Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ВМК МГУ,
Академик _________ /*И.А. Соколов*/
«14» сентября 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Численные методы

Numerical Methods

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

Целью освоения дисциплины «Численные методы» является расширение навыков у аспирантов в решении типовых задач алгебры, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики. Для достижения цели рассматриваются те методы, которые выдержали испытание практикой и применяются для решения реальных прикладных задач. Формируются представление о том, как возникали и развивались понятия, идеи и приемы численных методов. Определяется роль и место дисциплины в системе математических знаний. Устанавливаются связи между различными разделами математики и численными методами.

Одна из задач курса заключается в развитии способности к критическому анализу современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.

2. Уровень высшего образования – подготовка кадров высшей квалификации.

3. Научная специальность в отрасли физико-математических наук - 1.2.1., 1.2.2., 1.2.3., 1.1.2., 1.1.4., 1.1.5., 1.1.6., 2.3.5., 2.3.6., а также в отрасли технических наук - 1.2.2.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры: Обязательные Дисциплины (модули) - Факультетская дисциплина (обязательная дисциплина по выбору).

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 28 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем, 44 часа составляет самостоятельная работа аспиранта.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.
На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ

2. Функциональный анализ

3. Обыкновенные дифференциальные уравнения

4. Уравнения математической физики

5. Численные методы решения задач математической физики

6. Физика,

7. Математическое моделирование в естествознании

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**	**Всего** **(часы)**	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						**Самостоятельная работа обучающегося, часы** из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	**Всего**	Выполнение домашнихзаданий	Подготовка рефератов и т.п..	**Всего**
1.Численные методы алгебры. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы. Чебышёвские одношаговые итерационные	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6

методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.										
2. Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.	6	2	-	-	-	--	2	4	-	4
3. Численное интегрирование. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.	6	2	-	-	-	-	2	4	-	4
4. Методы интегрирования обыкновенных	10	4	-	-	-	-	4	6	-	6

дифференциальных уравнений. Численные методы решения задачи Коши. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения. Численные методы решения краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами										
5. Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость). Методы построения разностных схем (метод сеток, интегро-интерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов,	14	6	-	-	-	-	6	8	-	8

метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.										
6. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4

методе Федоренко. Оценки скорости сходимости.										
7. Методы решения обратных и некорректных задач. Методы регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационные методы. Применение этих методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4
8.Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа. Примеры вычислительных экспериментов в естествознании.	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4
9. Промежуточная аттестация – устный экзамен	2	2	-	-	-	-	2	-	-	-
Итого	72	40	-	-	-	-	40	32	-	32

8. Образовательные технологии.

Основными видами аудиторной учебной работы являются лекции и семинары. Самостоятельная работа студентов предполагает подготовку теоретического материала и письменное выполнение домашних работ – упражнений, тестов, решение задач. В рамках самостоятельной работы использование магистрами научной литературы, сети Интернет и иных информационных технологий для поиска и анализа дополнительных сведений по содержанию дисциплины.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

10. Ресурсное обеспечение.

Основная литература

1. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
2. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Наука, 1992.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Физматлит, 2001.
5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989.
6. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. Изд.2-е. - М.: Наука, 1977.
7. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. - М.: Наука, 1978.
8. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. - М.: МГУ, 1994.
9. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики .— М., Эдиториал УРСС, 2004.
10. Численные методы. В 2-х кн.: кн. 1: Численный анализ / Н. Н. Калиткин, Е. А. Альшина. - М. : Академия, 2013;
    кн. 2 : Методы математической физики / Н. Н. Калиткин, П. В. Корякин. - М. : Академия, 2013.
11. А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Математическое моделирование. - М.:ФИЗМАТЛИТ. 1997.
12. Математическое моделирование. – Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовничего и др. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993.

13. Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. -М.: МАКС Пресс. 2018.

Базовые учебники

1. Д.П. Костомаров, А.П. Фаворский. Вводные лекции по численным методам. М. ЛОГОС, 2004
2. А.А. Самарский, А.В. Гулин. Численные методы. М.: Наука, 1989.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. — М.—СПб.: Физматлит, 2001.
4. С.А. Волошин. Лекции по численному анализу. М. МАКС Пресс, 2012.
5. В.Б. Андреев. Лекции по методу конечных элементов. М. МАКС Пресс, 2010.
6. С. А. Волошин, Н. Б. Есикова. Задачи по численным методам (методическое пособие). - ВМК МГУ, 2011.
7. Абакумов М.В., Гулин А.В. Лекции по численным методам математической физики.— М.: Инфра - М, 2013
8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам. — М., Эдиториал УРСС, 2000.
9. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., ЧижонковЕ.В.Численные методы в задачах и упражнениях. — М., Высшая школа, 2000.
10. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.Наука, Физматлит, 2-е изд., 2001, 320 с. djvu pdf
11. Samarskii A. A., Mikhailov A.P. Principles of Mathematical Modeling. Ideas, Methods, ExamplesLondon and New York. Taylor and Francis, 2002, 349 pp
12. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.Наука, 1989, 432 с. djvu pdf
13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. ун-тов. М., Изд-во МГУ, 1999. 798с. – изд.6-е, испр. и дополн.
14. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Вестник АН СССР, 1979, №5, с. 38-49
15. Самарский А.А. Вычислительный эксперимент в задачах технологии. Вестник АН СССР, 1984, №3, с. 77-88

    Самарский А.А. Проблемы применения вычислительной техники. Вестник АН СССР, 1984, №11, с.17-26
16. Самарский А.А., Модели для открытий. Правда, 31.01.86

17. Самарский А.А., Четверушкин Б.Н. Микроэлектроника как новый объект исследований в прикладной математике. Вестник МГУ, сер15, Выч. математика и кибернетика, 1986, №3. с. 9-20
18. Самарский А.А. Неизбежность новой методологии. Коммунист, 1989, №1, с. 82-92
    Самарский А.А. Математическое моделирование на ЭВМ - новая научная технология. Математическое моделирование, 1989, т.1, №1, с. 1-2
19. Самарский А.А. Прямой расчет мощности взрыва. История советского атомного проекта. Международный симпозиум «Наука и общество. История советского атомного проекта (40-е - 50-е годы). Труды», Москва. ИЗДАТ, т.1, с.214-222.
20. А. А. Самарский, А. П. Михайлов Математическое моделирование в информационную эпоху. Вестник РАН, 2004, том 74, № 9, с. 781-784
21. А.А. Арсеньев, А.А. Самарский Что такое математическая физика. М.: Знание 1983, 64 с. djvupdf
22. В.А. Ильин, Г.Г. Малинецкий, Е.И. Моисеев, Ю.П. Попов, А А. Самарский, Творец современной прикладной математики (К 100-летию со дня рождения академика А.Н. Тихонова), Вестник Академии Наук, 2006, том 76, № 9, с. 813-836.
23. Математическое моделирование. Процессы в нелинейных средах. Отв. ред. А.А. Самарский, С.П. Курдюмов, В.А. Галактионов. –М.: Наука, 1986. – 312 с. djvu pdf
24. А.Ж. Баев, С.В. Богомолов. Об устойчивости разрывного метода частиц для уравнения переноса. // Математическое моделирование, 2017, т.29, №9, с.3–18
25. С.В. Богомолов, А.Е. Кувшинников. Разрывный метод частиц на газодинамических примерах. // Математическое моделирование, 2019, т.31, №, с

Дополнительная литература.

1. В.В. Лебедев. Математическое моделирование социально-экономических процессов. - М.: ИЗОГРАФ, 1997.
2. А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин. Опыт математического моделирования экономики. - М.: Энергоатомиздат, 1996.
3. Ю.П.Пытьев Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
4. Ф.П. Васильев. Численные методы решения экстремальных задач. - М.:Наука, 1981.
5. В. Б. Андреев. Численные методы. - М.: Макс Пресс, 2013.
6. Самарский А.А. Введение в численные методы. — М.: Наука, 1987 (СПб.: «Лань», 2005.)

7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. — М.: Научный мир, 200
8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам. — М., Эдиториал УРСС, 2000.
9. Е.Н. Аристова, Н.А. Завьялова, А.И. Лобанов. Практические занятия по вычислительной математике в МФТИ. Часть I. – М.,
МФТИ, 2014.
10. Андреев В.Б. Лекции по методу конечных элементов. - М.: изд. МАКС Пресс, 2010.
11. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. — М., Высшая школа, 2000.
12. Иванов М.Ф., Гальбурт В.А. Численное моделирование динамики газов и плазмы методами частиц. - М.: МФТИ, 2000.
13. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. - СПб.: «Лань». 2002.
14. Е. Е. Тыртышников. Методы численного анализа. - М.: Издательский центр «Академия», 2007.
15. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. — М., МФТИ, 1994.
16. Кирьянов Д.В., Кирьянова Е.Н. Вычислительная физика. – М.: Полибук Мультимедиа, 2006. - http://keldysh.ru/pages/comma/
17. С. А. Волошин, Н. Б. Есикова. Задачи по численным методам (методическое пособие). - ВМК МГУ, 2011.
18. Бородачёв Л.В., Приклонский В.И. Численные методы в физике. – Физ. Фак. МГУ, 2014. http://math.phys.msu.ru/Numerical_methods_in_physics
19. Э. Хайрер, С. Нерсетт, Г. Ваннер. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. - М.: Мир, 1990.
20. Э. Хайрер, Г. Ваннер. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. - М.: Мир, 1999.
21. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. - М.: Мир, 2001.
22. Golub G.H.,Van Loan Ch.F.-Matrix Computations. – The John Hopkins University Press, 2013.
23. Quarteroni A. Sacco R. Saleri F. Numerical Mathematics. - Springer-Verlag New York, 2000.
24. Briggs W.L. Van Henson E., McCormic S.F. A multigrid tutorial. – SIAM, 2000.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. http://samarskii.ru
2. Келдыш Мстислав Всеволодович на https://www.youtube.com
3. http://explore.tandfonline.com/page/est/monte-carlo-codes-in-science
4. http://istina.msu.ru/profile/bogomo/
5. https://expert.msu.ru/
6. http://e-collection.library.ethz.ch/eserv/eth:46805/eth-46805-02.pdf
7. http://link.springer.com/journal/40571
8. http://www.imamod.ru/journal/
9. http://www.mathnet.ru/
10. http://wccm-eccm-ecfd2014.org/frontal/Ebook.asp
11. http://elibrary.ru
12. http://cfd.imamod.ru

11. Язык преподавания

Русский

12. Преподаватели.

профессор, д.ф.-м.н.Богомолов Сергей Владимирович

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Вопросы для промежуточной аттестации – **экзамен**:

Экзаменационные вопросы.

1**.** Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы.

2. Чебышёвские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышёвских параметров и вычислительная устойчивость.

3. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.

4. Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции.

5. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.

6. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.

7. Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы.

8. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами.

9. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.

10. Основные понятия теории разностных схем (аппроксимация, устойчивость, сходимость).

11. Методы построения разностных схем (метод сеток, интегро-интерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости.

12. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость.

13. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач.

14. Методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики).

15. Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.

16. Прямые методы решения сеточных уравнений (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции).

17. Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод.

18. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко.

19. Методы решения обратных и некорректных задач. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.

20. Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Экзамен проходит по билетам, включающем 2 вопроса. Уровень знаний аспиранта по каждому вопросу на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии и показатели оценивания ответа на экзамене			
2	3	4	5
Неудовлетворительно	**Удовлетворительно**	**Хорошо**	**Отлично**
Фрагментарные знания актуальных проблем, алгоритмов, теорем в области численных методов.	Неполные знания актуальных проблем, алгоритмов, теорем в области численных методов.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания актуальных проблем, алгоритмов, теорем в области численных методов. .	Сформированные и систематические знания актуальных проблем, алгоритмов, теорем в области численных методов.