

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

2017 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Численный метод интегральных уравнений в краевых задачах»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – «Информатика и вычислительная техника» (09.06.01)

Направленность (профиль) – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18)

2017 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Численный метод интегральных уравнений в краевых задачах.

### 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

«Информатика и вычислительная техника» (09.06.01). Направленность (профиль) «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18)

### 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы и является дисциплиной по выбору.

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1)	ЗНАТЬ: классические математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий; УМЕТЬ: применять классические методы построения и анализа математических моделей; ВЛАДЕТЬ: базовыми навыками выбора методов и средств построения и анализа математических моделей.

<p>владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)</p>	<p><b>ЗНАТЬ:</b> классические методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также базовые методы разработки и реализации алгоритмов их решения;</p> <p><b>УМЕТЬ:</b> применять классические методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также базовые методы разработки и реализации алгоритмов их решения;</p> <p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> базовыми навыками выбора методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методов разработки и реализации алгоритмов их решения.</p>
<p>- способность применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач (СПК-15).</p>	<p>- <b>знать:</b> теоретические основы построения численных методов решения задач с использованием аппарата граничных интегральных уравнений.</p> <p>- <b>уметь:</b> применять на практике методы сведения краевых задач к интегральным уравнениям, анализировать свойства возникающих уравнений и осуществлять построение численных методов их решения.</p> <p>- <b>владеть:</b> навыками разработки численных алгоритмов решения задач математической физики путем сведения их к интегральным уравнениям.</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 36 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 2 часов групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по дисциплинам, связанным с математическим анализом, алгеброй и геометрией, линейных алгеброй, функциональным анализом, уравнениями математической физики, численными методами в объеме бакалаврской программы факультета ВМК МГУ.

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Доска и мел.

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе излагаются численные методы решения краевых задач, основанные на использовании интегральных представлений решения с интегралами по границе области, в которой решается задача. Численная схема строится на основе дискретизации граничной поверхности с применением аппроксимаций неизвестных плотностей интегральных представлений системами поверхностных конечных элементов. Приводятся примеры использования этого метода при решении типичных краевых задач.

Numerical methods for boundary value problems based on the use of integral representations of solutions with integrals along the boundary of the domain in which the problem is solved are presented in the course. The numerical scheme is based on the discretization of the boundary surface using approximations of unknown densities of integral representations by systems of surface finite elements. Examples of the use of this method for the typical boundary value problems are given.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),	Всего (часы)	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них	Самостоятельная работа обучающегося, часы из них

<b>форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)</b>		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>
<p><b>Тема 1. Численное решение краевых задач в областях с замкнутой границей.</b> Сведение внутренних и внешних задач Неймана и Дирихле для уравнений Лапласа и Гельмгольца к граничным интегральным уравнениям Фредгольма второго рода. Разрешимость краевых задач и соответствующих интегральных уравнений для уравнения Лапласа. Численная схема решения граничных интегральных уравнений Фредгольма второго рода для задач Неймана и Дирихле в случаях однозначной и неоднозначной разрешимости.</p>	<b>36</b>	16					16	20		<b>20</b>
<p><b>Тема 2. Численное решение двумерных краевых задач на разрезе.</b> Краевая задача Дирихле на разрезе. Сведение к интегральному уравнению первого Фредгольма рода. Построение численной схемы с приме-</p>	<b>32</b>	12					12	20		<b>20</b>

<p>нием кусочно-постоянной аппроксимации и метода коллокаций. Краевая задача Неймана на разрезе. Сведение задачи к гиперсингулярному интегральному уравнению. Численное решение краевой задачи о восстановлении векторного поля с нулевыми ротором и дивергенцией по нормальной компоненте на разрезе сведением к сингулярному интегральному уравнению. Численное решение краевых задач с граничным условием на наклонную производную.</p>										
<p><b>Тема 3. Численное решение пространственных краевых задач на экране.</b>  Краевая задача Неймана для уравнений Лапласа и Гельмгольца на экране. Сведение задачи к гиперсингулярному интегральному уравнению для плотности потенциала двойного слоя. Численное решение краевой задачи Неймана для уравнений Лапласа и Гельмгольца методом вихревых рамок. Численное решение краевой задачи Дирихле на тонком экране. Численное решение краевых задач с граничным условием на наклонную производную.</p>	<b>30</b>	10				10	20		<b>20</b>	
<p><b>Промежуточная аттестация – устный экза-</b></p>	<b>20</b>	2					<b>18</b>			

<b>мен</b>			
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>40</b>	<b>68</b>

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

**Тема 1 «Численное решение краевых задач в областях с замкнутой границей»**

**Тема 2 «Численное решение двумерных краевых задач на разрезе»**

**Тема 3 «Численное решение пространственных краевых задач на экране»**

## 11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### Основная литература

1. Сетуха А.В. Численные методы в интегральных уравнениях и их приложения. Учебное пособие. — М.:Аргамак-Медиа, 2014. — С. 256.
2. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики. Учебное пособие. – М.: МГУ, 1999. – 798с.
3. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. – М.: ТОО «Янус», 1995. – 520 с.

### Дополнительная литература

1. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987. –311с.
2. Бахвалов Н.~С., Жидков Н.~П., Кобельков Г.~М. Численные методы. Учебник. --- М.:~Бином, 2003. --- 632~с.
3. Галишникова Т.~Н., Ильинский А.~С. Метод интегральных уравнений в задачах дифракции волн. --- М.:~МАКС Пресс, 2013. --- 248~с.
4. Дмитриев В.~И., Захаров Е.~В. Метод интегральных уравнений в вычислительной электродинамике. -

М.:~МАКС Пресс, 2013. --- 2008~с.

5. Захаров Е.~В. Орлик С.~И. Интегральные уравнения. Учеб. пособие. --- М.:МАКС Пресс, 2012. --- Части 1---3.

6. Тыртышников Е.~Е. Методы численного анализа: уч. пособ. --- М.:~Академия, 2007. --- 320~с.

7. Katz J., Plotcin A. Low-speed aerodynamics. Cambridge Aerospace Series (No. 13), 2nd ed. --- New York: Cambridge University Press, 2001. --- 613~с.

### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://elibrary.ru>
2. [www.scopus.com](http://www.scopus.com)

### Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.
- 4.

### Активные и интерактивные формы проведения занятия

№ п\п	Тип занятия или внеаудиторной работы	Вид и тематика (название) интерактивного занятия
3	Лекция 8	Лекция-дискуссия по теме <b>Численное решение краевых задач в областях с замкнутой границей</b>
4	Лекция 17	Лекция-дискуссия по теме <b>Численное решение краевых задач на разрезах и экранах.</b>

### Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской.



## **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

## **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

профессор, д.ф.-м.н. Сетуха Алексей Викторович

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Численный метод интегральных уравнений в краевых задачах»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий <b>Код 31 (ОПК-1)</b>	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	В целом сформированные, но неполные знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Сформированные систематические знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	<b>Устный экзамен</b>
УМЕТЬ:	Отсутствие умений	Фрагментарные	В целом	Успешное, но	Сформированное	<b>отчет</b>

<p>применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики <b>Код У1 (ОПК-1)</b></p>		<p>умения применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>успешное, но не систематическое умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	
<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики <b>Код В1 (ОПК-1)</b></p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>	<p><b>отчет</b></p>
<p><b>ЗНАТЬ:</b> современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения <b>Код З1 (ПК-1)</b></p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разра-</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p><b>Устный экзамен</b></p>

			реализации алгоритмов их решения	ботки и реализации алгоритмов их решения		
<p>УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения <b>Код У1 (ПК-1)</b></p>	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	<b>отчет</b>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки</p>	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реа-	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естест-	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реа-	<b>отчет</b>

и реализации алгоритмов их решения <b>Код В1 (ПК-1)</b>		лизации алгоритмов их решения	задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	веннонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	лизации алгоритмов их решения	
<b>ЗНАТЬ:</b> теоретические основы построения численных методов решения задач с использованием аппарата граничных интегральных уравнений (СПК-15)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о теоретических основах построения численных методов решения задач с использованием аппарата граничных интегральных уравнений.	В целом сформированные, но неполные знания о теоретических основах построения численных методов решения задач с использованием аппарата граничных интегральных уравнений.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о теоретических основах построения численных методов решения задач с использованием аппарата граничных интегральных уравнений.	Сформированные систематические знания о теоретических основах построения численных методов решения задач с использованием аппарата граничных интегральных уравнений.	Устный экзамен
<b>УМЕТЬ:</b> применять на практике методы сведения краевых задач к интегральным уравнениям, анализировать свойства возникающих уравнений и осуществлять построение численных методов их решения. (СПК-15)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять на практике методы сведения краевых задач к интегральным уравнениям, анализировать свойства возникающих уравнений и осуществлять построение численных методов их решения	В целом успешное, но не систематическое умение применять на практике методы сведения краевых задач к интегральным уравнениям, анализировать свойства возникающих уравнений и осуществлять	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять на практике методы сведения краевых задач к интегральным уравнениям, анализировать свойства возникающих уравнений и осуществ-	Сформированное умение применять на практике методы сведения краевых задач к интегральным уравнениям, анализировать свойства возникающих уравнений и осуществлять построение численных методов их решения	Устный экзамен, реферат

			построение численных методов их решения.	построение численных методов их решения		
ВЛАДЕТЬ: навыками разработки численных алгоритмов решения задач математической физики путем сведения их к интегральным уравнениям (СПК-15).	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками разработки численных алгоритмов решения задач математической физики путем сведения их к интегральным уравнениям	В целом успешное, но не полное владение навыками разработки численных алгоритмов решения задач математической физики путем сведения их к интегральным уравнениям.	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками разработки численных алгоритмов решения задач математической физики путем сведения их к интегральным уравнениям	Сформированное владение навыками разработки численных алгоритмов решения задач математической физики путем сведения их к интегральным уравнениям	Устный экзамен

### Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. . Сведение внутренних и внешних задач Неймана и Дирихле для уравнений Лапласа и Гельмгольца к граничным интегральным уравнениям Фредгольма второго рода.
2. Разрешимость краевых задач и соответствующих интегральных уравнений для уравнения Лапласа. Внутренняя задача Дирихле и внешняя задача Неймана.
3. Разрешимость краевых задач и соответствующих интегральных уравнений для уравнения Лапласа. Внутренняя задача Неймана.
4. Разрешимость краевых задач и соответствующих интегральных уравнений для уравнения Лапласа. Внешняя задача Дирихле.

5. Численная схема решения граничных интегральных уравнений Фредгольма второго рода для задач Неймана и Дирихле в случае однозначной разрешимости уравнений. Численная схема с кусочно-постоянной аппроксимацией неизвестной функции.
6. Численное решение граничных интегральных уравнений Фредгольма второго рода в случае неоднозначной разрешимости. Случай внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Случай внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа.
7. Численное решение двумерной краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа на разрезе.
8. Численное решение двумерной краевой задачи Неймана для уравнения Лапласа на разрезе.
9. Численное решение задачи о потенциальном обтекании телесного и тонкого профилей методом сингулярных интегральных уравнений.
10. Численное решение пространственной краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа на экране.
11. Численное решение пространственной краевой задачи Неймана для уравнения Лапласа на экране.
12. Численное решение пространственных задач о рассеянии скалярной волны на системе тел методом граничных элементов на основе граничных интегральных уравнений Фредгольма второго рода.
13. Численное решение пространственных задач о рассеянии скалярной волны на системе тел и экранов методом граничных элементов на основе гиперсингулярных интегральных уравнений.
14. Численное решение краевых задач на экране с граничным условием на наклонную производную.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде лекций дискуссий.

Примерные темы рефератов. Примеры тем:

- 1) Граничные интегральные уравнения
- 2) Численные методы решения граничных интегральных уравнений

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

#### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

#### **Система контроля и оценивания**

За работу во время лекций-дискуссий и за реферат выставляются оценки.

Окончательная оценка определяется в первую очередь на основании оценки устного ответа аспиранта. При этом окончательная оценка корректируется в сторону повышения на основании оценок за реферат, а также оценок, полученных на лекциях-дискуссиях.

### **Структура и график контрольных мероприятий**

Лекция дискуссия на 8-й, 17-й неделях, реферат в течение семестра, устный экзамен в конце семестра.