**Бакалавриат**

**АННОТАЦИИ РАБОЧИХ ПРОГРАММ ДИСЦИПЛИН (МОДУЛЕЙ)**

**Направление подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"**

**Направленность программы**

**Математические методы обработки информации и принятия решений**

**Кафедра Системного анализа**

**3 курс**

### Уравнения математической физики

Постановки задач для уравнений параболического типа. Принцип максимума и его следствия. Метод разделения переменных. Уравнения Лапласа и Пуассона. Гармонические функции. Формулы Грина и их следствия. Основные методы решения краевых задач. Уравнение колебаний и постановка задач для уравнений гиперболического типа. Формула Даламбера и ее следствия. Метод разделения переменных. Задача с данными на характеристиках.

### Функциональный анализ

Излагаются начальные главы функционального анализа: теория меры и интеграл Лебега, банаховы и гильбертовы пространства, линейные операторы, теория Фредгольма, элементы спектральной теории.

**Вероятностные модели**

Целью освоениякурса «Вероятностные модели» является изучение принципов выбора математических моделей реальных явлений и процессов, протекающих в условиях стохастической неопределенности. Основной упор делается на описание асимптотических аппроксимаций и на энтропийный подход. Значительное внимание уделяется обсуждению условий применимости вероятностных моделей и, в частности, предельных теорем теории вероятностей. Обсуждаются обобщения классических предельных теорем на выборки случайного объема. В качестве примера к конкретным прикладным задачам строятся вероятностные модели процессов эволюции финансовых индексов.

**Методы машинного обучения**

Курс «Методы машинного обучения» посвящен современным методам предобработки и анализа данных, а также задачам прогнозирования вещественной переменной (регрессия), дискретной переменной (классификация). Также в курсе рассматриваются такие основные задачи обучения по прецедентам как кластеризация и понижение размерности. Изучаются методы их решения, как классические, так и новые, созданные за последние 10–15 лет. Рассматриваются продвинутые методы ансамблирования (XGBoost, CatBoost, стэкинг и т.д). Студентам также предлагается ознакомиться с байесовской теорией классификации. Упор делается на глубокое понимание математических основ, взаимосвязей, достоинств и ограничений рассматриваемых методов.

Программа курса предназначена для студентов уже знакомых с основами линейной алгебры, математического анализа, теории вероятности. Знание математической статистики, методов оптимизации и языка программирования Python желательно, но не обязательно.

**Методы оптимизации**

Для задач оптимизации в гильбертовом пространстве обсуждаются вопросы существования оптимальных решений, необходимые и достаточные условия оптимальности в форме вариационного неравенства и правила множителей Лагранжа. Рассматриваются основные итерационные методы приближённого решения задач оптимизации: градиентные, Ньютона, штрафов, а также симплекс-метод решения задач линейного программирования; исследуются свойства их сходимости. Излагаются основы теории двойственности, а также основные идеи, формулировки и схемы применения принципа максимума Л. С. Понтрягина к задачам оптимального управления и метода регуляризации А. Н. Тихонова к некорректно поставленным задачам оптимизации.

**Оптимальное управление**

Годовой курс оптимальное управление читается в 5-м и 6-м семестрах.

В 5-м семестре исследуется линейная задача быстродействия.С помощью аппарата опорных функций исследуются классические вопросы оптимального управления: управляемость, теорема существования оптимального управления, необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Л.С. Понтрягина, достаточные условия оптимальности. Полученные результаты применяются для исследования линейной задачи оптимального управления с терминальным функционалом и свободным правым концом.

В 6-м семестре изучается нелинейная задача оптимального управления с интегральным функционалом. Формулируется и доказывается теорема о необходимых условиях оптимальности с привлечением техники вариаций Макшейна. На примере нелинейной задачи быстродействия подробно изучаются идеи метода динамического программирования. Рассматриваются различные примеры задач оптимального управления, включая задачи с особыми режимами и задачи на бесконечном промежутке времени.

**Основы кибернетики**

Курс «**Основы кибернетики**» (ранее «Элементы кибернетики»), создателем и основным лектором которого был чл.-корр. РАН С.В. Яблонский, читается на факультете ВМК с первых лет его существования. Он является продолжением курса «Дискретная математика» и посвящён изложению основных моделей, методов и результатов математической кибернетики, связанных с теорией дискретных управляющих систем (УС), с задачей схемной или структурной реализации дискретных функций и алгоритмов.

В нём рассматриваются различные классы УС (классы схем), представляющие собой дискрет­ные математические модели различных типов электронных схем, систем обработки информации и управления, алгоритмов и программ. Для базовых классов УС (схем из функциональных элементов, формул, контактных схем, автоматных схем), а также некоторых других типов УС, ставятся и изучаются основные задачи теории УС: задача минимизации дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ), задача эквивалентных преобразований и структурного моделирования УС, задача синтеза УС, задача повышения надёжности и контроля УС из ненадёжных элемен­тов и др. В программу курса входят классические результаты К. Шеннона, С.В. Яблонского, Ю.И. Журавлева и О.Б. Лупанова, а также некоторые результаты последних лет. Показывается возможность практического применения этих результатов на примере задачи проектирования СБИС, которые составляют основу программно-аппаратной реализации алгоритмов.

**Теоретическая механика**

Основу данного курса составляют кинематика точки и твердого тела, динамика и статика системы материальных точек, динамика твердого тела. В курс входят методы построения закона движения и траектории, вычисления скорости и ускорения движущейся точки, способы задания движения твердого тела, определение поля скоростей и поля ускорений свободного твердого тела, расчет характеристик сложного движения. Дается элементарная теория механических связей. Изучаются локальные вариационные принципы механики**.** Обосновываются методы аналитической и геометрической статики. Дается теория уравнений Лагранжа 2-го рода. Доказываются общие теоремы механики системы материальных точек. Выводятся основные динамические характеристики твердого тела и исследуется динамика практически интересных математических моделей систем твердых тел.

**Многозначный анализ**

В рамках данного курса излагаются основы выпуклого анализа. Доказываются базовые теоремы, такие как теорема Каратеодори и ее приложения, теоремы об отделимости. Рассматриваются сопряженные функции и их основные свойства, теорема Фенхеля-Моро, опорные и индикаторные функции и их сопряжения. В курсе также даются определения многозначного отображения. Рассматриваются различные классы многозначных отображений и формулируются их основные свойства. Также дается понятие о дифференциальном включении, определяются его решения, доказывается теорема о существовании решения дифференциального включения. Приводятся некоторые приложения дифференциальных включений в теории управления.

**Преобразование Лапласа-Фурье**

Целью освоения дисциплины является тщательное и систематическое изучение преобразований Фурье и Лапласа, которое не предполагается в других курсах. Это необходимо для того, чтобы научить студентов решать самые разные виды задач при помощи указанных преобразований. В частности, ставятся следующие подзадачи: выявление свойств преобразований Фурье, вычисление преобразований Фурье в аналитическом виде, применение преобразований Фурье в теории вероятностей, численное нахождение преобразований Фурье, применение преобразования Фурье для решения разностных уравнений, свойства преобразования Лапласа, способы вычисления прямого и обратного преобразований Лапласа при решении дифференциальных уравнений, а также процессов в электрических цепях, исследований задач механики, приложение преобразования Лапласа в теории управления для исследования устойчивости линейных систем управления с обратной связью.

**Экономика**

**Целью дисциплины** является формирование у студентов экономического мышления и целостного представления о процессах и явлениях хозяйственной жизни, ее проблемах и способах их решения.

**Задачи:**

* познакомить студентов с базовыми экономическими категориями и институтами;
* показать закономерности экономического развития;
* раскрыть особенности поведения фирмы и домашнего хозяйства в условиях современной смешанной экономики;
* познакомить студентов с основами грамотного финансового поведения;

показать необходимость и задачи государственного регулирования в условиях открытой экономики.

**Функциональный анализ**

Целью освоения дисциплины «Функциональный анализ» являются ознакомление студентов с основными понятиями и базовыми принципами функционального анализа, его приложениями к различным задачам математической физики и других разделов математики, развитие навыков применения полученных знаний к конкретным задачам.

Дисциплина относится к базовой части профессионального цикла. Курс опирается на знания и навыки, полученные студентами при изучении основных математических дисциплин на первых двух курсах: математического анализа, теории функции комплексного переменного, линейной алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, теории вероятности и математической статистики.

В курсе излагаются начальные главы функционального анализа: теория меры и интеграл Лебега, метрические пространства, принцип сжимающих отображений, функциональные пространства и операторы, обобщенные производные, пространства Соболева, теория Фредгольма, теорема о неподвижной точке.

Освоение данной дисциплины необходимо для дальнейшего изучения уравнений математической физики, интегральных уравнений, методов оптимизации и многих специальных курсов.

**Численные методы**

Данный курс направлен на развитие навыков у студентов в решении типовых задач алгебры, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Рассматриваются те методы, которые выдержали испытание практикой и применяются для решения реальных прикладных задач. Устанавливаются связи между различными разделами математики и численными методами. Теоретический материал иллюстрируется на лекциях примерами с результатами расчетов.

**Случайные процессы**

В рамках данного курса рассматриваются основные модели теории случайных процессов такие как цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем, корреляционная теория случайных процессов, стохастический интеграл, линейные стохастические дифференциальные уравнения, стационарные процессы. Более подробно исследованы свойства винеровского и пуассоновского процессов. Во второй части курса рассмотрены некоторые прикладные задачи теории случайных процессов: линейные преобразования стационарных процессов и задачи о наилучшей линейной оценки (прогноз и фильтрация).

**Динамические системы и биоматематика**

В курсе изучаются общие свойства автономных динамических систем: лемма о выпрямлении векторного поля, теорема Лиувилля, первые интегралы. Доказывается теорема Пуанкаре-Бендиксона, вводятся индексы Пуанкаре и функция последования.

Подробно изучается предельное поведение динамических систем. Классические уравнения Ван дер Поля исследуются при помощи методов малых возмущений консервативных систем, а также с помощью отображений Пуанкаре.

Приводится теория Фоке-Ляпунова. Рассматриваются нормальные формы динамических систем в окрестности особых точек и доказывается теорема Андреева-Хопфа о бифуркации и рождении цикла на плоскости.

Изучаются дискретные и непрерывные модели динамики популяций. В основе рассмотрений лежит бифуркационный подход, когда на ряду с фазовым портретом строится параметрический. В дискретном случае изучается бифуркация удвоения цикла и элементарная теория Файгенбаума. В непрерывном случае рассмотрены классические модели Лотка-Вольтерра, а также их различные модификации, приводящие к появлению предельных циклов. Изучаются общие случаи взаимодействия трёх видов в качестве примера возможного сложного поведения.

**Основы стохастического анализа**

В курсе излагаются базовые понятия теории вероятностей. Одна из задач курса - систематизация знаний на основе теоретического фундамента - аксиоматики Колмогорова. Другая цель - построение прикладной интерпретации, включая метод статистического моделирования.

**4 курс**

**Математические модели в экономике**

Цель данного курса - познакомить слушателей с различными математическими моделями в экономике такими, как модель межотраслевого баланса, модель экономического планирования и оптимального экономического роста, модель конкурентного равновесия, а также с некоторыми разделами математики такими, как теория неотрицательных матриц и её приложения в экономике.

**Теория игр и исследование операций**

Курс разбит на три части. В первой излагается теория антагонистических игр, теоремы существования седловых точек, свойства оптимальных смешанных стратегий, методы решения матричных и выпуклых непрерывных игр в смешанных стратегиях, приводятся классические модели игр («нападение-оборона» и дуэли), рассматриваются многошаговые игры с полной информацией. Во второй части рассматриваются неантагонистические игры двух и многих лиц. Основные ее разделы: существование и методы поиска ситуаций равновесия ( в том числе в смешанных стратегиях для биматричных игр), оптимальные стратегии игрока-лидера в иерархических играх двух лиц. В третьей части рассматривается теория принятия решений: многокритериальная оптимизация, ядра бинарных отношений, общая модель операции и подход к ее исследованию на основе принципа гарантированного результата, необходимые условия для оптимальных стратегий и некоторые задачи оптимального распределения ресурсов.

### Дополнительные главы дискретной математики и кибернетики

Курс состоит из четырех частей. В первой части излагаются основы теории функций многозначной логики. Доказываются критерии полноты и устанавливается ряд существенных отличий функций многозначной логики от булевых функций. Во второй части изучаются ограниченно – детерминированные (автоматные) функции. Основное внимание уделяется способам задания автоматных функций : деревьями, каноническими уравнениями, диаграммами Мура и схемами из автоматных элементов. Третья часть посвящена машинам Тьюринга и вычислимым функциям. Доказывается вычислимость частично рекурсивных функций. В четвертой части доказывается теорема Форда и Фалкерсона о максимальном потоке в сети.

**Базы данных**

Курс начинается с рассмотрения основных понятий систем управления базами данных (СУБД). Выделяются ключевые отличия СУБД от файловой системы и основные черты таких дореляционных моделей данных как иерархическая, сетевая и модель данных инвертированных таблиц. Далее рассматривается реляционная модель данных (включая механизмы манипулирования) и теория проектирования реляционных БД на основе процедуры нормализации. После этого описывается процесс проектирование БД с использованием диаграмм «сущность-связь» и диаграмм классов языка UML и рассматриваются постреляционные модели данных: объектно-ориентированная модель, объектно-реляционные расширения SQL, "истинная" реляционная модель. В рамках курса также рассматриваются базовые средства языка SQL для определения и изменения схемы базы данных, выборки и модификации данных, авторизации доступа и управления транзакциями.

**Суперкомпьютеры и параллельная обработка данных**

Данный курс ориентирован на получение базовых знаний и практических навыков в области параллельных вычислений, методов параллельной обработки данных, технологий параллельного программирования и суперкомпьютерных технологий. Материал иллюстрируется примерами суперкомпьютерных систем и технологий, где параллелизм проявляется особенно ярко. Вместе с этим, показывается исключительно важная роль суперкомпьютерных систем как неотъемлемой части формируемой цифровой экономики. В процессе изложения рассматриваются три составные части параллельных вычислений: архитектуры параллельных вычислительных систем, технологии параллельного программирования и информационная структура программ и алгоритмов, и показывается тесная связь этих частей между собой.

**Лингвистическая культура**

Целью освоения дисциплины является ознакомление студентов с лингвострановед-ческой культурой как важной частью подготовки современных специалистов. Профессиональная подготовка специалистов включает совершенствование переводческих навыков, которые невозможны без знаний специфических социокультурных условий функционирования иностранного языка. Лингвистическая культура является неотъемлемой частью переводческого профессионализма и делового общения.

**Динамическое программирование и процессы управления**

В курсе рассматривается применение метода динамического программирования и теории уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана к задачам синтеза управления для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Теория рассматривается как в "классическом" так и в неклассическом, «негладком», варианте. Приводятся примеры линейных и нелинейных процессов. Рассматриваются системы с неопределённостью в задании дифференциальных уравнений, а также системы с неполной априорной и текущей информацией о процессе. Обсуждаются вычислительные методы решения и пути изображения решения при помощи средств компьютерной графики.

**Дополнительные главы математических моделей в экономике**

Целью курса является развитие у студентов навыков решения конкретных математических задач, возникающих при моделировании экономических процессов. В частности, рассматриваются некоторые проблемы теории игр, модель межотраслевого баланса, методы теории двойственности для задач линейного программирования, модель Рамсея, модель Кокса-Росса-Рубинштейна, концепция конкурентного экономического равновесия.

**Стохастический анализ и моделирование**

Данный курс является продолжением курса «Основы стохастического анализа». Продолжается изучение основных методов теории вероятностей и случайных процессов. Предлагается также задание для компьютерного практикума, иллюстрирующего курс и развивающего технику моделирования стохастических процессов.

**Теория идентификации**

Целью освоения дисциплины является развитие у студентов математической культуры, формулирование у слушателей целостного представления о теории и методах идентификации неизвестных параметров динамических систем, их месте и роли в современной вычислительной математике. Развиваются навыки выбора наилучшего способа построения оценок неизвестных параметров системы на основе априорной и текущей информации, с учетом требований прикладных задач. Основное внимание уделяется подходам к задаче идентификации с точки зрения теорий статистического и гарантированного оценивания, а также их комбинации. В курсе разъясняется, как решение задачи идентификации может быть использовано при рассмотрении таких проблем как управление системой, прогнозирование ее будущего поведения и смежных вопросов.

### Пакеты прикладных программ

Курс посвящен обзору современного математического программного обеспечения, применяемого в математических исследованиях. Излагаются основные возможности пакетов, их технические характеристики, примеры использования в различных областях математики.

**Теория устойчивости**

В курсе излагаются основы теории устойчивости динамических систем: классические методы теории устойчивости (первый и второй метод Ляпунова, теория Флоке и др.), теория устойчивости потенциальных систем, устойчивость взаимосвязанных систем и систем с запаздыванием. Рассматриваются также задачи исследования устойчивости разностных схем и дифференциальных включений, вопросы использования негладких функций Ляпунова. Рассматриваемые методы теории устойчивости иллюстрируются примерами из механики, экономики и других прикладных областей.