Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета вычислительной
математики и кибернетики

______________ /И.А. Соколов /
«27» сентября 2022г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Уравнения математической физики

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Направление подготовки / специальность:

01.03.02 "Прикладная математика и информатика" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:

Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения:

очная

Рассмотрен и утвержден

на заседании Ученого совета факультета ВМК

(протокол №7, от 27 сентября 2022 года)

Москва 2022

1. ФОРМЫ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

В процессе и по завершении изучения дисциплины оценивается формирование у студентов следующих компетенций:

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	**Индикатор (показатель) достижения компетенции**	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций**
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-1.1 – Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	**Знать** постановки задач для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов и методы их исследования
	ОПК-1.2 – Умеет использовать их в профессиональной деятельности	**Уметь** применять на практике методы решения задач математической физики в ограниченных и неограниченных областях; понимать и применять на практике методы исследования задач математической физики и методы их решения; находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию, связанную с уравнениями математической физики; демонстрировать способность к анализу и синтезу в области математической физики; демонстрировать способность к письменной и устной коммуникации на русском языке; очно представить математические знания в устной форме;
	ОПК-1.3 – Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	**Владеть** навыками решения задач математической физики; методами математической физики для решения различных задач; навыками постановки новых задач для уравнений математической физики.

1.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется путем оценки результатов выполнения заданий практических (семинарских) занятий, самостоятельной работы, предусмотренных учебным планом и посещения занятий/активность на занятиях.

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

контрольная работа

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1. КЛАССИФИКАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ. ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.

1. Найдите области гиперболичности, эллиптичности и параболичности уравнения

$$\operatorname{sign} y \cdot u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$$

и в каждой из этих областей приведите его к канонической форме.

2. Найдите функцию $u(x,t)$, являющуюся решением задачи

$u_t = u_{xx} + x,\ 0 < x < \pi,\ t > 0;$

$u(0,t) = 0,\ \ u(\pi,t) = 0,\ t > 0;$

$u(x,0) = \sin(2x),\ \ 0 \le x \le \pi.$

3. Найдите функцию $u(x,t)$, являющуюся решением задачи

$u_t = u_{xx} - \dfrac{1}{t+1} + 10e^{-6t} \cdot \sin(4x),\ -\infty < x < +\infty,\ t > 0;$

$u(x,0) = 3 + 2\sin(4x)\ ,\ \ -\infty < x < +\infty.$

4. Найдите функцию $u(x,t)$, являющуюся решением задачи

$u_t = u_{xx},\ 0 < x < +\infty,\ t > 0;$

$u_x(0,t) = 0,\ t > 0;$

$u(x,0) = e^{-x},\ 0 < x < +\infty.$

Выразите $u(x,t)$ через функцию ошибок $erf(z)$. Найдите $\lim\limits_{t\to+\infty} u(x,t).$

5. Запишите общий вид решения задачи

$u_t = a^2 u_{xx} - bu + f(x,t),\ -\infty < x < +\infty,\ t > 0;\ b = const > 0;$

$u(x,0) = \varphi(x),\ -\infty < x < +\infty.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2. ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЛАПЛАСА И ПУАССОНА. ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

1. Найдите функцию $u(r,\varphi)$, являющуюся решением задачи

$\Delta u = 0$**,** $0 < r < 2,\ \ 0 < \varphi < \dfrac{\pi}{4},\ r,\ \varphi$ – полярные координаты на плоскости;

$u(r,0) = 0,\ \ u\left(r, \dfrac{\pi}{4}\right) = 0,\ 0 \le r \le 2;$

$$u(2,\varphi)=3\sin(12\varphi)-4\sin(16\varphi),\ 0<\varphi<\frac{\pi}{4}.$$

2. Найдите функцию $u(x,y)$**, являющуюся решением задачи**

$$\Delta u=\cos\left(\frac{\pi x}{a}-\frac{\pi y}{b}\right)-\cos\left(\frac{\pi x}{a}+\frac{\pi y}{b}\right),\ |x|<a,\ \ |y|<b,$$

x, y – декартовы координаты на плоскости;

$$u(-a,y)=\cos\frac{3\pi y}{2b},\ \ u(a,y)=\sin\frac{8\pi y}{b},$$

$$u(x,-b)=-\sin\frac{5\pi x}{a},\ \ u(x,b)=-\cos\frac{7\pi x}{2a}.$$

3. Методом зеркальных изображений постройте функцию Грина задачи Дирихле в области $x<0$, $y>0$, $z<0$ **в пространстве** $Oxyz$.

4. Найдите функцию $u(x,t)$**, являющуюся решением задачи**

$$u_{tt}=\frac{1}{4}u_{xx},\ -\infty<x<+\infty,\ t>0;$$

$$u(x,0)=0,\qquad u_t(x,0)=\begin{cases}4-x^2, |x|\le 2;\\ 0, |x|\ge 2.\end{cases}$$

Постройте график функции $u(1,t)$.

5. Найдите функцию $u(x,t)$**, являющуюся решением задачи**

$$9u_{tt}=u_{xx},\ 0<x<+\infty,\ t>0;$$

$$u(0,t)=e^{t},\ t>0;$$

$$u(x,0)=e^{-3x},\ \ u_t(x,0)=e^{-3x}, 0\le x<+\infty.$$

6. Найдите функцию $u(x,t)$**, являющуюся решением задачи**

$$u_{tt}=u_{xx}+2\sin\frac{3x}{2},\ 0<x<\pi,\ t>0;$$

$$u(0,t)=0,\ u_x(\pi,t)=0,\ \ t>0;$$

$$u(x,0)=\sin\frac{x}{2}-\sin\frac{3x}{2},\ \ u_t(x,0)=0, 0\le x\le\pi.$$

1.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация осуществляется в форме экзамена
В качестве средств, используемых на промежуточной аттестации предусматривается:
Билеты

1.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов

1. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.
2. Вывод уравнения теплопроводности в пространстве.
3. Уравнение теплопроводности с одной пространственной переменной. Постановка основных задач.
4. Метод разделения переменных для доказательства существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
5. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
6. Единственность и устойчивость решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
7. Единственность решения общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.
8. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
9. Существование решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
10. Метод продолжения решения первой и второй начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой.
11. Уравнения Лапласа и Пуассона. Постановка основных задач. Фундаментальные решения уравнения Лапласа.
12. Первая и вторая формулы Грина. Третья (основная) формула Грина.
13. Свойства гармонических функций.
14. Принцип максимума для гармонических функций.
15. Единственность и устойчивость решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
16. Единственность решения внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа и необходимое условие ее разрешимости.
17. Единственность решения внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в двух и трехмерных случаях.
18. Свойства функции Грина для задачи Дирихле.
19. Потенциалы простого и двойного слоя. Потенциал двойного слоя с единичной плотностью.
20. Сведение внутренней задачи Дирихле к интегральному уравнению Фредгольма 2 рода.
21. Существование решения внутренней задачи Дирихле.
22. Уравнение колебаний. Постановка основных задач.
23. Формула Даламбера. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для уравнения колебаний.
24. Метод разделения переменных для доказательства существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения колебаний.

25. Интеграл энергии. Теоремы единственности решения начально-краевых задач для уравнения колебаний.
26. Задачи с данными на характеристиках. Эквивалентная система интегральных уравнений.
27. Существование решения задачи с данными на характеристиках.
28. Единственность решения задачи с данными на характеристиках.
29. Сопряженный дифференциальный оператор. Примеры.
30. Метод Римана.

Список задач

1. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение
$$xu_{xx} - 2yu_{xy} + u_{yy} = 0$$
является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

2. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение
$$xu_{xx} - (y + |y|) \cdot u_{yy} + u_y = 0$$
является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

3. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение
$$xu_{xx} + yu_{yy} = 0$$
является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

4. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение
$$y^2 u_{xx} - x^2 u_{yy} = 0$$
является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

5. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение
$$x^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$$
является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

6. Функция $u(x,t)$ является решением задачи
$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < 2,\ 0 < t \le 4,\ a \text{ – любое},$$
$$u(0,t) = t(4-t),\ \ 0 \le t \le 4,$$
$$u(2,t) = 2\sin 3t,\ \ 0 \le t \le 4,$$
$$u(x,0) = \sin 4\pi x,\ \ 0 \le x \le 2.$$
Найти наибольшее и наименьшее значение $u(x,t)$ на множестве $Q = \{(x.t).\, 0 \le x \le 2,\, 0 \le t \le 4\}$. Ответ обосновать.

7. Функция $u(x,t)$ является решением задачи
$$u_t(x,t) = 4u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < 1,\ \ 0 < t \le 2,$$
$$u(0,t) = 1 - e^t,\ \ 0 \le t \le 2,$$
$$u(1,t) = 1 - \cos 6t,\ \ 0 \le t \le 2,$$

$$u(x,0)=\sin 2\pi x\,,\quad 0\le x\le 1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение $u(x,t)$ на множестве $Q=\{(x.t).\ 0\le x\le 1,\ 0\le t\le 2\}$. Ответ обосновать.

8. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=9u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\pi\,,\ 0<t\le 1,$$
$$u(0,t)=t+1,\ \ 0\le t\le 1,$$
$$u(\pi,t)=\cos t\,,\ \ 0\le t\le 1,$$
$$u(x,0)=\cos x\,,\ \ 0\le x\le \pi\,.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение $u(x,t)$ на множестве $Q=\{(x.t).\ 0\le x\le \pi,\ 0\le t\le 1\}$. Ответ обосновать.

9. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\frac{\pi}{2}\,,\ 0<t\le 2\,,\ a\ \text{– любое},$$
$$u(0,t)=-te^{-t}\,,\ \ 0\le t\le 2\,,$$
$$u\left(\frac{\pi}{2},t\right)=3\sin t\,,\ \ 0\le t\le 2\,,$$
$$u(x,0)=\sin 2x\,,\ \ 0\le x\le \frac{\pi}{2}\,.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение $u(x,t)$ на множестве $Q=\left\{(x.t).\ 0\le x\le \frac{\pi}{2},\ 0\le t\le 2\right\}$. Ответ обосновать.

10. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<1,\ 0<t\le 2\,,\ a\ \text{– любое},$$
$$u(0,t)=-t\,,\ \ 0\le t\le 2\,,$$
$$u(1,t)=\sin 2t\,,\ \ 0\le t\le 2\,,$$
$$u(x,0)=5\sin \pi x\,,\ \ 0\le x\le 1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение $u(x,t)$ на множестве $Q=\{(x.t).\ 0\le x\le 1,\ 0\le t\le 2\}$. Ответ обосновать.

11. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию $u(x,t)\in C^{2,1}\{[0,\pi]\times[0,T]\}$ такую, что

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\pi\,,\ 0<t\le T\,,\ a\ \text{– любое},$$
$$u(0,t)=t\,,\quad u(\pi,t)=1-\cos t\,,\ 0\le t\le T\,.$$

12. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию $u(x,t)\in C^{2,1}\{[0,\pi]\times[0,T]\}$ такую, что

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<1,\ 0<t\le T\,,\ a\ \text{– любое},$$
$$u(0,t)=t\,,\quad u(1,t)=\sin \pi t\,,\ 0\le t\le T\,.$$

13. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию $u(x,t)\in C^{2,1}\{[0,\pi]\times[0,T]\}$ такую, что

$$u_t(x,t)=4u_{xx}(x,t),\quad 0<x<1,\ 0<t\le T\,,$$

$$u(0,t)=t\,,\quad u(1,t)=1-e^t\,,\ 0\le t\le T\,.$$

14. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию $u(x,t)\in C^{2,1}\{[0,\pi]\times[0,T]\}$ такую, что

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\pi\,,\ 0<t\le T\,, a \text{ – любое},$$
$$u(0,t)=\sin t\,,\quad u(\pi,t)=\sin 2t\,,\ 0\le t\le T\,.$$

15. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию $u(x,t)\in C^{2,1}\{[0,\pi]\times[0,T]\}$ такую, что

$$u_t(x,t)=16u_{xx}(x,t),\quad 0<x<2\,,\ 0<t\le T\,,$$
$$u(0,t)=\sin\frac{\pi}{2}t\,,\quad u(2,t)=1-\cos\pi t\,,\ 0\le t\le T\,.$$

16. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<l\,,\ t>0\,, a \text{ – любое},$$
$$u_x(0,t)=0\,,\quad u_x(l,t)=0\,,\ t>0\,,$$
$$u(x,0)=2-\sin\frac{\pi}{l}x\,,\ 0\le x\le l\,.$$

Найти $\lim\limits_{t\to+\infty}u(x,t)$.

17. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\pi\,,\ t>0\,, a \text{ – любое},$$
$$u_x(0,t)=0\,,\quad u_x(\pi,t)=0\,,\ t>0\,,$$
$$u(x,0)=1+\cos 2x\,,\ 0\le x\le \pi\,.$$

Найти $\lim\limits_{t\to+\infty}u(x,t)$.

18. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=4u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\pi\,,\ t>0\,,$$
$$u_x(0,t)=0\,,\quad u_x(l,t)=0\,,\ t>0\,,$$
$$u(x,0)=\cos x+\cos 2x\,,\ 0\le x\le \pi\,.$$

Найти $\lim\limits_{t\to+\infty}u(x,t)$.

19. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=9u_{xx}(x,t),\quad 0<x<1,\ t>0\,,$$
$$u_x(0,t)=0\,,\quad u_x(l,t)=0\,,\ t>0\,,$$
$$u(x,0)=1+\sin\pi x+\cos 2\pi x\,,\ 0\le x\le 1.$$

Найти $\lim\limits_{t\to+\infty}u(x,t)$.

20. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_t(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\pi\,,\ t>0\,, a \text{ – любое},$$
$$u_x(0,t)=0\,,\quad u_x(l,t)=0\,,\ t>0\,,$$
$$u(x,0)=3+\sin x\,,\ 0\le x\le \pi\,.$$

Найти $\lim\limits_{t\to+\infty}u(x,t)$.

21. Найти значения параметров a, b, c при которых функция
$$u(x,y) = ax^2y^2 + bx^4 + 2y^4 + cy$$
будет гармонической.

22. Найти значения параметров a, b, c при которых функция
$$u(x,y) = ax^2y^2 + 4x^4 + by^4 + cx + ay + c$$
будет гармонической.

23. Найти значения параметров a, b, c при которых функция
$$u(x,y) = ax^2y^2 + bx^4 + 6y^4 + cy^2 + 4x^2 + c$$
будет гармонической.

24. Найти значения параметров a, b, c при которых функция
$$u(x,y) = 2x^2y^2 + bx^4 + ay^4 + y + c$$
будет гармонической.

25. Найти значения параметров a, b, c при которых функция
$$u(x,y) = 2ax^2y^2 + bx^4 + 2y^4 + cy + a$$
будет гармонической.

26. Доказать, что для функции $u(x,y) = \cos(kx)\cdot sh(ky) + \sin(px)\cdot ch(py)$ справедлива формула среднего значения.

27. Доказать, что для функции $u(x,y) = x^2 - y^2 + xy$ справедлива формула среднего значения.

28. Доказать, что для функции $u(x,y,z) = \sin 3x \cdot \sin 4y \cdot sh 5z$ справедлива формула среднего значения.

29. Доказать, что для функции $u(x,y) = e^y \cos x + e^{-y} \sin x$ справедлива формула среднего значения.

30. Доказать, что для функции $u(x,y) = 4xy + x^2 - y^2 + 2x + y + 3$ справедлива формула среднего значения.

31. Функция $u(x,y)$ является решением внутренней задачи Дирихле
$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$
$$u(x,y) = 3 - 2y, \quad x^2 + y^2 = 1.$$
Найти наибольшее и наименьшее значение функции $u(x,y)$ в круге $x^2 + y^2 = 1$.

32. Функция $u(x,y)$ является решением внутренней задачи Дирихле
$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$
$$u(x,y) = 5 + 3y, \quad x^2 + y^2 = 1.$$
Найти наибольшее и наименьшее значение функции $u(x,y)$ в круге $x^2 + y^2 = 1$.

33. Функция $u(x,y)$ является решением внутренней задачи Дирихле
$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$u(x,y)=4-5x\,,\quad x^2+y^2=1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $u(x,y)$ в круге $x^2+y^2=1$.

34. Функция $u(x,y)$ является решением внутренней задачи Дирихле

$$u_{xx}+u_{yy}=0\,,\quad x^2+y^2<1\,,$$

$$u(x,y)=6+2x\,,\quad x^2+y^2=1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $u(x,y)$ в круге $x^2+y^2=1$.

35. Функция $u(x,y)$ является решением внутренней задачи Дирихле

$$u_{xx}+u_{yy}=0\,,\quad x^2+y^2<1\,,$$

$$u(x,y)=x+4y\,,\quad x^2+y^2=1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $u(x,y)$ в круге $x^2+y^2=1$.

36. Существует ли решение $u(x,y,z)$ внутренней задачи Неймана

$$u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}=0\,,\quad x^2+y^2+z^2<1\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x,y,z)=x^2+y^2+z^4\,,\quad x^2+y^2+z^2=1\,.$$

37. Существует ли решение $u(x,y,z)$ внутренней задачи Неймана

$$u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}=0\,,\quad x^2+y^2+z^2<1\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x,y,z)=2x^2+2y^2+3z^4\,,\quad x^2+y^2+z^2=1\,.$$

38. Существует ли решение $u(x,y)$ внутренней задачи Неймана

$$u_{xx}+u_{yy}=0\,,\quad x^2+y^2<1\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x,y)=x^2y^2\,,\quad x^2+y^2=1.$$

39. Существует ли решение $u(x,y,z)$ внутренней задачи Неймана

$$u_{xx}+u_{yy}=0\,,\quad x^2+y^2<1\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x,y)=x^2-y^2\,,\quad x^2+y^2=1.$$

40. Существует ли решение $u(x,y,z)$ внутренней задачи Неймана

$$u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}=0\,,\quad x^2+y^2+z^2<1\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x,y,z)=x^2+y^2-z^2\,,\quad x^2+y^2+z^2=1\,.$$

41. Доказать, что решение задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad -\infty<x<\infty\,,\ t\ge 0\,,$$

$$u(x,0)=\frac{1}{1+x^2}$$

неединственно.

42. Доказать, что решение задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad -\infty<x<\infty,\ t\ge 0,$$
$$u(x,0)=\cos(kx)$$

неединственно.

43. Доказать, что решение задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad -\infty<x<\infty,\ t\ge 0,$$
$$u(x,0)=\sin(kx)$$

неединственно.

44. Доказать, что решение задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad -\infty<x<\infty,\ t\ge 0,$$
$$u_t(x,0)=\frac{x}{1+x^2}$$

неединственно.

45. Доказать, что решение задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad -\infty<x<\infty,\ t\ge 0,$$
$$u_t(x,0)=u_0$$

неединственно.

46. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad 0<x<\pi,\ t>0,\ a \text{ – любое},$$
$$u(0,t)=0, \quad u(\pi,t)=0,\ t>0,$$
$$u(x,0)=x^2(\pi-x)^2,\ u_t(x,0)=\sin x,\ 0\le x\le\pi.$$

Найти значения интеграла энергии $I(t)=\frac{1}{2}\int_0^l\left[a^2(u_x(x,t))^2+(u_t(x,t))^2\right]dx$ при $t=10$.

47. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad 0<x<1,\ t>0,\ a \text{ – любое},$$
$$u(0,t)=0, \quad u(1,t)=0,\ t>0,$$
$$u(x,0)=x(1-x),\ u_t(x,0)=\sin(2\pi x),\ 0\le x\le 1.$$

Найти значения интеграла энергии $I(t)=\frac{1}{2}\int_0^l\left[a^2(u_x(x,t))^2+(u_t(x,t))^2\right]dx$ при $t=5$.

48. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad 0<x<2,\ t>0,\ a \text{ – любое},$$
$$u(0,t)=0, \quad u(2,t)=0,\ t>0,$$
$$u(x,0)=0,\ u_t(x,0)=1-\cos(\pi x),\ 0\le x\le 2.$$

Найти значения интеграла энергии $I(t)=\frac{1}{2}\int_0^l\left[a^2(u_x(x,t))^2+(u_t(x,t))^2\right]dx$ при $t=20$.

49. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t), \quad 0<x<\pi,\ t>0,\ a \text{ – любое},$$
$$u(0,t)=0, \quad u(\pi,t)=0,\ t>0,$$
$$u(x,0)=0,\ u_t(x,0)=\sin x,\ 0\le x\le\pi.$$

Найти значения интеграла энергии $I(t)=\frac{1}{2}\int_0^l \left[a^2(u_x(x,t))^2+(u_t(x,t))^2\right]dx$ при $t=10$.

50. Функция $u(x,t)$ является решением задачи

$$u_{tt}(x,t)=a^2u_{xx}(x,t),\quad 0<x<\pi,\ t>0,\ a\ \text{– любое},$$
$$u(0,t)=0,\quad u(\pi,t)=0,\ t>0,$$
$$u(x,0)=x^2(\pi-x)^2,\ u_t(x,0)=\sin x+\sin 2x,\ 0\le x\le\pi.$$

Найти значения интеграла энергии $I(t)=\frac{1}{2}\int_0^l \left[a^2(u_x(x,t))^2+(u_t(x,t))^2\right]dx$ при $t=40$.

Пример билета:

1. Свойства гармонических функций.
2. Найти значения параметров a, b, c при которых функция

$$u(x,y)=ax^2y^2+bx^4+2y^4+cy$$

будет гармонической.

2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка виды оценочных средств	**2 (не зачтено)**	**3 (зачтено)**	**4 (зачтено)**	**5 (зачтено)**
Знания (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач