

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета вычислительной
математики и кибернетики


/И.А. Соколов /
«27» сентября 2022г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Численные методы

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки / специальность:
01.03.02 "Прикладная математика и информатика" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:
Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения:
очная

Рассмотрен и утвержден
на заседании Ученого совета факультета ВМК
(протокол №7, от 27 сентября 2022 года)

Москва 2022

1. ФОРМЫ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

В процессе и по завершении изучения дисциплины оценивается формирование у студентов следующих компетенций:

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 - Знает математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: 1. базовые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. 2. основные методы интерполяции функций. 3. квадратурные формулы и способы их построения. 4. основные понятия разностных схем, базовые методы для численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений. Уметь: 1. применять полученные теоретические знания для решения модельных задач. Владеть: 1. навыками исследования сходимости и точности численных алгоритмов.
	ОПК-3.2 - Умеет применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знает: постановку рассмотренных задач, основные свойства их решений и численные методы их решения. Умеет: выбирать подходящие вычислительные алгоритмы решения задач исходя из важнейших свойств их решения.

1.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется путем оценки результатов выполнения заданий практических (семинарских) занятий, самостоятельной работы, предусмотренных учебным планом и посещения занятий/активность на занятиях.

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

контрольная работа

Контрольная работа № 1

1. Построить матрицу отражения, переводящую вектор $[0 \ 1]^T$ в вектор, коллинеарный вектору $[3 \ 4]^T$.

2. Пусть $A = A^T > 0$. Доказать, что

$$\|x\|_A := (Ax, x)^{1/2} \text{ и } \|y\|_* := \sup_{x \neq 0} \frac{(x, y)}{\|x\|_A}$$

суть нормы в R^n . Найти явное представление для $\|y\|_*$.

3. Известно, что решение системы алгебраических уравнений

$$Ax = b, \quad A = A^T > 0$$

принадлежит оболочке некоторых неизвестных векторов ξ_1 и ξ_2 , которые являются собственными для матрицы A и отвечают собственным значениям λ_1 и λ_2 . Как при помощи итерационного метода

$$\frac{x^{n+1} - x^n}{\tau_{n+1}} + Ax^n = b$$

найти решение максимально быстро?

4. Степенным методом найти k -е приближение к максимальному по модулю собственному значению и соответствующему нормированному собственному вектору матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 18 & -11 \end{bmatrix}.$$

Контрольная работа № 2

1. Найти решение разностного уравнения

$$u_{m+1} - 2u_m + 2u_{m-1} = \sin \frac{m\pi}{4}.$$

2. Представить метод

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\tau} = f(\tilde{u}_n), \quad \frac{\tilde{u}_n - u_n}{a\tau} = f(u_n)$$

как метод Рунге-Кутты, т.е. указать число этапов и построить таблицу Бутчера. При каком a порядок погрешности аппроксимации будет наивысшим?

3. Построить устойчивый (удовлетворяющий корневому условию) многошаговый метод вида

$$\alpha_0 u_n + \alpha_1 u_{n-1} + \alpha_2 u_{n-2} = \tau(\beta_1 f(u_{n-1}) + \beta_2 f(u_{n-2}))$$

максимального порядка аппроксимации.

4. На равномерной сетке построить симметричную пятиточечную аппроксимацию уравнения

$$-u'' + q(x)u = f(x),$$

имеющую погрешность $O(h^4)$.

1.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация осуществляется в форме экзамена

В качестве средств, используемых на промежуточной аттестации предусматривается:

Билеты

1.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Метод квадратного корня.
2. Примеры одношаговых итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Необходимое и достаточное условие сходимости одношаговых стационарных итерационных методов.
4. Оценка погрешности одношаговых стационарных итерационных методов.
5. Попеременно-треугольный итерационный метод.
6. Чебышевский набор итерационных параметров.
7. Одношаговые итерационные методы вариационного типа. Формула для вычисления итерационного параметра.
8. Примеры итерационных методов вариационного типа (метод скорейшего спуска; метод минимальных невязок; метод минимальных поправок; метод минимальных погрешностей).
9. Итерационные методы сопряженных направлений.
10. Решение полной проблемы собственных значений методом вращений.
11. Степенной метод решения частичной проблемы собственных значений.
12. Метод обратной итерации.
13. Решение нелинейных уравнений. Методы разделения корней.
14. Примеры численных методов решения нелинейных уравнений (метод простой итерации, метод Ньютона, модифицированный метод Ньютона, метод секущих).
15. Сходимость метода простой итерации.
16. Метод Эйткена.
17. Сходимость метода Ньютона.
18. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона.
19. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве.
20. Сходимость методов Рунге-Кутты.
21. Однопараметрическое семейство методов Рунге-Кутты второго порядка аппроксимации.
22. Многошаговые методы.
23. Методы Адамса и Гира.
24. Интегро-интерполяционный метод построения разностных схем.
25. Явная разностная схема для уравнения теплопроводности (погрешность аппроксимации, сходимость, устойчивость).
26. Неявная разностная схема для уравнения теплопроводности.
27. Разностная схема с весами для уравнения теплопроводности.
28. Разностные схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами и нелинейного уравнения теплопроводности.
29. Разностная схема для уравнения колебаний.
30. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
Знания (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач