen A. P. (ed.). The traveling salesman problem and its variations. – Springer Science & Business Media, 2006. – Т. 12.
2. Lu H., Zhang X., Yang S. A learning-based iterative method for solving vehicle routing problems //International Conference on Learning Representations. – 2019.
3. Soroka A. G., Meshcheryakov A. V., Gerasimov S. V. Deep Reinforcement Learning for the Capacitated Pickup and Delivery Problem with Time Windows //Pattern Recognition and Image Analysis. – 2023. – Т. 33. – №. 2. – С. 169-178.

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОЗЫ ЧЕЛОВЕКА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ПЕРСОНАЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИМ НАВЫКАМ

Рыжов А.П.¹, Шергин И.А.²

1) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: alexander.ryjov@gmail.com

2) МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: i.a.shergin@gmail.com

В работе рассматриваются системы оценки позы человека и возможные их применения в персонализации обучения различным физическим навыкам. Современные системы оценки позы человека возникли в 2014 г. [1]. К настоящему времени разработано более 10 различных вариантов систем оценки позы человека, рынок таких систем оценивается в сотни миллионов долларов [2].

Методы оценки позы человека позволяют не только оцифровывать выполнение человеком каких-либо физических упражнений или операций, но и сравнивать их выполнение с «эталонным» (на основе цифровой модели выполнения упражнения или операции опытным спортсменом или мастером). Такая возможность позволяет применять существующие методы для построения системы управления процессом тренировки физическим навыкам. Для разработки такой системы необходимо:

— изучить возможности сбора методами оценки позы человека статистической информации (логов) о ходе выполнения операции и сравнения логов двух операций

— исследовать возможность представления результатов сравнения в виде понятий, которыми оперирует «тренер» (например, «неправильное положение ног», «слишком резкий подъем руки»)

— разработать систему персонализированных рекомендаций на основе сравнения логов и их обработки с помощью системы нечетких правил на базе понятий тренера.

Такие персонализированные системы будут полезны в спорте (от фитнеса до подготовки спортсменов высшей квалификации) [3], здравоохранении (процессы реабилитации) [4], обучении выполнению физических навыков (рынок массовых профессий). Реализация таких систем в удобном исполнении (например, в качестве приложения смартфона [5]) позволит проводить совершенствование физических навыков самостоятельно, сократит время обучения, снизит травматичность и другие негативные последствия отсутствия или слабого развития соответствующего навыка.

В докладе приводится обзор систем оценки позы человека с точки зрения решаемой задачи, промежуточный анализ доступной статистической информации, а также планы дальнейших исследований.

Литература

1. Toshev A., Szegedy C. DeepPose: Human Pose Estimation via Deep Neural Networks// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2014.
2. Global pose estimation industry research report, competitive landscape, market size, regional status and prospect// Market Growth Reports. 2022.
3. Mahendran N. Deep Learning for Fitness// 2021.
4. Stenum J., Cherry-Allen K, Pyles C, Reetzke R, Vignos M, Roemmich R. Applications of Pose Estimation in Human Health and Performance across the Lifespan// 2021.
5. Haoran J., Githinji K. AI Fitness Coach at Home using Image Recognition// 2022

МЕТОДЫ АУТЕНТИФИКАЦИИ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ СМАРТФОНОВ ПО ДАННЫМ АКСЕЛЕРОМЕТРА

Казачук М.А.¹, Чикин О.П.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: mkazachuk@cs.msu.ru

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ИИТ,
e-mail: chikin.oleg@gmail.com

В современном мире с учетом ощутимого роста популярности мобильных устройств критически важными становятся вопросы, связанные с обеспечением безопасности хранимой в них информации. При этом одним из основных инструментов обеспечения безопасности является процедура аутентификации.

Данная работа посвящена исследованию и разработке методов статической аутентификации пользователей по жесту, проделанному с мобильным устройством в руке. При этом анализируются показания датчиков движения – акселерометра и гироскопа. Особенностью задачи является высокая зашумленность анализируемых данных, представляющих собой временные ряды – проекции кажущегося ускорения и угловой скорости по трем осям. Для решения проблемы зашумленности, авторами предлагается схема многошаговой фильтрации данных (применение фильтра Баттерворта, медианного фильтра, вейвлет-преобразования, кубического сглаживающего сплайна). Дополнительно, предлагается собственный подход к построению признакового пространства. Для построения модели пользователя предлагается использовать нечеткий метод поиска исключений на основе потенциальных функций. Ввиду отсутствия открытого набора данных для проведения исследований, авторами реализовано собственное приложение для сбора данных, описывающих жест пользователя, прореживаемого с мобильным устройством в руке.

По результатам проведенной серии экспериментов на собственном собранном наборе данных, предложенный подход превзошел по качеству работы существующие [1–4], достиг значения метрики ROC AUC, равного 0,98, и может активно применяться на практике.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Некоммерческого Фонда развития науки и образования «Интеллект».

Литература

1. Yanna W. Research on Time-frequency Feature Fusion Method based on Dynamic Gesture Identity Authentication //2021 IEEE 4th Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC). IEEE (2021) 4, p. 523–527.
2. Huang E., Troia F.D., Stamp M. Evaluating deep learning models and adversarial attacks on accelerometer-based gesture authentication //Artificial Intelligence for Cybersecurity. Cham: Springer International Publishing (2022), p. 243–259.
3. Shen C. et al. Waving gesture analysis for user authentication in the mobile environment //IEEE Network (2020) 34, №2, p. 57–63.
4. Liu J. et al. uWave: Accelerometer-based personalized gesture recognition and its applications //Pervasive and Mobile Computing (2009) 5, №6, p. 657–675.

SRGZ: БИБЛИОТЕКА МОДЕЛЕЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ РЕНТГЕНОВСКОЙ АСТРОФИЗИКИ

Мещеряков А.В.¹, Тэаро К.А.², Герасимов С.В.³

1) *Институт космических исследований РАН, e-mail: mesch@cosmos.ru*

2) *Кафедра ИИТ ВМК МГУ, e-mail: kir.tearo@yandex.ru*

3) *Кафедра ИИТ ВМК МГУ, e-mail: sergun@gmail.com*

В связи с развитием наблюдательной астрономии, в настоящее время, объёмы данных получаемых телескопами в ходе проведения обзоров всего неба в различных диапазонах ЭМ-спектра быстро растут. В 2019-2022 годах орбитальный телескоп SRG/eROSITA выполнил уникальный обзор всего неба в рентгеновских лучах и открыл новую эру в изучении Вселенной, обнаружив несколько млн. новых рентгеновских источников. Для понимания природы этих объектов необходимо определить их физический класс и другие характеристики, которые не могут быть получены из имеющихся рентгеновских наблюдений. Является актуальной задачей автоматического отождествления больших массивов рентгеновских источников в данных во всех доступных спектральных диапазонах, а также, создания и применения точных моделей физической классификации рентгеновских объектов. Машинное обучение предоставляет исследователям мощные инструменты для решения данного класса задач, но, в настоящее время, они не объединены в единый пакет, который бы мог учитывать особенности данных и задач в области рентгеновской астрофизики.

Целью данной работы было создание программной библиотеки для интеллектуального анализа данных рентгеновских обзоров неба, и включающей в себя модели отождествления и классификации рентгеновских источников.

Для задач отождествления рентгеновских источников астрономы используют различные пакеты: e.g. astropy, TOPCAT/STILTS, NWAY [1]. Недостатком указанных подходов является то, что они не используют современные подходы на основе машинного обучения для анализа многомерного пространства признаков астрономических объектов. Библиотека AstroML [2] использует модели scikit-learn для оптической астрономии, но он не адаптирована для работы с рентгеновскими данными. Создание специализированной библиотеки для решения основных задач анализа рентгеновских данных, с применением современных подходов машинного обучения, является актуальной задачей.

Нами была создана библиотека на языке python, которая включает в себя модели для классификации рентгеновских источников из больших обзоров неба и модели для отождествления рентгеновских источников в оптических каталогах [3]. Подходы для работы с рентгеновскими данными опираются на алгоритмы машинного обучения (градиентный бустинг, случайный лес, многослойный персептрон). Библиотека содержит удобные инструменты для создания, обучения и тестирования новых моделей, а также, для обработки данных и генерации признаков.

Качество моделей классификации рентгеновских источников было протестировано на нескольких выборках объектов eROSITA в области однопроцентного обзора DESI с разным порогом по рентгеновскому потоку (соответствует чувствительности полугодичного и 2-х летнего обзора неба). Точность классификации объектов (на классы квазаров, звёзд и галактик) составила 0.85-0.87. Модели оптического отождествления рентгеновских источников были протестированы на данных рентгеновского обзора XMM-NEWTON и оптического обзора PAN-STARRS.

Разработанный пакет предоставляет удобный и эффективный инструмент для обработки и анализа данных в рентгеновской астрономии, позволяя отождествлять каталоги и классифицировать астрономические объекты на основе машинного обучения.

Литература

1. Mara Salvato, J. Buchner, T. Budavari, T. Dwelly, A. Merloni, M. Brusa, A. Rau,

- S. Fotopoulou, K. Nandra. «Finding counterparts for All-sky X-ray surveys with Nway: a Bayesian algorithm for cross-matching multiple catalogues» //arXiv preprint arXiv:1705.10711. – 2017.
2. Jacob T. VanderPlas, Andrew J. Connolly, Zeljko Ivezic, Alex Gray. «Introduction to astroML: Machine Learning for Astrophysics» //arXiv preprint arXiv:1411.5039. – 2014
 3. А. В. Мещеряков и др. «SRGz: Методы машинного обучения и свойства каталога оптических компаньонов точечных рентгеновских источников СРГ/ЕРОЗИТА в области покрытия DESI LEGACY IMAGING SURVEYS» //письма в астрономический журнал, 2023, том 49, № 7, с. 441–494. – 2023