Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета вычислительной математики и кибернетики

_______________/И.А. Соколов /
«27» сентября 2022г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Математическая логика и логическое программирование

Уровень высшего образования:

бакалавриат

Направление подготовки / специальность:

01.03.02 "Прикладная математика и информатика" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:

Искусственный интеллект и анализ данных

Форма обучения:

очная

Рассмотрен и утвержден

на заседании Ученого совета факультета ВМК

(протокол №7, от 27 сентября 2022 года)

Москва 2022

1. ФОРМЫ И ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

В процессе и по завершении изучения дисциплины оценивается формирование у студентов следующих компетенций:

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	**Индикатор (показатель) достижения компетенции**	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций**
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Знание приемов написания и анализа алгоритмов и компьютерных программ; ОПК-2.2. Способность анализировать и конструировать конкретные алгоритмы на языке высокого уровня для решения разнообразных математических задач на компьютере. ОПК-2.3. Знание парадигм структурного, процедурно-модульного и объектно-ориентированного программирования на языке высокого уровня.	Знать: 1. принципы устройства, понятия и свойства логико-математических теорий; 2. синтаксис и семантику классической логики предикатов, интуиционистской логики, модальных логик, темпоральных логик, дескриптивных логик; 3. основные свойства отношений выполнимости и выводимости для перечисленных выше классов логик; 4. основные принципы логического программирования; 5. алгоритмические возможности логических программ 6. основные методы применения аппарата логического вывода для проверки правильности программ; 7. принципы построения и верификации моделей распределенных программ. Уметь: 1. строить логических формул адекватно выражающих утверждения естественных языков и, в частности, математические утверждения; 2. применять на практике методы построения логического вывода для доказательства общезначимости или противоречивости

		логических формул; 3. проектировать простейшие логические программы и анализировать их вычисления; 4. применять язык математической логики и аппарат логического вывода для решения задачи проверки правильности программ. Владеть: 1. классической логикой предикатов как универсальным языком представления знаний; 2. аппаратом логического вывода как средством анализа логических формул и вычисления логических программ; 3. навыками проектирования и анализа вычислений логических программ.

1.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости осуществляется путем оценки результатов выполнения заданий практических (семинарских) занятий, самостоятельной работы, предусмотренных учебным планом и посещения занятий/активность на занятиях.

В качестве оценочных средств текущего контроля успеваемости предусмотрены:

коллоквиум

Вопросы к коллоквиуму.

1. Синтаксис и семантика логики предикатов. Термы, формулы, интерпретация. Отношение выполнимости формулы на интерпретации.
2. Выполнимость, общезначимость, противоречивость формул логики предикатов. Примеры общезначимых и противоречивых формул логики предикатов. Модель. Логическое следствие. Теорема о логическом следствии.
3. Проблемы выполнимости и общезначимости. Пример формулы, не имеющей конечных моделей.
4. Семантические таблицы в логике предикатов. Табличный вывод. Теорема корректности табличного вывода.
5. Теорема полноты табличного вывода.
6. Теорема Лёвенгейма-Сколема. Теорема компактности Мальцева.
7. Равносильные формулы. Примеры равносильных формул. Теорема о равносильной замене.
8. Предваренная нормальная форма. Теорема о приведении формулы к предваренной нормальной форме.
9. Сколемовская стандартная форма. Теорема о приведении формулы к сколемовской стандартной форме.

10. Эрбрановский универсум, эрбрановский базис, эрбрановские интерпретации. Теорема об эрбрановской модели для сколемовской стандартной формы. Сведение проблемы общезначимости формул к проблеме противоречивости систем дизъюнктов. Теорема Эрбрана.
11. Подстановки. Применение подстановок к термам и формулам. Композиция подстановок. Унификатор. Наиболее общий унификатор.
12. Сведение задачи унификации к задаче решения системы термальных уравнений. Лемма о связке. Алгоритм унификации. Теорема о корректности и завершаемости алгоритма унификации.
13. Метод резолюций для логики предикатов: правила резолюции и склейки, резолютивный вывод. Теорема корректности резолютивного вывода.
14. Лемма о подъеме. Теорема полноты резолютивного вывода для логики предикатов.
15. Общая схема доказательства общезначимости формул логики предикатов методом резолюций. Стратегии резолютивного вывода.

Билет для коллоквиума содержит 12 вопросов, например:
Вопрос 1. Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 2), построить замкнутую формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.
“ Какова бы ни была последовательность действительных чисел и отрезок [a,b] действительных чисел, если бесконечно много элементов этой последовательности содержится в данном отрезке, то хотя бы одна предельная точка данной последовательности также содержится в этом отрезке”

Вопрос 2. Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$\mathbf{\exists x\ (\forall y\ P(x,y) \to R(x)) \to \forall z\ \forall y\ (P(z,y) \vee R(y))}$$

Вопрос 3. Для заданной формулы φ выяснить (применяя методрезолюций), является ли эта формула общезначимой.

$$\mathbf{\forall x\ (\forall y \exists v \forall u\ ((A(u,v) \to B(y,u))\ \&\ (\neg \exists w A(w,u) \to \forall z A(z,v))) \to \exists y B(x,y))}$$

Вопрос 4.Какая формула называется логическим следствием множества замкнутых формул **Г**? Сформулируйте теорему о логическом следствии. Существует ли такое множество предложений **Г**, логическим следствием которого является любая замкнутая формула?

Вопрос 5. Известно, что для семейств замкнутых формул **Г, Δ**семантическая таблица **⟨Г,Δ⟩** не имеет ни одного успешного табличного вывода. Какие из приведенных ниже утверждений всегда справедливы и почему?

1. Система формул **Г**имеет хотя бы одну модель, потому что....
2. Система формул **Δ**имеет хотя бы одну модель, потому что....
3. Ни одна формула $\boldsymbol{\psi \in \Delta}$ не является общезначимой, потому что....
4. Ни одно из перечисленных выше утверждений не верно, потому что...

Вопрос 6. Пусть **S** – некоторое множество дизъюнктов, а **S′** – множество всех формул, которые встречаются хотя бы в одно резолютивном выводе из множества дизъюнктов **S**. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Если **S** – непротиворечивое множество формул, то и **S′**– непротиворечивое множество.
2. Если **S** – противоречивое множество формул, то и **S′**– противоречивое множество.
3. Если **S′** – непротиворечивое множество формул, то и **S**– непротиворечивое множество.
4. Если **S′** – противоречивое множество формул, то и **S**– противоречивое множество.
5. Одно из утверждений неверно, но какое именно, зависит от конкретного множества формул **S**.

1.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация осуществляется в форме экзамена
В качестве средств, используемых на промежуточной аттестации предусматривается:
Билеты

1.3. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену.

Язык логики предикатов

1. Синтаксис и семантика логики предикатов. Термы, формулы, интерпретация. Отношение выполнимости формулы на интерпретации.
2. Выполнимость, общезначимость, противоречивость формул логики предикатов. Примеры общезначимых и противоречивых формул логики предикатов. Модель. Логическое следствие. Теорема о логическом следствии.
3. Проблемы выполнимости и общезначимости. Пример формулы, не имеющей конечных моделей.
4. Семантические таблицы в логике предикатов. Табличный вывод. Теорема корректности табличного вывода.
5. Теорема полноты табличного вывода.
6. Теорема Лёвенгейма-Сколема. Теорема компактности Мальцева.
7. Равносильные формулы. Примеры равносильных формул. Теорема о равносильной замене.

Метод резолюций

8. Предваренная нормальная форма. Теорема о приведении формулы к предваренной нормальной форме.
9. Сколемовская стандартная форма. Теорема о приведении формулы к сколемовской стандартной форме.
10. Эрбрановский универсум, эрбрановский базис, эрбрановские интерпретации. Теорема об эрбрановской модели для сколемовской стандартной формы. Сведение проблемы общезначимости формул к проблеме противоречивости систем дизъюнктов. Теорема Эрбрана.
11. Подстановки. Применение подстановок к термам и формулам. Композиция подстановок. Унификатор. Наиболее общий унификатор.
12. Сведение задачи унификации к задаче решения системы термальных уравнений. Лемма о связке. Алгоритм унификации. Теорема о корректности и завершаемости алгоритма унификации.
13. Метод резолюций для логики предикатов: правила резолюции и склейки, резолютивный вывод. Теорема корректности резолютивного вывода.
14. Лемма о подъеме. Теорема полноты резолютивного вывода для логики предикатов.
15. Общая схема доказательства общезначимости формул логики предикатов методом резолюций. Стратегии резолютивного вывода.

Основы логического программирования

16. Использование метода резолюций для нахождения ответов на запросы. Истолкование резолютивного вывода как вычисления. Примеры вычислительных возможностей резолютивного вывода.
17. Хорновские дизъюнкты. Синтаксис языка логического программирования: логические программы и запросы. Декларативная семантика логических программ. Правильный ответ.
18. SLD-резолюция. SLD-резолютивные вычисления (опровержения) логических программ. Процедурная интерпретация SLD-выводов. Примеры SLD-опровержений успешных, тупиковых и бесконечных. Вычислимый ответ. Операционная (процедурная) семантика логических программ.
19. Теорема корректности SLD-резолютивных вычислений логических программ.

20. Теоремы полноты SLD-резолютивных вычислений логических программ.
21. Правило вычислений и его роль. R-вычислимый ответ. Переключательная лемма. Теорема о независимости правила вычислений. Теорема сильной полноты SLD-резолюции.
22. Дерево SLD-вычислений логических программ. Стратегии вычислений. Полные и неполные стратегии вычислений. Стандартная стратегия исполнения логических программ. Неполнота стандартной стратегии.
23. Управление исполнением логических программ. Оператор отсечения. Операционная семантика оператора отсечения.
24. Отрицание в Прологе. Допущение замкнутости мира. Отрицание как неудача. Эффект немонотонности вычислений логических программ с оператором отрицания.
25. Встроенные предикаты и функции. Операционная семантика встроенных средств.
26. Теорема о вычислительной универсальности чистого Пролога. Теорема Чёрча о неразрешимости логики предикатов первого порядка.

Неклассические прикладные логики

27. Интуиционистская логика. Модели Крипке для интуиционистской логики. Примеры интуиционистски общезначимых и необщезначимых формул. Модальные логики. Модели Крипке для модальных логик. Эпистемические логики. Темпоральные логики.
28. Проблема верификации последовательных программ. Операционная семантика типовых программных конструкций. Предусловие и постусловие. Частичная корректность программ. Тройки Хоара и их содержательный смысл. Правила вывода в логике Хоара для доказательства частичной корректности последовательных программ.
29. Моделирование программ системами переходов. Темпоральная логика высказываний линейного времени (LTL): синтаксис и семантика. Применение темпоральных логик для спецификации поведения реагирующих программных систем.
30. Задача проверки выполнимости формул LTL на конечной модели. Равносильные преобразования формул LTL. Табличный алгоритм проверки выполнимости формул LTL на конечной модели: основные этапы.

Экзаменационная контрольная работа состоит из 5 задач, проверяющих навыки использования методов математической логики и логического программирования для решения практических задач, 5 вопросов, проверяющих знание основных понятий и математических утверждений, и 4 задач, проверяющих умение применять понятия и методы математической логики для решения теоретических задач
Пример контрольной экзаменационной работы.

Задача 0. Слово – это конечный непустой список букв фиксированного конечного алфавита. Текст – это конечный непустой список слов. Построить логическую программу, которая для заданного текста **L** вычисляет <u>одно</u> из слов **X**, имеющее наибольшую длину среди всех тех слов текста, которые встречаются в этом тексте наиболее часто. Запрос к программе должен иметь вид ?**G(L,X)**.

Задача 1. Используя константные, функциональные и предикатные символы алфавита (см. Приложение 2), построить <u>замкнутую</u> формулу логики предикатов, соответствующую следующему утверждению.
“Каковы бы ни были две последовательности действительных чисел, если одна из них сходится к нулю, а другая ограничена, то и произведение этих последовательностей сходится к нулю”

Задача 2. Для заданной формулы φ выяснить, применяя метод семантических таблиц, является ли эта формула общезначимой.

$$(\forall x\, R(x)\ \&\exists y\, (P(y) \to\neg R(y))) \to\neg \forall x\, P(x)$$

Задача 3. Для заданной системы дизъюнктов **S** выяснить, применяя метод резолюций, является ли система **S**противоречивой или нет.

$$S=\{\ Q(v,v);\ \neg Q(v,\ u) \vee\neg P(u,\ v);\ Q(u,v) \vee\neg P(a,\ u) \vee R(v,v);\ \neg R(a,u) \vee Q(v,\ u);\ P(v,\ f(u))\ \}$$

Задача 4. Для заданного запроса **G=? A(x), B(x)** к заданной логической программе $\mathcal{P}$ построить на основе стандартной стратегии вычислений (с использованием операторов отсечения и отрицания) дерево SLD-резолютивных вычислений и определить множество вычислимых ответов.

$\mathcal{P}$: A(b) ← ;

A(a) ← not(B(b)), !;
A(f(b)) ← B(b), !;
A(c) ←not(B(c)), !, A(b);
B(f(x)) ← A(x);
B(c) ←A(a), !, B(b);
B(b) ← A(b);
B(a) ← ;

Вопрос 5. Привести определение интерпретации для динамической логики.
Вопрос 6. Что означает корректность резолютивного вывода ?
Вопрос 7. Что такое множество успехов хорновской логической программы?
Вопрос 8. Привести пример полной стратегии построения SLD-вычислений хорновской логической программы?
Вопрос 9. Известно, что множества замкнутых формул **Γ** и **Δ** не имеют ни одной общей модели, не будучи при этом противоречивыми. Какие из приведенных утверждений справедливы и почему?

1. Семантическая таблица ⟨**Γ,Δ**⟩не имеет успешного табличного вывода, потому что...
2. Семантическая таблица ⟨**Γ,Δ**⟩не является выполнимой, потому что...
3. Семантическая таблица ⟨**∅,Γ∪Δ**⟩ имеет успешный табличный вывод, потому что...
4. Не существует формулы, которая являлась бы логическим следствием как множества формул **Γ,** так и множества формул **Δ**, потому что...
5. Все приведенные выше утверждения неверны.

Вопрос 10. Известно, что в семантическом дереве для семейства дизъюнктов **S** на каждом ярусе имеется непустое множество опровергающих узлов. Какие из приведенных ниже утверждений наверняка неверны и почему?

1. Семейство дизъюнктов **S** имеет эрбрановскую модель.
2. Формула **∀xP(x) →∃x¬P(x)** не является логическим следствием множества дизъюнктов **S**.
3. Ни в каком семантическом дереве для семейства дизъюнктов **S** нельзя выделить бесконечное множество опровергающих узлов.
4. Справедливость или несправедливость всех приведенных выше утверждений зависит конкретного множества **S**.

Вопрос 11. Пусть $\mathcal{P}$ **-** хорновская логическая программа, $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}$ - оператор непосредственного логического следования для $\mathcal{P}$, и **I′**, **I″** - эрбрановские интерпретации для программы $\mathcal{P}$. Какие из приведенных ниже утверждений справедливы и почему?

1. Всегда справедливо соотношение $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\mathbf{I'}\cup\mathbf{I''}) \subset \mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I'}\,) \cup \mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I''}),$ потому что....
2. Всегда справедливо соотношение $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\mathbf{I'}\cup\mathbf{I''}) \supset \mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I'}\,) \cup \mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I''}),$ потому что....
3. Множества $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\mathbf{I'}\cup\mathbf{I''})$ и $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I'}\,) \cup \mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I''})$ несравнимы**,** потому что...
4. Справедливость указанных выше соотношений между множествами $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\mathbf{I'}\cup\mathbf{I''})$ и $\mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I'}\,) \cup \mathbf{T}_{\mathcal{P}}\,(\,\mathbf{I''})$ зависит от конкретных интерпретаций **I′**и **I″** , потому что ...

Вопрос 12. Известно, что запрос **?P(x)** кхорновской логической программе $\mathcal{P}$не имеет успешных вычислений. Каким может быть ответ на запрос **? not(P(c))** к логической программе $\mathcal{P}$? Выберите из предложенных вариантов ответа на этот вопрос правильные и обоснуйте их.

1. Ответ на запрос **? not(P(c))** будет положительный независимо от программы $\mathcal{P}$, потому что....
2. Ответ на запрос **? not(P(c))** будет отрицательный независимо от программы $\mathcal{P}$, потому что....
3. Ответ на запрос **? not(P(c))** может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от программы $\mathcal{P}$, потому что....
4. На запрос **?not(P(c))** может быть вообще не получено никакого ответа, потому что....

2. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка виды оценочных средств	**2 (не зачтено)**	**3 (зачтено)**	**4 (зачтено)**	**5 (зачтено)**
Знания (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: приведены в п. 1.2..)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач