*Н. Е. Александрова*[1], *Д. С. Романов*[2]

# НИЖНЯЯ ОЦЕНКА ДЛИНЫ ЕДИНИЧНОГО ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ТЕСТА ОТНОСИТЕЛЬНО ВСТАВОК ЭЛЕМЕНТА СЛОЖЕНИЯ ПО МОДУЛЮ 2*

## Введение и основные определения

Схемы из функциональных элементов (СФЭ) — одна из классических моделей управляющих систем без памяти. Анализ функционирования СФЭ при возникновении в них неисправностей традиционно осуществляется с помощью тестового подхода, предложенного С. В. Яблонским и И. А. Чегис [38].

Под вставкой $m$-входового элемента $E$ в схему $S$ понимается следующая операция [7]: в $S$ выбираются $m$ не обязательно различных функциональных элементов (ФЭ) $E^{(1)}$, $E^{(2)}$, ..., $E^{(m-1)}$, $E^{(m)}$ так, что никакой элемент среди $E^{(1)}$, $E^{(2)}$, ..., $E^{(m-1)}$ не лежит ни на каком ориентированном пути от $E^{(m)}$ к выходу схемы (однако, некоторые из элементов $E^{(1)}$, $E^{(2)}$, ..., $E^{(m-1)}$ или даже все могут совпадать с элементом $E^{(m)}$), все дуги, исходящие из $E^{(m)}$, заменяются на дуги с теми же концами, исходящие из $E$ (при этом, если элемент $E^{(m)}$ был выходным элементом схемы, то в результате вставки выходным оказывается элемент $E$, а элемент $E^{(m)}$ перестает быть выходным), и добавляются $m$ дуг с концами в $E$, исходящих из $E^{(1)}$, $E^{(2)}$, ..., $E^{(m)}$. О такой вставке элемента $E$ в дальнейшем будем говорить как о вставке элемента $E$ от элементов $E^{(1)}$, $E^{(2)}$, ..., $E^{(m-1)}$ под элемент $E^{(m)}$.

Пусть $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (f_1, f_2, \ldots, f_N)$ — система булевых функций (БФ) $n$ переменных, $S$ — реализующая ее схема из функциональных элементов (СФЭ) в базисе $B$. Пусть на СФЭ $S$ мог подействовать

[1]Младший консультант ООО «ГлоуБайт Аналитические решения», e-mail: alexandrova-nat@mail.ru.

[2]Доцент факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, e-mail: romanov@cs.msu.ru.

*Статья опубликована при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075-15-2019-1621, а также проекта «Математические модели глобального информационно-энергетического баланса на основе циклов управления природно-антропогенными системами (на примере системы “загрязнение среды — здоровье населения”)» (код FSZZ-2020-0002).

источник неисправностей $U$, способный видоизменять схему конечным числом способов. Множество $T$ входных наборов называется проверяющим тестом для схемы $S$ относительно источника неисправностей $U$ тогда и только тогда, когда для любой схемы $S'$, полученной действием $U$ на $S$, справедливо: если $S'$ реализует некоторую систему БФ $F'$, неравную $F$, то найдется набор $\alpha$ из $T$ такой, что $F'(\alpha) \neq F(\alpha)$. Множество $T$ входных наборов называется диагностическим тестом для схемы $S$ относительно источника неисправностей $U$ тогда и только тогда, когда для любых двух схем $S'$ и $S''$, полученных действием $U$ на $S$, справедливо: если $S'$ и $S''$ реализуют некоторые неравные друг другу системы БФ $F'$ и $F''$ соответственно, то найдется набор $\alpha$ из $T$ такой, что $F'(\alpha) \neq F''(\alpha)$. Число наборов в тесте $T$ называется его длиной $L(T)$. Под поломкой будем понимать неисправность, связанную с изменением или возникновением ровно одного элемента или входа схемы. Неисправность, не меняющую распределение сигналов в схеме на всяком входном наборе, назовем тривиальной. К тривиальным неисправностям отнесем и такую вставку элемента $G$ под элемент $G'$, при которой на выходе элемента $G$ реализуется та же функция от входных переменных схемы, что и на выходе элемента $G'$ в отсутствие неисправностей. Тест относительно одиночных (соответственно всевозможных кратных) поломок называется единичным (соответственно полным). Схема $S$ называется неизбыточной (тестопригодной) относительно источника неисправностей $U$ тогда и только тогда, когда при любой нетривиальной одиночной поломке (соответственно при любой нетривиальной неисправности), вызванной действием источника $U$, реализуемая неисправной схемой система БФ оказывается неравной системе, реализуемой схемой $S$ при отсутствии неисправностей. Под длиной $L_B^{\mathrm{dt}}(U,S)$ (соответственно $L_B^{\mathrm{dn}}(U,S)$) минимального проверяющего (соответственно диагностического) теста относительно источника неисправностей $U$ для СФЭ $S$ в базисе $B$ понимается минимум величины $L(T)$ по всем проверяющим (соответственно диагностическим) тестам $T$ для $S$ относительно $U$. Под длиной минимального проверяющего (диагностического) теста относительно источника неисправностей $U$ для системы БФ $F(x_1,\ldots,x_n)$, реализованной с помощью СФЭ в базисе $B$, понимается величина $L_B^{\mathrm{dt}}(U,F)$ (соответственно $L_B^{\mathrm{dn}}(U,F)$), равная минимуму величины $L_B^{\mathrm{dt}}(U,S)$ (соответственно $L_B^{\mathrm{dn}}(U,S)$) по всем реализующим $F$ неизбыточным СФЭ $S$ с $n$ входами в базисе $B$. Аналогично определим величину $\hat{L}_B^{\mathrm{dn}}(U,F)$ как минимум величины $L_B^{\mathrm{dn}}(U,S)$ по всем реализующим $F$ СФЭ $S$ с $n$ входами в базисе $B$. Функцией Шеннона длины проверяющего (диагностического) теста для реализованной с помощью СФЭ в базисе $B$ булевой функции $f$ относительно источника неисправностей $U$ называется величина $L_B^{\mathrm{dt}}(U,n)$ (соответственно $L_B^{\mathrm{dn}}(U,n)$), равная максимуму по всем БФ $f$, существенно зависящим от $n$ переменных, величины $L_B^{\mathrm{dt}}(U,f)$ (соответственно $L_B^{\mathrm{dn}}(U,f)$). Введем еще слабую функцию Шеннона $\hat{L}_B^{\mathrm{dn}}(U,n)$ длины диагностического теста для реализованной с помощью СФЭ в базисе $B$ булевой функции $f$ относительно источника неисправностей $U$ как максимум по всем БФ $f$, существенно зависящим от $n$ переменных, величины $\hat{L}_B^{\mathrm{dn}}(U,f)$.

Для произвольной булевой функции $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ через $\mathscr{L}_B(f)$ будем обозначать количество функциональных элементов в минимальной по числу элементов СФЭ $\hat{S}$ в базисе $B$, реализующей функцию $f$ (т. е. невзвешенную сложность реализации $f$ с помощью СФЭ в базисе $B$).

Через $U_1^{\oplus}$ (соответственно через $U_1^{\sim}$) обозначим источник одиночных вставок двухвходовых элементов сумм по модулю 2 (соответственно элементов эквивалентности).

Имеется достаточно много результатов, в которых длины тестов относительно константных или инверсных неисправностей или слипаний на входах или выходах элементов в СФЭ для любых булевых функций ограничены сверху константами (см., например, работы [3, 1, 2, 12, 31, 4, 5, 8, 9, 11, 32, 33, 34, 21, 35, 36, 37, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]), — в ряде работ используется константное число дополнительных входов или выходов в схемах или многозначность. Известные же растущие с числом переменных нижние оценки функций Шеннона длин тестов для СФЭ получались либо в ситуациях, когда явно допускались константные или инверсные неисправности на входах схем (что обусловлено результатами работ [6, 17, 18, 19, 20]), либо когда такие неисправности на входах схем моделировались поломками инцидентных входам схем элементов [10, 22].

В настоящей работе доказывается линейно растущая с числом переменных нижняя оценка функции Шеннона длины единичного диагностического теста относительно одиночных вставок элемента сложения по модулю 2 в СФЭ, причем рост нижней оценки не связан тем или иным образом с неисправностями на входах схем.

## Формулировки и доказательства основных результатов

Оказывается, имеет место следующее утверждение.

**Теорема 1.** *Пусть $B$ — функционально полный базис, $n$ — натуральное число, $f(x_1,\ldots,x_n)$ — произвольная булева функция, тождественно не равная булевой переменной. Тогда имеет место неравенство* $\hat{L}_B^{\mathrm{dn}}(U_1^{\oplus},f) \geq \log_2 \mathscr{L}_B(f)$.

**Доказательство.** Пусть $S$ — любая реализующая $f(\tilde{x}^n)$ СФЭ (с одним выходом) над базисом $B$. Отметим, что вставка элемента сложения по модулю 2 от элемента схемы, на выходе которого реализуется константа ноль, является тривиальной неисправностью. Рассмотрим случай неисправности, имеющей вид вставки нового элемента $E$ сложения по модулю 2 под выходной элемент $E'$ схемы $S$ так, что на один вход элемента $E$ подается выход элемента $E'$, а на другой вход элемента $E$ подается выход какого-то элемента $E''$ схемы $S$ (возможно, совпадающего с $E'$). При этом элемент $E$ оказывается единственным выходным элементом неисправной схемы $S'$, а сама эта схема, очевидно, реализует булеву функцию $f(x_1,\ldots,x_n) \oplus g(x_1,\ldots,x_n)$, где $g(x_1,\ldots,x_n)$ — функция от входных переменных схемы, реализуемая в вершине схемы $S$, соответствующей элементу $E''$. Нетрудно заметить, что количество $\mu(S)$ попарно неравных функций неисправности, которые могут быть получены в результате таких вставок элемента в схему $S$, не меньше, чем число $\mathscr{L}_B(f)$ функциональных элементов в минимальной по числу элементов СФЭ $\hat{S}$, реализующей функцию $f$. Докажем этот факт от противного. Пусть выполняется неравенство $\mu(S) < \mathscr{L}_B(f)$. Для каждой пары элементов $E_1$ и $E_2$ некоторой СФЭ, на выходах которых реализуются равные функции от входных переменных схемы, можно выполнить следующие действия. Заметим, что один из этих двух элементов (допустим, $E_1$) не лежит ни на каком ориентированном пути, соединяющем другой элемент ($E_2$) с выходом схемы $S$. Перенесем начала всех дуг, исходящих от выхода элемента $E_2$, к выходу элемента $E_1$, не меняя концов этих дуг. При этом, если элемент $E_2$ был выходным элементом исходной схемы, сделаем вместо него $E_1$ выходным элементом получаемой схемы. В этой новой схеме последовательно удалим все функциональные элементы, не являющиеся выходными и не имеющие исходящих из их выходов дуг. Получим СФЭ, в которой меньше, чем в исходной, пар элементов с равными реализованными на их выходах функциями, но при этом реализующую ту же булеву функцию, что и исходная схема. Повторяя такие действия последовательно для всех пар элементов схемы $S$, на выходах которых реализуются равные функции, до тех пор, пока подобных пар не останется, мы сможем получить по схеме $S$ новую СФЭ $\check{S}$, реализующую функцию $f$ и имеющую число элементов меньшее, чем $\mathscr{L}_B(f)$, что приводит к противоречию с определением величины $\mathscr{L}_B(f)$. Использованное здесь перестроение схемы $S$ в схему $\check{S}$ называется приведением схемы $S$ (см., напр., [15, с. 95]). А поскольку $\mu(S) \geq \mathscr{L}_B(f)$, с очевидностью получаем: $\hat{L}_B^{\mathrm{dn}}(U_1^{\oplus}, f) \geq \log_2 \mathscr{L}_B(f)$. Теорема доказана.

**Следствие 1.** *В условиях теоремы* 1 *если существует неизбыточная относительно источника неисправностей* $U_1^{\oplus}$ *СФЭ в базисе B, реализующая f, то имеет место неравенство* $L_B^{\mathrm{dn}}(U_1^{\oplus}, f) \geq \log_2 \mathscr{L}_B(f)$.

Хорошо известно, что для почти всех булевых функций $f(\tilde{x}^n)$ (то есть для стремящейся к единице доли булевых функций $n$ переменных) имеет место асимптотическое равенство $\mathscr{L}_B(f(\tilde{x}^n)) = \rho_B \cdot \dfrac{2^n}{n} \cdot (1 + o(1))$, где $\rho_B$ есть минимум по всем неодновходовым элементам базиса $B$

величин, обратных к уменьшенному на 1 числу входов элемента [16]; при этом функция Шеннона сложности СФЭ $\mathscr{L}_B(n)$, равная максимуму по всем булевым функциям $f(\tilde{x}^n)$ от $n$ переменных величин $\mathscr{L}_B(f(\tilde{x}^n))$, ведет себя асимптотически как $\mathscr{L}_B(n) = \rho_B \cdot \dfrac{2^n}{n} \cdot (1 + o(1))$ ([16], уточнения оценок функции Шеннона сложности СФЭ см. в работах [13, 14]). При сличении приведенных фактов с учетом теоремы 1 оказывается доказанным следующее утверждение.

**Теорема 2.** *Пусть $B$ — произвольный функционально полный базис. При $n \to \infty$ доля булевых функций $f(x_1, \ldots, x_n)$, для которых имеет место неравенство $\hat{L}_B^{\mathrm{dn}}(U_1^{\oplus}, f) \geq n - \log_2 n + \log_2 \rho_B + o(1)$, стремится к единице.*

**Следствие 2.** *В условиях теоремы 2 имеет место неравенство $\hat{L}_B^{\mathrm{dn}}(U_1^{\oplus}, n) \geq n - \log_2 n + \log_2 \rho_B + o(1)$.*

В работе [7] (в рамках введенного в настоящей статье определения неизбыточной относительно источника неисправностей $U_1^{\oplus}$ СФЭ) для всякой булевой функции фактически было доказано существование реализующей эту функцию неизбыточной схемы относительно источника $U_1^{\oplus}$ в каждом из базисов $B' = \{x \,\&\, y, x \oplus y, x \sim y\}$, $B'' = \{x \vee y, x \oplus y, x \sim y\}$. Поэтому справедливо следующее утверждение.

**Теорема 3.** *При $n \to \infty$ для любого базиса $B$ из множества $\{B', B''\}$ имеет место неравенство $L_B^{\mathrm{dn}}(U_1^{\oplus}, n) \geq n - \log_2 n + o(1)$.*

Заметим, что в силу принципа двойственности аналогичные утверждения для двойственных базисов имеют место в случае одиночной вставки двухвходового элемента эквивалентности. В частности, из теоремы 3 вытекает следующее усверждение.

**Теорема 4.** *При $n \to \infty$ для любого базиса $B$ из множества $\{B', B''\}$ имеет место неравенство $L_B^{\mathrm{dn}}(U_1^{\sim}, n) \geq n - \log_2 n + o(1)$.*

## Литература


1. *DasGupta S., Hartmann C. R. P., Rudolph L. D.* Dual-mode logic for function-independent fault testing // IEEE Trans. Comput. 1980. Vol. C-29, No. 11. Pp. 1025–1029.

2. *Dubrova E. V., Muzio J. C.* Generalized Reed-Muller canonical form for a multiple-valued algebra // Multiple-Valued Logic. 1996. Vol. 1. Pp. 104–109.

3. *Inose H., Sakauchi M.* Synthesis of automatic fault diagnosable logical circuits by function conversion method // Proc. First USA-Japan Computer Conf. 1972. Pp. 426–430.

4. *Pan Zh.* Fault detection for testable realizations of multiple-valued logic functions // The 12th Asian Test Symposium (ATS 2003). IEEE, 2003. Pp. 242–247.

5. *Pan Zh.* Circuit testable design and universal test sets for multiple-valued logic functions // Journal of Electronics (China). 2007. Vol. 24, No. 1. Pp. 138–144.

6. *Reddy S. M.* Easily testable realization for logic functions // IEEE Trans. Comput. 1972. Vol. 21, Iss. 1. Pp. 124–141.

7. *Александрова Н. Е., Романов Д. С.* О длине единичного проверяющего теста относительно вставок элементов, не сохраняющих константу // Прикладная математика и информатика. Вып. 64. М.: МАКС Пресс, 2020. С. 64–78. Перевод: *Aleksandrova N. E., Romanov D. S.* The length of a single fault detection test for constant-nonpreserving element insertions // Computational Mathematics and Modeling. 2020. Vol. 31, Iss. 4. Pp. 484–493. DOI: 10.1007/s10598-021-09510-5.

8. *Бородина Ю. В.* О синтезе легкотестируемых схем в случае однотипных константных неисправностей на выходах элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2008. № 1. С. 40–44. Перевод: *Borodina Yu. V.* Synthesis of easily-tested circuits in the case of single-type constant malfunctions at the element outputs // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. 2008. Vol. 32, No. 1. Pp. 42–46. DOI: 10.3103/S0278641908010068.

9. *Бородина Ю. В.* О схемах, допускающих единичные тесты длины 1 при константных неисправностях на выходах элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. 2008. Т. 63, № 5. С. 49–52. Перевод: *Borodina Yu. V.* Circuits admitting single-fault tests of length 1 under constant faults at outputs of elements // Moscow University Mathematics Bulletin. 2008. Vol. 63, No. 5. Pp. 202–204. DOI: 10.3103/S0027132208050069.

10. *Бородина Ю. В.* Нижняя оценка длины полного теста в базисе $\{x\,|\,y\}$ // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. 2015. Т. 70, № 4. С. 49–51. Перевод: *Borodina Y. V.* Lower estimate of the length of the complete test in the basis $\{x\,|\,y\}$ // Moscow Univ. Math. Bull. 2015. Vol. 70. Pp. 185–186. DOI: 10.3103/S0027132215040063.

11. *Бородина Ю. В., Бородин П. А.* Синтез легкотестируемых схем в базисе Жегалкина при константных неисправностях типа “0” на выходах элементов // Дискретная математика. 2010. Т. 22, вып. 3. С. 127–133. Перевод: *Borodina Yu. V., Borodin P. A.* Synthesis of easily testable circuits over the Zhegalkin basis in the case of constant faults of type 0 at outputs of elements. 2010. Vol. 20, No. 4. Pp. 441–449. DOI: 10.1515/dma.2010.027.

12. *Ковaценко С. В.* Синтез легкотестируемых схем в базисе Жегалкина для инверсных неисправностей // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2000. № 2. С. 45–47.

13. *Ложкин С. А.* Асимптотические оценки высокой степени точности для сложности реализации булевских функций схемами из функциональных элементов // Труды II Международной конференции «Дискретные модели в теории управляющих систем», Красновидово, (23–28 июня 1997 г.). М.: Диалог-МГУ, 1997. С. 37–39.

14. *Ложкин С. А.* Асимптотические оценки высокой степени точности для сложности управляющих систем. Докторская диссертация по специальности 01.01.09 – Дискретная математика и математическая кибернетика (физ.-мат. науки). М.: МГУ имени М.В. Ломоносова, 1997.

15. *Ложкин С. А.* Лекции по основам кибернетики : Учебное пособие. М.: Изд. отдел ф-та ВМиК МГУ, 2004. 256 с.

16. *Лупанов О. Б.* Об одном методе синтеза схем // Изв. ВУЗ. Радиофизика. 1958. Т. 1, № 1. С. 120–140.

17. *Носков В. Н.* Диагностические тесты для входов логических устройств // Дискретный анализ. Вып. 26. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1974. С. 72–83.

18. *Носков В. Н.* О сложности тестов, контролирующих работу входов логических схем // Дискретный анализ. Вып. 27. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1975. С. 23–51.

19. *Носков В. Н.* О длинах минимальных единичных диагностических тестов, контролирующих работу входов логических схем // Методы дискретного анализа в синтезе управляющих систем. Вып. 32. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1978. С. 40–51.

20. *Погосян Г. Р.* О проверяющих тестах для логических схем. М.: ВЦ АН СССР, 1982. 57 с.

21. *Попков К. А.* О точном значении длины минимального единичного диагностического теста для одного класса схем. Препринт № 74 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2015. 20 с.

22. *Попков К. А.* Нижние оценки длин полных диагностических тестов для схем и входов схем // Прикладная дискретная математика. 2016. № 4(34). С. 65–73.

23. *Попков К. А.* Единичные проверяющие тесты для схем из функциональных элементов в базисе «конъюнкция-отрицание» // Прикладная дискретная математика. 2017. № 38. С. 66–88.

24. *Попков К. А.* О точном значении длины минимального единичного диагностического теста для одного класса схем // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2017. Т. 24, № 3. С. 80–103. Перевод: *Popkov K. A.* On

the exact value of the length of the minimal single diagnostic test for a particular class of circuits // J. Appl. Ind. Math. 2017. Vol. 11. Pp. 431–443. DOI: 10.1134/S1990478917030140.

25. *Попков К. А.* Полные диагностические тесты длины два для схем при инверсных неисправностях функциональных элементов. Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2017. № 103. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2017. 10 с.

26. *Попков К. А.* Полные проверяющие тесты длины два для схем при произвольных константных неисправностях элементов // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2018. Т. 25, № 2. С. 62–81. Перевод: *Popkov K. A.* Complete fault detection tests of length 2 for logic networks under stuck-at faults of gates // J. Appl. Ind. Math. 2018. Vol. 12. Pp. 302–312. DOI: 10.1134/S1990478918020102.

27. *Попков К. А.* Синтез легкотестируемых схем при произвольных константных неисправностях на входах и выходах элементов. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 149. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. — 32 с.

28. *Попков К. А.* Короткие единичные тесты для схем при произвольных константных неисправностях на выходах элементов // Дискретная математика. 2018. Т. 30, вып. 3. С. 99–116. Перевод: *Popkov K. A.* Short single tests for circuits with arbitrary stuck-at faults at outputs of gates // Discrete Mathematics and Applications. 2019. Vol. 29, No. 5. Pp. 321–333. DOI: 10.1515/dma-2019-0030.

29. *Попков К. А.* Метод построения легко диагностируемых схем из функциональных элементов относительно единичных неисправностей // Прикладная дискретная математика. 2019. № 46. С. 38–57.

30. *Попков К. А.* Короткие полные проверяющие тесты для схем из двухвходовых функциональных элементов // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2019. Т. 26, № 1. С. 89–113. Перевод: *Popkov K. A.* Short complete fault detection tests for logic networks with fan-in two // J. Appl. Ind. Math. 2019. Vol. 13. Pp. 118–131. DOI: 10.1134/S1990478919010137.

31. *Редькин Н. П.* Единичные проверяющие тесты для схем при инверсных неисправностях элементов // Матем. вопросы киберн. Вып. 12. М.: Физматлит, 2003. С. 217–230.

32. *Романов Д. С.* О синтезе схем, допускающих полные проверяющие тесты константной длины относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов // Дискретная математика. 2013. Т. 25, вып. 2. С. 104–120. DOI: 10.4213/dm1239. Перевод: *Romanov D. S.* On the synthesis of circuits admitting complete fault detection test sets

of constant length under arbitrary constant faults at the outputs of the gates // Discrete Mathematics and Applications. 2013. Vol. 23, Iss. 3–4. Pp. 343–362. DOI: 10.1515/dma-2013-024.

33. *Романов Д. С.* Метод синтеза легкотестируемых схем, допускающих единичные проверяющие тесты константной длины // Дискретная математика. 2014. Т. 26, вып. 2. С. 100–130. Перевод: *Romanov D. S.* Method of synthesis of easily testable circuits admitting single fault detection tests of constant length // Discrete Mathematics and Applications. 2014. Vol. 24, No. 4. Pp. 227–251. DOI: 10.1515/dma-2014-0021.

34. *Романов Д. С.* О синтезе схем, допускающих полные проверяющие тесты константной длины относительно инверсных неисправностей на выходах элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. 2015. № 1. С. 30–37. Перевод: *Romanov D. S.* Synthesis of circuits admitting complete checking tests of constant length under inverse faults at outputs of elements // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. 2015. Vol. 39, No. 1. Pp. 26–34. DOI: 10.3103/S0278641915010057.

35. *Романов Д. С.* Метод синтеза неизбыточных схем в базисе Жегалкина, допускающих единичные диагностические тесты длины один // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2015. № 4. С. 38–54.

36. *Романов Д. С., Романова Е. Ю.* Метод синтеза неизбыточных схем, допускающих короткие единичные диагностические тесты при константных неисправностях на выходах элементов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2016. № 2 (38). С. 87–102. DOI: 10.21685/2072-3040-2016-2-8.

37. *Романов Д. С., Романова Е. Ю.* Метод синтеза неизбыточных схем, допускающих единичные проверяющие тесты константной длины // Дискретная математика. 2017. Т. 29, № 4. С. 87–105. Перевод: *Romanov D. S., Romanova E. Yu.* A method of synthesis of irredundant circuits admitting single fault detection tests of constant length // Discrete Mathematics and Applications. 2019. Vol. 29, No. 1. Pp. 35–48. DOI: 10.1515/dma-2019-0005

38. *Чегис И. А., Яблонский С. В.* Логические способы контроля электрических схем // Труды МИАН СССР. 1958. Т. 51. С. 270–360.