

*В.И. Дмитриев М.С. Кругляков*

## **О КВАЗИ-ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ ЗОНДИРОВАНИЯ МОРСКОГО ДНА ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ДИПОЛЕМ\***

По мере развития практических приложений электродинамики, в частности электромагнитных методов геофизики, все чаще возникают задачи, требующие создания и исследования крупномасштабных моделей. При численном решении таких задач с достаточной точностью возникает необходимость в решении систем линейных уравнений высоких ( $10^5 - 10^7$ ) порядков, что создает значительные трудности и требует много времени, несмотря на развитие вычислительной техники. Особенно существенным расход времени становится, когда требуется провести исследование нового метода или подхода, поскольку требуется проводить большое количество расчетов для различных моделей.

Простейшим способом существенного уменьшения вычислительной сложности и, как следствие, времени вычислений является переход от трехмерных задач к двумерным. Рассмотрим типичную модель, используемую в большинстве задач зондирования контролируемым источником, работающем на фиксированной частоте  $f$ . Пусть пространство заполнено горизонтально-однородной (слоистой) средой, состоящей из  $N$  слоев, в каждом из которых комплексная проводимость  $\sigma_b$  считается постоянной. Магнитная проницаемость  $\mu$  считается постоянной во всем пространстве и равна  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  Гн/м. В этой среде находится аномалия — область, комплексная проводимость которой  $\sigma_a$  отлична от проводимости объемлющей среды. Если горизонтальные размеры такой аномалии велики по сравнению с длиной волны в объемлющей среде, например, как в случае зондирования на шельфе, то возникает крупномасштабная задача. Отметим, что в задачах зондирования требования к точности решения предъявляются только в некоторых точках — точках наблюдения. Предположим, что проводимость аномалии не зависит от какого-то направления и обозначим его за  $x$ . Если нас интересует поле в области, расположенной около центра аномалии по направлению  $x$ , то можно считать её бесконечно вытянутой в этом направлении. Такой переход позволяет перейти от трехмерной модели среды к двумерной.

При решении задач зондирования естественным полем Земли двумерная модель среды означает двумерность задачи, поскольку источни-

---

\*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований 11-05-12014-офи-м-2011.

ком служит вертикально падающая плоская волна. Однако, если мы используем финитный источник, а таковыми являются все искусственные источники, поле остается трехмерным даже в двумерной среде. Такой класс задач, когда среда является двумерной, а поле трехмерным принято называть квази-трехмерными задачами. В тех случаях, когда исследуемая задача допускает использование двумерной модели среды, переход к квази-трехмерной задаче (квази-трехмерный метод) позволяет существенно уменьшить необходимый объем вычислений, сохранив основные свойства исследуемого электромагнитного поля.

В настоящей работе показана специфика применения квази-трехмерного подхода к моделированию зондирования на шельфе методом интегральных уравнений. На основе этого подхода исследована задача морского зондирования горизонтальным электрическим диполем при измерениях на дне моря.

## Интегральные уравнения

Рассмотрим задачу зондирования шельфа горизонтальным кабелем, который будем моделировать горизонтальным электрическим диполем. Будем использовать типичную модель слоистой среды, содержащую аномалию, описанную выше. Если аномалия бесконечно вытянута в направлении  $x$ , то электрическое поле подчиняется следующему трехмерному интегральному уравнению [1]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) - \Delta_\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_S \widehat{G}_E(x - x_0, y - y_0, z, z_0) \mathbf{E}(x_0, y_0, z_0) dz_0 dy_0 dx_0 = \\ = \mathbf{E}^0(x, y, z), \\ \Delta_\sigma = \sigma_a - \sigma_b, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}^0(x, y, z)$  — первичное электрическое поле, т.е поле, наведенное горизонтальным диполем в слоистой среде,  $\widehat{G}_E$  — тензор Грина электрического типа [1]. Если решение этого уравнения  $\mathbf{E}$  известно, то для электромагнитного поля во всем пространстве справедливы следующие интегральные соотношения (формулы пересчета) [1]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) = \Delta_\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_S \widehat{G}_E(x - x_0, y - y_0, z, z_0) \mathbf{E}(x_0, y_0, z_0) dz_0 dy_0 dx_0 + \\ + \mathbf{E}^0(x, y, z), \\ \mathbf{H}(x, y, z) = \Delta_\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_S \widehat{G}_H(x - x_0, y - y_0, z, z_0) \mathbf{E}(x_0, y_0, z_0) dz_0 dy_0 dx_0 + \\ + \mathbf{H}^0(x, y, z), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mathbf{H}^0$  — первичное магнитное поле,  $\widehat{G}_H$  — тензор Грина магнитного типа [1].

Интегралы в формулах (1), (2) являются интегралами свертки по переменной  $x$ . Это позволяет применить преобразование Фурье по переменной  $x$  к этим соотношениям и перейти от трехмерных соотношений к параметрическому семейству двумерных. При этом уравнение для образа электрического поля  $\mathbf{e}(y, z)$  примет вид:

$$\mathbf{e}(y, z) - \Delta_\sigma \int_S \widehat{g}_E(y, z, y_0, z_0) \mathbf{e}(y_0, z_0) dy_0 dz_0 = \mathbf{e}^0(y, z), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(x, y, z) e^{i\xi x} dx, \\ \mathbf{e}^0(y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}^0(x, y, z) e^{i\xi x} dx, \\ \widehat{g}_E(y, z, y_0, z_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{G}_E(x, y, z, 0, y_0, z_0) e^{i\xi x} dx. \end{aligned} \quad (4)$$

Формулы пересчета для образов Фурье электрического  $\mathbf{e}(y, z)$  и магнитного  $\mathbf{h}(y, z)$  полей принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(y, z) &= \mathbf{e}^0(y, z) + \Delta_\sigma \int_S \widehat{g}_E(y, z, y_0, z_0) \mathbf{e}(y_0, z_0) dy_0 dz_0 \\ \mathbf{h}(y, z) &= \mathbf{h}^0(y, z) + \Delta_\sigma \int_S \widehat{g}_H(y, z, y_0, z_0) \mathbf{e}(y_0, z_0) dy_0 dz_0, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{H}(x, y, z) e^{i\xi x} dx, \\ \mathbf{h}^0(y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{H}^0(x, y, z) e^{i\xi x} dx, \\ \widehat{g}_H(y, z, y_0, z_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{G}_H(x, y, z, 0, y_0, z_0) e^{i\xi x} dx. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, решение трехмерной задачи сведено к решению параметризованного множества двумерных задач для некоторого множества параметров преобразования Фурье  $\{\xi\}$ . Решать двумерное интегральное уравнение (3) значительно проще, чем трехмерное уравнение (1). Вычислив по формулам (5) образы Фурье искомых полей, находим сами поля в требуемых точках с помощью обратного преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}(\xi, y, z) e^{-i\xi x} d\xi, \\ \mathbf{H}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}(\xi, y, z) e^{-i\xi x} d\xi. \end{aligned} \quad (7)$$

### Тензорная функция Грина для квазитрехмерной задачи

Для решения квазитрехмерной задачи нам необходимо знать функции Грина  $\hat{g}_E(y, z, y_0, z_0)$ ,  $\hat{g}_H(y, z, y_0, z_0)$ . В [1] показано, что тензоры  $\hat{G}_E$ ,  $\hat{G}_H$ , могут быть выражены через три скалярные функции  $G_1$ ,  $G_2$  и  $g$  следующим образом:

$$\hat{G}_E = \left\{ \begin{array}{ccc} G_1 + \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 G_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^3 g}{\partial^2 x \partial z} \right) & \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 G_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 g}{\partial x \partial y \partial z} \right) & \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 G_2}{\partial x \partial z} \\ \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 G_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 g}{\partial x \partial y \partial z} \right) & G_1 + \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 G_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^3 g}{\partial^2 y \partial z} \right) & \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 G_2}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 G_1}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^3 g}{\partial x \partial^2 z} \right) & \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 G_1}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^3 g}{\partial y \partial^2 z} \right) & G_2 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 G_2}{\partial z^2} \end{array} \right\}, \quad (8)$$

$$\hat{G}_H = \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} - \frac{\partial G_1}{\partial z} & \frac{\partial G_2}{\partial y} \\ \frac{\partial G_1}{\partial z} - \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} & \frac{\partial G_2}{\partial x} \\ -\frac{\partial G_1}{\partial y} & \frac{\partial G_1}{\partial x} & 0 \end{array} \right\}. \quad (9)$$

Здесь  $k^2 = i\omega\sigma_b\mu$ , где  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота. Применяв преобразование Фурье по переменной  $x$  к тензорным функциям Грина (8)-(9) получим:

$$\hat{g}_E = \left\{ \begin{array}{ccc} \tilde{G}_1 - \frac{\xi^2}{k^2} \left( \tilde{G}_1 + \frac{\partial \tilde{g}}{\partial z} \right) & \frac{i\xi}{k^2} \left( \frac{\partial \tilde{G}_1}{\partial y} + \frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial y \partial z} \right) & \frac{i\xi}{k^2} \frac{\partial \tilde{G}_2}{\partial z} \\ \frac{i\xi}{k^2} \left( \frac{\partial \tilde{G}_1}{\partial y} + \frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial y \partial z} \right) & \tilde{G}_1 + \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 \tilde{G}_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^3 \tilde{g}}{\partial^2 y \partial z} \right) & \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 \tilde{G}_2}{\partial y \partial z} \\ i\xi \tilde{g} + \frac{i\xi}{k^2} \left( \frac{\partial \tilde{G}_1}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial z^2} \right) & \frac{\partial \tilde{g}}{\partial y} + \frac{1}{k^2} \left( \frac{\partial^2 \tilde{G}_1}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^3 \tilde{g}}{\partial y \partial^2 z} \right) & \tilde{G}_2 + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 \tilde{G}_2}{\partial z^2} \end{array} \right\}, \quad (10)$$

$$\widehat{g}_H = \left\{ \begin{array}{ccc} -i\xi \frac{\partial \widetilde{g}}{\partial y} & \frac{\partial^2 \widetilde{g}}{\partial y^2} - \frac{\partial \widetilde{G}_1}{\partial z} & \frac{\partial \widetilde{G}_2}{\partial y} \\ \frac{\partial \widetilde{G}_1}{\partial z} + \xi^2 \widetilde{g} & i\xi \frac{\partial \widetilde{g}}{\partial y} & -i\xi \widetilde{G}_2 \\ -\frac{\partial \widetilde{G}_1}{\partial y} & -i\xi \widetilde{G}_1 & 0 \end{array} \right\}. \quad (11)$$

где  $\widetilde{G}_1$ ,  $\widetilde{G}_2$  и  $\widetilde{g}$  — образы Фурье функций  $G_1$ ,  $G_2$  и  $g$ . Используя представление функций  $G_1$ ,  $G_2$  и  $g$  в виде преобразования Бесселя [1] и известное соотношение между преобразованием Бесселя и двойным преобразованием Фурье [6], получаем, что функции  $\widetilde{G}_1$ ,  $\widetilde{G}_2$ ,  $\widetilde{g}$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \widetilde{G}_1 &= \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \int_0^\infty u_1^0(z, z_0, \xi^2 + \nu^2) \cos(\nu(y - y_0)) d\nu \\ \widetilde{G}_2 &= \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \int_0^\infty u_\sigma^0(z, z_0, \xi^2 + \nu^2) \cos(\nu(y - y_0)) d\nu \\ \widetilde{g} &= \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \int_0^\infty \left( u_\sigma^1(z, z_0, \xi^2 + \nu^2) - \frac{du_1^0(z, \xi^2 + \nu^2)}{dz} \right) \frac{\cos(\nu(y - y_0)) d\nu}{\xi^2 + \nu^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $u_\gamma^\delta(z, z_0, \xi^2 + \nu^2) = U_\gamma^\delta(z, z_0, \sqrt{\xi^2 + \nu^2})$ .  $U_\gamma^\delta(z, z_0, \sqrt{\xi^2 + \nu^2})$  — фундаментальная функция слоистой среды [1].

Поскольку источником поля в исследуемой задаче является горизонтальный электрический диполь, то образ поля источника вычисляется так же, как и первый столбец тензоров  $\widehat{g}_E$  и  $\widehat{g}_H$  для диполя направленного по  $x$ , либо как вторые столбцы эти тензоров, если диполь направлен по оси  $y$ .

### Определение необходимого множества $\{\xi\}$

При решении реальных задач множество  $\{\xi\}$  всегда состоит из конечного числа  $p$  элементов  $\{\xi\} = \{\xi_k\}$ ,  $k = 1 \dots p$ . Что бы квази-трехмерный метод был более эффективен, чем решение полной трехмерной задачи, требуется возможность восстановления электромагнитного поля по формулам (7) с требуемой точностью при сравнительно небольшом  $p$ .

Как уже отмечалось, в задачах зондирования нас интересует поле не во всем пространстве, а только в некоторых его точках. Это позволяет выбирать множество значений  $\{\xi_k\}$  так, чтобы электромагнитное поле восстанавливалось по его образу Фурье с требуемой точностью именно в этих точках, не следя за погрешностью его восстановления во всем остальном пространстве. Именно поэтому для определения необходимого множества значений  $\{\xi_k\}$  удобно использовать метод двойной экспо-

ненты (DE-метод) [2, 3], одним из важных свойств которого является зависимость множества значений аргумента  $\{\xi_k\}$ , в которых вычисляется подынтегральная функция в (7), от значения  $x$ .

Будем называть функцию  $q(x)$  функцией с двойным экспоненциальным убыванием на бесконечности с порядком  $\gamma > 0$ , если справедливо неравенство:

$$\alpha_1 e^{-\beta_1 \exp(\gamma|x|)} \leq |q(x)| \leq \alpha_2 e^{-\beta_2 \exp(\gamma|x|)}, \quad -\infty < x < \infty, \quad (13)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 > 0$ . Свойства таких функций лежат в основе вычисления преобразования Фурье DE-методом.

Рассмотрим два интеграла, соответствующие синус- и косинус-преобразованиям Фурье от функции  $f(x)$ :

$$I_s = \int_0^{\infty} f(x) \sin(\xi x) dx \quad I_c = \int_0^{\infty} f(x) \cos(\xi x) dx. \quad (14)$$

Сделаем в них замену переменных  $x = M\varphi(t)$ , где  $M$  — некая константа, а  $\varphi(t)$  — функция следующего вида:

$$\varphi(t) = \frac{t}{1 - \exp(-2t - \alpha(1 - e^{-t} - \beta(e^t - 1)))}, \quad \alpha, \beta > 0, \quad (15)$$

тогда интегралы (14) примут вид:

$$I_c = M \int_{-\infty}^{\infty} f(M\varphi(t)) \sin(\xi M\varphi(t)) \varphi'(t) dt, \quad (16)$$

$$I_s = M \int_{-\infty}^{\infty} f(M\varphi(t)) \cos(\xi M\varphi(t)) \varphi'(t) dt.$$

Для вычисления интегралов (14) применим к (16) квадратурную формулу трапеций с постоянным шагом  $h$ , выбрав узлы следующим образом:

$$I_s \approx Mh \sum_{n=N_1}^{n=N_2} f(M\varphi(nh)) \sin(\xi M\varphi(nh)) \varphi'(nh),$$

$$I_c \approx Mh \sum_{n=N_1}^{n=N_2} f\left(M\varphi\left(nh + \frac{h}{2}\right)\right) \cos\left(\xi M\varphi\left(nh + \frac{h}{2}\right)\right) \varphi'\left(nh + \frac{h}{2}\right). \quad (17)$$

Если положить  $M = \frac{\pi}{\xi h}$ , то, поскольку  $\varphi(t) \rightarrow t$ , при таком выборе узлов получаем, что

$$\begin{aligned} \sin(\xi M \varphi(nh)) &= \sin\left(\frac{\pi}{h} \varphi(nh)\right) \rightarrow \sin(\pi n) = 0 \\ \cos\left(\xi M \varphi\left(nh + \frac{h}{2}\right)\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{h} \varphi\left(nh + \frac{h}{2}\right)\right) \rightarrow \cos\left(\pi n + \frac{\pi}{2}\right) = 0, \\ &\text{при } n \rightarrow \pm\infty. \end{aligned} \tag{18}$$

Как показано в [3], хотя подынтегральные функции в (16) вообще говоря не являются экспоненциально убывающими при  $t \rightarrow \infty$ , такой выбор узлов интегрирования в формуле трапеций позволяет перенести на них результаты полученные для функций с двойным экспоненциальным убыванием.

В работе [4] показано, что для функций с двойным экспоненциальным убыванием метод трапеций является оптимальным по точности интегрирования из всех квадратурных методов, при фиксированных  $N_1$  и  $N_2$ . Оптимальность достигается при выборе соответствующего значения  $h$ , которое в этом случае зависит как от  $N_1$ ,  $N_2$  так и от порядка  $\gamma$  подынтегральной функции. Если считать, что двойное экспоненциальное убывание подынтегральной функции в (16) связано только с  $\varphi$  и  $\varphi'$ , то, согласно [2, 5], оптимальное значение  $h$  будет достигаться при следующих значениях параметров  $\alpha$  и  $\beta$  из определения функции  $\varphi$ :

$$\beta = 0.25, \quad \alpha = \frac{2\beta\sqrt{\xi h}}{\sqrt{4\xi h + \log\left(1 + \frac{\pi}{\xi h}\right)}}. \tag{19}$$

В работах [3, 4], показано, что в этом случае погрешность вычисления интегралов  $I_c$  и  $I_s$  по формулам (17) оценивается величиной  $A_1 e^{-\frac{B_1}{h}} < A_2 e^{-B_2 \frac{p}{\log p}}$ , где величины  $A_1, A_2, B_1, B_2$  определяются только функцией  $f$  и частотой  $\xi$ . Причем, если две функции  $f_1$  и  $f_2$  таковы что,  $\infty > \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left| \frac{f_1(x)}{f_2(x)} \right| > 0$ , то показатели экспонент в оценке погрешности расчета преобразований Фурье для этих функций по формулам (17) будут одинаковыми [4].

Это позволяет выдвинуть следующую гипотезу: множество гармоник  $\{\xi_k\}$ , необходимых для восстановления компонент электромагнитного поля по формулам (7), при фиксированном  $x$  близко для первичного и полного полей.

Поскольку для первичного поля мы можем рассчитать поле и его образ независимо, то, при фиксированной точности, множество  $\{\xi_k\}$ , необ-

ходимое для восстановления первичного поля по его образу определяется сравнительно просто. Хотя формально это задача поиска величин  $N_1$ ,  $N_2$  и  $h$ , таких, что величина  $p = N_2 - N_1 + 1$  минимальна, при восстановлении поля с указанной точностью в точках наблюдения, т.е. задача поиска экстремума негладкого функционала на дискретном множестве, в большинстве случаев эффективно работает следующий примитивный алгоритм. Сначала определяется величина  $h$ , такая что при большом значении  $p$  требуемая точность достигается, а потом — последовательно отбрасываются крайние узлы, так, чтобы точность восстановления поля в точках наблюдения была в пределах заданной погрешности. Если вышеуказанная гипотеза верна, то получившееся множество можно использовать и для восстановления полного поля в тех же точках.

Перед тем, как перейти к численному исследованию данной гипотезы, отметим несколько важных фактов. Из формул (17) следует, что для синус- и косинус- преобразований Фурье требуются, вообще говоря, разные гармоники, а именно:

- $\xi_k = \frac{\pi}{f}\varphi(kh)$  для синус-преобразования Фурье;
- $\xi_k = \frac{\pi}{f}\varphi(kh + \frac{h}{2})$  для косинус-преобразования Фурье.

Таким образом, выбор необходимого множества гармоник зависит еще и от той компоненты электромагнитного поля, которую нам нужно вычислить. Как следует из формул (10)-(12), все компоненты тензора Грина выражаются либо только через синус-, либо только через косинус-преобразование Фурье. Поэтому выбор необходимого преобразования (синус, косинус или оба) для компоненты полного поля совпадает с необходимым преобразованием для той же компоненты первичного поля. Поскольку источником поля в нашей задаче служит горизонтальный электрический диполь, получаем, что:

- для диполя, ориентированного вдоль  $x$ , компоненты  $E_x, H_y, H_z$  вычисляются по обратному косинус-преобразованию Фурье ;
- для диполя, ориентированного вдоль  $y$ , компоненты  $E_y, E_z, H_x$  вычисляются по обратному косинус-преобразованию Фурье.

Остальные компоненты вычисляются по обратному синус-преобразованию Фурье.

## Численное моделирование

Для проверки гипотезы об определении множества  $\{\xi_k\}$  и исследования эффективности измерения различных компонент электромагнитно-

го поля в ходе зондирования морского дна были проведены расчеты для типичной модели, состоящей из слоистой среды, содержащей аномалию бесконечно протяженную в одном направлении.

Пространство состоит из верхнее полупространства — воздуха с нулевой проводимостью и нижнего полупространства, моделирующего море и его дно. Это полупространство состоит из 4-х слоев: море, толщиной 320 м с проводимостью 3.3 См/м, затем слой глинистые и песчанистые отложений толщиной 13.6 км с проводимостью 0.067 См/м, затем слой пород пермского периода, толщиной 7 км с проводимостью 0.0067 См/м и полупространство, состоящее из кристаллического фундамента с проводимостью  $10^{-5}$  См/м. Эти параметры соответствуют реальному Штокманскому газо-конденсатному месторождению и были выбраны на основе работы [7].

Система прямоугольных координат была выбрана следующим образом. Начало координат расположено на границе моря и воздуха, над краем аномалии, ось  $z$  направлена вниз, ось  $x$  направлена вдоль направления бесконечного пространства аномалии. Аномалия, моделирующая залежь газоконденсата, имеет форму прямоугольного параллелепипеда, бесконечно вытянутого вдоль  $x$ . Верхняя граница аномалии расположена на глубине 1900 м от уровне моря. Протяженность аномалии в направлении  $y$  составила 15 км. Таким образом координаты границ аномалии по  $y$  составили 0 и 15 км.

Расчеты были проведены для двух толщин  $h$  аномалии: 20 м и 100 м. Кроме того рассматривались случаи проводимостей  $\sigma_a = 1.8 \cdot 10^{-3}$  См/м и  $\sigma_a = 6.7 \cdot 10^{-4}$  См/м, отражающие различную газонасыщенность: 83,5% (как в Штокманском месторождении) и 90% соответственно. В качестве модельного источника поля использовался электрический диполь расположенный на поверхности, в точках с координатами  $(0, y_{src}, 0)$  для различных значений  $y_{src}$ . При этом исследовалось две ориентации диполя: вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно. Расчеты всех 6-ти компонент проводились для частоты  $f = 0.1$  Гц в точках  $(100, y_r, 320)$ ,  $y_r \in [-2000, 23000]$ .

Расчеты первичного поля и его спектра показали, что для восстановления первичного поля, при  $h = \frac{\pi}{20}$  с точностью до 1% требуется положить  $N_1 = -20$ ,  $N_2 = -8$ . На Рис. 1 приведены рассчитанные значения компоненты  $E_z$  полного поля для различных значений  $N_1$  и  $N_2$  при фиксированном  $h = \frac{\pi}{20}$ . Как видно из этих графиков восстановление поля при парах  $N_1 = -20$ ,  $N_2 = -8$  и  $N_1 = -22$ ,  $N_2 = -6$  кривые совпадают, что позволяет сделать вывод об адекватности гипотезы и использовании этих параметров для решения данной задачи.

Главной целью исследования задачи зондирования было определения компонент поля, наиболее чувствительных к наличию и проводимости

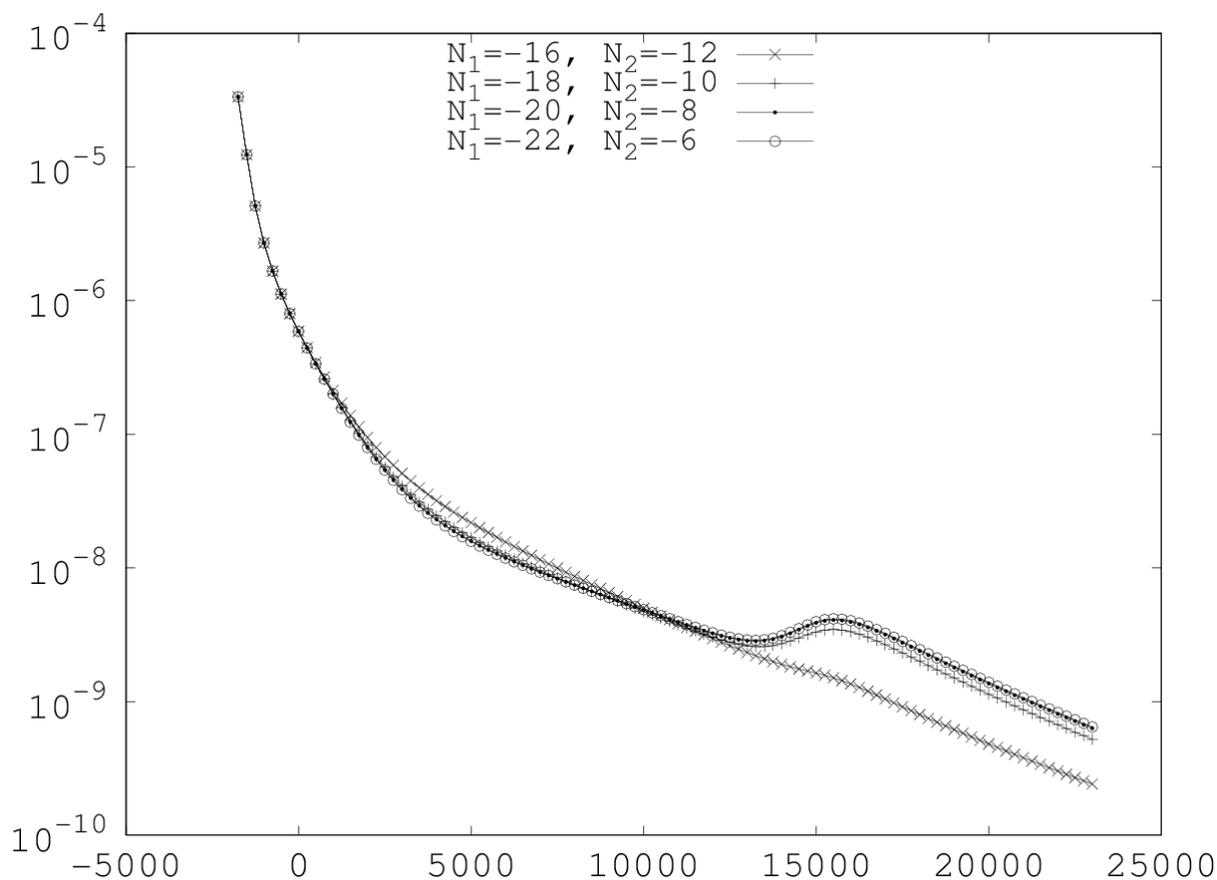


Рис. 1. Модуль компоненты  $E_z$  для полного поля, восстановленный по своему образу Фурье, с использованием различного числа гармоник.

аномалии. На рис 2–3 приведены графики отношения амплитуд аномального поля в точках наблюдения к амплитудам полного поля для различных ориентаций диполя, расположенного над центром аномалии, для обеих проводимостей и  $h = 100$  м. Как видно из этих графиков наибольшей чувствительностью обладает компонента  $E_z$ . Существенно, что по этой компоненте можно определить как границы аномалии — они очень хорошо видны по местоположению двух локальных минимумов, так и проводимость аномалии — по величине максимумов. Этот результат является довольно неожиданным для традиционной геофизики, в которой  $E_z$  обычно просто не измеряют.

Антиподом  $E_z$  оказалась магнитная вертикальная компонента  $H_z$ , в которой аномалия не проявляется даже в случае сильного контраста и большой толщины. Этот факт так же довольно неожидан для геофизической практики, поскольку именно эта компонента является традиционным детектором изолирующих аномалий.

Рис. 2. Отношение амплитуд аномального и полного полей в случае диполя, направленного по оси  $x$  для различных проводимостей.

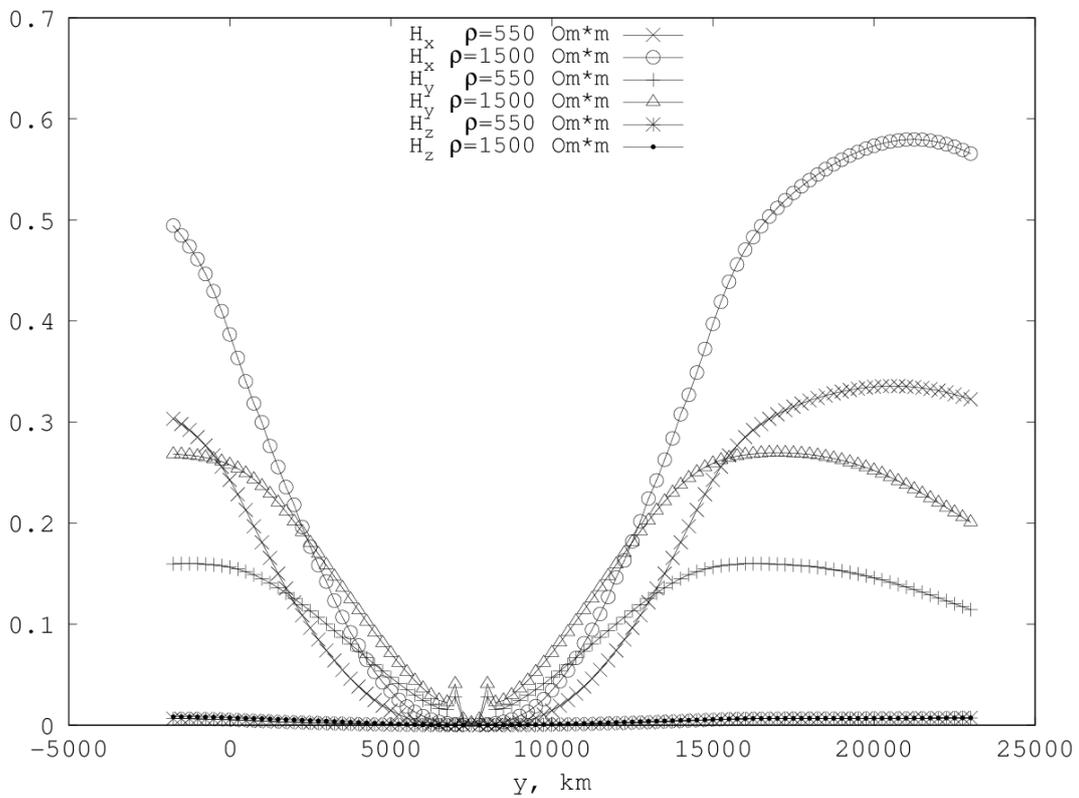
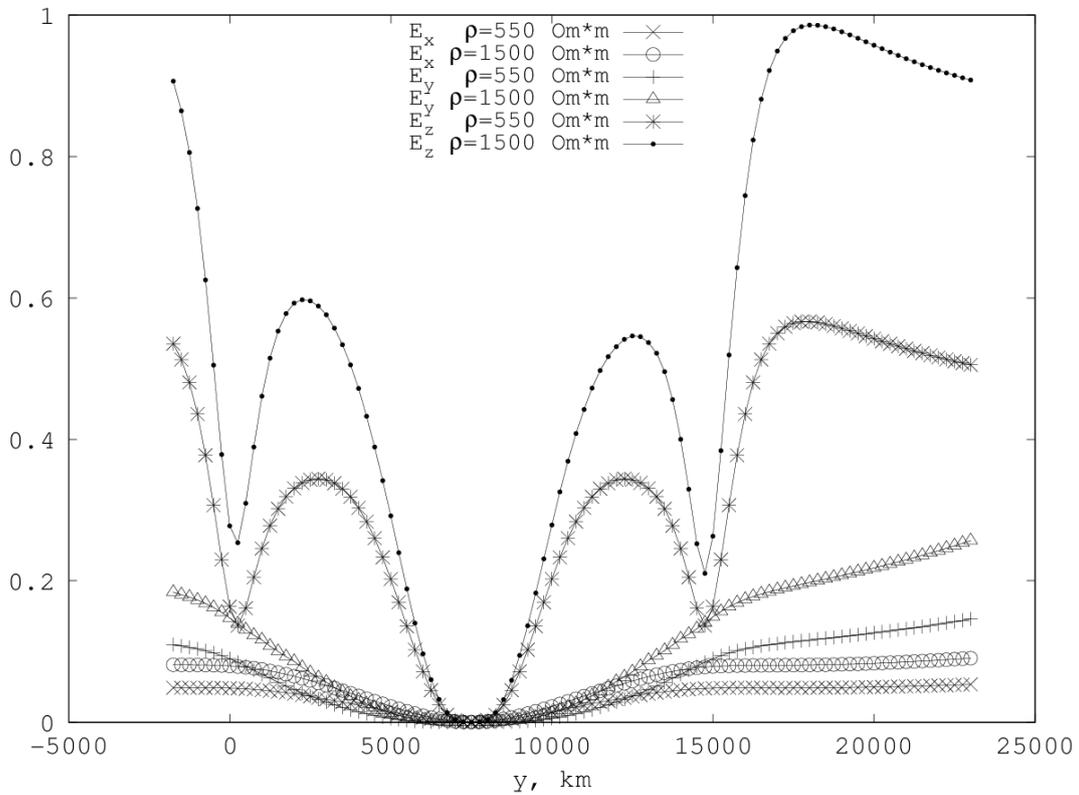
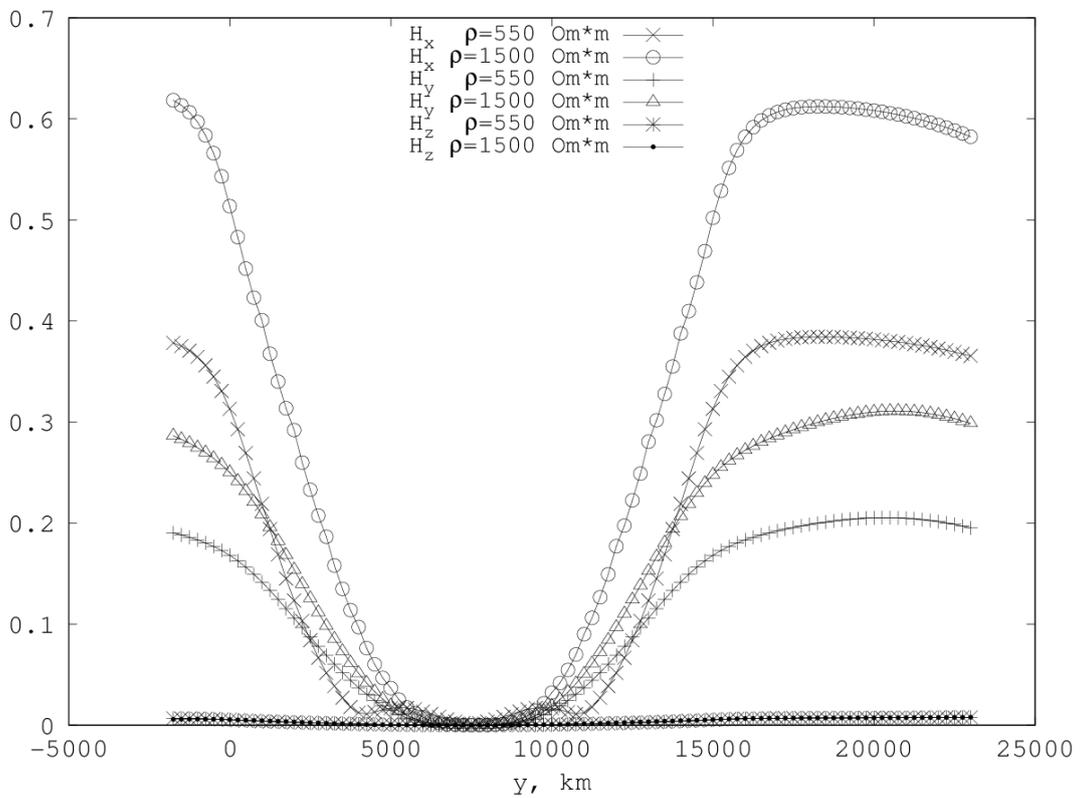
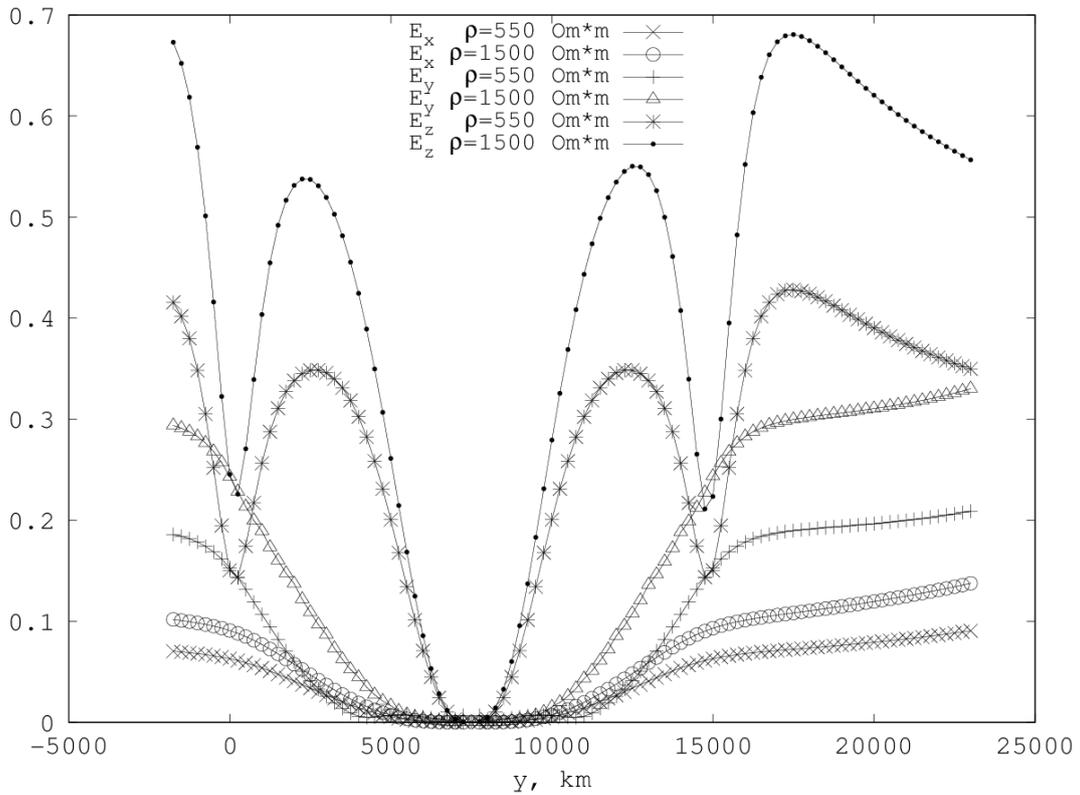


Рис. 3. Отношение амплитуд аномального и полного полей в случае диполя, направленного по оси  $y$  для различных проводимостей.



Горизонтальные компоненты реагируют на наличие аномалии, хотя и слабее, чем  $E_z$ , и, в ряде случаев, могут быть использованы для зондирования, хотя и не позволяют определять границы аномалии с той же легкостью, что и  $E_z$ .

В заключение отметим еще один нетрадиционный, но крайне важный и полезный для поиска углеводородов момент. Полученные результаты показывают возможность различения проводимости сильно-изолирующей аномалии, что означает возможность прогнозирования её перспективности по результатам такого зондирования.

## Литература

- [1] Дмитриев В.И., Захаров Е.В. Метод интегральных уравнений в вычислительной электродинамике. М., МАКС Пресс, 2008.
- [2] T.Ooura, M.Mori, A robust double exponential formula for fourier type integrals, J. Comput. Appl.Math., Vol. 112, 1999, pp 229–241.
- [3] T. Ooura, A double exponential formula for the fourier transforms, Publ.RIMS, Kyoto Univ., 2005., Vol. 41., pp. 971–977.
- [4] M. Sugihara, Optimality of the double exponential formula, Numer. Math, Vol 75, 1997,pp 379–395
- [5] T.Ooura, M.Mori. The double exponential formula for oscillatory functions over the half infinite interval, J. Comput. Appl.Math.,Vol. 38., 1991, pp. 353–360.
- [6] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, М., Издательство МГУ, 2004.
- [7] E.P. Velikhov, M.S. Zhdanov, S.M. Korotaev et al, Studies of possibility for search of gas condensates in promising marine anticline structure by low-frequency electromagnetic survey method be an example of Shtokman deposit in the Barents Sea, Geophysical Journal International. Vol.31, 2009 № 4, pp 3–11