

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

« \_\_\_\_\_ » 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Алгебраические многообразия и тензоры»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – «Информатика и вычислительная техника» (09.06.01)

Направленность (профиль) – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18)

2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Алгебраические многообразия и тензоры.

### 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

«Информатика и вычислительная техника» (09.06.01). Направленность (профиль) «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18)

### 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной для освоения во 4-м семестре обучения.

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)	У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений  В2(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях

<p>Владением методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности</p> <p>(ОПК-1)</p>	<p>31 (ОПК-1) ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p> <p>У1 (ОПК-1) УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p> <p>В1 (ОПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>
<p>Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования</p> <p>(ОПК-8)</p>	<p>32 (ОПК-8) ЗНАТЬ: внутреннюю логику и последовательность изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности</p>
<p>Владение современными алгоритмами компьютерной математики, способность совершенствовать, углублять и развивать математическую теорию, лежащую в их основе (ПК-3)</p>	<p>31 (ПК-3) ЗНАТЬ: классические алгоритмы компьютерной математики, основные факты математической теории, лежащей в их основе;</p> <p>У1 (ПК-3) УМЕТЬ: применять классические алгоритмы компьютерной математики, оперировать основными фактами математической теории, лежащей в их основе;</p> <p>В1 (ПК-3) ВЛАДЕТЬ: базовыми навыками выбора алгоритмов компьютерной математики с учетом основных фактов математической теории, лежащей в их основе.</p>

<p>Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)</p>	<p>У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <p>В2(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>
<p>Владением методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1)</p>	<p>З1 (ОПК-1) ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p> <p>У1 (ОПК-1) УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p> <p>В1 (ОПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>
<p>Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования (ОПК-8)</p>	<p>З2 (ОПК-8) ЗНАТЬ: внутреннюю логику и последовательность изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности</p>

<p>Владение современными алгоритмами компьютерной математики, способность совершенствовать, углублять и развивать математическую теорию, лежащую в их основе (ПК-3)</p>	<p>31 (ПК-3) ЗНАТЬ: классические алгоритмы компьютерной математики, основные факты математической теории, лежащей в их основе;</p> <p>У1 (ПК-3) УМЕТЬ: применять классические алгоритмы компьютерной математики, оперировать основными фактами математической теории, лежащей в их основе;</p> <p>В1 (ПК-3) ВЛАДЕТЬ: базовыми навыками выбора алгоритмов компьютерной математики с учетом основных фактов математической теории, лежащей в их основе.</p>
<p>Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1)</p>	<p>У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений</p> <p>В2(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 36 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа

(семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по алгебре и геометрии в объеме бакалаврской программы факультета ВМК МГУ.

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Доска и мел.

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются алгебраическим многообразиям и те их свойства, которые необходимы для анализа тензорных разложений многомерных матриц.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>

<b>Тема 1. Размерность алгебраического многообразия.</b>  Проекция многообразия. Размерность неприводимого многообразия. Размерность собственного подмногообразия.  Размерность и ранг матрицы Якоби. Размерность пересечения многообразий. Комплексные многообразия и применение теорем о неявной функции.	32	14	-	-	-		14	10	8	18	
<b>Тема 2. Тензорные разложения многомерных матриц.</b>  Понятие тензорного ранга многомерной матрицы. Свойства тензорных рангов. Главные ранги. Вычислительные аспекты тензорных разложений.	44	22	-	2	-	-	24	10	10	20	
<b>4. Промежуточная аттестация – устный экзамен</b>	32						2	30			
<b>Итого</b>	108						40	68			

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ**

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

**Тема 1 «Размерность алгебраического многообразия.»**

**Тема 2 «Тензорные разложения многомерных матриц.»**

## 11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### Основная литература

#### 1. Е.Е.Тыртышников, Основы алгебры, ФИЗМАТЛИТ, 2017.

1. Е.Е.Тыртышников, Матричный анализ и линейная алгебра, ФИЗМАТЛИТ, 2007.
2. Э.Б.Винберг, Курс алгебры, МЦНМО, 2011.
3. Ван дер Варден Б.Л., Алгебра, “Наука”, М., 1976.
4. Мамфорд Д., Алгебраическая геометрия. Комплексные проективные многообразия, “Мир”, М., 1979.
5. Курош А.Г., Лекции по общей алгебре, “Наука”, М., 1973.
6. Ленг С., Алгебра, “Мир”, М., 1968.
7. Тыртышников Е.Е., Матричный анализ и линейная алгебра, Физматлит, М., 2007.
8. Шафаревич И.Р., Основы алгебраической геометрии, МЦНМО, М., 2007.
9. Зарисский О., Самюэль П., Коммутативная алгебра, том 1, ИЛ, М., 1963.
10. Зарисский О., Самюэль П., Коммутативная алгебра, том 2, ИЛ, М., 1963.
11. Кокс Д., Литтл Дж., О’Ши Д., Идеалы, многообразия и алгоритмы, “Мир”, М., 2000.
12. Курош А.Г., Курс высшей алгебры, “Наука”, М., 1971.
13. Мамфорд Д., Красная книга о многообразиях и схемах, МЦНМО, М., 2007.
14. Постников М.М., Теория Галуа, Факториал Пресс, М., 2003.
15. Рид М., Алгебраическая геометрия для всех, “Мир”, М., 1991.
16. Стрэнг Г., Линейная алгебра и ее приложения, “Мир”, М., 1980.
17. Халмош П., Конечномерные векторные пространства, Физматлит, М., 1963.
18. Хованский А.Г., Теория Галуа, накрытия и римановы поверхности, МЦНМО, М., 2007.
19. Хорн Р., Джонсон Ч., Матричный анализ, “Мир”, М., 1989.
20. Шафаревич И.Р., Основные понятия алгебры, РХД, Ижевск, 2001.
21. Kendig K., Elementary Algebraic Geometry, Springer-Verlag, New York, 1977.

## Дополнительная литература

### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://elibrary.ru>
2. [www.scopus.com](http://www.scopus.com)

### Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.
- 4.

### Активные и интерактивные формы проведения занятия

№ п/п	Тип занятия или внеаудиторной работы	Вид и тематика (название) интерактивного занятия
1	Лекция 6	Решение задач, связанных с размерностью алгебраических многообразий.
2	Лекция 12	Решение задач, связанных с размерностью тензорных разложений.

### Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской.

## **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

## **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

академик РАН, профессор, д.ф.-м.н. Тыртышников Евгений Евгеньевич

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Поля, кольца, идеалы»**

**Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.**

<b>РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)</b>	<b>КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)</b> <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					<b>ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА</b>
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыш и реализации этих вариантов У1 (УК-1)	Отсутствие умений	Частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыш и реализации этих вариантов	В целом успешно, но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов	Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыш и реализации этих вариантов	доклады на научных семинарах

<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b>  навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях  В1 (УК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач</p>	<p>Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>	<p>доклады на научных семинарах</p>
<p><b>ЗНАТЬ:</b>  современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий  Код 31 (ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Устный экзамен</p>

<p>УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики Код У1 (ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики Код В1 (ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>реферат</p>

<p><b>ЗНАТЬ:</b> внутреннюю логику и последовательность изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности Код 32 (ОПК-8)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности</p>	<p>Сформированные систематические знания о внутренней логике и последовательности изложения основных разделов математики и информатики, относящихся к соответствующей специальности</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p><b>ЗНАТЬ:</b> современные алгоритмы компьютерной математики, математическую теорию, лежащую в их основе Код 31 (ПК-3)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>Устный экзамен</p>

<p>УМЕТЬ: применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе <b>Код У1 (ПК-3)</b></p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>Сформированное умение применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе</p>	<p>Отчет, реферат</p>
--	--------------------------	---	---	---	--	-----------------------

### Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Размерность алгебраического многообразия.
2. Размерность собственного подмногообразия.
3. Размерность многообразия и ранг матрицы Якоби.
4. Размерность пересечения многообразий.
5. Комплексные многообразия.
6. Полготовительная теорема Вейерштрасса.
7. Применение теорем о неявной функции.
8. Главные тензорные ранги трехмерных матриц.
9. Существенная единственность канонических разложений тензоров, теорема Крускала.
10. Разложение Таккера и аппроксимации тензоров.
11. Разложение в тензорный поезд.
12. Принцип максимального объема и крестовые методы малоранговой аппроксимации.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде лекций дискуссий.

Примерные темы рефератов. Примеры тем:

1. Размерность алгебраических многообразий
2. Приложение тензорных разложений.
3. Повышение эффективности численных методов решения задач за счет применения тензорных разложений.

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

#### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

#### **Система контроля и оценивания**

За работу во время лекций-дискуссий и за реферат выставляются оценки.

Окончательная оценка определяется в первую очередь на основании оценки устного ответа студента. При этом окончательная оценка корректируется в сторону повышения на основании оценок за реферат, а также оценок, полученных на лекциях-дискуссиях.

#### **Структура и график контрольных мероприятий**

Лекция дискуссия на 5-й, 8-й неделях, реферат в течение семестра, устный экзамен в конце семестра.