

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ

Академик

*И.А. Соколов*

«14» сентября 2022 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Алгебраические многообразия и тензоры**

Algebraic varieties and tensors

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

---

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

**Название дисциплины** Алгебраические многообразия и тензоры

**Цель** изучения дисциплины – Курс позволяет дополнить знания об алгебраических многообразиях и тех их свойства, которые необходимы для анализа тензорных разложений многомерных матриц.

2. Уровень высшего образования – аспирантура

3. Научная специальность: 1.2.1., 1.2.2., 1.2.3., 1.1.2., 1.1.4., 1.1.5., 1.1.6., 2.3.5., 2.3.6.,  
отрасль науки: физико-математические науки,

Научная специальность 1.2.2., отрасль науки: технические науки

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры: элективный курс.

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа из которых 40 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем 32 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Алгебра и геометрия

2. Математический анализ

3. Функциональный анализ

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),<br><br>форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)                                                                                                                                                                              | Всего (часы) | В том числе                                                         |                               |                            |                                 |                                                                                                      |       |                                           |                           |       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------|----------------------------|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------------------------------------------|---------------------------|-------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |              | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы |                               |                            |                                 |                                                                                                      |       | Самостоятельная работа обучающегося, часы |                           |       |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |              | из них                                                              |                               |                            |                                 |                                                                                                      |       | из них                                    |                           |       |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |              | Занятия лекционно<br>го типа                                        | Занятия семинарско<br>го типа | Групповые консуль<br>тации | Индивидуальные кон<br>сультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | Всего | Выполнение домашних заданий               | Подготовка к коллоквиумам | Всего |
| <b>Тема 1. Размерность алгебраического многообразия.</b><br>Проекция многообразия.<br>Размерность неприводимого многообразия. Размерность собственного подмногообразия.<br>Размерность и ранг матрицы Якоби.<br>Размерность пересечения многообразий.<br>Комплексные многообразия и применение теорем о неявной | 32           | 14                                                                  | -                             | -                          | -                               |                                                                                                      | 14    | 10                                        | 8                         | 18    |

|                                                                                                                                                                                                     |    |    |   |   |   |   |    |    |   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|----|---|---|---|---|----|----|---|----|
| функции.                                                                                                                                                                                            |    |    |   |   |   |   |    |    |   |    |
| <b>Тема 2. Тензорные разложения многомерных матриц.</b><br><br>Понятие тензорного ранга многомерной матрицы. Свойства тензорных рангов. Главные ранги. Вычислительные аспекты тензорных разложений. | 38 | 22 | - | 2 | - | - | 24 | 14 | 0 | 14 |
|                                                                                                                                                                                                     |    |    |   |   |   |   |    |    |   |    |
| <b>3. Промежуточная аттестация – устный экзамен</b>                                                                                                                                                 | 2  | 2  |   |   |   |   | 0  |    |   |    |
| <b>Итого</b>                                                                                                                                                                                        | 72 | 40 |   |   |   |   | 32 |    |   |    |

## 8. Образовательные технологии.

Доска и мел. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

## 9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

## 10. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

### **Основная литература:**

1. Е.Е. Тыртышников, Основы алгебры, ФИЗМАТЛИТ, 2017.

### **Дополнительная литература**

1. Е.Е.Тыртышников, Матричный анализ и линейная алгебра, ФИЗМАТЛИТ, 2007.
2. Э.Б.Винберг, Курс алгебры, МЦНМО, 2011.
3. Ван дер Варден Б.Л., Алгебра, “Наука”, М., 1976.
4. Мамфорд Д., Алгебраическая геометрия. Комплексные проективные многообразия, “Мир”, М., 1979.
5. Курош А.Г., Лекции по общей алгебре, “Наука”, М., 1973.
6. Ленг С., Алгебра, “Мир”, М., 1968.
7. Тыртышников Е.Е., Матричный анализ и линейная алгебра, Физматлит, М., 2007.
8. Шафаревич И.Р., Основы алгебраической геометрии, МЦНМО, М., 2007.
9. Зарисский О., Самюэль П., Коммутативная алгебра, том 1, ИЛ, М., 1963.
10. Зарисский О., Самюэль П., Коммутативная алгебра, том 2, ИЛ, М., 1963.
11. Кокс Д., Литтл Дж., О’Ши Д., Идеалы, многообразия и алгоритмы, “Мир”, М., 2000.
12. Курош А.Г., Курс высшей алгебры, “Наука”, М., 1971.
13. Мамфорд Д., Красная книга о многообразиях и схемах, МЦНМО, М., 2007.
14. Постников М.М., Теория Галуа, Факториал Пресс, М., 2003.
15. Рид М., Алгебраическая геометрия для всех, “Мир”, М., 1991.
16. Стрэнг Г., Линейная алгебра и ее приложения, “Мир”, М., 1980.
17. Халмош П., Конечномерные векторные пространства, Физматлит, М., 1963.
18. Хованский А.Г., Теория Галуа, накрытия и римановы поверхности, МЦНМО, М., 2007.
19. Хорн Р., Джонсон Ч., Матричный анализ, “Мир”, М., 1989.

20. Шафаревич И.Р., Основные понятия алгебры, РХД, Ижевск, 2001.

21. Kendig K., Elementary Algebraic Geometry, Springer-Verlag, New York, 1977.

Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

<http://elibrary.ru>

[www.scopus.com](http://www.scopus.com)

Описание материально-технической базы.

Занятия проводятся в аудитории, оснащенной доской

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

*Степень, должность ФИО.*, e-mail, тел.: - акад, проф., д.ф.м.н, Тыртышников Евгений Евгеньевич, [eugene.tyrtysnikov@gmail.com](mailto:eugene.tyrtysnikov@gmail.com)

#### **Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

1. Список вопросов для устного экзамена.
2. Размерность алгебраического многообразия.
3. Размерность собственного подмногообразия.
4. Размерность многообразия и ранг матрицы Якоби.
5. Размерность пересечения многообразий.
6. Комплексные многообразия.
7. Подготовительная теорема Вейерштрасса.
8. Применение теорем о неявной функции.
9. Главные тензорные ранги трехмерных матриц.
10. Существенная единственность канонических разложений тензоров, теорема Крускала.
11. Разложение Таккера и аппроксимации тензоров.
12. Разложение в тензорный поезд.
13. Принцип максимального объема и крестовые методы малоранговой аппроксимации.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде лекций дискуссий.

Примерные темы рефератов. Примеры тем:

1. Размерность алгебраических многообразий
2. Приложение тензорных разложений.
3. Повышение эффективности численных методов решения задач за счет применения тензорных разложений.

## **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

### **Система контроля и оценивания**

За работу во время лекций-дискуссий и за реферат выставляются оценки.

Окончательная оценка определяется в первую очередь на основании оценки устного ответа аспиранта. При этом окончательная оценка корректируется в сторону повышения на основании оценок за реферат, а также оценок, полученных на лекциях-дискуссиях.

### **Структура и график контрольных мероприятий**

Лекция дискуссия на 5-й, 8-й неделях, реферат в течение семестра, устный экзамен в конце семестра.