

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета вычислительной
математики и кибернетики



М.А. Соколов /
«27» сентября 2022г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Дискретная математика

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки / специальность:
01.03.02 "Прикладная математика и информатика" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:
Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения:
очная

Рассмотрен и утвержден
на заседании Ученого совета факультета ВМК
(протокол №7, от 27 сентября 2022 года)

Москва 2022

1. ФОРМЫ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

В процессе и по завершении изучения дисциплины оценивается формирование у студентов следующих компетенций:

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 – Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2 – Умеет использовать их в профессиональной деятельности ОПК-1.3 – Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: основные понятия, определения и факты теории булевых функций, основы теории многозначных функций; основные понятия, определения и факты теории графов; основные понятия, определения и факты теории кодирования; основные понятия, определения и факты теории автоматов. Уметь: применять на практике основные методы дискретной математики; решать задачи, связанные с эквивалентными преобразованиями и специальными представлениями дискретных функций, с представимостью одних функций через другие; решать задачи, связанные со структурой, изоморфизмом, планарностью графов; решать задачи, связанные с построением, использованием и распознаванием свойств взаимно-однозначных и оптимальных кодов, и кодов, исправляющих ошибки; решать задачи, связанные с анализом, синтезом и оптимизацией автоматов; демонстрировать способность к письменной и устной коммуникации. Владеть:

		методами доказательства утверждений дискретной математики; навыками решения практических задач методами дискретной математики.
--	--	---

1.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется путем оценки результатов выполнения заданий практических (семинарских) занятий, самостоятельной работы, предусмотренных учебным планом и посещения занятий/активность на занятиях.

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

контрольная работа

ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1

1. Найти фиктивные переменные функции (1111 1111 1100 1100) и удалить их.
2. Построить совершенную ДНФ, совершенную КНФ и полином Жегалкина для функции (0100 0011).
3. Полны ли системы: а) $\{(1000\ 1001), (1010\ 1010)\}$,
б) $\{m(x, y, z), x_1 + x_2 + \dots + x_7\}$;
в) $\{[xy + (y \rightarrow z)] \rightarrow (x \vee z), x \rightarrow z\}$;
г) $(M \setminus T_0)$ в объединении с $(S \setminus L)$.
4. Выделить все базисы из системы $\{0, x + y, x \rightarrow y, (xy) + (xz)\}$.

ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №2

1. Написать код заданного корневого дерева. Полученное двоичное число перевести в десятичную систему.
2. В дереве 50 вершин степени 1, остальные вершины степени 2 и 8. Сколько вершин степени 8.
3. В геометрической реализации планарного графа с 20 вершинами на плоскости все грани 5-угольники. Сколько в этом графе ребер?
4. Нарисовать все попарно неизоморфные непланарные графы с 6 вершинами и 11 ребрами.

ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №3

1. Существуют ли взаимно однозначные двоичные коды с длинами кодовых слов: а) (2,2,2,3,3,4); б) (1,2,3,3)? Если да, то построить такой код.
2. Является ли код однозначно декодируемым: {01, 011, 100, 2100, 101210, 001210}?
3. Построить оптимальный двоичный код для вероятностей: {0.5; 0.2; 0.1; 0.09; 0.08; 0.03}.
4. В 15-разрядном коде Хэмминга получено сообщение с не более чем 1 ошибкой: (011000101110100). Что передавалось?
5. Линейный код порождается векторами: (1001001), (1100010), (0111101), (0010110).
а) Сколько слов в коде?
б) Найдите кодовое расстояние кода.
в) Сколько ошибок этот код может обнаруживать и сколько исправлять?

ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №4

1. Построить схему над базисным множеством из элемента единичной задержки и элементов, реализующих булевы функции «дизъюнкция» и «отрицание», для автомата с каноническими уравнениями:

$$y_1(t) = x_1(t) \cdot q_1(t-1), \quad y_2(t) = (x_2(t)+1) \vee q_2(t-1),$$

$$q_1(t) = x_1(t) \vee q_1(t-1), \quad q_2(t) = (x_2(t)+1) \cdot q_2(t-1), \quad q_1(0) = 0, \quad q_2(0) = 1.$$

2. Построить диаграмму Мура, каноническую таблицу и канонические уравнения для автомата, преобразующего последовательность $x(1)x(2)\dots x(t)\dots$ из нулей и единиц в последовательность $y(1)y(2)\dots y(t)\dots$, где $y(1)=0$ и $y(t)=x(t-1) \vee x(t)$ при $t > 1$.
3. Построить диаграмму Мура для автомата, преобразующего последовательность $x(1)x(2)\dots x(t)\dots$ из нулей и единиц в последовательность $y(1)y(2)\dots y(t)\dots$, причем $y(t)=1$, если t – четно и в последовательности $x(1)x(2)\dots x(t)$ встречаются две единицы подряд, и $y(t)=0$ иначе.

1.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация осуществляется в форме экзамена

В качестве средств, используемых на промежуточной аттестации предусматривается:

Билеты

1.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

В билете 2 вопроса (один из части А и один из части В) и задача.

Часть А – ответ без подготовки, по любым материалам (конспекты, книжки, распечатки лекций и т.д.). Проверяется, насколько осознаны все доказательства (основной вопрос – «почему?»). Определения и формулировки – без конспектов.

1. Сокращенная дизъюнктивная нормальная форма. Метод ее построения по конъюнктивной нормальной форме (метод Нельсона).
2. Алгоритм построения вектора коэффициентов полинома Жегалкина (с обоснованием).
3. Двойственность. Класс самодвойственных функций, его замкнутость.
4. Лемма о нелинейной функции.
5. Теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики.
6. Теорема о предполных классах.
7. Теоремы о представлении k -значных функций 2-й формой и полиномами.
8. Деревья. Свойства деревьев.
9. Алгоритм построения кратчайшего остовного дерева (с обоснованием).
10. Теорема о раскраске планарных графов в 5 цветов.
11. Алгоритм распознавания взаимной однозначности алфавитного кодирования (с обоснованием). Теорема Маркова.
12. Неравенство Макмиллана.
13. Существование префиксного кода с заданными длинами кодовых слов.
14. Теорема редукции.
15. Коды с исправлением r ошибок. Оценка функции $M_r(n)$.
16. Коды Хэмминга. Оценка функции $M_1(n)$.
17. Метод Карацубы построения схемы для умножения, верхняя оценка ее сложности.
18. Схемы из функциональных элементов и элементов задержки. Автоматность осуществляемых ими отображений.
19. Моделирование автоматной функции схемой из функциональных элементов и элементов задержки.
20. Теорема Мура. Пример автомата, на котором достигается оценка теоремы Мура.

Часть В – ответ без конспектов и почти без подготовки (3-5 минут), с доказательствами (можно излагать устно).

21. Функции алгебры логики. Равенство функций. Тождества для элементарных функций.
22. Теорема о разложении функции алгебры логики по переменным. Теорема о совершенной дизъюнктивной нормальной форме.
23. Полные системы. Примеры полных систем (с доказательством полноты).
24. Теорема Жегалкина о представимости функции алгебры логики полиномом.
25. Понятие замкнутого класса. Замкнутость классов T_0, T_1, L .
26. Класс монотонных функций, его замкнутость.
27. Лемма о несамодвойственной функции.
28. Лемма о немонотонной функции.
29. Теорема о максимальном числе функций в базисе в алгебре логики.
30. k -значные функции. Теорема о существовании конечной полной системы в P_k .

31. Основные понятия теории графов. Изоморфизм графов. Связность.
32. Корневые деревья. Верхняя оценка их числа.
33. Геометрическая реализация графов. Теорема о реализации графов в трехмерном пространстве.
34. Планарные (плоские) графы. Формула Эйлера.
35. Доказательство непланарности графов K_5 и $K_{3,3}$. Теорема Понтрягина-Куратовского (доказательство в одну сторону).
36. Теорема о раскраске вершин графа в 2 цвета (теорема Кенига).
37. Оптимальные коды, их свойства.
38. Линейные двоичные коды. Теорема о кодовом расстоянии линейных кодов.
39. Схемы из функциональных элементов. Реализация функций алгебры логики схемами.
40. Сумматор. Верхняя оценка сложности сумматора. Вычитатель.
41. Понятие автоматных функций, их представление диаграммой Мура. Единичная задержка.
42. Несуществование эксперимента, определяющего начальное состояние автомата.

По результатам контрольных работ по каждой из четырех тем (алгебра логики, графы, коды, автоматы) у каждого студента должна стоять одна из трех оценок — 0, 1/2 или 1. Оценка 0 означает, что на экзамене студент должен решить *дополнительную* задачу по данной теме, оценка 1/2, — что студент решает задачу по данной теме только в случае, если она выпадает в билете. Оценка 1 означает, что на экзамене студент не должен решать по данной теме как дополнительные задачи, так и задачу из билета. Дополнительные задачи решаются до выбора билета. Студенты, не решившие достаточное количество *дополнительных* задач, удаляются с экзамена с оценкой «неудовлетворительно», количество решенных задач может ограничить сверху оценку, получаемую на экзамене.

Задачи решаются без конспектов.

После ответа на билет возможна прогонка по всему материалу (определения, формулировки, идеи доказательств) и *добавочные* задачи на любые темы (не путать с *дополнительными!*).

Типовые задачи для экзамена.

<ol style="list-style-type: none"> 1. Представить функцию алгебры логики $f(x, y, z) = (10101010110110)$ полиномом Жегалкина. 2. Выяснить, полна ли система функций в P_2: $\{0, x \rightarrow y, xy \sim xz\}$. 3. Построить упорядоченное корневое дерево по его коду: (01001000110111). 4. Нарисовать все попарно неизоморфные непланарные графы с 6 вершинами и 10 ребрами. 5. Построить оптимальный двоичный код для набора вероятностей: (0,5; 0,2; 0,1; 0,09; 0,08; 0,03). 	<ol style="list-style-type: none"> 6. Построить по методу Хэмминга кодовое слово для сообщения: 01110111011. 7. Построить диаграмму Мура и канонические уравнения автомата, реализующего преобразование: $y(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t = 1; \\ x(\text{э} - 1) \rightarrow x(t), & \text{при } t \geq 2. \end{cases}$ 8. Для автомата, заданного каноническими уравнениями: $\begin{cases} y(t) = x(t) \sim q(t - 1), \\ q(t) = q(t - 1) \rightarrow x(t), \\ q(0) = 1; \end{cases}$ построить схему из элементов дизъюнкции, отрицания и задержки.
---	---

Экзаменационный билет состоит из двух вопросов и задачи, например:

1. Двойственность. Класс самодвойственных функций, его замкнутость.
2. Оптимальные коды, их свойства.
3. Задача по графам.

2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
Знания (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач