Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**

декан факультета вычислительной математики и кибернетики

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А. Соколов /**

**«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Дополнительные главы уравнений в частных производных**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (3++)**

**Направленность (профиль):**

**Математические и компьютерные методы решения задач естествознания**

**Форма обучения:**

**очная**

**Москва 2023**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02, 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы бакалавриата Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказов МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109, от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 2 ноября 2022 года № 1299)

**1.** Дисциплина относится к вариативной части ОПОП ВО и является обязательным курсом.

**2.** Входные требования для освоения дисциплины (модуля): учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре, обыкновенным дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики и методам оптимизации в объеме, соответствующем программе первого, второго и третьего годов обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

**3.** Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

* **ОПК-2.Б** Способность применять и модифицировать математические модели, а также интерпретировать полученные математические результаты при решения задач в области профессиональной деятельности
* **ПК-2.Б** Способность понимать и применять в научно-исследовательской деятельности современный математический аппарат

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. корректные постановки задач для уравнений в частных производных;
2. понятия классического и обобщенного решений уравнений в частных производных;
3. свойства обобщенных функций и основные операции над ними;
4. свойства разрывных решений на примере уравнений газовой динамики;
5. особенности постановки задач для нелинейных уравнений в частных производных.

**Уметь:**

1. решать основные корректные задачи для уравнений в частных производных;
2. строить решения краевых задач для эллиптических уравнений с помощью функции Грина;
3. строить решения краевых задач для гиперболических задач с помощью функции Римана.

**Владеть:**

1. навыками применения метода разделения переменных при исследовании и решении краевых задач;
2. навыками постановки и решения вариационных задач для уравнений в частных производных.

**4.** Формат обучения: лекции проводятся с использованием меловой доски.

**5.** Объем дисциплины (модуля) составляет 4 з.е., в том числе 72 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 72 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | |
| **Контактная работа  (работа во взаимодействии с преподавателем)**  **Виды контактной работы, часы** | | | **Самостоятельная работа обучающегося,**  **часы** |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| 1. Некоторые математические модели, описываемые уравнениями в частных производных. Основные типы уравнений в частных производных и задачи, корректно поставленные для них | **6** | 4 | 0 | **4** | **2** |
| 1. Волновые уравнения. Формула Кирхгоффа. Формулы Пуассона и Даламбера | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| 1. Уравнение Лапласа, формула Грина, свойства гармонических функций, фундаментальное решение, функция Грина | **6** | 4 | 0 | **4** | **2** |
| 1. Эллиптические уравнения общего вида. Сопряженные операторы, формула Грина. Функция Леви и элементарное решение | **14** | 8 | 0 | **8** | **6** |
| 1. Гиперболическое уравнение. Единственность решения задачи Коши. Общая постановка задачи Коши. Задача Гурса. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Функция Римана. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа. Задача Гурса. Задача Коши | **13** | 7 | 0 | **7** | **6** |
| 1. Текущий контроль успеваемости: самостоятельная работа №1 | **3** | 1 | 0 | **1** | **2** |
| 1. Классические решения. Метод разделения переменных. Собственные функции и собственные значения. Разделение переменных для круглой мембраны. | **14** | 8 | 0 | **8** | **6** |
| 1. Вариационные методы. Задача Дирихле и первая вариационная задача. Вторая вариационная задача. Прямые методы, методы Ритца и Бубнова-Галеркина. | **14** | 8 | 0 | **8** | **6** |
| 1. Обобщенные решения эллиптического и гиперболического уравнений | **14** | 8 | 0 | **8** | **6** |
| 1. Разрывные решения уравнений газовой динамики, условия Гюгонио. | **13** | 7 | 0 | **7** | **6** |
| 1. Текущий контроль успеваемости: самостоятельная работа №2 | **3** | 1 | 0 | **1** | **2** |
| 1. Уравнение Кортевега де Фриза, солитонное решение, интегралы. Уравнение Уизема, интегралы, нелинейные явления. | **16** | 8 | 0 | **8** | **8** |
| 1. Автомодельные решения нелинейных уравнений. | **8** | 4 | 0 | **4** | **4** |
| Промежуточная аттестация: устный экзамен | **12** | 0 | 0 | **0** | **12** |
| **Итого** | **144** | **72** | **0** | **72** | **72** |

**7.** Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

**7.1.** Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

|  |
| --- |
| **Самостоятельная работа № 1** |
| 1. Дать определения функции Грина задач для уравнения Лапласа, сформулировать и доказать ее свойства.  2. Функция Римана для общего линейного гиперболического уравнения с двумя переменными. Определение и способы построения.  3. Решить задачу Гурса для волнового уравнения. |
| **Самостоятельная работа № 2** |
| 1. Дать определение обобщенных решений эллиптического и гиперболического уравнений.  2. Описать метод Ритца решения вариационных задач.  3. Вывести условия Гюгонио для разрывных решений уравнений газовой динамики. |

**7.2.** Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

**Вопросы к экзамену**

1. Некоторые математические модели, описываемые уравнениями в частных производных.
2. Основные типы уравнений в частных производных и задачи, корректно поставленные для них.
3. Основы классификации уравнений в частных производных.
4. Волновое уравнение. Формула Кирхгоффа.
5. Волновое уравнение. Формулы Пуассона и Даламбера.
6. Уравнение Лапласа, формула Грина, свойства гармонических функций.
7. Уравнение Лапласа, фундаментальное решение, функция Грина.
8. Эллиптические уравнения общего вида. Сопряженные операторы, формула Грина.
9. Эллиптические уравнения общего вида. Функция Леви и элементарное решение.
10. Эллиптические уравнения общего вида. Потенциалы. Принцип экстремума.
11. Гиперболическое уравнение. Единственность решения задачи Коши.
12. Гиперболическое уравнение. Общая постановка задачи Коши.
13. Задача Гурса.
14. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Функция Римана.
15. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа. Задача Гурса.
16. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа. Задача Коши.
17. Классические решения. Метод разделения переменных.
18. Собственные функции и собственные значения для уравнений в частных производных.
19. Метод разделение переменных для уравнения колебаний круглой мембраны.
20. Вариационные методы. Задача Дирихле и первая вариационная задача.
21. Вторая вариационная задача.
22. Прямые методы, метод Ритца, метод Бубнова-Галеркина.
23. Обобщенное решение эллиптического уравнения.
24. Обобщенное решение гиперболического уравнения.
25. Обобщенное решение параболического уравнения.
26. Разрывные решения уравнений газовой динамики, условия Гюгонио.
27. Постановки задач для нелинейных уравнений.
28. Вывод уравнения Кортевега де Фриза.
29. Уравнение Кортевега де Фриза, солитонное решение, интегралы.
30. Уравнение Уизема, интегралы, нелинейные явления.
31. Уравнения Sin-Гордон и другие уравнения, имеющие решения типа бегущей волны.
32. Автомодельные решения нелинейных уравнений.
33. Некорректные сингулярно-возмущенные задачи.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)** | | | | |
| Оценка  РО и соответствующие виды оценочных средств | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания**  *Экзамен* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Умения**  *Самостоятельная работа* | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| **Навыки  (владения, опыт деятельности)**  *Экзамен* | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

|  |  |
| --- | --- |
| **Соответствие результатов обучения и компетенций, в развитии которых участвует дисциплина (модуль)** | |
| Результаты обучения | Компетенция, с частичным формированием которой связано достижение результата обучения |
| **Знать:**   1. корректные постановки задач для уравнений в частных производных; 2. понятия классического и обобщенного решений уравнений в частных производных; 3. свойства обобщенных функций и основные операции над ними.   **Уметь:**   1. решать основные корректные задачи для уравнений в частных производных; 2. строить решения краевых задач для эллиптических уравнений с помощью функции Грина; 3. строить решения краевых задач для гиперболических задач с помощью функции Римана. | ОПК-2.Б |
| **Знать:**   1. свойства разрывных решений на примере уравнений газовой динамики; 2. особенности постановки задач для нелинейных уравнений в частных производных.   **Владеть:**   1. навыками применения метода разделения переменных при исследовании и решении краевых задач; 2. навыками постановки и решения вариационных задач для уравнений в частных производных. | ПК-2.Б |

**8.** Ресурсное обеспечение:

Основная литература:

1. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1982.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: МГУ.1999.
3. Самарский А.А., Галахтионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука. 1987.

Дополнительная литература:

1. Бицадзе А.В. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. М.: Наука, 1966.
2. Хапаев М.М. Асимптотические методы и устойчивость в теории нелинейных колебаний. Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям Прикладная математика, Механика, Физика. М.: Высшая школа, 1988.
3. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
4. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964.

Материально-техническое обеспечение: аудитория с партами и меловой доской.

**9.** Язык преподавания: русский.

**10.** Преподаватели: профессора факультета ВМК МГУ М.М.Хапаев, В.Н.Денисов, М.В.Коровина.

**11.** Авторы программы: профессор факультета ВМК МГУ М.М,Хапаев.