

**Вопросы к государственному экзамену  
(дополнительная часть)**

**Кафедры: Математической физики, Вычислительных технологий и моделирования,  
Вычислительных методов, Функционального анализа и его применений,  
Автоматизации научных исследований, Общей математики.**

1. Необходимые условия экстремума функции нескольких переменных. Достаточные условия.
2. Формулы Стокса, Остроградского.
3. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.
4. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Разложение элементарных функций.
5. Ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек.
6. Билинейные и квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду. Закон инерции.
7. Принцип сжимающих отображений в полных метрических пространствах. Примеры применения.
8. Гильбертовы пространства. Теорема Леви об ортогональной проекции.
9. Теорема Рисса о представлении линейного функционала.
10. Сопряженный оператор в гильбертовом пространстве. Вполне непрерывные операторы.
11. Компактные операторы.
12. Теорема Гильберта-Шмидта.
13. Функция Грина первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.  
Условия существования решения краевой задачи.
14. Задача Штурма-Лиувилля и свойства ее решений.
15. Зависимость решений дифференциальных уравнений от исходных данных.
16. Постановка вариационных задач. Необходимые условия экстремума.
17. Первая краевая задача для уравнения колебаний струны. Интеграл энергии и единственность решения первой краевой задачи.
18. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Единственность решения первой краевой задачи.
19. Постановка внешней и внутренней задач Дирихле для уравнения Лапласа. Единственность решения внутренней задачи Дирихле.
20. Внутренняя задача Неймана для уравнения Лапласа. Теорема единственности. Условие разрешимости.
21. Формулы Грина.
22. Примеры и канонический вид одношаговых итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений.
23. Теорема о сходимости итерационного метода для систем с симметрической положительно определенной матрицей.
24. Интерполяционная формула Лагранжа и оценка ее погрешности.
25. Метод прогонки решения разностных уравнений.
26. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость.
27. Разностная аппроксимация задачи Дирихле для уравнения Пуассона: постановка разностной задачи, оценка погрешности.
28. Двухслойные разностные схемы для уравнения теплопроводности: построение, исследование погрешности аппроксимации.
29. Исследование устойчивости по начальным данным схемы с весами для уравнения теплопроводности.
30. Виды параллельной обработки данных. Компьютеры с общей и распределенной памятью.  
Производительность вычислительных систем, методы оценки и измерения.
31. Закон Амдала, его следствия. Этапы решения задач на параллельных вычислительных системах. Граф алгоритма, критический путь графа алгоритм, ярусно-параллельная форма графа алгоритма.

## **Литература к дополнительной части вопросов для кафедр МФ, ВТМ, ВМ, АНИ, ОМ.**

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ, т.1, т.2.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. -М.: Наука, 1998
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. -М.: Наука, 1974.1998
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. -М.: МГУ, Наука, 2004.
6. Денисов А.М., Разгулин А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. -М.: МАКС Пресс, 2009.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. -М.: Наука, 1989.
8. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. - М.: Наука, 1979.
9. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. – М.: МЦНМО, 2011.
10. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. - БХВ-Петербург, 2002, 608 стр.