

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

«__» _____



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Дополнительные главы микро-макро моделирования»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 09.06.01 « Информатика и вычислительная техника».

Направленность (профиль) – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18)

2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дополнительные главы микро-макро моделирования

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 09.06.01 « Информатика и вычислительная техника».

Направленность (профиль): «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18)

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Владением методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1)	З1 (ОПК-1) ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1) УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики В1 (ОПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики
Владение современными методами построения и анализа математических	З1 (ПК-1) ЗНАТЬ: Современные методы построения и анализа математических моделей,

<p>моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)</p>	<p>возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p> <p>У1 (ПК-1) УМЕТЬ: Применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p> <p>В1 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>
<p>Способность строить и анализировать разностные методы решения задач математической физики, в том числе многомерные задачи (СПК-5);</p>	<p>В1(СПК-5) Владеть: основными методами построения и анализа разностных алгоритмов решения уравнений динамики вязкой жидкости .</p> <p>З1(СПК-5) Знать: физическую интерпретацию основных методов построения разностных схем и методов анализа качества результатов математического моделирования</p> <p>У1(СПК-5) Уметь: оценивать свойства и качество численных методов на основе теоретического анализа и по результатам тестовых расчетов.</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 32 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 4 часа мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина *«Дополнительные главы микро-макро моделирования»* преподается в аспирантуре, относится к профессиональному циклу дисциплин и входит в его вариативную часть. Дисциплина соответствует профилю, реализуемому на факультете ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова. Базируется на следующих дисциплинах: «Алгебра и геометрия»; «Математический анализ (I-III)»; «Дифференциальные уравнения», «Теории вероятности и математической статистики», «Уравнения математической физики», «Численные методы решения задач математической физики», «Физика», «Математическое моделирование в естествознании». Для овладения содержанием курса студенты должны обладать: знаниями основных разделов линейной алгебры и геометрии, математического анализа и дифференциальных уравнений, теории вероятности и математической статистики, методов вычислений, теории разностных схем. Изучение данной дисциплины необходимо для подготовки магистров к решению профессиональных задач, связанных с применением наукоемких технологий и пакетов программ для исследования фундаментальных и прикладных задач современной науки, техники и технологии.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Основными видами аудиторной учебной работы являются лекции и семинары. Самостоятельная работа студентов предполагает подготовку теоретического материала и письменное выполнение домашних работ – упражнений, тестов, решение задач. В рамках самостоятельной работы использование магистрами научной литературы, сети Интернет и иных информационных технологий для поиска и анализа дополнительных сведений по содержанию дисциплины.

Научно – исследовательские технологии:

В процессе проведения аудиторных занятий активно используется метод анализа фундаментальных научных идей, лежащих в основе дисциплины, и специфики применения этих идей в смежных областях.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Программа определяет объем и структуру знаний о методах построения иерархии многомасштабных моделей и их численного решения, необходимых для подготовки аспирантов по направлению «Прикладная математика и информатика». Изучаются аналитические и численные подходы к проблеме описания явлений на микроскопическом уровне с последующим огрублением до макроскопического. Рассмотрение проводится на примере газовой динамики как наиболее разработанной в этом контексте области знания (уравнения Больцмана, Навье-Стокса, методы Монте-Карло). В I части микроскопические модели и их связь с макроскопическими рассматриваются в терминах функции распределения, что приводит к детерминированным уравнениям и соответствующему математическому и вычислительному аппарату. Во II части излагаются стохастические подходы как к построению математических моделей, так и численных методов. Программа содержит указания на тематику аудиторной и самостоятельной работы магистров.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа обучающегося, часы		
		из них						из них		
Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего		
Тема 1. Уравнение Больцмана Из истории кинетической теории. Основная схема микро-макро перехода на простейших примерах. Модель Больцмана-Пригожина движения автотранспорта.			-	-	-		7	6	-	6

Вывод уравнения Больцмана для газа из твердых сфер. Н-теорема. Свойства интеграла столкновений. Модели интеграла столкновений.										
Тема 2. Переход к системе Навье-Стокса Связь с уравнениями газовой динамики для макроскопических величин. Квазигидродинамика, кинетически-согласованный подход. Уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка. Кинетически-согласованные разностные схемы. Цепочка уравнений БГКИ (Боголюбов-Борн-Грин-Кирквуд-Ивон). Система уравнений Гамильтона. Уравнение Лиувилля. Переход к уравнению для одночастичной функции. Уравнение Власова.	10	2	-	-	-	-	2	2	6	8
Тема 3. Кинетически/континуальные гибридные численные методы, детерминированный метод частиц Декомпозиция области. Прямое вычисление интеграла столкновений. Использование моделей интеграла столкновений. Консервативные разностные схемы. Метод частиц для системы уравнений газовой динамики. Задача о структуре фронта ударной волны.	15	8	-	-	-	1	9	6	-	6
Тема 4. Броуновское движение и диффузионные процессы Стохастические дифференциальные уравнения. Винеровский процесс.	9	4	-	-	-	1	5	4	-	4

Стохастический интеграл. Формула Ито. Сильные и слабые решения. Уравнение Больцмана для меры и соответствующий разрывный процесс. Стохастический интеграл по мере Пуассона. Обобщенное уравнение Больцмана и его связь с соответствующим случайным процессом.										
Тема 5. Метод прямого статистического моделирования и численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений по мере Пуассона Стохастическое описание. Метод частиц (стохастический и детерминированный). Метод Монте-Карло. Разностные схемы решения стохастических дифференциальных уравнений по винеровской мере. Схема Эйлера – Мураемы. Схема Мильштейна. Схемы повышенного порядка точности.	23	12	-	2	-	1	15	8	-	8
6. Промежуточная аттестация – устный экзамен	38	2					36			
Итого	108	40					68			

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

Часть I - Кинетические уравнения и метод частиц

1. Введение. Из истории кинетической теории.

Основная схема микро-макро перехода на простейших примерах.

Задания для самостоятельной работы. Изучение литературы: **Арсеньев А.А.** Кинетические уравнения//Серия «Математика, кибернетика».1985,№ 1

Решить задачу о столкновении двух твёрдых шаров.

2. Уравнение Больцмана. Модель Больцмана-Пригожина движения автотранспорта.

Вывод уравнения Больцмана для газа из твердых сфер. H-теорема. Свойства интеграла столкновений. Модели интеграла столкновений.

Задания для самостоятельной работы. Изучение литературы: **Больцман Л.** Избранные труды.—М.: Наука, 1984

Обосновать основные свойства интеграла столкновений.

3. Переход к системе Навье-Стокса. Связь с уравнениями газовой динамики для макроскопических величин.

Квазигидродинамика, кинетически-согласованный подход. Уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка. Кинетически-согласованные разностные схемы.

Цепочка уравнений ББГКИ (Боголюбов-Борн-Грин-Кирквуд-Ивон). Система уравнений Гамильтона. Уравнение Лиувилля. Переход к уравнению для одночастичной функции. Уравнение Власова.

Задания для самостоятельной работы. Изучение литературы: **Черчиньяни К.** Теория и приложения уравнения Больцмана.—М.: Мир, 1978

Четверушкин Б.Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений.—М.: МАКС Пресс, 2004

Проинтегрировать умноженное на инварианты столкновений уравнение Больцмана по скорости.

4. Кинетически/континуальные гибридные численные методы, детерминированный метод частиц. Декомпозиция области. Прямое вычисление интеграла столкновений. Использование моделей интеграла столкновений. Консервативные разностные схемы. Метод частиц для системы уравнений газовой динамики. Задача о структуре фронта ударной волны.

Задания для самостоятельной работы. Изучение литературы: **V.I. Kolobov, R.R. Arslanbekov, V.V. Aristov, A.A. Frolova, S.A. Zabelok.**

Unified Solver for Rarefied and Continuum Flows with Adaptive Mesh and Algorithm Refinement.//Journal of Computational Physics, 2007, Vol. 223, p. 589.

К. Morinishi. A Continuum/Kinetic Hybrid Approach for Multi -- Scale Flow Simulation.// European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2006, TU Delft, the Netherlands.

Иванов М.Ф., Гальбурт В.А. Численное моделирование динамики газов и плазмы методами частиц.—М.: МФТИ, 2000

Построить детерминированный метод частиц для уравнения переноса. Показать различие между методами типа «частица - сетка» и «частица - частица».

Часть II - Стохастическое Микро-Макро моделирование

5. Броуновское движение и диффузионные процессы. Стохастические дифференциальные уравнения. Винеровский процесс. Стохастический интеграл. Формула Ито. Сильные и слабые решения.

Уравнение Больцмана для меры и соответствующий разрывный процесс. Стохастический интеграл по мере Пуассона. Обобщенное уравнение Больцмана и его связь с соответствующим случайным процессом.

Задания для самостоятельной работы. Изучение литературы: **Оксендаль Б.** Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. —М.: Мир, 2003

Арсеньев А.А. Лекции о кинетических уравнениях.—М.: Наука, 1992

Скорород А.В. Стохастические уравнения для сложных систем.—М.: Наука, 1983

Королюк В.С., Портенко Н.И., Скорород А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике.—М.: Наука, 1985

Iacus S.M. Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations. – Springer, 2008

К. JACOBS. STOCHASTIC PROCESSES FOR PHYSICISTS. Understanding Noisy Systems - CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2010.

P Jenny P., Torrilhon M., Heinz S. A solution algorithm for the fluid dynamic equations based on a stochastic model for molecular motion, Journal of Computational Physics, 229 (2010) 1077

6. Метод прямого статистического моделирования и численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений по мере Пуассона. Стохастическое описание. Метод частиц (стохастический и детерминированный). Метод Монте-Карло.

Разностные схемы решения стохастических дифференциальных уравнений по винеровской мере. Схема Эйлера – Мураямы. Схема Мильштейна. Схемы повышенного порядка точности.

Задания для самостоятельной работы. Изучение литературы: **Берд Г.** Молекулярная газовая динамика.—М.: Мир, 1981

Кузнецов Д.Ф. Численное моделирование стохастических дифференциальных уравнений и стохастических интегралов.—СПб.: Наука, 1999

Миллер Б.М., Панков А.Р. Случайные процессы в примерах и задачах.—М.: Изд. МАИ, 2001

Построить стохастический метод частиц для уравнения конвекции – диффузии.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

Классическая литература

- Больцман Л.** Избранные труды.—М.: Наука, 1984
- Арсеньев А.А.** Кинетические уравнения//Серия «Математика, кибернетика».1985,№ 1
- Арсеньев А.А.** Лекции о кинетических уравнениях.—М.: Наука, 1992
- Черчиньяни К.** Теория и приложения уравнения Больцмана.—М.: Мир, 1978
- Скорород А.В.** Стохастические уравнения для сложных систем.—М.: Наука, 1983
- Оксендаль Б.** Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. .—М.: Мир, 2003
- Хокни Р., Иствуд Дж.** Численное моделирование методом частиц.—М.: Мир, 1987
- Иванов М.Ф., Гальбурт В.А.** Численное моделирование динамики газов и плазмы методами частиц.—М.: МФТИ, 2000
- Ферцигер Дж., Капер Г.** Математическая теория процессов переноса в газах.—М.: Мир, 1976
- Либов Р.** Введение в теорию кинетических уравнений.—М.: Мир, 1974
- Неравновесные явления: уравнение Больцмана.—М.: Мир, 1986
- Хакен Г.** Синергетика.—М.: Мир, 1985
- Гардинер К.В.** Стохастические методы в естественных науках.—М.: Мир, 1986
- Берд Г.** Молекулярная газовая динамика.—М.: Мир, 1981
- Четверушкин Б.Н.** Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений.—М.: МАКС Пресс, 2004
- Ермаков С.М., Михайлов Г.А.** Статистическое моделирование.—М.: Наука, 1982
- Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М.** Метод крупных частиц.—М.: Наука, 1982
- Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф.** Справочник по теории вероятностей и математической статистике.—М.: Наука, 1985
- Булинский А.В., Ширяев А.Н.** Теория случайных процессов.—М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003
- Кузнецов Д.Ф.** Численное моделирование стохастических дифференциальных уравнений и стохастических интегралов.—СПб.: Наука, 1999
- Миллер Б.М., Панков А.Р.** Случайные процессы в примерах и задачах.—М.: Изд. МАИ, 2001
- Н.Н.Калиткин, Д.П.Костомаров.** Математические модели физики плазмы (обзор). // Математическое моделирование, 2006, том 18, номер 11, стр. 67-94.
- Журнал «Математическое моделирование»: №7 (1989), №11 (1990), № 7 (1998), № 1, 4 (2003)
- C.Cercignani.** Rarefied Gas Dynamics. - Cambridge University Press, 2000.
- N.B. Maslova.** Nonlinear Evolution Equations. Kinetic Approach. - World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1993.
- J.G. Kirkwood.** The Statistical Mechanical Theory of Transport Processes.// J. Chem. Phys., 1946, vol.14, No.3, p. 180.
- S. Chandrasekhar.** Stochastic Problems in Physics and Astronomy.// Rev. Modern. Phys., 1943, vol.15, No.1, p. 1.

Дополнительная литература

- C. Villani.** A Review of Mathematical Topics in Collisional Kinetic Theory. Handbook of Mathematical Fluid Dynamics (Vol. 1), ed. S. Friedlander, D. Serre, Elsevier Science (2002).(<http://www.umpa.ens-lyon.fr/~cvillani>).
- A. Lukschin, H. Neunzert, J. Struckmeier.** Coupling of Navier - Stokes and Boltzmann Regions. // HERMES Aerodynamics R/Q Program meeting, VKI, 1992.
- H. Babovsky.** On a Simulation Scheme for the Boltzmann Equation. // Math. Meth. in the Appl. Sci., 1986, vol. 8, p. 223.
- V.I. Kolobov, R.R. Arslanbekov, V.V. Aristov, A.A. Frolova, S.A. Zabelok.** Unified Solver for Rarefied and Continuum Flows with Adaptive Mesh and Algorithm Refinement.//Journal of Computational Physics, 2007, Vol. 223, p. 589.
- K. Morinishi.** A Continuum/Kinetic Hybrid Approach for Multi -- Scale Flow Simulation.// European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2006, TU Delft, the Netherlands.
- V.A. Titarev.** Conservative numerical methods for model kinetic equations. // Computers and Fluids, 2007, p.1446.
- P. Degond, M. Lemou.** Turbulence models for incompressible fluids derived from kinetic theory.// J. Math. Fluid Mech., 2002, p.257.
- Iacus S.M.** Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations. – Springer, 2008
- K. JACOBS.** STOCHASTIC PROCESSES FOR PHYSICISTS. Understanding Noisy Systems - CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2010.
- P Jenny P., Torrilhon M., Heinz S.** A solution algorithm for the fluid dynamic equations based on a stochastic model for molecular motion, Journal of Computational Physics, 229 (2010) 1077
- О.М. Белоцерковский, В.Е. Яницкий.* Статистический метод частиц в ячейках для решения задач динамики разреженного газа. I. Основы построения метода // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1975, т.15, № 5, с.1195–1208;
О.М. Belotserkovskii, V.E. Yanitskii. Statisticheskii metod chastits v iacheikakh dlia resheniia zadach dinamiki razrezhennogo gaza. I. Osnvy postroeniia metoda // G. vychisl. matem. i matem. fiz., 1975, v.15, № 5, p.1195–1208.
 - О.М. Белоцерковский, Н.Н. Фимин, В.М. Четкин.* Когерентные гидродинамические структуры и вихревая динамика // Матем. моделирование, 2015, т.27, № 8, с.63–84;
О.М. Belotserkovskii, N.N. Fimin, V.M. Chechetkin. Kogerentnye gidrodinamicheskie struktury i vikhrevaia dinamika // Matem. modelirovanie, 2015, v.27, № 8, p.63–84.
 - S.A. Zabelok, R.R. Arslanbekov, V.I. Kolobov.* Adaptive kinetic-fluid solvers for heterogeneous computing architectures // Journal of Computational Physics, 2015, v.303, p.455-469,
DOI:10.1016/j.jcp.2015.10.003.
 - В.И. Богачёв, Н.В. Крылов, М. Рёкнер, С.В. Шапошников.* Уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова. – ИКИ, 2013, 576 с.;
V.I. Bogachev, N.V. Krylov, M. Rechner, S.V. Shaposhnikov. Uravnenia Fokkera-Planka-Kolmogorova. – IKI, 2013, 576 p.
 - Я.Б. Зельдович, С.А. Молчанов, А.А. Рузмайкин, Д.Д. Соколов.* Перемежаемость в случайной среде // УФН, 1987, т.152, №1, с.3–32;
англ пер.: *Ya.B. Zel'dovich, S.A. Molchanov, A.A. Ruzmaikin, D.D. Sokolov.* Intermittency in random media // Sov. Phys. Uspekhi, 1987, v.30, №5, p.353–369.
 - М.Н. Горжи, Р. Jenny.* Fokker-Planck-DSMC algorithm for simulations of rarefied gas flows // Journal of Computational Physics, 2015, v.287, p.110–129.
 - J. Zhang, D. Zeng, J. Fan.* Analysis of transport properties determined by Langevin dynamics using Green-Kubo formulae // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2014, v.411, p.104–112.
 - М.Ф. Иванов, В.А. Гальбурт.* Стохастический подход к численному решению уравнения Фоккера-Планка // Математическое моделирование, 2008,

- т.20, №11, с.3–27;
M.F. Ivanov, V.A. Galburt. Stokhasticheskiy podkhod k chislennomu resheniiu uravneniia Fokkera–Planka // *Matem. modelirovanie*, 2008, v.20, №11, p.3–27.
9. *V.K. Gupta, M. Torrilhon.* Comparison of relaxation phenomena in binary gas-mixtures of Maxwell molecules and hard spheres // *Computers & Mathematics with Applications*, 2015, v.70, №1, p.73–88.
 10. *С.В. Богомолов.* Об одном подходе к получению стохастических моделей газодинамики // *ДАН*, 2008, т.423, №4, с.458–461;
англ. пер.: *S.V. Bogomolov.* An approach to deriving stochastic gas dynamics models // *Doklady Mathematics*, 2008, v.78, p.929–931.
 11. *А.А. Арсеньев.* О приближении решения уравнения Больцмана решениями стохастических дифференциальных уравнений Ито // *Журнал вычисл. матем. и матем. физики*, 1987, т.27, №3, с.400–410;
англ. пер.: *A.A. Arsen'yev.* On the approximation of the solution of the Boltzmann equation by solutions of the Ito stochastic differential equations // *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1987, v.27, №2, p.51–59.
 12. *С.В. Богомолов, Л.В. Дородницын.* Уравнения стохастической квазигазодинамики. Случай вязкого газа // *Математическое моделирование*, 2010, т.22, №12, с.49–64;
англ. пер.: *S.V. Bogomolov, L.V. Dorodnitsyn.* Equations of stochastic quasi-gas dynamics: Viscous gas case // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2011, v.3, №4, p.457–467.
 13. *S.V. Bogomolov.* Stochastic quasi gas dynamics equations as a base for particle methods // *Proc. V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010, Lisbon, Portugal*, 2010.
 14. *S. Chandrasekhar.* Stochastic problems in physics and astronomy // *Rev. Modern. Phys.*, 1943, v.15, №1, p.1–89.
 15. *J.G. Kirkwood.* The statistical mechanical theory of transport processes // *J. Chem. Phys.*, 1946, v.14, №3, p.180–201.
 16. *C. Cercignani.* Rarefied Gas Dynamics: From Basic Concepts to Actual Calculations. – Cambridge University Press, 2000.
 17. *А.В. Скороход.* Стохастические уравнения для сложных систем. – М.: Наука, 1983;
англ. пер.: *A.V. Skorokhod.* Stochastic Equations for Complex Systems. – Dordrecht : Kluwer Academic, 1987.
 18. *С.В. Богомолов, И.Г. Гудич.* К верификации стохастической диффузионной модели газа // *Математическое моделирование*, 2013, т.25, №11, с.17–35;
англ. пер.: *S.V. Bogomolov, I.G. Gudich.* Verification of a stochastic diffusion gas model // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2014, v.6, №3, p.305–316.
 19. *Б.Н. Четверушкин.* Пределы детализации и формулировка моделей уравнений сплошных сред // *Математическое моделирование*, 2012, т.24, №11, с.33–52;
англ. пер.: *B.N. Chetverushkin.* Resolution limits of continuous media mode and their mathematical formulations // *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2013, v.5, №3, p.266–279.
 20. *Т.Г. Елизарова.* Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. – М.: Научный мир, 2007, 351 с.;
англ. пер.: *T.G. Elizarova.* Quasi-Gas Dynamic Equations. Springer, 2009, 283 p.
 21. *H. Brenner.* Bi-velocity hydrodynamics // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2009, v.388, p.3391–3398.
 22. *J. Mathiaud, L. Mieussens.* A Fokker–Planck model of the Boltzmann equation with correct Prandtl number // 2015, arXiv : math.AP/1503.01246.
 23. *K. Morinishi.* A continuum/kinetic hybrid approach for multi-scale flow // *Proc. ECCOMAS CFD 2006, Egmond aan Zee, Netherlands*, 2006.

24. *A.K. Aringazin, M.I. Mazhintov.* Stochastic Models of Lagrangian Acceleration of Fluid Particle in Developed Turbulence // *Int J. Mod. Phys. B*, 2004, v.18, p.3095–3168.
25. *B. Oksendal.* Stochastic Differential Equations. 6th edition. – Berlin : Springer, 2000, 390 p.
26. *S.K. Dadzie, J.M. Reese.* A Fokker-Planck model of the Boltzmann equation with correct Prandtl number // 2011, arXiv : math-ph/1202.3169.
27. *Г. Рёнке.* Неравновесная статистическая механика. – М.: Мир, 1990;
G. Röpke. Statistische Mechanik für das Nichtgleichgewicht. – Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1987.
28. *S.V. Bogomolov.* An Entropy Consistent Particle Method for Navier-Stokes Equations // *Proc. IV European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyväskylä, Finland, 2004.*
29. *С.В. Богомолов, К.В. Кузнецов.* Метод частиц для системы уравнений газовой динамики // *Математическое моделирование*, 1998, т.10, №7, с.93–100;
S.V. Bogomolov, K.V. Kuznetsov. Metod chastits dlya sistemy uravnenii gazovoi dinamiki // *Matematicheskoe modelirovanie*, 1998, v.10, №7, p.93–100.
30. *H. Alsmeyer.* Density profiles in argon and nitrogen shock waves measured by the absorption of an electronic beam // *J. Fluid Mech.*, 1976, v.74, № 3, p.497–513.
31. *С.С. Степанов.* Стохастический мир: электрон. версия книги, 2011, URL:<http://synset.com/pdf/ito.pdf>;
англ. пер.: *S.S. Stepanov.* Stochastic world. – Springer International Publishing, 2013.
1. *Ф.Х. Харлоу.* Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики // *Вычислительные методы в гидродинамике.* — М.: Мир, 1967.
F.H. Harlow. The Particle-in-Cell Method for Numerical Solution of Problems in Fluid Dynamics. *Proc. Symp. Applied Mathematics* 15, 269, 1963.
2. *R.W. Hockney, J.W. Eastwood.* Computer simulation using particles. – McGraw-Hill, 1981.
3. *Ю.А. Березин, В.А. Вишивков.* Метод частиц в динамике разреженной плазмы. Новосибирск: Наука, 96с, 1980.
Y.A. Berezin, V.A.Vshivkov. Particle method for rarefied plasma dynamics. *Novosibirsk: Nauka*, 96 p., 1980. (in Russian)
4. *Ю.С. Сигов.* Вычислительный эксперимент: мост между прошлым и будущим физики плазмы. — М. :Физматлит, 2001.
Y.S. Sigov. Numerical experiment: a bridge between the past and the future of plasma physics. – М. Fizmatlit, 2001. (in Russian)
5. *А.А. Арсеньев.* О приближении решения уравнения Больцмана решениями стохастических дифференциальных уравнений Ито // *Вычислительная математика и математическая физика*, 1987. Том 27, №3, с. 400-410.
A.A. Arsen'ev. The Boltzmann equation approximation solutions of stochastic differential equations of Ito // *Computational mathematics and mathematical physic*, 1987. V. 27, №3, pp. 400-410.
6. *М.Ф. Иванов, В.А. Гальбурт.* Стохастический подход к численному решению уравнения Фоккера–Планка // *Математическое моделирование*, 2008, т.20, № 11, с.3-27.
M.F.Ivanov, Galburt M.F. Stochastic approach to numerical solution of the Fokker-Planck equation // *Mathematical modeling*, 2008, T.20, № 11, p.3-27. (in Russian)

7. *C.V. Bogomolov, I.G. Gudich.* К верификации стохастической диффузионной модели газа. Математическое моделирование, 2013, том 25, № 11, с. 17-35.
англ. пер.: *S.V. Bogomolov, I.G. Gudich.* Verification of a stochastic diffusion gas model // Mathematical Models and Computer Simulations, 2014, v.6, №3, p.305–316.
8. *M.H. Gorji, P. Jenny.* Fokker-Planck-DSMC Algorithm for simulations of rarefied gas flows. Journal of Computational Physics, Vol. 287, 2015. Pp. 110-129.
9. *C. С. Артемьев, М. А. Якунин.* Анализ точности оценок первых моментов решения СДУ с винеровской и пуассоновской составляющими методом Монте-Карло Сибирский журнал вычислительной математики, Т. 9 №1, 2016, с. 33–45.
S.S. Artem'ev, M.A. Yakunin. Analysis of the accuracy of estimates of the first moments of solving SDE with Wiener and Poisson components by Monte Carlo method. Sibirskii Zhurnal Vychislitel'noi Matematiki, Vol. 9 №1, 2016, pp.33-45.
10. *S.V. Bogomolov.* An entropy consistent particle method for Navier-Stokes equations. ECCOMAS Congress 2004 IV European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. 2004, Jyvaskyla, Finland.
11. *C.V. Bogomolov, A.A. Замараева, Х. Карабелли., К.В. Кузнецов.* Консервативный метод частиц для квазилинейного уравнения переноса. – М.: Журнал вычислительной математики и математической физики. – Т.38, No 9, 1998: стр. 1602-1607.
S.V. Bogomolov, A.A. Zamaraeva, H. Carabelli., K.V. Kuznetsov. A conservative particle method for a quasilinear transport equation – М.: Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1998 – Vol.38, No 9: p. 1536–1541.
12. *R.A. Gingold, J.J. Monaghan.* Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, Mon. Not. R. Astron. Soc., Vol 181, 1977, pp. 375–89.
13. *Н.М. Евстигнеев, Ф.С. Зайцев, О.И. Рябков.* Высокоскоростные параллельные алгоритмы решения задач механики сплошной среды методом сглаженных частиц. – Доклады академии наук. Т. 459. № 3. 2014. С. 280.
N.M. Evstigneev, O.I. Ryabkov, F.S. Zaitsev. High-performance parallel algorithms based on smoothed particles hydrodynamics for solving continuum mechanics problems. – Doklady Mathematics. Vol. 90. № 3, 2014, pp. 773-777.
14. *Н. Хаоюе, P. Eberhard, F. Fetzner, P. Berger.* Towards multiphysics simulation of deep penetration laser welding using smoothed particle hydrodynamics. ECCOMAS Congress 2016 VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. June 2016.
15. *E. Onate, S.R. Idelsohn, F. Del Pin, R. Aubry.* The particle finite element method. Overv Int J Comput Methods, 2004, pp.267–307.
16. *E Oñate, J Miquel, P Nadukandi.* An accurate FIC-FEM formulation for the 1D advection-diffusion-reaction equation. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.

- №298, 2016. pp. 373-406.
17. Computational Particle Mechanics <http://link.springer.com/journal/40571>
 18. *Н.Н. Калиткин*. Численные методы. – Спб.: БХВ-Петербург, 2014.
N.N.Kalitkin. Numerical methods. – Spb.: BHV-Petersburg, 2014 (in Russian).
 19. *О.А. Олейник*. Задача Коши для нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с разрывными начальными условиями. Доклады АН. Т. 95, №3, 1956. с. 433–454.
O.A. Oleinik. Discontinuous solutions of non-linear differential equations. Uspekhi Mat. Nauk. Vol. 12. № 3. 1957. Pp. 3 – 73.
 20. *А.Н. Тихонов, А.А. Самарский*. О разрывных решениях квазилинейного уравнения первого порядка. ДАН СССР, Т. 99, №1, 1954, стр.27-30.
A.N. Tikhonov, A.A. Samarsky. Discontinuous solutions of a first-order quasi-linear equation. DAN, Vol. 99, №1, 1954 pp.27-30. (in Russian).
 21. *С.Н. Кружков*. Обобщенные решения нелинейных уравнений первого порядка со многими независимыми переменными. Матем. сб., 1966, том 70(112), номер 3, стр. 394–415.
S.N. Kruzhkov. Generalized solutions of nonlinear first order equations with several independent variables. 1967, Vol. 72 (114), № 1, pp. 108-134 (in Russian).

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://samarskii.ru>
<http://explore.tandfonline.com/page/est/monte-carlo-codes-in-science>
<http://istina.msu.ru/profile/bogomo/>
<http://e-collection.library.ethz.ch/eserv/eth:46805/eth-46805-02.pdf>
<http://link.springer.com/journal/40571>
<http://www.imamod.ru/journal/>
<http://www.mathnet.ru/>

<http://wccm-eccm-ecfd2014.org/frontal/Ebook.asp>

<http://elibrary.ru>

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций MS PowerPoint
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX.

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской и проектором.

Для демонстрации современных средств защиты требуется компьютерный класс с установленным средством виртуализации «VirtualBox».

Для демонстрации аппаратных средств защиты требуется наличие компьютеров с разъёмом PCI-express.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

профессор, д.ф.-м.н. Богомолов Сергей Владимирович

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Дополнительные главы микро-макро моделирования»

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий Код 31 (ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	В целом сформированные, но неполные знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Сформированные систематические знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы постановки и анализа	В целом успешное, но не систематическое умение применять	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение применять современные методы постановки и анализа	Устный экзамен

задач в области математики и информатики Код У1 (ОПК-1)		задач в области математики и информатики	современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	задач в области математики и информатики	
ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики Код В1 (ОПК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	реферат
ЗНАТЬ: Современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. Код З1 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Устный экзамен

			дифференциальн ых уравнениях.	дифференциальн ых уравнениях.		
УМЕТЬ: Применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. Код У1 (ПК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучн ых задач и основанных на дифференциальн ых уравнениях.	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучн ых задач и основанных на дифференциальн ых уравнениях.	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Контрольные работы
ВЛАДЕТЬ: навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. Код В1 (ПК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	В целом успешное, но не полное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучн ых задач и основанных на дифференциальн ых уравнениях.	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучн ых задач и основанных на дифференциальн	Сформированное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Контрольные работы, реферат

				ых уравнениях.		
Знать: физическую интерпретацию основных методов построения разностных схем и методов анализа качества результатов математического моделирования З1(СПК-5)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о физической интерпретации основных методов построения разностных схем и методов анализа качества результатов математического моделирования	В целом сформированные, но неполные знания о физической интерпретации основных методов построения разностных схем и методов анализа качества результатов математического моделирования	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о физической интерпретации основных методов построения разностных схем и методов анализа качества результатов математического моделирования	Сформированные систематические знания о физической интерпретации основных методов построения разностных схем и методов анализа качества результатов математического моделирования	Устный экзамен
Уметь: оценивать свойства и качество численных методов на основе теоретического анализа и по результатам тестовых расчетов. У1(СПК-5)	Отсутствие знаний	Фрагментарные умения	В целом успешное, но не систематическое умение	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение	Устный экзамен
Владеть: основными методами построения и анализа разностных алгоритмов решения уравнений динамики вязкой жидкости . В1(СПК-5)	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками построения и анализа разностных алгоритмов решения уравнений динамики вязкой жидкости .	В целом успешное, но не полное владение навыками построения и анализа разностных алгоритмов решения уравнений динамики вязкой	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками построения и анализа разностных алгоритмов решения уравнений	Сформированное владение навыками построения и анализа разностных алгоритмов решения уравнений динамики вязкой жидкости .	Устный экзамен

			жидкости .	динамики вязкой жидкости .		
--	--	--	------------	----------------------------	--	--

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Типовые задания для проведения текущего контроля

Тема. Уравнение Больцмана.

1. Схема вывода уравнения Больцмана для газа из твердых сфер.
2. Свойства интеграла столкновений, их физический смысл.
3. H-теорема и её связь со вторым началом термодинамики.
4. Модели интеграла столкновений.

Тема. Переход к системе Навье-Стокса.

1. С помощью интегрирования по скорости показать связь уравнения Больцмана с уравнениями газовой динамики.
2. Кинетически-согласованный подход.
3. Переход на основе интеграла столкновений в форме Фоккера-Планка.
4. Цепочка уравнений БГКИ.

Тема. Кинетически/континуальные гибридные численные методы, детерминированный метод частиц.

1. Декомпозиция области.
2. Прямое вычисление интеграла столкновений.
3. Использование моделей интеграла столкновений.
4. Консервативные разностные схемы.
5. Метод частиц для системы уравнений газовой динамики.
6. Задача о структуре фронта ударной волны.

Тема. Броуновское движение и диффузионные процессы. Стохастические дифференциальные уравнения.

1. Винеровский процесс. Стохастический интеграл.
2. Формула Ито.
3. Сильные и слабые решения.

Тема. Разностные схемы решения стохастических дифференциальных уравнений по винеровской мере.

1. Схема Эйлера – Маруямы.
2. Схема Мильштейна.
3. Схемы повышенного порядка точности.

Тема. Уравнение Больцмана для меры и соответствующий разрывный процесс.

1. Стохастический интеграл по мере Пуассона.

2. Уравнение для скачкообразного процесса в фазовом пространстве.
3. Обобщенное уравнение Больцмана и его связь с соответствующим случайным процессом.
4. Стохастический диффузионный процесс в фазовом пространстве при умеренных числах Кнудсена.
5. Переход к уравнениями стохастической газовой динамики.

Тема. Метод прямого статистического моделирования и численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений по мере Пуассона.

1. Метод Монте-Карло.
2. Стохастический метод частиц для стохастических дифференциальных уравнений по пуассоновской мере.

Список вопросов для устного экзамена.

1. Из истории кинетической теории.
2. Основная схема микро-макро перехода на простейших примерах.
3. Решить задачу о столкновении двух твёрдых шаров.
4. Модель Больцмана-Пригожина движения автотранспорта.
5. Вывод уравнения Больцмана для газа из твердых сфер.
6. H-теорема.
7. Свойства интеграла столкновений.
8. Модели интеграла столкновений.
9. Переход к системе Навье-Стокса. Связь с уравнениями газовой динамики для макроскопических величин.
10. Квазигидродинамика, кинетически-согласованный подход.
11. Уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка.
12. Кинетически-согласованные разностные схемы.
13. Цепочка уравнений ББГКИ. Система уравнений Гамильтона. Уравнение Лиувилля.
14. Переход к уравнению для одночастичной функции. Уравнение Власова.
15. Кинетически/континуальные гибридные численные методы, детерминированный метод частиц. Декомпозиция области.
16. Прямое вычисление интеграла столкновений.
17. Использование моделей интеграла столкновений.
18. Консервативные разностные схемы.
19. Метод частиц для системы уравнений газовой динамики.
20. Задача о структуре фронта ударной волны.
21. Построить детерминированный метод частиц для уравнения переноса. Показать различие между методами типа «частица - сетка» и «частица - частица».
22. Броуновское движение и диффузионные процессы.

23. Стохастические дифференциальные уравнения. Винеровский процесс. Стохастический интеграл. Формула Ито. Сильные и слабые решения.
24. Уравнение Больцмана для меры и соответствующий разрывный процесс.
25. Стохастический интеграл по мере Пуассона. Обобщенное уравнение Больцмана и его связь с соответствующим случайным процессом.
26. Метод прямого статистического моделирования и численное решение системы стохастических дифференциальных уравнений по мере Пуассона.
27. Метод частиц (стохастический и детерминированный). Метод Монте-Карло.
28. Разностные схемы решения стохастических дифференциальных уравнений по винеровской мере. Схема Эйлера – Маруямы. Схема Мильштейна. Схемы повышенного порядка точности.
29. Построить стохастический метод частиц для уравнения конвекции – диффузии.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде тестов с выбором вариантов ответа. Четыре набора тестов охватывают теоретический материал, относящийся соответственно к темам 1, 3, 4 и 5. Вопросы тестов соответствуют приведенным выше вопросам к устному экзамену, раскрывая их на более подробном уровне.

Примерные темы рефератов.

Реферат посвящен Теме 2. Примеры тем:

1. Методические подходы к оценке эффективности защиты речевой информации.
2. Электромагнитные низкочастотные каналы утечки информации.
3. Маскирование сигналов шумами, коррелированными с сигналами.
4. Задачи контроля каналов утечки информации в реальном масштабе времени.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

Система контроля и оценивания

За каждую контрольную работу и реферат выставляются баллы (максимум 10 баллов за каждый вид работы). Пусть M – максимальное число баллов, которое может набрать студент. В конце семестра баллы конвертируются в оценку O_1 следующим образом:

меньше $M/2$ баллов: $O_1=2$;

больше или равно $M/2$ баллов, но меньше $2M/3$: $O1=3$;

больше или равно $2M/3$ баллов, но меньше $5M/6$: $O1=4$;

больше или равно $5M/6$ баллов: $O1=5$.

На экзамене оценка $O1$ является стартовой. Окончательная оценка определяется исходя из оценки устного ответа студента, при этом она не может отличаться от стартовой оценки более чем на 1 балл.

Структура и график контрольных мероприятий

Контрольная работа на 3-й, 8-й, 10-й, 14-й неделях, реферат в течение семестра, устный экзамен в конце семестра.