Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета вычислительной математики и кибернетики
_______________/И.А. Соколов /
«27» сентября 2022г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Актуарная математика

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Направление подготовки / специальность:

01.03.02 "Прикладная математика и информатика" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:

Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения:

очная

Рассмотрен и утвержден

на заседании Ученого совета факультета ВМК

(протокол №7, от 27 сентября 2022 года)

Москва 2022

1. ФОРМЫ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

В процессе и по завершении изучения дисциплины оценивается формирование у студентов следующих компетенций:

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	**Индикатор (показатель) достижения компетенции**	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций**
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 – Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2 – Умеет использовать их в профессиональной деятельности ОПК-1.3 – Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: 1. фундаментальные понятия и законы теории вероятностей, случайных процессов, математической статистики; 2. современные проблемы соответствующих разделов страхового дела; 3. понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла актуарной математики; 4. основные свойства соответствующих математических моделей; Уметь: 1. понять поставленную задачу; 2. использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач актуарной математики; 3. самостоятельно находить алгоритмы решения задач актуарной математики, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ; 4. самостоятельно видеть следствия полученных результатов; 5. точно представить математические знания в области актуарной математики в устной и письменной форме. Владеть: 1. навыками освоения

		большого объема информации и решения задач актуарной математики; 2. навыками самостоятельной работы и освоения новых разделов актуарной математики;

1.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется путем оценки результатов выполнения заданий практических (семинарских) занятий, самостоятельной работы, предусмотренных учебным планом и посещения занятий/активность на занятиях.

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

контрольная работа

Контрольная работа № 1	
Вариант 1	Вариант 2
Страхователь (25) заключил договор пожизненной ренты, выплачиваемой *непрерывно* с интенсивностью $b = 100$. В предположении, что интенсивность смертности постоянна и равна 0.01, и норма процентного дохода $\delta = 0.04$, определить А) Разовую нетто-премию такого договора; Б) Дисперсию величины потерь страховой компании по такому договору; В) Вероятность не отрицательности потерь; Г) При условии, что 900 человек заключили описанный выше договор, вычислить относительную страховую надбавку, обеспечивающую отрицательность суммарных потерь страховой компании с вероятностью не меньшей 0.975. Воспользоваться центральной предельной теоремой. Для нормального распределения квантиль $x_{0.975} = 1.960$.	Страхователь (22) заключил договор пожизненной ренты, выплачиваемой *непрерывно* с интенсивностью $b = 10$. В предположении, что интенсивность смертности постоянна и равна 0.02, и норма процентного дохода $\delta = 0.03$, определить А) Разовую нетто-премию такого договора; Б) Дисперсию величины потерь страховой компании по такому договору; В) Вероятность не отрицательности потерь; Г) При условии, что 400 человек заключили описанный выше договор, вычислить относительную страховую надбавку, обеспечивающую отрицательность суммарных потерь страховой компании с вероятностью не меньшей 0.99. Воспользоваться центральной предельной теоремой. Для нормального распределения квантиль $x_{0.99} = 2.326$.
Контрольная работа № 2	
Вариант 1	Вариант 2
1. В предположении, что интенсивность смертности постоянна и равна 0,01, вычислить вероятность того, что человек возраста 20 лет доживет до 70 лет, но не доживет до 75 лет. 2. Пусть функция выживания равна $s(x) = \frac{x+20}{20}\exp\left(-\frac{x}{20}\right)$. Вычислить интенсивность смертности в 30-летнем возрасте и среднюю продолжительность	1. В предположении, что интенсивность смертности постоянна и равна 0,01, вычислить вероятность того, что человек возраста 20 лет доживет до 75 лет, но не доживет до 80 лет. 2. Пусть функция выживания равна $s(x) = \frac{x+30}{30}\exp\left(-\frac{x}{30}\right)$. Вычислить интенсивность смертности в 40-летнем возрасте и среднюю продолжительность жизни человека.

жизни человека. 3. Пусть продолжительность жизни описывается формулой де Муавра с предельным возрастом ω =100 лет, норма процентного дохода δ =0,15. Вычислить разовую нетто-премию для человека в возрасте 20 лет , если он заключил договор пожизненного страхования, отсроченного на 3 года. 4.Страховая компания заключила 900 договоров, по которым страхователю выплачивается 300000 руб. в случае его смерти в течение года. Вероятность такого события 0,01. Определить абсолютную и относительную страховую надбавку, обеспечивающую вероятность не разорения компании 96%. ($x_{0,96} = 1{,}75$).	3. Пусть продолжительность жизни описывается формулой де Муавра с предельным возрастом ω =100 лет, норма процентного дохода δ =0,15. Вычислить разовую нетто-премию для человека в возрасте 20 лет , если он заключил договор пожизненного страхования с непрерывно увеличивающейся страховой суммой. 4. Страховая компания заключила 1600 договоров, по которым страхователю выплачивается 400000 руб. в случае его смерти в течение года. Вероятность такого события 0,0625. Определить абсолютную и относительную страховую надбавку, обеспечивающую вероятность не разорения компании 97%. ($x_{0,97} = 1{,}88$).
Контрольная работа № 3	
Вариант 1	Вариант 2
1.В предположении, что интенсивность смертности постоянна и равна $\dfrac{1}{15}$, а норма процентного дохода равна $\dfrac{1}{30}$ вычислить : а) величину пожизненной ренты для (55), выплачиваемой непрерывно с интенсивностью 1; б) среднеквадратичное отклонение случайной величины $\bar{a}_{\overline{T}\|}$; в) вероятность того, что $\overline{a_{\overline{T}\|}} \ge 10$. 2.В предположении о том, что ${}_{k\|}q = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{k+1}$ вычислить нетто-премию для пожизненного страхования P_{20} и дисперсию потерь страховщика $L(T)$, если учетная ставка d=0,5. 3. Страховая компания приняла на себя обязательство выплачивать ежегодно 150000 рабочему (x) , который получил производственную травму. Выплаты начинаются немедленно и производятся раз в год, пока рабочий жив. После того, как страховщик выплатит 500000, оставшиеся платежи производит перестраховочная компания. Известно, что $${}_{t}p_{x} = \begin{cases} (0,7)^{t}, t \in (0;5,5) \\ 0, t > 5,5 \end{cases}$$	1.В предположении, что интенсивность смертности постоянна и равна 0,05, а норма процентного дохода равна 0,05 вычислить : а) величину пожизненной ренты для (60), выплачиваемой непрерывно с интенсивностью 1; б) среднеквадратичное отклонение случайной величины $\bar{a}_{\overline{T}\|}$; в) вероятность того, что $\bar{a}_{\overline{T}\|} \ge 16$. 2. В предположении о том, что ${}_{k\|}q = 4 \cdot \left(\dfrac{1}{5}\right)^{k+1}$ вычислить нетто-премию для пожизненного страхования P_{21} и дисперсию потерь страховщика $L(T)$, если учетная ставка d=0,2. 3. Страховая компания приняла на себя обязательство выплачивать ежегодно 150000 рабочему (x) , который получил производственную травму. Выплаты начинаются немедленно и производятся раз в год пока рабочий жив. После того, как страховщик выплатит 500000, оставшиеся платежи производит перестраховочная компания. Известно, что $${}_{x}p_{t} = \begin{cases} (0,6)^{t}, t \in (0;5,5) \\ 0, t > 5,5 \end{cases}$$ Найдите актуарную приведённую величину

<table>
<tr><td>Найдите актуарную приведённую величину обязательств перестраховщика, если $i = 0{,}05$.</td><td>обязательств перестраховщика, если $i = 0{,}05$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Контрольная работа № 4</td></tr>
<tr><td>Вариант 1</td><td>Вариант 2</td></tr>
<tr><td>

1. Группа страхователей (20), (25), (26) заключила со страховой компанией договор следующего содержания:
а) страховщик платит группе непрерывный аннуитет интенсивности 6 до первой смерти в группе;
б) страховщик платит оставшимся членам группы непрерывный аннуитет интенсивности 2 до второй смерти в группе;
в) страховщик платит оставшемуся члену группы непрерывный аннуитет интенсивности 1 до его смерти.
Определить разовую нетто-премию, которую следует заплатить страхователям за такой полис. Считать, что интенсивности смерти членов группы постоянны и равны $\mu_1 = 0{,}1; \mu_2 = 0{,}2; \mu_3 = 0{,}3$, а норма процентного дохода $\delta \equiv 0.1$

</td><td>

1. Группа страхователей (20), (25), (27) заключила со страховой компанией договор следующего содержания:
а) страховщик платит группе непрерывный аннуитет интенсивности 9 до первой смерти в группе;
б) страховщик платит оставшимся членам группы непрерывный аннуитет интенсивности 4 до второй смерти в группе;
в) страховщик платит оставшемуся члену группы непрерывный аннуитет интенсивности 1 до его смерти.
Определить разовую нетто-премию, которую следует заплатить страхователям за такой полис. Считать, что интенсивности смерти членов группы постоянны и равны $\mu_1 = 0{,}4; \mu_2 = 0{,}2; \mu_3 = 0{,}6$, а норма процентного дохода $\delta \equiv 0.2$

</td></tr>
<tr><td>

2. Группа страхователей (50), (40) заключила со страховой компанией договор следующего содержания:
а) если первым умрет (50), то страховая компания заплатит оставшемуся 1000 в момент смерти компаньона;
б) если первым умрет (40), то страховая компания заплатит оставшемуся 2000 в момент смерти компаньона.;
Определить разовую нетто-премию, которую следует заплатить страхователям за такой полис. Считать, что интенсивности смерти страхователей подчиняются закону Гомпертца. Для первого страхователя

$$\mu_{50+t} = \begin{cases} 2\exp\left(0.001(50+t)\right), \textit{если } t \le 50 \\ \infty, \textit{если } t \ge 50 \end{cases},$$

а интенсивность смерти второго страхователя

$$\mu_{40+t} = \begin{cases} 2\exp\left(0.001(40+t)\right), \textit{если } t \le 50 \\ \infty, \textit{если } t \ge 50 \end{cases}.$$

Норма процентного дохода $\delta \equiv 0.05$.

</td><td>

2. Группа страхователей (60), (50) заключила со страховой компанией договор следующего содержания:
а) если первым умрет (60), то страховая компания заплатит оставшемуся 2000 в момент смерти компаньона;
б) если первым умрет (50), то страховая компания заплатит оставшемуся 1000 в момент смерти компаньона.;
Определить разовую нетто-премию, которую следует заплатить страхователям за такой полис. Считать, что интенсивности смерти страхователей подчиняются закону Гомпертца. Для первого страхователя

$$\mu_{60+t} = \begin{cases} 3\exp\left(0.001(60+t)\right), \textit{если } t \le 40 \\ \infty, \textit{если } t \ge 40 \end{cases},$$

интенсивность смерти второго страхователя

$$\mu_{50+t} = \begin{cases} 3\exp\left(0.001(50+t)\right), \textit{если } t \le 40 \\ \infty, \textit{если } t \ge 40 \end{cases},$$

а норма процентного дохода $\delta \equiv 0.05$.

</td></tr>
</table>

1.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация осуществляется в форме экзамена
В качестве средств, используемых на промежуточной аттестации предусматривается:
Билеты

1.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену.

1. Теория полезности и ее приложение к страхованию.
2. Франшизы и страхования эксцедента убытка.
3. Теорема Эрроу об оптимальном страховании.
4. Случайные величины, описывающие индивидуальные риски.
5. Распределение суммы случайных величин.
6. Приближения для распределения суммы страховых выплат.
7. Функции дожития.
8. Остаточное время жизни страхователя.
9. Интенсивность смертности.
10. Связь данных из таблиц продолжительности жизни с функцией дожития. Примеры таблиц продолжительности жизни .
11. Интерполяции функций дожития с помощью данных из таблиц продолжительности жизни.
12. Аналитические законы для интенсивности смертности.
13. Таблицы отбора (селекционные) и заключительные таблицы.
14. Основы теории дисконтирования.
15. Разовые нетто – премии. Страховые договоры с выплатами в момент смерти (непрерывные модели).
16. Пожизненное страхование.
17. Временное страхование.
18. Страхование на дожитие и смешанное страхование.
19. Страховые договоры с выплатами в конце года смерти (дискретные модели).
20. Связь разовых нетто – премий в непрерывных и дискретных моделях.
21. Дифференциальные уравнения для разовых премий в непрерывных моделях.
22. Коммутационные функции.
23. Пропорциональное перестрахование.
24. Перестрахование превышения потерь.
25. Задачи рационального перестрахования, как задачи многокритериальной оптимизации.
26. Аннуитеты как частный случай потоков платежей.
27. Непрерывные аннуитеты.
28. Дискретные аннуитеты пренумерандо и постнумерандо.
29. Аннуитеты с кратными годовыми выплатами.
30. Вычисление аннуитетов с помощью коммутационных функций.
31. Вычисление регулярных нетто – премий с помощью разовых нетто – премий и аннуитетов.
32. Непрерывные и дискретные модели.
33. Регулярные премии, выплачиваемые несколько раз в год.
34. Корректирующие и накопительные платежи.
35. Перспективные и ретроспективные резервы.
36. Резервы в непрерывных, дискретных и полунепрерывных моделях.
37. Резервы в случае регулярных премий, выплачиваемых несколько раз в год.
38. Резервы для страховых договоров общего вида.
39. Рекуррентные формулы для резервов в дискретных моделях.
40. Распределение риска по годам.
41. Теорема Хэттендорфа.
42. Дифференциальные уравнения Тиле для нетто – резервов в непрерывных моделях.

43. Премия, нагруженная на издержки.
44. Резервы нагруженных на издержки премий.
45. Интенсивность декремента.
46. Округленная продолжительность жизни.
47. Общий тип страхования.
48. Резервы.
49. Состояние совместной жизни нескольких лиц.
50. Состояние выживание последнего.
51. Общее симметрическое состояние жизни нескольких лиц.
52. Формулы Шуэтта и Несбитта.
53. Асимметричные аннуитеты и страхования

Пример экзаменационного билета

1. Аннуитеты как частный случай потоков платежей.
2. Дифференциальные уравнения Тиле для нетто – резервов в непрерывных моделях.

3. Дано: Плотность распределения риска $f(x) = 0{,}1e^{-0{,}1x}, x \geq 0$. Найти:

А) $E[X], D[X]$;

2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка виды оценочных средств	**2 (не зачтено)**	**3 (зачтено)**	**4 (зачтено)**	**5 (зачтено)**
Знания (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач