

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ВМК МГУ,
Академик И.А. Соколов
«14» сентября 2022 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Асимптотические методы математической статистики
Asymptotic methods for mathematical statistics

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ № 1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова»

1. Краткая аннотация.

Данный курс посвящен некоторым важным разделам теории вероятностей и математической статистики, которые не затрагиваются в соответствующем стандартном курсе и которые важны как в теоретическом аспекте, так и для приложений – это позволяет расширить знания аспиранта в данной проблематике. А именно, асимптотические методы теории вероятностей и математической статистики играют важнейшую роль в приложениях, касающихся обработки данных, финансовой и актуарной математиках и т.п., поскольку при асимптотическом подходе предельные распределения слабо зависят от характеристик исходных объектов и поэтому могут быть единообразно изучены. Классическим примером является Центральная Предельная Теорема, в которой возникает универсальный нормальный закон. Рассматриваются вопросы уточнения и применения в математической статистике предельных теорем теории вероятностей.

2. Уровень высшего образования – подготовка кадров высшей квалификации.

3. Научная специальность: в отрасли физико-математических наук - 1.2.1., 1.2.2., 1.2.3., 1.1.2., 1.1.4., 1.1.5., 1.1.6., 2.3.5., 2.3.6., а также в отрасли технических наук - 1.2.2.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры: Обязательные Дисциплины (модули) - Факультетская дисциплина (обязательная дисциплина по выбору).

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 28 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем, 44 часа составляет самостоятельная работа аспиранта.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия: на предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ

2. Функциональный анализ

3. Теория вероятностей

4. Математическая статистика

5. Линейная алгебра.

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам:

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа обучающегося, часы		
		из них						из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	Всего
Тема 1. Асимптотические разложения в Центральной Предельной Теореме Асимптотические разложения типа Эджворта и Корниша-Фишера. Дискретный и непрерывный случаи. Оценки остаточного члена.	16	6	2	-	-		8	8	-	8
Тема 2. Многомерный нормальный закон Определение многомерного нормального распределения и его основные свойства. Распределения линейных и квадратичных форм от нормальных случайных величин.	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4
Тема 3. Функция полезности и ее	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6

<p>применения в страховании</p> <p>Определение и основные свойства функции полезности, применение ее при оптимальном поведении. Использование асимптотических разложений для аппроксимации оптимальных стратегий.</p>										
<p>Тема 4. Модель Эрроу оптимального поведения игрока</p> <p>Описание модели Эрроу. Доказательство оптимальности. Аппроксимация оптимальной стратегии игрока (асимптотические франшизы).</p>	16	6	2	-	-		8	8	-	8
Промежуточная аттестация: экзамен	20	-	-	-	-	2	2	-	-	18
Итого	72	22	4	-	-	2	28	44	-	44

8. Образовательные технологии

При проведении лекционных занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты математических программ: MATLAB, MATHEMATICA и др. Использование информационных технологий осуществляется, в частности, в процессе реализации активных и интерактивных форм проведения занятий. При чтении лекций в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю): самостоятельная работа аспиранта состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации. Литература для самостоятельной работы аспирантов в соответствии с тематическим планом:

Тема 1 «Асимптотические разложения в Центральной Предельной Теореме»

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее применения, т.1, М.: Мир, 1984.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее применения, т.2, М.: Мир, 1984.

Тема 2 «Многомерный нормальный закон»

Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ, М.: ИЛ, 1963.

Тема 3 «Функция полезности и ее применения в страховании»

Бенинг В.Е. Элементы теории риска и принятия решений, М.: Макс Пресс, 2020.

Тема 4 «Модель Эрроу оптимального поведения игрока»

1. Бенинг В.Е. Элементы теории риска и принятия решений, М.: Макс Пресс, 2020.
2. Бенинг В.Е. Захарова Т.В. Лекции по дополнительным главам математической статистики, М.:Альтекс, 2017.

10. Ресурсное обеспечение:

Основная литература:

1. Бенинг В.Е. Элементы теории риска и принятия решений, М.: Макс Пресс, 2020.

2. Бенинг В.Е., Захарова Т.В. Лекции по дополнительным главам математической статистики, М.: Альтекс, 2017.
3. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.

Дополнительная литература:

1. Лозев М. Теория вероятностей. М.: ИЛ, 1962.
2. Петров В.В. Суммы независимых случайных величин. М.: Наука, 1972.
3. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

Информационные справочные системы:

<http://elibrary.ru>

www.scopus.com

Материально-техническая база:

- занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийным экраном

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

- д.ф.-м.н., профессор Бенинг Владимир Евгеньевич.

**Фонды оценочных средств,
необходимые для оценки результатов обучения**

Образцы домашних заданий:

1. Определение разложения Эджворта.
2. Разложение Корниша-Фишера и его свойства.
3. Доказать теорему Эрроу.
4. Кроме того в качестве домашнего задания подразумевается изучение рекомендуемой литературы.

Вопросы для промежуточной аттестации – экзамена:

1. Оценки скорости сходимости в центральной предельной теореме.
2. Условие Крамера и его смысл.
3. Парадокс Аллэ и его разрешение.
4. Характеристическая функция и плотность многомерного нормального закона.
5. Независимость линейных и квадратичных форм от нормальных случайных величин.
6. Принципы выбора страховых взносов.
7. Эмпирическое определение функции полезности.
8. Выпуклость и вогнутость функции полезности.
9. Неравномерные оценки остаточного члена в асимптотических разложениях.
10. Асимптотическая аппроксимация оптимальной франшизы.

Экзамен проходит по билетам, в каждом из которых 2 вопроса. Уровень знаний аспиранта оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии и показатели оценивания ответа на экзамене			
2	3	4	5
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Фрагментарные знания актуальных проблем, алгоритмов, теорем в области	Неполные знания актуальных проблем, алгоритмов, теорем	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания актуальных	Сформированные и систематические знания актуальных проблем, алгоритмов, теорем в области

асимптотических методов математической статистики.	в области асимптотических методов математической статистики.	проблем, алгоритмов, теорем в области асимптотических методов математической статистики. .	асимптотических методов математической статистики.
--	--	---	--