

*М. А. Кривов*¹

ЧИСЛЕННЫЙ ПОДХОД ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОЦЕНКИ ОСТАТОЧНОЙ МАССЫ, ТОЧКИ ПАДЕНИЯ И ДРУГИХ ПАРАМЕТРОВ МЕТЕОРИТА ПО СВЕТЛОМУ УЧАСТКУ ЕГО ПУТИ *

Введение

Процесс движения и горения небесного тела в атмосфере Земли весьма скоротечен, однако количество порождаемых за это время вопросов велико. Одной из областей, которая вызывает наибольший научный интерес, является восстановление параметров тела и воспроизведение динамики его полёта, которые необходимы для определения места падения фрагментов, а также оценки их остаточной массы.

Имея лишь графическую информацию с фото-регистраторов, необходимо составить математическую модель, которая способна воспроизвести весь процесс движения и разрушения тела, начиная от момента его входа в атмосферу и до окончательного распада болида. Стоит отметить, что решение подобных задач, которые в настоящий момент сводятся к поиску ответа на вопрос «а что произошло?», представляет не только научный интерес, но и позволяет развивать фундаментальную базу, которая в последствии может потребоваться для перехода на следующий уровень в поисках ответа на вопрос «а что произойдёт?». Или, другими словами, для предсказания последствий входа в атмосферу Земли более крупных небесных тел, способных вызывать катастрофические разрушения как в результате падения их остатков, так и от создаваемой ударной волны.

В настоящей работе предлагается численный метод для решения одного из этапов озвученной фундаментальной задачи, а именно определения траектории и параметров тела по светлому участку его пути (см. Рис. 1). Единственная информация, на базе которой возможно изучение наблюдаемого явления, сводится к набору снимков с массива

¹Математик факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: m_krivov@cs.msu.su.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №18-37-00429 мол_a

фото-регистраторов [1 - 3], запечатлевших свечение болида в разные моменты времени. Пройдя первичную обработку [4], результаты наблюдений обычно публикуются в виде табличных данных для скорости $V(t_i)$ и высоты небесного тела над поверхностью Земли $h(t_i)$ в моменты времени $T = \{t_0, t_1, \dots, t_N\}$, соответствующие светлomu участку пути.

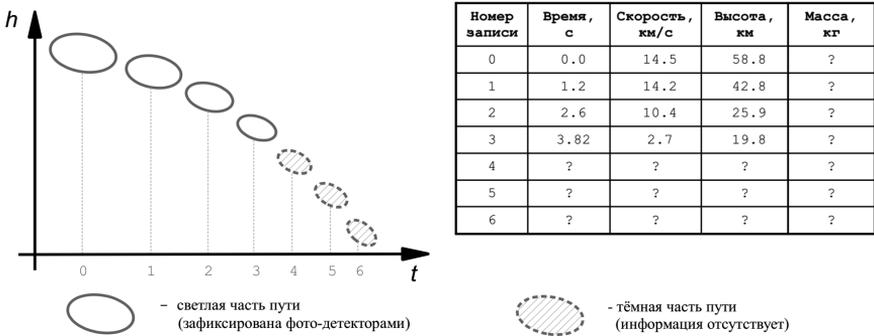


Рис. 1. Схематичное изображение данных, получаемых с фото-детекторов. Приведённые в целях иллюстрации значения соответствуют метеориту Иннисфри

Используя эти дискретные данные, требуется решить сразу две связанные задачи. Во-первых, восстановить динамику изменения трёх основных параметров: скорости $V(t)$, высоты $h(t)$ и массы тела $M(t)$. Задача усложняется тем фактом, что в исходных данных отсутствует какая-либо информация о последнем и самом важном параметре - массе. Во-вторых, провести моделирование для тёмного участка пути, когда процесс горения полностью завершился и фото-детекторы перестали фиксировать небесное тело, которое, тем не менее, продолжило свой полёт.

1. История вопроса

Исходная проблема изучается уже более полувека, и за это время было предложено множество различных подходов, которые, однако, можно условно разделить на две группы. Первая из них, именуемая фотометрическими методами, получила развитие благодаря работам МакКроски [5] и Эпика [6]. Подобные подходы основываются на утверждении, что наибольший вклад в светимость метеорного тела, которую удаётся зафиксировать наблюдателям, вносят пары его материала, в результате чего яркость свечения $I(t)$ пропорциональна кинетической энергии тела:

$$I = -\tau \left(\frac{V^2}{2} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta t} + M V \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} \right)$$

Таким образом, взяв из табличных данных значения скорости $V(t_i)$ и оценив по снимкам яркость свечения тела $I(t_i)$, можно вычислить интеграл по светлomu участку пути и определить изменение массы. При этом требуется явно задать коэффициент эффективности излучения τ , который, например, было предложено подбирать по кривым блеска искусственных метеоров из никеля и железа [7]. Основным недостатком подобных подходов является игнорирование других источников свечения, таких как, например, излучение атмосферного газа ударного слоя. Более того, значение коэффициента, связующего кинетическую энергию и светимость, не является универсальным и зависит от многих факторов, среди которых можно отметить свойства материала небесного тела, его размер и плотность атмосферы. Как следствие, точность данных методов может оказаться неприемлемо низкой, хотя они действительно позволяют получить оценку для массы небесного тела.

Среди методов второй группы, обычно обозначаемые как динамические, можно отметить работы Цеплеха [8] и Везерилла [9]. В их основе лежит идея оценки массы $M(t)$ метеорита по наблюдаемому торможению в атмосфере Земли:

$$M \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{1}{2} c_d \rho_a V^2 S$$

Где ρ_a - плотность атмосферы, c_d - коэффициент динамического сопротивления, а для определения площади Миделева сечения S требуется явно задать форму и плотности тела, в роли которых обычно выступают сфера и усреднённая плотность хондритов. Далее, на снимках требуется выбрать участок траектории, на котором заметно наибольшее ускорение и который обычно является нижней её частью, и из данного уравнения торможения определить значение массы в интересующий момент времени. Хотя данный метод позволяет достаточно точно оценить массу упавших фрагментов (так как именно на нижней части траектории наблюдается наибольшее торможение), он имеет ряд ограничений, вызванных необходимостью явного задания плотности и формы тела, а также большими погрешностями при попытке оценить массу тела в момент его входа в атмосферу Земли.

2. Современные подходы

Более современные подходы явно или неявно основаны на идее, предложенной Стуловым [10]. Согласно этому подходу изменением скорости вращения метеора можно пренебречь, рассматривая его как движущееся в атмосфере Земли некоторое тело, на которое действуют подъёмная и тормозящая силы и которое также разрушается из-за

нагрева. Таким образом, в системе имеются три степени свободы (скорость, высота, масса) и её можно формализовать в следующем виде:

$$\begin{cases} M \frac{dV}{dt} = -D + P \sin \gamma \\ MV \frac{d\gamma}{dt} = P \cos \gamma - \frac{MV^2}{R} \cos \gamma - L \\ \frac{dh}{dt} = -V \sin \gamma \\ H \frac{dM}{dt} = -\frac{1}{2} c_h \rho_a V^3 S \end{cases} \quad (1)$$

Величины $M(t)$, $V(t)$ и $h(t)$ задают массу тела, его скорость и высоту над уровнем моря в момент времени t , и, собственно, являются искомыми параметрами. Функции $D(V)$ и $L(V)$ соответствуют силе торможения и подъёмной силе, действующим на тело в результате его движения в атмосфере, и определяются по формулам $D(V) = \frac{1}{2} c_d \rho_a V^2 S$ и $L(V) = \frac{1}{2} c_L \rho_a V^2 S$. Угол $\gamma(t)$ является углом между линией горизонта и вектором скорости тела, а площадь S равна площади проекции тела на плоскость, перпендикулярной вектору скорости. Функция $P(M)$ соответствует весу тела, а величины ρ_a и R - плотности атмосферы и радиусу Земли. В последнем уравнении, описывающем процесс уноса массы, величина H является эффективной энтальпией разрушения, а c_h - коэффициентом теплообмена с окружающей средой.

Численное решение данной системы (1) в общем случае не представляется возможным, так как отсутствуют начальные условия $M(t=0)$ и $\gamma(t=0)$, а также неизвестны параметры тела H , c_h , c_L , c_d и его миделево сечение S . В классе работ типа [11, 12] используется интересный подход, благодаря которому решаемая система сводится к следующим двум аналитическим функциям, непосредственно используемым для оценки массы:

$$\begin{cases} m(v) = e^{-\frac{\beta}{1-\mu}(1-v^2)} \\ y(v) = \ln \alpha + \beta - \ln \frac{\delta(\beta, v)}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Сам подход состоит из нескольких шагов. Во-первых, учитывая большие значения скорости (более 10 км/с), пренебрегают изменением угла, что позволяет исключить из системы (1) второе уравнение, а неизвестную величину $\gamma(t)$ заменить константой. Во-вторых, производят замену независимой переменной t на $h(t)$, благодаря чему в системе остаётся только два уравнения и два неизвестных. В-третьих, производят обезразмеривание переменных $M(h) = M_0 \cdot m$, $V(h) = V_0 \cdot v$ и $h = h_0 \cdot y$, в результате чего искомыми становятся уже функции $y(h)$ и $v(h)$. После этого используют два дополнительных упрощения. Атмосферу рассматривают как изотермическую, а также вводят коэффициент изменения формы небесного тела, который неявно учитывает скорость вращения.

В итоге исходная система ОДУ (1) сводится к некоторому аналогу, для которого при начальных условиях $y = \infty$, $v = 1$ и $m = 1$ удаётся построить приведённое выше автомодельное решение (2) в виде функций $m(v)$ и $y(v)$. Все неизвестные параметры в итоге заменяются на не имеющие физического смысла коэффициенты α и β , которые описывают конкретный метеорит. Для определения их значений в рассматриваемых работах используется метод наименьших квадратов, или, другими словами, производится минимизация функционала разности между имеющимися табличными данными и (2) по норме L_2 .

Определённая критика [13] рассмотренного метода может заключаться в искусственности коэффициентов α и β , в результате чего найденный для них оптимум не обязательно должен соответствовать какому-то реальному метеориту. Поэтому в альтернативных работах предлагается использование скорее инженерных, чем математических подходов. В частности, в [14] для задания теплообмена со средой применялась модель, пришедшая, по словам авторов, из ракетно-космической отрасли. Основная её идея заключается в замене четвёртого уравнения из (1) на тринадцать новых (пять из которых описывают течение газа, а девять других отвечают тепловому излучению и конвективному теплообмену) после чего полученная система решалась численно. Как можно заметить, подобное расширение модели не устраняет проблему отсутствия значений для физических параметров метеорита и его начальных данных. Для их определения в [14] предлагается использовать наиболее подходящие оценки, полученные при анализе схожих явлений. Например, для моделирования метеорита Челябинск состав небесного тела считался идентичным граниту с примесью кварца, а начальную массу визуально оценили в 5 кг.

3. Предлагаемый подход

Если обобщить рассмотренные в разделах 3 и 4 методы, то можно выделить их общую черту - решение дифференциального уравнения, системы ОДУ или даже системы уравнений в частных производных для случая, когда отсутствуют начальные условия и значения коэффициентов. Если эти данные станут известными, то задача перестанет быть фундаментальной и сведётся к выбору наиболее подходящего численного метода из множества хорошо изученных.

В настоящей работе предлагается учесть тот факт, что современные вычислительные системы достаточно производительны, чтобы за адекватное время решить миллионы и даже миллиарды подобных и достаточно простых ОДУ. Таким образом, можно провести моделирование для действительно огромного количества случайных виртуальных метеоритов, среди которых отбирать те, которые больше всего соответствуют наблюдаемому явлению. Основное преимущество

данной концепции заключается в том, что становится возможным получить оценку для каждого физического параметра, причём в виде гистограммы вероятностей, а не единственного скалярного значения.

3.1. Описание подхода

Для численного решения системы (1) требуется задать значения семи неизвестных параметров. Предлагаемый диапазон их изменения был сформирован на основе оценок из других работ и немного расширен в обе стороны (см. Табл. 1). Например, общая масса найденных фрагментов метеорита Иннисфри составила 4.5 кг, а его начальная масса оценена с помощью фотометрического метода в 20 кг [15]. Для метеорита Кошице масса фрагментов равнялась 11.3 кг, а начальная масса оценена в тысячи килограмм [4]. Для плотности использовался диапазон, нижняя граница которого соответствует хондритам, а верхняя - сидеритам. Для оценки границ энтальпии разрушения использовались известные оценки [14] для кварца и теплозащитных покрытий летательных аппаратов - 0.36 и 21 МДж/с соответственно. Коэффициент тормозящей силы, численно рассчитанный для шара, может варьироваться от 0.9 до 2 в зависимости от плотности среды [13]. Для трёх оставшихся параметров (коэффициент подъёмной силы, коэффициент теплообмена и угол входа) были использованы априорные оценки.

Табл. 1. Диапазоны используемых значений для неизвестных параметров метеорита

Параметр	Описание	Размерность	Min	Max
M_0	Начальная (внеземная) масса метеорита	кг	10	500
γ_0	Угол входа в атмосферу Земли	градусы	0	90
ρ	Плотность метеорита	кг/м ³	2000	5000
c_L	Коэффициент подъёмной силы	-	0.0	0.25
c_d	Коэффициент тормозящей силы	-	0.5	2.5
c_h	Коэффициент теплообмена с окружающей средой	-	0.1	0.9
H	Эффективная энтальпия разрушения	Дж/кг	10 ⁵	5 · 10 ⁶

Для задания одного виртуального метеорита достаточно выбрать точку из декартова произведения семи рассмотренных диапазонов. Далее, беря значения V_0 и h_0 из имеющихся наблюдений, удаётся однозначно определить систему ОДУ (1). Для её численного решения были независимо использованы явные одно-, двух- и трёх- шаговые методы Адамса с временным шагом 10^{-3} - 10^{-5} секунды. Также стоит отметить, что атмосфера описывалась с помощью изотермической модели, согласно которой её плотность зависит только от высоты h и определяется по формуле $\rho_a(h) = \frac{M}{RT} \exp(-\frac{Mgh}{RT})$. В данной формуле M обозначает молярную массу воздуха ($0.029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$), R - универсальная газовая постоянная ($8.3 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{моль}}$), T - температура воздуха (273К), а g - ускорение свободного падения ($9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$). Также считается, что небесное тело имеет

форму сферы, и, с учётом вращения, унос массы происходит равномерно со всей его поверхности.

Для оценки соответствия траектории виртуального метеорита реально наблюдаемому явлению использовался функционал следующего вида:

$$J(V, h) = \sqrt{\sum_{i=0}^N \frac{\frac{(V(t_i) - V_i)^2}{V_0^2} + \frac{(h(t_i) - h_i)^2}{h_0^2}}{N + 1}}$$

Другими словами, величина $J(V, h)$ является суммой L_2 -норм для обезразмеренной разности между скоростью и высотой, полученными в результате решения ОДУ, и табличными данными. Дополнительно рассматривалась возможность введения искусственно подобранной штрафной функции для отсеечения случаев, когда тёмная часть пути оказывается слишком неправдоподобной. При определённых значениях c_d и c_L виртуальный метеорит начинает вести себя как летательный аппарат, однако начальная часть его траектории может идеально соответствовать табличным данным. К сожалению, подобные штрафные функции оказывает заметное влияние на оценки, получаемые в рамках рассматриваемого подхода. В данной работе было решено было заменить ограничениями $c_d \geq 0.5$, $c_L \leq 0.25$, благодаря чему какие-либо аномалии в траекториях метеоритов наблюдаться перестали (см. Рис. 3).

Для анализа одного реального метеорита требуется провести моделирование достаточно большого числа виртуальных случаев, полученных выбором случайных значений из Табл. 1. Среди них необходимо отобрать порядка 100 вариантов с минимальными значениями функционала $J(V, h)$, по которым построить гистограммы распределения всех параметров небесного тела. В качестве генератора случайных чисел во всех приведённых ниже расчётах был задействован метод «вихрь Мерсенна», реализованный в стандартных библиотеках для C++ и CUDA.

3.2. О точности и устойчивости

Прежде, чем переходить к рассмотрению результатов моделирования, следует остановиться на оценках погрешности, которые использовались при выборе метода интегрирования. Для этого был рассмотрен модельный сценарий, в котором неизвестные параметры распределялись усреднением значений из Табл. 1, а высота и начальная скорость задавалась в аналогии с метеоритом Иннисфри. Построенный таким образом виртуальный метеорит (см. Рис. 2) полностью сгорел в атмосфере за 2.82 секунды, дальность его полёта составила 26.9 км.

Если рассматривать численную погрешность в зависимости от метода (см. Табл. 2) и шага интегрирования (см. Табл. 3), то можно сделать предположение о достаточности использования двухшагового

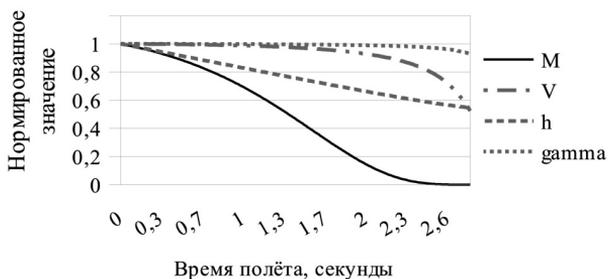


Рис. 2. Изменение параметров виртуального метеорита, используемого при оценке численной ошибки метода интегрирования

метода и временного шага не более 10^{-2} секунды. В рамках модельного сценария дальнейшее повышение точности приводило лишь к незначительному изменению траектории полёта на величину порядка $10^{-3}\%$. При этом стоит отметить, что все последующие расчёты были осуществлены исключительно с двойной машинной точностью (формат double).

Табл. 2. Влияние числа шагов метода Адамса на численную ошибку относительно решения, полученного с помощью трёхшагового метода той же точности (момент времени 2.54 секунды)

Метод	M, %	V, %	h, %	γ , %
Одношаговый, одинарная точность	1.6	$9.3 \cdot 10^{-3}$	$5.7 \cdot 10^{-3}$	$8.5 \cdot 10^{-4}$
Двухшаговый, одинарная точность	$3.3 \cdot 10^{-4}$	$3.4 \cdot 10^{-5}$	$3.4 \cdot 10^{-5}$	$7.8 \cdot 10^{-6}$
Одношаговый, двойная точность	1.6	$9.3 \cdot 10^{-3}$	$5.6 \cdot 10^{-3}$	$6.8 \cdot 10^{-4}$
Двухшаговый, двойная точность	$6.7 \cdot 10^{-4}$	$5.8 \cdot 10^{-5}$	$1.1 \cdot 10^{-5}$	$9.2 \cdot 10^{-6}$

Табл. 3. Влияние шага интегрирования на численную ошибку относительно решения, полученного с шагом 10^{-6} (момент времени 2.54 секунды)

Шаг, с	M, %	V, %	h, %	γ , %
10^{-1}	30.0	1.4	0.4	0.2
10^{-2}	$6.5 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-4}$	$8.7 \cdot 10^{-5}$	$6.6 \cdot 10^{-5}$
10^{-3}	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$1.2 \cdot 10^{-6}$	$5.4 \cdot 10^{-7}$	$1.4 \cdot 10^{-7}$
10^{-4}	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$8.1 \cdot 10^{-9}$	$5.1 \cdot 10^{-9}$	$8.8 \cdot 10^{-10}$
10^{-5}	$9.8 \cdot 10^{-10}$	$6.6 \cdot 10^{-11}$	$5.5 \cdot 10^{-11}$	$1.2 \cdot 10^{-11}$

Отдельный интерес представлял вопрос устойчивости метода относительно варьируемых параметров. Данные оценки (см. Табл. 4) также получены численно путём внесения в каждый из коэффициентов небольшого возмущения. Наибольший эффект наблюдался при изменении начальной скорости и высоты, что объясняется использованием

изотермической модели атмосферы и, как следствие, разной интенсивностью процесса горения на разных высотах. Так как эти параметры определяются путём анализа фото-снимков и в дальнейшем не варьируются, то можно сделать предположение, что предложенный метод не является неустойчивым.

Табл. 4. Влияние вносимого в соответствующий параметр возмущения на продолжительность полёта, все значения указаны в %

Возмущение	H	c_b	ρ	c_d	c_L	M_0	V_0	h_0	γ_0
1.0	0.6	0.5	0.2	0.3	0	0.1	2.1	2.0	0.6
2.0	1.1	1.1	0.4	0.6	0	0.2	4.0	4.0	1.1
4.0	2.3	2.1	0.7	1.2	0.04	0.4	7.7	8.0	2.2
8.0	4.7	4	1.4	2.5	0.04	0.8	14.4	16.1	4.2
16.0	10.0	7.4	2.7	5.9	0.04	1.6	25.5	32.2	7.9

4. Результаты моделирования

Для апробации метода был выбран уже упомянутый и хорошо изученный метеорит Иннисфри, падение которого зафиксировали в Канаде 5 февраля 1977 года. Его особенностью является разделение на небольшое число фрагментов, все из которых позднее были найдены. Табличные данные, описывающие первые 3.2 секунды его полёта и часть траектории, отвечающей изменению высоты с 58.8 до 21.5 км, взяты из [15].

Сопутствующие расчёты проводились в два этапа. Сначала моделировались 10^8 виртуальных метеоритов с помощью двухшагового метода Адамса и шагом по времени 10^{-3} секунды, среди которых отбирались 100 наилучших. Далее их траектории рассчитывались повторно, но уже с использованием трёхшагового метода и шага по времени 10^{-4} секунды. Исходный код разработанного решателя, с помощью которого были получены представленные ниже результаты, опубликован в [16] (ревизия 92d0f35, зерно генератора случайных чисел 25102018).

Если рассматривать построенные таким образом траектории (см. Рис. 3), то стоит отметить их схожесть. Во всех случаях виртуальные метеориты не сгорели и долетели до поверхности Земли, их высота монотонно уменьшалась (хотя и с оговорками), разброс точек падения составил около 2.5 км. Характерный изгиб на высоте около 15 км объясняется экспоненциальным повышением плотности атмосферы, в результате чего пропорционально возрастала сила аэродинамического сопротивления. Также важно заметить, что переход от светлой части пути (до 21.5 км, известен из табличных данных) к тёмной (от 21.5 км до момента падения, моделируется) не сопровождался какими-либо резкими скачками.

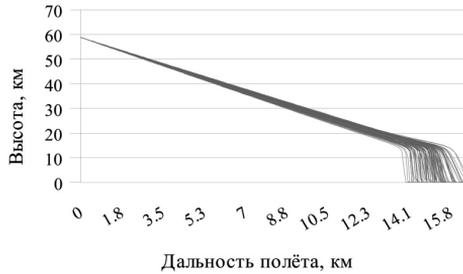


Рис. 3. Траектории полёта 100 виртуальных метеоритов, лучше всего соответствующих метеориту Иннисфри

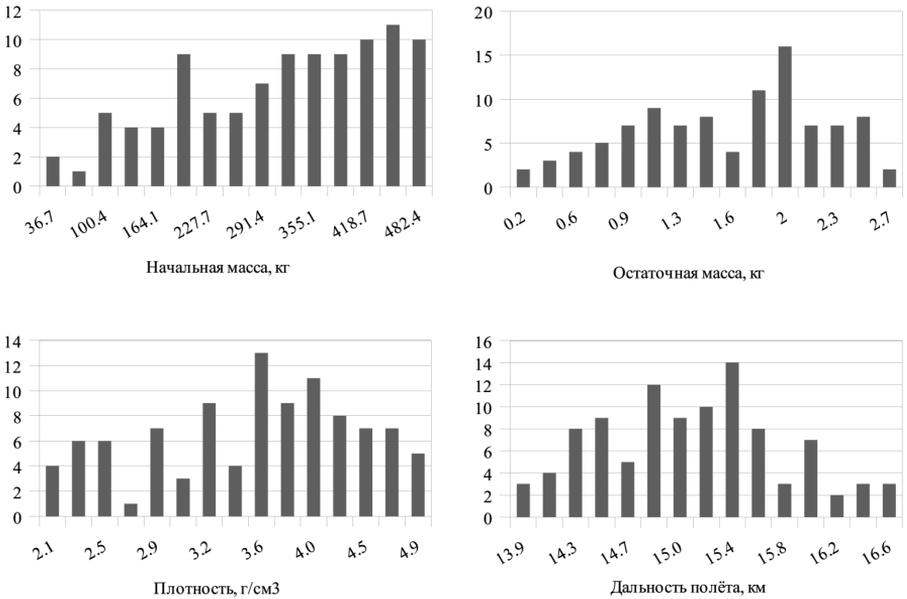


Рис. 4. Распределение параметров 100 виртуальных метеоритов, лучше всего соответствующих метеориту Иннисфри

Как следует из названия статьи, основной практической интерес представляют оценки для массы, точки падения и плотности, поэтому дополнительно были построены гистограммы распределения этих величин (см. Рис. 4). Относительно отчётливые пики наблюдаются для остаточной массы и плотности - около значений 1.1 и 2.0 кг и 3.7 – 4.0 г/см³ соответственно. Согласно опубликованным отчётам экспедиций [15], два самых крупных фрагмента имели массу 894 и 2070 г, а все найденные части метеорита - всего 4576 г, что достаточно близко к оценкам, полученным с помощью предложенного метода. Более того, их плотность равнялась 3.5 г/см³, что также соответствует результатам численного моделирования.

В случае начальной (внеземной) массы получить однозначную оценку не удалось, можно сделать только предположение, что она превышала 300 кг. В других теоретических работах высказывались сильно отличающиеся версии - от 20 до 300 кг - поэтому сопоставлять полученные результаты с уже имеющимися нужно с определённой осторожностью. Место падения метеорита было определено как 15.5 км от точки, над которой впервые зафиксировано свечение, предполагаемый разброс составил 2.5 км. Найти реальное значение для дальности полёта, определённой строго аналогичным образом, не удалось, однако известна информация о размере области, в которой были обнаружены фрагменты - её диаметр равнялся 1 км.

Основным достоинством предложенного метода является возможность составлять подобные оценки полностью автоматически, без необходимости ручного поиска на гистограммах пиков и плато. Для этого вводится понятие коэффициента уверенности - доли виртуальных метеоритов, которые должны входить в диапазон минимального размера для значений соответствующего параметра. В качестве иллюстрации можно привести величину 0.2. Она означает, что среди всех метеоритов должно быть отобрано не менее 20%, среди которых диапазон изменения параметра (например, плотности) минимален.

Табл. 5. Вероятностные оценки для метеорита Иннисфри, полученные с помощью предложенного метода

Уверенность	0.2	0.4	0.6	0.8
Начальная масса, кг	428.9 ± 5.6%	434.7 ± 14.6%	395.7 ± 25.9%	346.5 ± 43.8%
Остаточная масса, кг	1.96 ± 6%	1.99 ± 15.6%	1.99 ± 29%	1.73 ± 47.1%
Плотность, г/см ³	3.69 ± 4%	3.88 ± 9.6%	4.15 ± 15.6%	3.84 ± 25.9%
Дальность, км	15.5 ± 0.8%	15.1 ± 2.2%	15.2 ± 3.9%	14.99 ± 5.4%
Угол входа, °	71.9 ± 0.1%	72.4 ± 0.3%	72.0 ± 0.5%	72.1 ± 0.7%
c_d	2.22 ± 3.8%	2.14 ± 8%	2.23 ± 12.2%	2.07 ± 20.5%
c_L	0.006 ± 80.1%	0.012 ± 90%	0.02 ± 93.8%	0.034 ± 96.4%
H/c _h , МДж/кг	9.0 ± 3.1%	9.2 ± 7.7%	9.1 ± 12.9%	10.1 ± 21.4%

В Табл. 5 приведены определённые таким образом значения для всех основных параметров метеорита Иннисфри. Наиболее точно был оценен угол входа в атмосферу Земли - 72° , разброс значений составил примерно 0.4° . При этом общепринятая оценка [17], полученная путём непосредственного анализа фото-снимков, достаточно близка и составляет 67° . Также, вне зависимости от коэффициента уверенности, однозначные оценки были получены для всех трёх коэффициентов - торможения c_d (2.0 – 2.2), подъёмной силы c_L (почти нулевой) и интенсивности уноса вещества H/c_h (9.0 – 10.1 МДж/кг).

Заключение

Проведённое моделирование продемонстрировало применимость подхода при изучении метеоритов, характеризующихся низкой интенсивностью дробления. В качестве дальнейшего развития планируется учитывать моменты времени, в которые происходит разделение основного тела на мелкие фрагменты, после чего каждый из них отслеживать независимо. Для многих метеоритов подобная информация, наряду с табличными значениями их скорости и высоты, уже известна из результатов анализа фото-снимков. Если эту доработку удастся осуществить, то появится возможность оценить точку падения и остаточную массу практически для любого метеорита, а сам метод сможет оказаться полезным при организации поисковых экспедиций.

Среди основных результатов, представленных в рамках работы, стоит отметить следующие:

- Предложен численный подход, позволяющий по небольшому числу точек светлой части траектории метеорита оценить возможные диапазоны для его шести основных параметров.
- Практическую ценность представляют получаемые в автоматическом режиме оценки для точки падения метеорита и его остаточной массы. В отличие от других теоретических работ, они задаются не одним числом, а в виде диапазона, который может быть составлен для любого наперёд заданного коэффициента уверенности.
- Предложенный подход апробирован на примере хорошо изученного метеорита Иннисфри (1977 год). Оценки, полученные для остаточной массы и плотности, оказались достаточно близкими к реальным значениям. Остаточная масса небесного тела оценена как 1.73 – 1.99 кг (экспедиция обнаружила 4.56 кг осколков, наибольший из них весил 2 кг), плотность оценена как 3.69 – 4.15 г/см³ (реальная - 3.5 г/см³).
- Дополнительно рассмотрены неизвестные параметры метеорита Иннисфри: коэффициент аэродинамического торможения (2.0 – 2.2),

коэффициент подъёмной силы (практически нулевой), угол входа в атмосферу Земли (72°) и дальность полёта от момента начала горения (15 – 15.5 км).

Литература

1. *McCrosky R., Boeschenstein H.* The Prairie Meteorite Network. SAO Special Report #173, 1965. 23 p.
2. *Oberst J., Molau S., et al.* The "European Fireball Network": Current status and future prospects // *Meteoritics & Planetary Science*. 1998. Vol. 33, No. 1. P. 49–56.
3. *Bland P.* The Desert Fireball Network // *Astronomy and Geophysics*. 2004. Vol. 45, No. 5. P. 20–23.
4. *Borovicka J., et al.* The comparison of two methods of determining meteor trajectories from photographs // *Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia*. 1990. Vol. 41. P. 391–396.
5. *McCrosky R., Posen A.* Special data-reduction procedure for Prairie Network meteor photographs and Prairie Network meteor data. SAO Special Report #273, 1968. 51 p.
6. *Opik E.* Meteor Radiation, Ionization and Atomic Luminous Efficiency // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. 1955. Vol. 230, No. 1183. P. 463–501.
7. *Opik E.* Tables of Meteor Luminosities // *Irish Astronomical Journal*. 1963. Vol. 6, No. 1. P. 3–11.
8. *Ceplecha Z.* Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks // *Bulletin of the Astronomical Institute of Czechoslovakia*. 1987. Vol. 38. P. 222–234.
9. *Wetherill G., ReVelle D.* Which fireballs are meteorites - A study of the Prairie Network photographic meteor data // *Icarus*. 1981. Vol. 48. P. 308–328.
10. *Стулов В.П., Мирский В.Н., Вислый А.И.* Аэродинамика болидов. М.: Наука, 1995. 236 с.
11. *Turchak L., Gritsevich M.* Meteoroids interaction with the earth atmosphere // *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. 2014. Vol. 44, No 4. P. 15–28.
12. *Gritsevich M.* A comprehensive study of distribution laws for the fragments of Kosice meteorite // *Meteoritics & planetary science*. 2014. Vol. 49, No 3. P. 328–345.

13. *Gavrilov A., Lebedev M.* Determination of meteorite trajectories: observations and modeling // *Computational Mathematics and Modeling*. 2018. Vol. 29, No 3. P. 265–274.
14. *Иванков А.А., Финченко В.С.* Численное исследование теплового разрушения метеорита «Челябинск» при входе в атмосферу Земли // *Компьютерные Исследования и Моделирование*. 2013. Т. 5, № 6. С. 941–956.
15. *Halliday I., Griffin A.A., Blackwell A.T.* The Innisfree meteorite fall - A photographic analysis of fragmentation, dynamics and luminosity // *Meteoritics*. 1981. Vol. 16, No 2. P. 153–170.
16. *Кривов М.А.* Исходный код проекта. Адрес доступа: <https://github.com/m-krivov/MeteoriteSimulator> (дата обращения 23.09.2021).
17. *Beech M.* Meteoroid rotation and fireball flickering: a case study of the Innisfree fireball // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Societ*. 2001. Vol. 326, No 3. P. 937–942.