## Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

## «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА» ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ВМК МГУ
Академик
И.А. Соколов/

#### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

# Численные методы Numerical Methods

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

102.01.00.112-фмн-кфап, 102.01.00.122-фмн-кмф, 102.01.00.122-фмн- кски,

102.01.00.235-фмн- кски, 102.01.00.112-фмн-ком, 102.01.00.122-фмн-кани

102.01.00.112-фмн-кса, 102.01.00.122-фмн- кса, 102.01.00.112-фмн- кндсипу,

102.01.00.122-фмн- кндсипу, 102.01.00.114-фмн- кмс, 102.01.00.115-фмн- кммп

102.01.00.115-фмн- кмк, 102.01.00.123-фмн- кмк, 102.01.00.116-фмн- квтм,

102.01.00.122-фмн- квтм, 102.01.00.116-фмн- квм, 102.01.00.122-фмн- квм, 102.01.00.122-фмн- коу,

102.01.00.112-фмн- коу, 102.01.00.123-фмн- кио, 102.01.00.122-фмн- кио, 102.01.00.235-фмн- киит,

102.01.00.235-фмн-касвк, 102.01.00.235-фмн-ксп, 102.01.00.235-фмн-киб,

102.01.00.236-фмн-киб, 102.01.00.235-фмн-кая

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

#### 1. Краткая аннотация:

#### Название дисциплины Численные методы

Целью освоения дисциплины «Численные методы » является расширение навыков у студентов в решении типовых задач алгебры, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики. Для достижения цели рассматриваются те методы, которые выдержали испытание практикой и применяются для решения реальных прикладных задач. Формируются представление о том, как возникали и развивались понятия, идеи и приемы численных методов. Определяется роль и место дисциплины в системе математических знаний. Устанавливаются связи между различными разделами математики и численными методами.

Курс ставит своей целью освоение студентами основ вычислительных методов математического моделирования. Изучаются методы построения дискретных моделей, пригодных для компьютерного анализа основных классов задач, возникающих в науке и технике. Фундаментальным является вопрос о соответствии построенного алгоритма изучаемому явлению, а именно, понятия аппроксимации, устойчивости и сходимости, которые изучаются на лекциях и закрепляются на практических занятиях.

Дисциплина «Численные методы» преподается в аспирантуре, относится к профессиональному циклу дисциплин и входит в его вариативную часть. Дисциплина соответствует профилю, реализуемому на факультете ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова. Базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра и геометрия»; «Математический анализ (І-ІІІ)»; «Дифференциальные уравнения», «Теории вероятности и математической статистики», «Уравнения математической физики», «Численные методы решения задач математической физики», «Физика», «Математическое моделирование в естествознании». Для овладения содержанием курса студенты должны обладать: знаниями основных разделов линейной алгебры и геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений, теории вероятности и математической статистики, методов вычислений, теории разностных схем. Изучение данной дисциплины необходимо для подготовки магистров к решению профессиональных задач, связанных с применением наукоемких технологий и пакетов программ для исследования фундаментальных и прикладных задач современной науки, техники и технологии.

- 2. Уровень высшего образования аспирантура
- 3. Научная специальность 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, область науки: Физико-математические науки.
- 4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры -элективный курс.

- 5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых 40 часа составляет контактная работа студента с преподавателем (**36**часов занятия лекционного типа, 4 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),68 часа составляет самостоятельная работа учащегося.
- 6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

- 1. Математический анализ
- 2. Функциональный анализ
- 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения
- 4. Уравнения математической физики
- 5. Численные методы.

### 7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем	Всего	В томчисле									
дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	(часы)		ктная раб цавателем		Ы	о взаимодействии с них	Самостоятельная работа обучающегося, часы  из них				
		Занятиялекционноготипа	Занятиясеминарскоготипа	Групповыеконсультации	Индивидуальныеконсульта ции	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашнихзаданий	Подготовка рефератов и т.п	Всего	
1. Численные методы алгебры. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы. Чебышёвские одношаговые итерационные	12	6	-	-	-		6	6	-	6	

методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Методы спуска и методсопряженныхградиентов.									
2. Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.	6	2	-	-	-	-	2	4	4
3. Численное интегрирование. Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно	6	2				Устный опрос на 5-й неделе	2	4	4

осциллирующих функций.							
4. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения задачи Коши. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения. Численные методы решения краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами	10	4			4	6	6
5. Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость).	14	6		Устный опрос на 10-й неделе	6	8	8

методы построения разностных ехем (метод сеток, интегро- интерполяционный метод, метод аппрокенявшии интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод Калеркина, метод конечных элементов, метод аппрокенявшии квадратичного функционала); их применение к решению краевых задач для эллиптических, параболических уравнений. Оценка порядка аппрокенящий и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их уустойчивость. Экономичные методы решения нестационарных миногомерных задач, методы решения нестационарных миногомерных задач, методы решения нестационарных миногомерных задач, методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). Дивергентные и			<u> </u>		T	T	T	
сеток, интегроизиционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы даперкина, метод Гаперкина, метод Конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой (теплопроводности и газовой)	-							
интерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	,	ı						
метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению красвых и начально-красвых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	-							
интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Опенка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	интерполяционный метод,							
вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Опенка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	метод аппроксимации							
проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадрагичного функционала); их применение к решению краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	интегральных тождеств,							
метод, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических уравнений. Опенка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	вариационно-разностные и							
метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению красвых и начально-красвых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	проекционно-разностные							
метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических у параболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	методы, метод Галеркина,							
квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	метод конечных элементов,							
их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нелицейных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой								
краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	квадратичного функционала);							
задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	их применение к решению							
параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	краевых и начально-краевых							
гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	задач для эллиптических,							
Оценка порядка аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	параболических и							
аппроксимации и сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	гиперболических уравнений.							
сходимости. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	Оценка порядка							
трехслойные схемы; их устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	аппроксимации и							
устойчивость. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	сходимости. Двухслойные и							
методы решения нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	трехслойные схемы; их							
нестационарных многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	устойчивость. Экономичные							
многомерных задач. методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	методы решения							
решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой	нестационарных							
уравнений (теплопроводности и газовой	многомерных задач. методы							
(теплопроводности и газовой	решения нелинейных							
	уравнений							
динамики). Дивергентные и								
	динамики). Дивергентные и							
монотонные разностные	монотонные разностные							
схемы. Схемная и	схемы. Схемная и							

искусственная вязкость.							
6. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременнотреугольный метод. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко. Оценки скорости сходимости.	8	4			4	4	4
7. Методы решения обратных и некорректных задач. Методы регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационные методы. Применение этих методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем пинейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.	8	4			4	4	4

8.Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа. Примеры вычислительных экспериментов в естествознании.	8	4			4	4		4
9. Промежуточнаяаттестация – устныйэкзамен	38			2			36	
Итого	108		40 68					

#### 8. Образовательные технологии.

Основными видами аудиторной учебной работы являются лекции и семинары. Самостоятельная работа студентов предполагает подготовку теоретического материала и письменное выполнение домашних работ — упражнений, тестов, решение задач. В рамках самостоятельной работы использование магистрами научной литературы, сети Интернет и иных информационных технологий для поиска и анализа дополнительных сведений по содержанию дисциплины.

#### Научно – исследовательские технологии:

В процессе проведения аудиторных занятий активно используется метод анализа фундаментальных научных идей, лежащих в основе дисциплины, и специфики применения этих идей в смежных областях.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебнометодической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом . Модуль 1 «Численные методы алгебры»

Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.

А. А. Самарский, А. В. Гулин. Численные методы. - М.: Наука, 1989.

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Физматлит, 2001.

Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. -М.: МАКС Пресс. 2018.

- Е. Е. Тыртышников. Методы численного анализа. М.: Издательский центр «Академия», 2007.
- В. Б. Андреев. Численные методы. М.: Макс Пресс, 2013.

Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. - СПб.: «Лань». 2002.

Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. - М.: Мир, 2001.

Golub G.H., Van Loan Ch.F.-Matrix Computations. – The John Hopkins University Press, 2013.

#### Модуль 2 «Приближение функций»

- А. А. Самарский, А. В. Гулин. Численные методы. М.: Наука, 1989
- В. Б. Андреев. Численные методы. М.: Макс Пресс, 2013.

QuarteroniA. SaccoR. SaleriF. NumericalMathematics. - Springer-VerlagNewYork, 2000.

С. А. Волошин, Н. Б. Есикова. Задачи по численным методам (методическое пособие). - ВМК МГУ, 2011.

#### Модуль 3 «Численное интегрирование»

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.: Физматлит, 2001.

Численныеметоды. В 2-х кн.: кн. 1: Численный анализ / Н. Н. Калиткин, Е. А. Альшина. - М.: Академия, 2013;

#### Модуль 4 «Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений»

А. А. Самарский, А. В. Гулин. Численные методы. - М.: Наука, 1989

Численныеметоды. В 2-х кн: кн. 2 : Методы математической физики / Н. Н. Калиткин, П. В. Корякин. - М. : Академия, 2013.

- Э. Хайрер, С. Нерсетт, Г. Ваннер. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990.
- Э. Хайрер, Г. Ваннер. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. М.: Мир, 1999.

## Модуль 5 «Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики»

Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989.

Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. Изд.2-е. - М.: Наука, 1977.

Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.

Ф.П. Васильев. Численные методы решения экстремальных задач. - М.:Наука, 1981.

Самарский А.А., ГулинА.В. Численные методы математической физики.—М.: Научный мир, 2000.

Андреев В.Б. Лекции по методу конечных элементов. - М.: изд. МАКС Пресс, 2010.

Иванов М.Ф., Гальбурт В.А. Численное моделирование динамики газов и плазмы методами частиц. - М.: МФТИ, 2000.

#### Модуль 6 «Методы решения сеточных уравнений»

Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. - М.: Наука, 1978. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику.—М., МФТИ, 1994. Кирьянов Д.В., Кирьянова Е.Н. Вычислительная физика. – М.: Полибук Мультимедиа, 2006. - http://keldysh.ru/pages/comma/

BriggsW.L. VanHensonE., McCormicS.F. Amultigridtutorial. – SIAM, 2000.

Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам.—М., Эдиториал УРСС, 2000.

#### Модуль 7 «Методы решения обратных и некорректных задач»

Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. - М.: МГУ, 1994.

Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики.—М., Эдиториал УРСС, 2004.

#### Модуль 8 «Вычислительный эксперимент»

А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Математическое моделирование. - М.:ФИЗМАТЛИТ. 1997.

Математическое моделирование. – Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовничего и др. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993.

А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин. Опыт математического моделирования экономики. - М.: Энергоатомиздат, 1996.

Ю.П.Пытьев Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

Боголюбов А.Н., Тихонов Н.А., Токмачев М.Г. Основы математического моделирования. – Физ. Фак. МГУ, 2014.

http://math.phys.msu.ru/Principles of Mathematical Modeling

#### 10.РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

#### Основная литература

- 1. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
- 2. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Наука, 1992.
- 3. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
- 4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.

- 5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.
- 6. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. Изд.2-е. М.: Наука, 1977.
- 7. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
- 8. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. М.: МГУ, 1994.
- 9. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики.—М., Эдиториал УРСС, 2004.
- 10. Численные методы. В 2-х кн.: кн. 1 : Численный анализ / Н. Н. Калиткин, Е. А. Альшина. М. : Академия, 2013;
  - кн. 2: Методы математической физики / Н. Н. Калиткин, П. В. Корякин. М.: Академия, 2013.
- 11. А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Математическое моделирование. М.:ФИЗМАТЛИТ. 1997.
- 12. Математическое моделирование. Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовничего и др. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993.
- 13. Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. -М.: МАКС Пресс. 2018.

#### Базовыеучебники

- 1. Д.П. Костомаров, А.П. Фаворский. Вводные лекции по численным методам. М. ЛОГОС, 2004
- 2. А.А. Самарский, А.В. Гулин. Численные методы. М.: Наука, 1989.
- 3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.—М.—СПб.: Физматлит, 2001.
- 4. С.А. Волошин. Лекции по численному анализу. М. МАКС Пресс, 2012.
- 5. В.Б. Андреев. Лекции по методу конечных элементов. М. МАКС Пресс, 2010.
- 6. С. А. Волошин, Н. Б. Есикова. Задачи по численным методам (методическое пособие). ВМК МГУ, 2011.

Абакумов М.В., Гулин А.В. Лекции по численным методам математической физики.—М.: Инфра - М, 2013

- 7. Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам.—М., Эдиториал УРСС, 2000.
- 8. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях.—М., Высшая школа, 2000.

Самарский А.А., Михайлов А.П. <u>Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры</u>. М.Наука, Физматлит, 2-е изд., 2001, 320 с. djvu pdf

Samarskii A. A., Mikhailov A.P. <u>Principles of Mathematical Modeling. Ideas, Methods, Examples</u>London and New York. Taylor and Francis, 2002, 349 pp

Самарский А.А., Гулин А.В. <u>Численные методы</u>. М.Наука, 1989, 432 с. <u>djvu pdf</u>

Тихонов А.Н., Самарский А.А. <u>Уравнения математической физики</u>: учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. ун-тов. М., Изд-во МГУ, 1999. 798с. – изд.6-е, испр. и дополн.

Самарский А.А. <u>Математическое моделирование и вычислительный эксперимент</u>. Вестник АН СССР, 1979, №5, с. 38-49

Самарский А.А. <u>Вычислительный эксперимент в задачах технологии</u>. Вестник АН СССР, 1984, №3, с. 77-88

Самарский А.А. <u>Проблемы применения вычислительной техники</u>. Вестник АН СССР, 1984, №11, с.17-26

Самарский А.А., Модели для открытий. Правда, 31.01.86

Самарский А.А., Четверушкин Б.Н. <u>Микроэлектроника как новый объект исследований в прикладной</u> математике. Вестник МГУ, сер15, Выч. математика и кибернетика, 1986, №3. с. 9-20

Самарский А.А. Неизбежность новой методологии. Коммунист, 1989, №1, с. 82-92

Самарский А.А. <u>Математическое моделирование на ЭВМ - новая научная технология</u>. Математическое моделирование, 1989, т.1, №1, с. 1-2

Самарский А.А. <u>Прямой расчет мощности взрыва.</u> <u>История советского атомного проекта.</u>

<u>Международный симпозиум «Наука и общество. История советского атомного проекта (40-е - 50-е годы).</u> Труды», Москва. ИЗДАТ, т.1, с.214-222.

А. А. Самарский, А. П. Михайлов <u>Математическое моделирование в информационную эпоху</u>. Вестник РАН, 2004, том 74, № 9, с. 781-784

А.А. Арсеньев, А.А. Самарский Что такое математическая физика. М.: Знание 1983, 64 с. djyupdf

В.А. Ильин, Г.Г. Малинецкий, Е.И. Моисеев, Ю.П. Попов, А А. Самарский, <u>Творец современной</u> прикладной математики (К 100-летию со дня рождения академика А.Н. Тихонова), Вестник Академии Наук, 2006, том 76, N 9, с. 813-836.

Математическое моделирование. Процессы в нелинейных средах. Отв. ред. А.А. Самарский, С.П.

- Курдюмов, В.А. Галактионов. –М.: Наука, 1986. 312 с. djvu pdf
- А.Ж. Баев, С.В. Богомолов. Об устойчивости разрывного метода частиц для уравнения переноса. // Математическое моделирование, 2017, т.29, №9, с.3–18
- С.В. Богомолов, А.Е. Кувшинников. Разрывный метод частиц на газодинамических примерах. // Математическое моделирование, 2019, т.31, №, с

#### Дополнительнаялитература

- 14. В.В. Лебедев. Математическое моделирование социально-экономических процессов. М.: ИЗОГРАФ, 1997.
- 15. А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996.
- 16. Ю.П.Пытьев Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
- 17. Ф.П. Васильев. Численные методы решения экстремальных задач. М.:Наука, 1981.
- 18. В. Б. Андреев. Численные методы. М.: Макс Пресс, 2013.
- 19. Самарский А.А. Введение в численные методы.—М.: Наука, 1987 (СПб.: «Лань», 2005.)
- 20. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики.—М.: Научный мир, 200
- 21. Самарский А.А., Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам.—М., Эдиториал УРСС, 2000.
- E.H. Аристова, H.A. Завьялова, A.И. Лобанов. Практические занятия по вычислительной математике в МФТИ. Часть I.-M.,

МФТИ, 2014.

- Е.Н. Аристова, А.И. Лобанов. Практические занятия по вычислительной математике в МФТИ. Часть II. М., МФТИ, 2015.
  - 22. Андреев В.Б. Лекции по методу конечных элементов. М.: изд. МАКС Пресс, 2010.
  - 23. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М., Высшая школа, 2000.
  - 24. Иванов М.Ф., Гальбурт В.А. Численное моделирование динамики газов и плазмы методами частиц. М.: МФТИ, 2000.
  - 25. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб.: «Лань». 2002.
  - 26. Е. Е. Тыртышников. Методы численного анализа. М.: Издательский центр «Академия», 2007.

- 27. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику.—М., МФТИ, 1994.
- 28. Кирьянов Д.В., Кирьянова Е.Н. Вычислительная физика. М.: Полибук Мультимедиа, 2006. http://keldysh.ru/pages/comma/
- 29. С. А. Волошин, Н. Б. Есикова. Задачи по численным методам (методическое пособие). ВМК МГУ, 2011.
- 30. Бородачёв Л.В., Приклонский В.И. Численные методы в физике. Физ. Фак. МГУ, 2014. http://math.phys.msu.ru/Numerical\_methods\_in\_physics
- 31. Боголюбов А.Н., Тихонов Н.А., Токмачев М.Г. Основы математического моделирования. Физ. Фак. МГУ, 2014.

http://math.phys.msu.ru/Principles\_of\_Mathematical\_Modeling

- 32. Э. Хайрер, С. Нерсетт, Г. Ваннер. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990.
- 33. Э. Хайрер, Г. Ваннер. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраическиезадачи. М.: Мир, 1999.
- 34. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. М.: Мир, 2001.
- 35. Golub G.H., Van Loan Ch.F.-Matrix Computations. The John Hopkins University Press, 2013.
- 36. Quarteroni A. Sacco R. Saleri F. Numerical Mathematics. Springer-Verlag New York, 2000.
- 37. Briggs W.L. Van Henson E., McCormic S.F. A multigrid tutorial. SIAM, 2000.

#### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

#### http://samarskii.ru

Келдыш Мстислав Всеволодович на <a href="https://www.youtube.com">https://www.youtube.com</a>

http://explore.tandfonline.com/page/est/monte-carlo-codes-in-science

http://istina.msu.ru/profile/bogomo/

https://expert.msu.ru/

http://e-collection.library.ethz.ch/eserv/eth:46805/eth-46805-02.pdf

http://link.springer.com/journal/40571

http://www.imamod.ru/journal/

http://www.mathnet.ru/

http://wccm-eccm-ecfd2014.org/frontal/Ebook.asp

http://elibrary.ru

http://cfd.imamod.ru

https://www.eccomasproceedia.org/

MIT OpenCourseWare. - http://ocw.mit.edu/index.htm

GiD. - www.gidhome.com.

#### Информационные технологии, используемые в процессе обучения

- ✓ Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MSPowerPoint
- ✓ Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов AdobeReader
- ✓ Издательская система LaTeX.

#### Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

#### 11. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

#### 12. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

профессор, д.ф.-м.н.Богомолов СергейВладимирович, bogomo@cs.msu.su, +7(916)384 0554

#### Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Вопросы для промежуточной аттестации – **зачета (экзамена)**: Экзаменационные вопросы.

- 1. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида. Одношаговые итерационные методы.
- 2. Чебышёвские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышёвских параметров и вычислительная устойчивость.
- 3. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.

- 4. Приближение функций. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева; их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции.
- 5. Быстрое дискретное преобразование Фурье. Интерполяция нелокальными и локальными сплайнами.
- **6.** Интерполяционные квадратурные формулы. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы типа Гаусса. Многомерные квадратурные формулы. Понятие о методе Монте-Карло. Интегрирование сильно осциллирующих функций.
- **7.** Численные методы решения задачи Коши и краевых задач. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Методы прогонки и стрельбы.
- 8. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами.
- 9. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.
- 10. Основные понятия теории разностных схем (аппроксимация, устойчивость, сходимость).
- 11. Методы построения разностных схем (метод сеток, интегро-интерполяционный метод, метод аппроксимации интегральных тождеств, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы, метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала); их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости.
- 12. Двухслойные и трехслойные схемы; их устойчивость.
- 13. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач.
- 14. Методы решения нелинейных уравнений (теплопроводности и газовой динамики). 15. Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.
- 16. Прямые методы решения сеточных уравнений (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции).
- 17. Метод последовательной верхней релаксации, неявные схемы с эквивалентными по спектру операторами, попеременно-треугольный метод.
- 18. Методы расщепления и переменных направлений. Понятие о методе Федоренко.
- 19. Методы решения обратных и некорректных задач. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения вырожденных, несовместных и плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений и интегральных уравнений первого рода.
- 20. Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

#### Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Зачет (экзамен) проходит по билетам, включающем 2 вопроса. Уровень знаний аспиранта по каждому вопросу на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». В случае если на все вопросы был дан ответ, оцененный не ниже чем «удовлетворительно», аспирант получает общую оценку «зачтено».