

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**  
декан факультета вычислительной  
математики и кибернетики

**И.А. Соколов /**  
**«27» сентября 2023г.**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине

**Уравнения математической физики**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" (3++)**

**Направленность (профиль) ОПОП:**

**Искусственный интеллект и анализ данных**

**Форма обучения:**

**очная**

Рассмотрен и утвержден

*на заседании Ученого совета факультета ВМК*

*(протокол №7, от 27 сентября 2023 года)*

Москва 2023

# 1. ФОРМЫ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

В процессе и по завершении изучения дисциплины оценивается формирование у студентов следующих компетенций:

<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)</b>		
<b>Содержание и код компетенции.</b>	<b>Индикатор (показатель) достижения компетенции</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций</b>
ОПК-3. Способен к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	ОПК-3.1 – Разрабатывает алгоритмические и программные решения в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей ОПК-3.2 – Создает информационные ресурсы глобальных сетей, образовательный контент, прикладные базы данных ОПК-3.3. Применяет тесты и средства тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям	Знать постановки задач для уравнений параболического, эллиптического и гиперболического типов и методы их исследования Уметь применять на практике методы решения задач математической физики в ограниченных и неограниченных областях; понимать и применять на практике методы исследования задач математической физики и методы их решения; находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию, связанную с уравнениями математической физики; демонстрировать способность к анализу и синтезу в области математической физики; демонстрировать способность к письменной и устной коммуникации на русском языке; очно представить математические знания в устной форме; Владеть навыками решения задач математической физики; методами математической физики для решения различных задач; навыками постановки новых задач для уравнений математической физики.

## 1.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется путем оценки результатов выполнения заданий практических (семинарских) занятий, самостоятельной работы, предусмотренных учебным планом и посещения занятий/активность на занятиях.

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

контрольная работа

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1.

#### КЛАССИФИКАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ. ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.

1. Найдите области гиперболичности, эллиптичности и параболичности уравнения

$$\operatorname{sign} y \cdot u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$$

и в каждой из этих областей приведите его к канонической форме.

2. Найдите функцию  $u(x, t)$ , являющуюся решением задачи

$$u_t = u_{xx} + x, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0;$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(\pi, t) = 0, \quad t > 0;$$

$$u(x, 0) = \sin(2x), \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

3. Найдите функцию  $u(x, t)$ , являющуюся решением задачи

$$u_t = u_{xx} - \frac{1}{t+1} + 10e^{-6t} \cdot \sin(4x), \quad -\infty < x < +\infty, \quad t > 0;$$

$$u(x, 0) = 3 + 2 \sin(4x), \quad -\infty < x < +\infty.$$

4. Найдите функцию  $u(x, t)$ , являющуюся решением задачи

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < +\infty, \quad t > 0;$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad t > 0;$$

$$u(x, 0) = e^{-x}, \quad 0 < x < +\infty.$$

Выразите  $u(x, t)$  через функцию ошибок  $\operatorname{erf}(z)$ . Найдите

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x, t).$$

5. Запишите общий вид решения задачи

$$u_t = a^2 u_{xx} - bu + f(x, t), \quad -\infty < x < +\infty, \quad t > 0; \quad b = \operatorname{const} > 0;$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad -\infty < x < +\infty.$$

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2.

#### ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЛАПЛАСА И ПУАССОНА. ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

1. Найдите функцию  $u(r, \varphi)$ , являющуюся решением задачи

$$\Delta u = 0, \quad 0 < r < 2, \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{4}, \quad r, \varphi - \text{полярные координаты на плоскости};$$

$$u(r, 0) = 0, \quad u\left(r, \frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad 0 \leq r \leq 2;$$

$$u(2, \varphi) = 3 \sin(12\varphi) - 4 \sin(16\varphi), \quad 0 < \varphi < \frac{\pi}{4}.$$

**2. Найдите функцию  $u(x, y)$ , являющуюся решением задачи**

$$\Delta u = \cos\left(\frac{\pi x}{a} - \frac{\pi y}{b}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{a} + \frac{\pi y}{b}\right), \quad |x| < a, \quad |y| < b,$$

$x, y$  – декартовы координаты на плоскости;

$$u(-a, y) = \cos \frac{3\pi y}{2b}, \quad u(a, y) = \sin \frac{8\pi y}{b},$$

$$u(x, -b) = -\sin \frac{5\pi x}{a}, \quad u(x, b) = -\cos \frac{7\pi x}{2a}.$$

**3. Методом зеркальных изображений постройте функцию Грина задачи Дирихле в области  $x < 0, y > 0, z < 0$  в пространстве  $Oxyz$ .**

**4. Найдите функцию  $u(x, t)$ , являющуюся решением задачи**

$$u_{tt} = \frac{1}{4} u_{xx}, \quad -\infty < x < +\infty, \quad t > 0;$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = \begin{cases} 4 - x^2, & |x| \leq 2; \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases}$$

**Постройте график функции  $u(1, t)$ .**

**5. Найдите функцию  $u(x, t)$ , являющуюся решением задачи**

$$9u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < +\infty, \quad t > 0;$$

$$u(0, t) = e^t, \quad t > 0;$$

$$u(x, 0) = e^{-3x}, \quad u_t(x, 0) = e^{-3x}, \quad 0 \leq x < +\infty.$$

**6. Найдите функцию  $u(x, t)$ , являющуюся решением задачи**

$$u_{tt} = u_{xx} + 2 \sin \frac{3x}{2}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0;$$

$$u(0, t) = 0, \quad u_x(\pi, t) = 0, \quad t > 0;$$

$$u(x, 0) = \sin \frac{x}{2} - \sin \frac{3x}{2}, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

## 1.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация осуществляется в форме экзамена

В качестве средств, используемых на промежуточной аттестации предусматривается:

Билеты

## 1.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

### Список вопросов

1. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.
2. Вывод уравнения теплопроводности в пространстве.
3. Уравнение теплопроводности с одной пространственной переменной. Постановка основных задач.
4. Метод разделения переменных для доказательства существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
5. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
6. Единственность и устойчивость решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
7. Единственность решения общей начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.
8. Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
9. Существование решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
10. Метод продолжения решения первой и второй начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой.
11. Уравнения Лапласа и Пуассона. Постановка основных задач. Фундаментальные решения уравнения Лапласа.
12. Первая и вторая формулы Грина. Третья (основная) формула Грина.
13. Свойства гармонических функций.
14. Принцип максимума для гармонических функций.
15. Единственность и устойчивость решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
16. Единственность решения внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа и необходимое условие ее разрешимости.
17. Единственность решения внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в двух и трехмерных случаях.
18. Свойства функции Грина для задачи Дирихле.
19. Потенциалы простого и двойного слоя. Потенциал двойного слоя с единичной плотностью.
20. Сведение внутренней задачи Дирихле к интегральному уравнению Фредгольма 2 рода.
21. Существование решения внутренней задачи Дирихле.
22. Уравнение колебаний. Постановка основных задач.
23. Формула Даламбера. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для уравнения колебаний.
24. Метод разделения переменных для доказательства существования решения первой начально-краевой задачи для уравнения колебаний.

25. Интеграл энергии. Теоремы единственности решения начально-краевых задач для уравнения колебаний.
26. Задачи с данными на характеристиках. Эквивалентная система интегральных уравнений.
27. Существование решения задачи с данными на характеристиках.
28. Единственность решения задачи с данными на характеристиках.
29. Сопряженный дифференциальный оператор. Примеры.
30. Метод Римана.

### Список задач

1. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение

$$xu_{xx} - 2yu_{xy} + u_{yy} = 0$$

является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

2. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение

$$xu_{xx} - (y + |y|) \cdot u_{yy} + u_y = 0$$

является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

3. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение

$$xu_{xx} + u_{yy} = 0$$

является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

4. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение

$$y^2 u_{xx} - x^2 u_{yy} = 0$$

является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

5. Найти множество точек на плоскости, в которых уравнение

$$x^2 u_{xx} + 2xu_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$$

является уравнением эллиптического, гиперболического или параболического типа.

6. Функция  $u(x, t)$  является решением задачи

$$u_t(x, t) = a^2 u_{xx}(x, t), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < t \leq 4, \quad a - \text{любое,}$$

$$u(0, t) = t(4 - t), \quad 0 \leq t \leq 4,$$

$$u(2, t) = 2 \sin 3t, \quad 0 \leq t \leq 4,$$

$$u(x, 0) = \sin 4\pi x, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение  $u(x, t)$  на множестве  $Q = \{(x, t) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq t \leq 4\}$ . Ответ обосновать.

7. Функция  $u(x, t)$  является решением задачи

$$u_t(x, t) = 4u_{xx}(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq 2,$$

$$u(0, t) = 1 - e^t, \quad 0 \leq t \leq 2,$$

$$u(1, t) = 1 - \cos 6t, \quad 0 \leq t \leq 2,$$

$$u(x,0) = \sin 2\pi x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение  $u(x,t)$  на множестве  $Q = \{(x,t), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 2\}$ . Ответ обосновать.

8. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = 9u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t \leq 1,$$

$$u(0,t) = t + 1, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$$u(\pi,t) = \cos t, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$$u(x,0) = \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение  $u(x,t)$  на множестве  $Q = \{(x,t), 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq t \leq 1\}$ . Ответ обосновать.

9. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < t \leq 2, \quad a - \text{любое,}$$

$$u(0,t) = -te^{-t}, \quad 0 \leq t \leq 2,$$

$$u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 3 \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2,$$

$$u(x,0) = \sin 2x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение  $u(x,t)$  на множестве  $Q = \{(x,t), 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq t \leq 2\}$ . Ответ обосновать.

10. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq 2, \quad a - \text{любое,}$$

$$u(0,t) = -t, \quad 0 \leq t \leq 2,$$

$$u(1,t) = \sin 2t, \quad 0 \leq t \leq 2,$$

$$u(x,0) = 5 \sin \pi x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение  $u(x,t)$  на множестве  $Q = \{(x,t), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 2\}$ . Ответ обосновать.

11. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию  $u(x,t) \in C^{2,1} \{[0,\pi] \times [0,T]\}$  такую, что

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t \leq T, \quad a - \text{любое,}$$

$$u(0,t) = t, \quad u(\pi,t) = 1 - \cos t, \quad 0 \leq t \leq T.$$

12. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию  $u(x,t) \in C^{2,1} \{[0,\pi] \times [0,T]\}$  такую, что

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T, \quad a - \text{любое,}$$

$$u(0,t) = t, \quad u(1,t) = \sin \pi t, \quad 0 \leq t \leq T.$$

13. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию  $u(x,t) \in C^{2,1} \{[0,\pi] \times [0,T]\}$  такую, что

$$u_t(x,t) = 4u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T,$$

$$u(0,t) = t, \quad u(1,t) = 1 - e^t, \quad 0 \leq t \leq T.$$

14. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию  $u(x,t) \in C^{2,1} \{[0,\pi] \times [0,T]\}$  такую, что

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < \pi, \quad 0 < t \leq T, \quad a - \text{любое}, \\ u(0,t) = \sin t, \quad u(\pi,t) = \sin 2t, \quad 0 \leq t \leq T.$$

15. Доказать, что решение следующей задачи неединственно. Найти функцию  $u(x,t) \in C^{2,1} \{[0,\pi] \times [0,T]\}$  такую, что

$$u_t(x,t) = 16u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < 2, \quad 0 < t \leq T, \\ u(0,t) = \sin \frac{\pi}{2} t, \quad u(2,t) = 1 - \cos \pi t, \quad 0 \leq t \leq T.$$

16. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad a - \text{любое}, \\ u_x(0,t) = 0, \quad u_x(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 2 - \sin \frac{\pi}{l} x, \quad 0 \leq x \leq l.$$

Найти  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x,t)$ .

17. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \quad a - \text{любое}, \\ u_x(0,t) = 0, \quad u_x(\pi,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 1 + \cos 2x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

Найти  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x,t)$ .

18. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = 4u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \\ u_x(0,t) = 0, \quad u_x(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \cos x + \cos 2x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

Найти  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x,t)$ .

19. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = 9u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < 1, \quad t > 0, \\ u_x(0,t) = 0, \quad u_x(1,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 1 + \sin \pi x + \cos 2\pi x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Найти  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x,t)$ .

20. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t), \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0, \quad a - \text{любое}, \\ u_x(0,t) = 0, \quad u_x(l,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = 3 + \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

Найти  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(x,t)$ .



21. Найти значения параметров  $a, b, c$  при которых функция  

$$u(x, y) = ax^2y^2 + bx^4 + 2y^4 + cy$$
будет гармонической.
22. Найти значения параметров  $a, b, c$  при которых функция  

$$u(x, y) = ax^2y^2 + 4x^4 + by^4 + cx + ay + c$$
будет гармонической.
23. Найти значения параметров  $a, b, c$  при которых функция  

$$u(x, y) = ax^2y^2 + bx^4 + 6y^4 + cy^2 + 4x^2 + c$$
будет гармонической.
24. Найти значения параметров  $a, b, c$  при которых функция  

$$u(x, y) = 2x^2y^2 + bx^4 + ay^4 + y + c$$
будет гармонической.
25. Найти значения параметров  $a, b, c$  при которых функция  

$$u(x, y) = 2ax^2y^2 + bx^4 + 2y^4 + cy + a$$
будет гармонической.
26. Доказать, что для функции  $u(x, y) = \cos(kx) \cdot \operatorname{sh}(ky) + \sin(px) \cdot \operatorname{ch}(py)$  справедлива формула среднего значения.
27. Доказать, что для функции  $u(x, y) = x^2 - y^2 + xy$  справедлива формула среднего значения.
28. Доказать, что для функции  $u(x, y, z) = \sin 3x \cdot \sin 4y \cdot \operatorname{sh} 5z$  справедлива формула среднего значения.
29. Доказать, что для функции  $u(x, y) = e^y \cos x + e^{-y} \sin x$  справедлива формула среднего значения.
30. Доказать, что для функции  $u(x, y) = 4xy + x^2 - y^2 + 2x + y + 3$  справедлива формула среднего значения.
31. Функция  $u(x, y)$  является решением внутренней задачи Дирихле  

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$u(x, y) = 3 - 2y, \quad x^2 + y^2 = 1.$$
Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $u(x, y)$  в круге  $x^2 + y^2 = 1$ .
32. Функция  $u(x, y)$  является решением внутренней задачи Дирихле  

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$u(x, y) = 5 + 3y, \quad x^2 + y^2 = 1.$$
Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $u(x, y)$  в круге  $x^2 + y^2 = 1$ .
33. Функция  $u(x, y)$  является решением внутренней задачи Дирихле  

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$u(x, y) = 4 - 5x, \quad x^2 + y^2 = 1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $u(x, y)$  в круге  $x^2 + y^2 = 1$ .

34. Функция  $u(x, y)$  является решением внутренней задачи Дирихле

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$u(x, y) = 6 + 2x, \quad x^2 + y^2 = 1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $u(x, y)$  в круге  $x^2 + y^2 = 1$ .

35. Функция  $u(x, y)$  является решением внутренней задачи Дирихле

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$u(x, y) = x + 4y, \quad x^2 + y^2 = 1.$$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $u(x, y)$  в круге  $x^2 + y^2 = 1$ .

36. Существует ли решение  $u(x, y, z)$  внутренней задачи Неймана

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 < 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^4, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

37. Существует ли решение  $u(x, y, z)$  внутренней задачи Неймана

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 < 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 3z^4, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

38. Существует ли решение  $u(x, y)$  внутренней задачи Неймана

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, y) = x^2 y^2, \quad x^2 + y^2 = 1.$$

39. Существует ли решение  $u(x, y)$  внутренней задачи Неймана

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad x^2 + y^2 < 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, y) = x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 = 1.$$

40. Существует ли решение  $u(x, y, z)$  внутренней задачи Неймана

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 < 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

41. Доказать, что решение задачи

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}(x, t), \quad -\infty < x < \infty, \quad t \geq 0,$$

$$u(x, 0) = \frac{1}{1 + x^2}$$

неединственно.

42. Доказать, что решение задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & -\infty < x < \infty, t \geq 0, \\u(x,0) &= \cos(kx)\end{aligned}$$

неединственно.

43. Доказать, что решение задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & -\infty < x < \infty, t \geq 0, \\u(x,0) &= \sin(kx)\end{aligned}$$

неединственно.

44. Доказать, что решение задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & -\infty < x < \infty, t \geq 0, \\u_t(x,0) &= \frac{x}{1+x^2}\end{aligned}$$

неединственно.

45. Доказать, что решение задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & -\infty < x < \infty, t \geq 0, \\u_t(x,0) &= u_0\end{aligned}$$

неединственно.

46. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & 0 < x < \pi, t > 0, a - \text{любое}, \\u(0,t) &= 0, \quad u(\pi,t) = 0, & t > 0, \\u(x,0) &= x^2(\pi-x)^2, \quad u_t(x,0) = \sin x, & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Найти значения интеграла энергии  $I(t) = \frac{1}{2} \int_0^\pi [a^2 (u_x(x,t))^2 + (u_t(x,t))^2] dx$  при  $t = 10$ .

47. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & 0 < x < 1, t > 0, a - \text{любое}, \\u(0,t) &= 0, \quad u(1,t) = 0, & t > 0, \\u(x,0) &= x(1-x), \quad u_t(x,0) = \sin(2\pi x), & 0 \leq x \leq 1.\end{aligned}$$

Найти значения интеграла энергии  $I(t) = \frac{1}{2} \int_0^1 [a^2 (u_x(x,t))^2 + (u_t(x,t))^2] dx$  при  $t = 5$ .

48. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & 0 < x < 2, t > 0, a - \text{любое}, \\u(0,t) &= 0, \quad u(2,t) = 0, & t > 0, \\u(x,0) &= 0, \quad u_t(x,0) = 1 - \cos(\pi x), & 0 \leq x \leq 2.\end{aligned}$$

Найти значения интеграла энергии  $I(t) = \frac{1}{2} \int_0^2 [a^2 (u_x(x,t))^2 + (u_t(x,t))^2] dx$  при  $t = 20$ .

49. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$\begin{aligned}u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & 0 < x < \pi, t > 0, a - \text{любое}, \\u(0,t) &= 0, \quad u(\pi,t) = 0, & t > 0, \\u(x,0) &= 0, \quad u_t(x,0) = \sin x, & 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Найти значения интеграла энергии  $I(t) = \frac{1}{2} \int_0^l [a^2 (u_x(x,t))^2 + (u_t(x,t))^2] dx$  при  $t = 10$ .

50. Функция  $u(x,t)$  является решением задачи

$$\begin{aligned} u_{tt}(x,t) &= a^2 u_{xx}(x,t), & 0 < x < \pi, t > 0, a - \text{любое,} \\ u(0,t) &= 0, \quad u(\pi,t) = 0, & t > 0, \\ u(x,0) &= x^2(\pi - x)^2, \quad u_t(x,0) = \sin x + \sin 2x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$

Найти значения интеграла энергии  $I(t) = \frac{1}{2} \int_0^l [a^2 (u_x(x,t))^2 + (u_t(x,t))^2] dx$  при  $t = 40$ .

**Пример билета:**

1. Свойства гармонических функций.
2. Найти значения параметров  $a, b, c$  при которых функция

$$u(x,y) = ax^2y^2 + bx^4 + 2y^4 + cy$$

будет гармонической.

## 2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
<b>Знания</b> (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
<b>Умения</b> (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
<b>Навыки</b> (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач