

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета вычислительной
математики и кибернетики


/И.А. Соколов /
«27» сентября 2022г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Оптимальное управление

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки / специальность:
01.03.02 "Прикладная математика и информатика" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:
Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения:
очная

Рассмотрен и утвержден
на заседании Ученого совета факультета ВМК
(протокол №7, от 27 сентября 2022 года)

Москва 2022

1. ФОРМЫ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

В процессе и по завершении изучения дисциплины оценивается формирование у студентов следующих компетенций:

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знание приемов написания и анализа алгоритмов и компьютерных программ; ОПК-2.2. Способность анализировать и конструировать конкретные алгоритмы на языке высокого уровня для решения разнообразных математических задач на компьютере. ОПК-2.3. Знание парадигм структурного, процедурно-модульного и объектно-ориентированного программирования на языке высокого уровня.	Знать: методологию вывода и анализа основных моделей, которые описываются как задачи оптимального управления; основные понятия, определения и факты теории оптимального управления. Уметь: применять на практике общую теорию и методы решения линейных и нелинейных задач оптимального управления; Владеть: навыками решения линейных и нелинейных задач оптимального управления; навыками как к адаптации теоретических методов к конкретным задачам, так и к внесению необходимых изменений в саму постановку задачи.

1.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется путем оценки результатов выполнения заданий практических (семинарских) занятий, самостоятельной работы, предусмотренных учебным планом и посещения занятий/активность на занятиях.

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

контрольная работа

5 семестр

Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости.

Контрольная работа № 1	
Вариант 1	Вариант 2

<p>1. Найти множество AF, где $F = S_2(0) \subset E^2$, $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.</p> <p>2. Пусть $F = \{x \in E^2 : -5 \leq x_1 \leq -3, -1 \leq x_2 \leq 3\}$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi), \psi \in E^2$.</p> <p>3. Найти множество $F + G$, где $F = S_2(a) \subset E^2, G = S_3(b) \subset E^2$, $a = (-2, 4), b = (1, 3)$.</p> <p>4. Вычислить расстояние Хаусдорфа $h(F, G)$ между множествами F и G, где $F = \{x \in E^2 : x_1 = 0, x_2 \leq 1\}$, $G = \{x \in E^2 : x_1 \leq 2, x_2 = 0\}$.</p>	<p>1. Найти множество AF, где $F = S_2(0) \subset E^2$, $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.</p> <p>2. Пусть $F = \{a\} \subset E^2$, где $a = (2, 3)$. Найдите опорную функцию $c(F, \psi), \psi \in E^2$.</p> <p>3. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные: А) Если $F \in \Omega(E^n)$, то $AF \in \Omega(E^n)$ для любой квадратной $n \times n$-матрицы A. В) Если $F \in \text{conv}\Omega(E^n)$, то $AF \in \text{conv}\Omega(E^n)$ для любой квадратной $(n \times n)$-матрицы A. С) Пусть F - непустой выпуклый компакт из E^n, тогда множество AF (произведение множества F на матрицу A) - может быть невыпуклым множеством для какой-то квадратной $(n \times n)$-матрицы A. Д) Алгебраическая сумма двух непустых выпуклых множеств является выпуклым множеством. Е) Алгебраическая сумма двух непустых выпуклых множеств не обязательно является выпуклым множеством. Ф) Алгебраическая сумма двух произвольных шаров не обязательно является шаром.</p> <p>4. Пусть $F \in \Omega(E^n)$, $\text{conv}F = \bigcup_{m=0}^{\infty} F_m$. Существует такой номер $s = s(n, F)$, что $F_s = F_{s+1} = \dots = \text{conv}F$. Найти s для множества $F = \{x \in E^3 : -5 \leq x_1 \leq -3, -1 \leq x_2 \leq 3, -4 \leq x_3 \leq 7\}$.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Контрольная работа № 2

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.</p> <p>2. Вычислить значение выражения $2a_{11}(\ln 3) + 3a_{22}(\ln 3)$, где $a_{ij}(t)$ - элементы экспоненциала e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.</p> <p>3. Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.</p> <p>4. Найти $\int_0^{\pi} D(t) \cdot L_U dt$, где $D(t) = e^{tA}$,</p>	<p>1. Найти экспоненциал e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.</p> <p>2. Найти решение задачи Коши $\dot{x} = -x + 2 \cdot e^t, x(0) = 2$.</p> <p>3. Вычислить значение выражения $a_{12}(t) + a_{21}(t)$ при $t = -\frac{\pi}{4}$, где $a_{ij}(t)$ - элементы экспоненциала e^{tA} матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.</p> <p>4. Найти $\int_{-1}^3 D(t) \cdot L_U dt$, где $D(t) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, L_U - класс допустимых управлений, состоящий из</p>

$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$ L_U - класс допустимых управлений, состоящий из интегрируемых по Лебегу на $[0, \pi]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [0, \pi]$ значения из компакта $U = \{u \in E^2 : u_1 \leq 1, u_2 = 0\}$.	интегрируемых по Лебегу на $[-1, 3]$ функций, принимающих для почти всех $t \in [-1, 3]$ значения из компакта $U = \{u \in E^2 : u_1 + u_2 \leq 1\}$.
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Контрольная работа № 3

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:</p> <p>А) Принцип максимума Л.С.Понтрягина является достаточным условием оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.</p> <p>В) Принцип максимума Л.С.Понтрягина является необходимым и достаточным условием оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.</p> <p>С) В формулировке принципа максимума участвует функция $\psi(\bullet) \in E^2$ - некоторое ненулевое решение сопряжённого уравнения $\dot{\psi} = -A^* \psi$.</p> <p>Д) В лемме об эквивалентной формулировке принципа максимума Л.С.Понтрягина множества M_0 и M_1 являются непустыми компактами в E^n.</p> <p>2. Найдите для управляемой системы $\begin{cases} \dot{x}_1 = u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + u_2, \end{cases}$ где $U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, u_2 \leq 1\}$, множество достижимости $X(\tau_0)$ при $t - t_0 \equiv \tau_0 = 2$ из начального множества $M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = 0, x_2 \leq 1\} \subset E^2$ и множество управляемости $Z(\tau_1)$ при $t_1 - t \equiv \tau_1 = 4$ для конечного множества $M_1 = \{0\} \subset E^2$.</p> <p>3. Пусть задана управляемая система $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \end{cases}$ $\begin{cases} x(t_0) \in M_0 = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \subset E^2, \\ x(t_1) \in M_1 = \{(0)\} \subset E^2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, u_2 \leq 1\}. \end{cases}$ Исследовать управляемость системы из M_0 в M_1 на указанных отрезках времени и выбрать</p>	<p>1. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:</p> <p>А) Принцип максимума Л.С.Понтрягина является необходимым условием оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.</p> <p>В) Принцип максимума Л.С.Понтрягина является необходимым и достаточным условием оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.</p> <p>С) В лемме об эквивалентной формулировке принципа максимума Л.С.Понтрягина функция $\psi(\bullet) \in E^m$ не может равняться нулю ни в одной точке рассматриваемого отрезка времени.</p> <p>Д) В лемме об эквивалентной формулировке принципа максимума Л.С.Понтрягина функция $\psi(\bullet) \in E^m$ может равняться нулю в отдельных точках рассматриваемого отрезка времени.</p> <p>2. Найдите для управляемой системы $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \end{cases}$ где $U = S_1(0) \subset E^2$, множество управляемости $Z(\tau_1)$ при $t_1 - t \equiv \tau_1 = \pi$ для конечного множества $M_1 = \{a\}, a = (-1, 2) \subset E^2$.</p> <p>3. Пусть задана управляемая система $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u_2, \end{cases}$ $\begin{cases} x(t_0) \in M_0 = \{x \in E^2 : x_1 = -5, x_2 \leq 2\}, \\ x(t_1) \in M_1 = S_1(0) \subset E^2, \\ u \in U = S_2(0) \subset E^2. \end{cases}$ Исследовать управляемость системы из M_0 в M_1 на указанных отрезках времени и выбрать верные утверждения.</p> <p>А) Объект управляем на отрезке времени $[0, 1]$.</p> <p>В) Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 1]$.</p> <p>С) Объект управляем на отрезке времени $[0, \pi]$.</p>

верные утверждения.

- А) Объект управляем на отрезке времени $[0, \pi/2]$.
В) Объект неуправляем на отрезке времени $[0, \pi/2]$.
С) Объект управляем на отрезке времени $[0, \pi]$.
D) Объект неуправляем на отрезке времени $[0, \pi]$.
E) Объект управляем на отрезке времени $[0, 2\pi]$.
F) Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 2\pi]$.

4. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- А) Объект, описываемый системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + 3x_2 + u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_2 = 0, |u_1| \leq 3\}, \end{cases}$$

является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[0, 4]$.

- В) Объект, описываемый системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 + 3x_2 + u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_2 = 0, |u_1| \leq 3\}, \end{cases}$$

не является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[0, 2]$.

- D) Объект неуправляем на отрезке времени $[0, \pi]$.

- E) Объект управляем на отрезке времени $[0, 2]$.

- F) Объект неуправляем на отрезке времени $[0, 2]$.

4. Из прилагаемого ниже списка утверждений выберите верные:

- А) Объект, описываемый системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, |u_2| \leq 2\}, \end{cases}$$

является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[0, 2]$.

- В) Объект, описываемый системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + u_2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, |u_2| \leq 2\}, \end{cases}$$

не является локально управляемым в точке $x = 0 \in E^2$ на отрезке времени $[0, 3]$.

Типовые контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости.

Контрольная работа № 4	
Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Задана линейная задача быстродействия</p> $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \in E^2, \\ x(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in E^2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, u_2 \leq 1\} \\ T \rightarrow \min_{u \in U} \end{cases}$ <p>Пусть T - оптимальное время. Вычислить значение выражения $(T+1)^2 + 17$.</p> <p>2. Решив линейную задачу быстродействия</p> $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in E^2, \\ x(T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in E^2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, u_2 \leq 1\} \\ T \rightarrow \min_{u \in U} \end{cases}$ <p>вычислить значение выражения $4(8 - x_1(3)) - x_2(3)$, где $x(\bullet)$ - оптимальная траектория.</p> <p>3. Решив линейную задачу оптимального управления</p> $\begin{cases} \dot{x} = u, \\ x, u \in E^2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \in E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ J = 4x_1(3) - 3x_2(3) \rightarrow \max_{u \in U} \end{cases}$ <p>вычислить значение выражения $5(x_1(3) - x_2(3)) + J$, где $x(\bullet)$ - оптимальная траектория, J - оптимальное значение функционала.</p>	<p>1. Задана линейная задача быстродействия</p> $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in E^2, \\ x(T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in E^2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, u_2 \leq 1\} \\ T \rightarrow \min_{u \in U} \end{cases}$ <p>Пусть T - оптимальное время, τ - точка переключения оптимального управления. Вычислить значение выражения $T - 2\tau + 8$.</p> <p>2. Решив линейную задачу быстродействия</p> $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + u_1, \\ \dot{x}_2 = u_2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in E^2, \\ x(T) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in E^2, \\ u \in U = \{u \in E^2 : u_1 = 0, u_2 \leq 1\} \\ T \rightarrow \min_{u \in U} \end{cases}$ <p>вычислить значение выражения $\int_0^\tau u_2(s) ds + 7 \int_0^T u_2(s) ds + 7$, где $u(\bullet)$ - оптимальное управление, T - оптимальное время, τ - точка переключения оптимального управления.</p> <p>3. Решив линейную задачу оптимального управления</p> $\begin{cases} \dot{x} = u, \\ x, u \in E^2, \\ x(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \in E^2, \\ u \in U = S_1(0) \subset E^2, \\ J = 4x_1(3) - 3x_2(3) \rightarrow \max_{u \in U} \end{cases}$ <p>вычислить значение выражения</p>

$$\int_0^1 x_2(s)ds + 7 \int_0^1 u_1(s)ds + 7,$$

где $x(\bullet)$ - оптимальная траектория, $u(\bullet)$ - оптимальное управление.

Контрольная работа № 5

Вариант 1

Вариант 2

1. Пусть $x(t), u(t)$ - допустимая пара, заданная на отрезке $t \in [t_0, t_1]$,

для управляемой системы
$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), u \in U, \\ x(t_0) = x_0, \end{cases}$$

и $x(t_1) \in \partial X(t_1)$, где $X(t)$ - множество достижимости, $H(x, \psi, u)$ - функция

Гамильтона - Понтрягина,

$$M(x, \psi) = \max_{v \in U} H(x, \psi, v).$$

Тогда существует функция $\psi(t) \neq 0$, такая, что

A) $M(x(t), \psi(t)) = const$ при $t \in [t_0, t_1]$.

B) $\dot{\psi} = \frac{\partial f^*(x(t), u(t))}{\partial x} \psi$.

C)

$H(x(t), \psi(t), u(t)) = M(x(t), \psi(t)), \forall t \in [t_0, t_1]$.

D) $\dot{\psi} = - \frac{\partial H(x, \psi, u)}{\partial x} \Bigg|_{\substack{x = x(t) \\ u = u(t)}}$

E) $M(x(t), \psi(t))$ - строго монотонно возрастающая функция на $[t_0, t_1]$.

2. Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = 4 - (4 + x)u, \\ x, u \in E^1, 0 \leq t \leq T = 2(\ln 5 - \ln 2), \\ x(0) = 3, \\ u \in [0, 1], \\ J = \int_0^T \frac{x}{1+x} u dt \rightarrow \max_{u(\bullet)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения $9 \exp(\theta - \tau)$, где τ - момент выхода на особый режим, θ - момент схода с особого режима.

3. Решив задачу оптимального управления

1. Пусть $x(t), u(t)$ - допустимая процесс в задаче

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), u \in U, \\ x(t_0) = x_0, \\ t \in [t_0, t_1], \end{cases}$$

$u^*(t)$ - управление, полученное из $u(t)$ при помощи какой-то

вариации Макшейна M , $x^*(t)$ - траектория,

соответствующая управлению $u^*(t)$, $\varphi(\bullet)$ -

оператор, действующий из множества вариаций Макшейна в E^n , такой, что

$$x^*(t_1) - x(t_1) = \varepsilon \cdot \varphi(M) + o(\varepsilon).$$

Пусть M_1, M_2 - произвольные вариации

Макшейна. Выберите верные утверждения.

A) $\varphi(M_1 + M_2) = \varphi(M_1) + \varphi(M_2)$.

B) $\varphi(\lambda M) = \lambda^2 \varphi(M), \forall \lambda > 0$.

C) $\varphi(\lambda M) = \lambda \cdot \varphi(M), \forall \lambda > 0$.

D) $\varphi(M_1 + M_2) = \varphi(M_1) \cdot \varphi(M_2)$.

E) $\varphi(\lambda M) = \frac{1}{\lambda} \cdot \varphi(M), \forall \lambda > 0$.

2. Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - (1 + x)u, \\ x, u \in E^1, 0 \leq t \leq T = 2 \ln 3, \\ x(0) = 2, \\ u \in [0, 1], \\ J = \int_0^T \frac{x}{1+x} u dt \rightarrow \max_{u(\bullet)}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения $9 \cdot \exp(4J/9)$, где

J - оптимальное значение функционала.

3. Решив задачу оптимального управления

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - bu, \\ x, u \in E^1, 0 \leq t \leq T = \frac{1}{4} \ln(3 + \sqrt{10}), \\ x(0) = 0, \\ x(T) = 3, \\ L = \int_0^T (x^2(t) + 3u^2(t)) dt \rightarrow \min_{u \in R}, \end{cases}$$

вычислить значение выражения $9 \cdot L + 2 \cdot u(T) + 6$,

где $u(\bullet)$ -- оптимальное управление, L -

$\begin{cases} \dot{x} = 2 \frac{4u}{4+u} - 2x, \\ x, u \in E^1, \\ x(0) = 0, \\ x(T) = 1 \\ u \in [0,4], \\ J = \int_0^T u(t) dt \rightarrow \min_{u(\bullet)} \end{cases}$ <p>вычислить значение выражения $3 \exp(2T) + u(T)$, где $u(\bullet)$ - оптимальное управление, T - оптимальное значение времени.</p>	<p>оптимальное значение функционала..</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------

1.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация осуществляется в форме зачета (5 семестр) экзамена (6 семестр)
В качестве средств, используемых на промежуточной аттестации предусматривается:
Билеты

1.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачёту 5 семестр

1. Постановка задачи оптимального управления. Основные вопросы теории оптимального управления.
2. Пространство непустых компактов из E^n . Алгебраические операции над множествами. Хаусдорфово расстояние.
3. Опорные функции. Их основные свойства.
4. Многозначные отображения. Непрерывность многозначных отображений.
5. Измеримость многозначных отображений. Теорема об измеримой однозначной ветви.
6. Интегрирование многозначных отображений. Теорема Ляпунова.
7. Теорема Каратеодори. Формула Коши.
8. Множества достижимости и управляемости линейных управляемых систем. Их опорные функции. Теорема существования оптимального управления в линейной задаче быстрогодействия.
9. Управляемость и локальная управляемость линейных систем. Лемма о внутренней точке интеграла.
10. Принцип максимума Понтрягина. Теорема об эквивалентной формулировке принципа максимума.
11. Принцип максимума Понтрягина как необходимое условие оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.
12. Усиленное условие трансверсальности. Достаточные условия оптимальности в линейной задаче быстрогодействия.
13. Условия единственности пары $x(t), u(t)$, удовлетворяющей принципу максимума Понтрягина. Строгая выпуклость.
14. Понятие о задаче синтеза. Синтез быстрогодействия в начало координат для задачи $\dot{x} + x = u, |u| \leq 1$.
15. Линейная задача оптимального управления с терминальным функционалом и свободным правым концом.

Вопросы к экзамену 6 семестр

1. Постановка нелинейной задачи оптимального управления с интегральным функционалом. Попадание на границу множества достижимости расширенной системы, как необходимое условие оптимальности.
2. Множество достижимости нелинейной управляемой системы. Компактность множества достижимости. Теорема существования оптимального управления в нелинейной задаче быстрогодействия.
3. Система уравнений в вариациях и сопряжённая система.
4. Вариации Макшейна. Построение конуса касательных направлений ко множеству достижимости.

5. Расширение вариаций Макшейна (вариация по времени). Построение расширенного конуса касательных направлений ко множеству достижимости.
6. Лемма о попадании точки в образ множества при непрерывном отображении.
7. Лемма об отделимости нуля и конуса касательных направлений, как необходимое условие попадания на границу множества достижимости.
8. Принцип максимума Понтрягина - необходимое условие попадания на границу множества достижимости.
9. Лемма об отделимости отрицательного направления оси x^0 и расширенного конуса касательных направлений, как необходимое условие оптимальности.
10. Принцип максимума Понтрягина - необходимое условие оптимальности в задаче с интегральным функционалом.
11. Уравнение Беллмана и достаточные условия оптимальности в задаче быстродействия.
12. Уравнение Беллмана и достаточные условия оптимальности в задаче с интегральным функционалом.
13. Достаточные условия оптимальности в форме конструкций принципа максимума Понтрягина.
14. Линейно-квадратичная задача оптимального управления.
16. Задача о нагреве чайника до заданной температуры при минимальном расходе топлива.
15. Задача распределения ресурсов в колонии микроорганизмов.
17. Модель Рамсея на бесконечном горизонте. Оптимальные пропорции производства и потребления.

Пример билета

Билет состоит из двух вопросов, один из части А, один из части Б.

1. Понятие о задаче синтеза. Синтез быстродействия в начало координат для задачи

$$\ddot{x} + x = u, |u| \leq 1.$$
2. Система уравнений в вариациях и сопряжённая система.

2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
Знания (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач