**Бакалавриат**

**АННОТАЦИИ РАБОЧИХ ПРОГРАММ ДИСЦИПЛИН (МОДУЛЕЙ)**

**Направление подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"**

**Направленность программы**

**Математические методы обработки информации и принятия решений**

**Кафедра Оптимального управления**

**3 курс**

### Уравнения математической физики

Постановки задач для уравнений параболического типа. Принцип максимума и его следствия. Метод разделения переменных. Уравнения Лапласа и Пуассона. Гармонические функции. Формулы Грина и их следствия. Основные методы решения краевых задач. Уравнение колебаний и постановка задач для уравнений гиперболического типа. Формула Даламбера и ее следствия. Метод разделения переменных. Задача с данными на характеристиках.

### Функциональный анализ

Излагаются начальные главы функционального анализа: теория меры и интеграл Лебега, банаховы и гильбертовы пространства, линейные операторы, теория Фредгольма, элементы спектральной теории.

**Вероятностные модели**

Целью освоениякурса «Вероятностные модели» является изучение принципов выбора математических моделей реальных явлений и процессов, протекающих в условиях стохастической неопределенности. Основной упор делается на описание асимптотических аппроксимаций и на энтропийный подход. Значительное внимание уделяется обсуждению условий применимости вероятностных моделей и, в частности, предельных теорем теории вероятностей. Обсуждаются обобщения классических предельных теорем на выборки случайного объема. В качестве примера к конкретным прикладным задачам строятся вероятностные модели процессов эволюции финансовых индексов.

**Методы машинного обучения**

Курс «Методы машинного обучения» посвящен современным методам предобработки и анализа данных, а также задачам прогнозирования вещественной переменной (регрессия), дискретной переменной (классификация). Также в курсе рассматриваются такие основные задачи обучения по прецедентам как кластеризация и понижение размерности. Изучаются методы их решения, как классические, так и новые, созданные за последние 10–15 лет. Рассматриваются продвинутые методы ансамблирования (XGBoost, CatBoost, стэкинг и т.д). Студентам также предлагается ознакомиться с байесовской теорией классификации. Упор делается на глубокое понимание математических основ, взаимосвязей, достоинств и ограничений рассматриваемых методов.

Программа курса предназначена для студентов уже знакомых с основами линейной алгебры, математического анализа, теории вероятности. Знание математической статистики, методов оптимизации и языка программирования Python желательно, но не обязательно.

**Методы оптимизации**

Для задач оптимизации в гильбертовом пространстве обсуждаются вопросы существования оптимальных решений, необходимые и достаточные условия оптимальности в форме вариационного неравенства и правила множителей Лагранжа. Рассматриваются основные итерационные методы приближённого решения задач оптимизации: градиентные, Ньютона, штрафов, а также симплекс-метод решения задач линейного программирования; исследуются свойства их сходимости. Излагаются основы теории двойственности, а также основные идеи, формулировки и схемы применения принципа максимума Л. С. Понтрягина к задачам оптимального управления и метода регуляризации А. Н. Тихонова к некорректно поставленным задачам оптимизации.

**Оптимальное управление**

Годовой курс оптимальное управление читается в 5-м и 6-м семестрах.

В 5-м семестре исследуется линейная задача быстродействия.С помощью аппарата опорных функций исследуются классические вопросы оптимального управления: управляемость, теорема существования оптимального управления, необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Л.С. Понтрягина, достаточные условия оптимальности. Полученные результаты применяются для исследования линейной задачи оптимального управления с терминальным функционалом и свободным правым концом.

В 6-м семестре изучается нелинейная задача оптимального управления с интегральным функционалом. Формулируется и доказывается теорема о необходимых условиях оптимальности с привлечением техники вариаций Макшейна. На примере нелинейной задачи быстродействия подробно изучаются идеи метода динамического программирования. Рассматриваются различные примеры задач оптимального управления, включая задачи с особыми режимами и задачи на бесконечном промежутке времени.

**Основы кибернетики**

Курс «**Основы кибернетики**» (ранее «Элементы кибернетики»), создателем и основным лектором которого был чл.-корр. РАН С.В. Яблонский, читается на факультете ВМК с первых лет его существования. Он является продолжением курса «Дискретная математика» и посвящён изложению основных моделей, методов и результатов математической кибернетики, связанных с теорией дискретных управляющих систем (УС), с задачей схемной или структурной реализации дискретных функций и алгоритмов.

В нём рассматриваются различные классы УС (классы схем), представляющие собой дискрет­ные математические модели различных типов электронных схем, систем обработки информации и управления, алгоритмов и программ. Для базовых классов УС (схем из функциональных элементов, формул, контактных схем, автоматных схем), а также некоторых других типов УС, ставятся и изучаются основные задачи теории УС: задача минимизации дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ), задача эквивалентных преобразований и структурного моделирования УС, задача синтеза УС, задача повышения надёжности и контроля УС из ненадёжных элемен­тов и др. В программу курса входят классические результаты К. Шеннона, С.В. Яблонского, Ю.И. Журавлева и О.Б. Лупанова, а также некоторые результаты последних лет. Показывается возможность практического применения этих результатов на примере задачи проектирования СБИС, которые составляют основу программно-аппаратной реализации алгоритмов.

**Теоретическая механика**

Основу данного курса составляют кинематика точки и твердого тела, динамика и статика системы материальных точек, динамика твердого тела. В курс входят методы построения закона движения и траектории, вычисления скорости и ускорения движущейся точки, способы задания движения твердого тела, определение поля скоростей и поля ускорений свободного твердого тела, расчет характеристик сложного движения. Дается элементарная теория механических связей. Изучаются локальные вариационные принципы механики**.** Обосновываются методы аналитической и геометрической статики. Дается теория уравнений Лагранжа 2-го рода. Доказываются общие теоремы механики системы материальных точек. Выводятся основные динамические характеристики твердого тела и исследуется динамика практически интересных математических моделей систем твердых тел.

**Прикладные вопросы функционального анализа**

Основная цель курса проиллюстрировать характерные особенности функционального анализа, связанные с бесконечной размерностью. Материал курса охватывает наиболее важные темы линейного функционального анализа и некоторые его приложения к теории оптимального управления, вариационного исчисления и численным методам. В пособии не обсуждаются теория меры и интеграл Лебега, топологические пространства, обобщенные функции, соболевские пространства, теория неограниченных операторов и другие темы, выходящие за рамки вводного полугодового курса. Каждое занятие содержит необходимый теоретический материал.

**Экономика**

**Целью дисциплины** является формирование у студентов экономического мышления и целостного представления о процессах и явлениях хозяйственной жизни, ее проблемах и способах их решения.

**Задачи:**

* познакомить студентов с базовыми экономическими категориями и институтами;
* показать закономерности экономического развития;
* раскрыть особенности поведения фирмы и домашнего хозяйства в условиях современной смешанной экономики;
* познакомить студентов с основами грамотного финансового поведения;

показать необходимость и задачи государственного регулирования в условиях открытой экономики.

**Численные методы**

Данный курс направлен на развитие навыков у студентов в решении типовых задач алгебры, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Рассматриваются те методы, которые выдержали испытание практикой и применяются для решения реальных прикладных задач. Устанавливаются связи между различными разделами математики и численными методами. Теоретический материал иллюстрируется на лекциях примерами с результатами расчетов.

**Случайные процессы**

В рамках данного курса рассматриваются основные модели теории случайных процессов такие как цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем, корреляционная теория случайных процессов, стохастический интеграл, линейные стохастические дифференциальные уравнения, стационарные процессы. Более подробно исследованы свойства винеровского и пуассоновского процессов. Во второй части курса рассмотрены некоторые прикладные задачи теории случайных процессов: линейные преобразования стационарных процессов и задачи о наилучшей линейной оценки (прогноз и фильтрация).

# Вариационное исчисление

Курс «Вариационное исчисление» – это подробное изложение классической теории вариационного исчисления, когда неизвестной является вектор-функция. Центральное место занимает изучение простейшей задачи вариационного исчисления, для которой доказываются необходимые и достаточные условия сильного и слабого минимумов, обсуждаются различные достаточные условия их существования. Для вывода достаточных условий сильного минимума значительное место уделяется изучению теории поля и связанных с ней вопросов. Также в данном курсе рассматриваются задачи вариационного исчисления на условный экстремум: классическая изопериметрическая задача и задача Лагранжа с голономными и неголономными связями. Для них обосновываются соответствующие необходимые условия слабого локального минимума. Далее такие условия выводятся и для обобщений простейшей задачи вариационного исчисления на случаи подвижных границ и негладких экстремалей.

# Каждая из перечисленных тем сопровождается решением значительного количества конкретных примеров, что позволяет применить полученные теоретические знания на практике.

# Особенность курса заключается в том, что для его изучения требуются лишь знания математического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а также основ функционального анализа. Все остальные понятия подробно определяются.

**Выпуклый анализ**

Выпуклый анализ – современный раздел математики, изучающий свойства выпуклых множеств, выпуклых функций и выпуклых экстремальных задач. Данный полугодовой курс посвящен последовательному изложению основных понятий, конструкций и фактов выпуклого анализа. Главное внимание уделено конечномерному случаю. Материал отобран с учетом его значимости для теории оптимизации.

**Управляемые многошаговые процессы**

Курс посвящен изучению многошаговых управляемых процессов.

Многошаговые управляемые процессы в настоящее время являются важным разделом общей теории управляемых процессов. Такого рода управляемые процессы возникают, например, при дискретизации непрерывных управляемых процессов. Также интересные и важные для математической экономики многошаговые управляемые процессы часто возникают при изучении различных дискретных экономических моделей. В этих моделях время изменяется дискретным образом с шагом, например, неделя, месяц, год и так далее.

Большую роль в дискретных многошаговых задачах управления играет Динамическое программирование, разработанное в трудах Беллмана и его последователей. При применении метода Динамического программирования возникают значительные вычислительные трудности. Для преодоления этих трудностей важно разработать конструктивные численные методы, базирующиеся на теоретическом анализе соответствующих многошаговых процессов.

Курс посвящен изложению теоретических и прикладных аспектов широкого круга экстремальных задач теории многошаговых управляемых процессов.

**Численные методы оптимального управления**

Курс посвящен изложению основ теории численных методов решения задач оптимального управления с различными функционалами качества. Излагаются основные методы минимизации: методы решения краевой задачи принципа Л.С.Понтрягина, метод последовательных приближений, метод локальных вариаций, градиентные методы.

Рассматриваются различные разностные аппроксимации линейных задач оптимального управления с различными функционалами качества. Обсуждаются результаты численных экспериментов.

**4 курс**

**Математические модели в экономике**

Цель данного курса - познакомить слушателей с различными математическими моделями в экономике такими, как модель межотраслевого баланса, модель экономического планирования и оптимального экономического роста, модель конкурентного равновесия, а также с некоторыми разделами математики такими, как теория неотрицательных матриц и её приложения в экономике.

**Теория игр и исследование операций**

Курс разбит на три части. В первой излагается теория антагонистических игр, теоремы существования седловых точек, свойства оптимальных смешанных стратегий, методы решения матричных и выпуклых непрерывных игр в смешанных стратегиях, приводятся классические модели игр («нападение-оборона» и дуэли), рассматриваются многошаговые игры с полной информацией. Во второй части рассматриваются неантагонистические игры двух и многих лиц. Основные ее разделы: существование и методы поиска ситуаций равновесия ( в том числе в смешанных стратегиях для биматричных игр), оптимальные стратегии игрока-лидера в иерархических играх двух лиц. В третьей части рассматривается теория принятия решений: многокритериальная оптимизация, ядра бинарных отношений, общая модель операции и подход к ее исследованию на основе принципа гарантированного результата, необходимые условия для оптимальных стратегий и некоторые задачи оптимального распределения ресурсов.

### Дополнительные главы дискретной математики и кибернетики

Курс состоит из четырех частей. В первой части излагаются основы теории функций многозначной логики. Доказываются критерии полноты и устанавливается ряд существенных отличий функций многозначной логики от булевых функций. Во второй части изучаются ограниченно – детерминированные (автоматные) функции. Основное внимание уделяется способам задания автоматных функций: деревьями, каноническими уравнениями, диаграммами Мура и схемами из автоматных элементов. Третья часть посвящена машинам Тьюринга и вычислимым функциям. Доказывается вычислимость частично рекурсивных функций. В четвертой части доказывается теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке в сети.

**Базы данных**

Курс начинается с рассмотрения основных понятий систем управления базами данных (СУБД). Выделяются ключевые отличия СУБД от файловой системы и основные черты таких дореляционных моделей данных как иерархическая, сетевая и модель данных инвертированных таблиц. Далее рассматривается реляционная модель данных (включая механизмы манипулирования) и теория проектирования реляционных БД на основе процедуры нормализации. После этого описывается процесс проектирование БД с использованием диаграмм «сущность-связь» и диаграмм классов языка UML и рассматриваются постреляционные модели данных: объектно-ориентированная модель, объектно-реляционные расширения SQL, "истинная" реляционная модель. В рамках курса также рассматриваются базовые средства языка SQL для определения и изменения схемы базы данных, выборки и модификации данных, авторизации доступа и управления транзакциями.

**Суперкомпьютеры и параллельная обработка данных**

Данный курс ориентирован на получение базовых знаний и практических навыков в области параллельных вычислений, методов параллельной обработки данных, технологий параллельного программирования и суперкомпьютерных технологий. Материал иллюстрируется примерами суперкомпьютерных систем и технологий, где параллелизм проявляется особенно ярко. Вместе с этим, показывается исключительно важная роль суперкомпьютерных систем как неотъемлемой части формируемой цифровой экономики. В процессе изложения рассматриваются три составные части параллельных вычислений: архитектуры параллельных вычислительных систем, технологии параллельного программирования и информационная структура программ и алгоритмов, и показывается тесная связь этих частей между собой.

**Лингвистическая культура**

Целью освоения дисциплины является ознакомление студентов с лингвострановед-ческой культурой как важной частью подготовки современных специалистов. Профессиональная подготовка специалистов включает совершенствование переводческих навыков, которые невозможны без знаний специфических социокультурных условий функционирования иностранного языка. Лингвистическая культура является неотъемлемой частью переводческого профессионализма и делового общения.

**Математические модели управляемых процессов**

В курсе рассматриваются математические модели динамических управляемых процессов фундаментальной медицины, физических, биофизических, химических, экономических процессов описываемые дифференциальными уравнениями с управляемыми параметрами. Сообщаются фундаментальные принципы предметных областей, на основании которых получены уравнения моделей с управляемыми параметрами. Для рассматриваемых моделей формулируются математические задачи идентификации параметров управляемого процесса, задачи оптимального управления, задачи терминального управления. Сообщаются теоремы, положенные в основу аналитических и численных методов решения соответствующих задач управления и технологии решения задач на их основе, обсуждается качественный характер получаемых решений управляемой системы при гарантирующих или оптимальных управлениях. Предусмотрено выполнение заданий по численному расчету прикладных задач управления.

**Позиционные дифференциальные игры**

Данный курс содержит основные элементы теории позиционных дифференциальных игр, разработанной в школе Н.Н. Красовского. Целью освоения курса является формирование у слушателей целостного представления о теории и методах гарантирующего управления, структуре дифференциальных игр, о математическом аппарате, используемом для исследования задач управления и численных методах их решения, а также о проблемах интерпретации результатов практических вычислений в условиях, когда приходится обрабатывать лишь приближенные данные о состоянии динамической системы, поступающие в реальном времени.

**Условия оптимальности высших порядков**

Данный полугодовой спецкурс дает представление об основных результатах современной теории необходимых и достаточных условий первого и высших порядков локального минимума в задачах на экстремум с ограничениями. В качестве базовой рассматривается общая задача на экстремум в банаховом пространстве с ограничениями равен­ства и неравенства, а в качестве ее частных случаев три класса задач:

а) конечномерная задача на экстремум с ограничениями равенства и нера­венства (задача математического програм­мирования),

б) задача Лагранжа классичес­кого вариационного исчисления в понтрягин­ской форме с ограничениями на концы траектории,

в) задача Лагранжа, линейная по управлению.

Предварительно излагаются необходимые факты линейного и нелиней­ного функционального анализа, а завершается изложение исследованием знакоопределен­ности второй вариации в каждом из этих классов задач.

### Пакеты прикладных программ

Курс посвящен обзору современного математического программного обеспечения, применяемого в математических исследованиях. Излагаются основные возможности пакетов, их технические характеристики, примеры использования в различных областях математики.

**Математические модели игровых процессов**

В курсе рассматриваются математические модели динамических процессов физики, фундаментальной медицины, биофизических, химических, экономических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями с двумя группами управлений , цели выбора которых могут находится как в условиях согласованного достижения целевых показателей и так и в условиях неопределенности. В качестве источника неопределенных параметров рассматриваются природные воздействия, меняющиеся экономические и экологические характеристики, конфликтные ситуации. Излагаются постановки задач наведения на терминальное множество, уклонения, поиска для первой группы управлений, при неизвестных в будущем управлениях второй группы. Изучаются теоремы, положенные в основу аналитических и численных методов решения соответствующих задач игрового управления и технологии решения задач на их основе, обсуждается качественный характер получаемых решений управляемой системы при гарантирующих управлениях. Предусмотрено выполнение заданий по численному расчету прикладных игровых задач управления.

**Современные проблемы моделирования**

Данный курс является продолжением курса «Численные методы оптимального управления», которых читается для студентов 313 группы кафедры оптимального управления.

Целью освоения дисциплины является весьма полное ознакомление слушателей с современными проблемами моделирования. Наряду с традиционными разделами, курс содержит информацию о некоторых современных направлениях развития этой науки.