

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ,

Академик

«14» сентября 2022 г.

/И.А. Соколов/

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Дополнительные вопросы

теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Ordinary differential equations theory: supplementary chapters

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

Название дисциплины Дополнительные вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Цель изучения дисциплины – Данный курс позволяет углубить знания по некоторым важным разделам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, которые не затрагиваются в соответствующем стандартном курсе и которые важны как в теоретическом аспекте, так и для приложений. А именно, существование и единственность решения дифференциальных уравнений рассматриваются в рамках не классического, а обобщенного понятие решения, что важно, в частности, для задач оптимального управления. Кроме того, разбирается теорема существования аналитического решения системы для системы дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Рассматриваются вопросы построения функции Грина и представление через эту функцию решений краевых задач, а также применения метода характеристик к решению линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.

2. Уровень высшего образования – аспирантура

3. Научная специальность 1.2.1., 1.2.2., 1.2.3., 1.1.2., 1.1.4., 1.1.5., 1.1.6., 2.3.5., 2.3.6., отрасль науки: физико-математические науки,

Научная специальность 1.2.2., отрасль науки: технические науки

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры -элективный курс.

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 72 часа, из которых 28 часа составляет контактная работа аспиранта с преподавателем 44 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ
2. Функциональный анализ
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения
4. Уравнения математической физики
5. Оптимальное управление.

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа обучающегося, часы		
		из них						из них		
		Занятия лекционно го типа	Занятия семинарско го типа	Групповые консуль тации	Индивидуальные кон сультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	Всего
Тема 1. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.	14	4	2	-	-		6	8	-	8
Тема 2. Системы	8	4	-	-	-	-	4	4	-	4

обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.										
Тема 3. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори. Решение в смысле Филлипова.	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6
Тема 4. Линейные и квазилинейные уравнения с частными	18	8	2	-	-		10	8	-	8

производными первого порядка Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.										
Промежуточная аттестация: <u>зачет</u> (экзамен)	20						2	18		18
Итого	72						28			44

8. Образовательные технологии.

При проведении лекционных занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты математических программ: MATLAB, MATHEMATICA и др. Использование информационных технологий осуществляется, в частности, в процессе реализации активных и интерактивных форм проведения занятий. При чтении лекций в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Информационные и интерактивные технологии используются при обсуждении проблемных и неоднозначных вопросов, требующих выработки решения в ситуации неопределенности.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом.

Тема 1 «Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений»

- ✓ Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
- ✓ Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
- ✓ Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
- ✓ Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

Тема 2 «Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами»

- ✓ Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Издательство иностранной литературы, 1962.

Тема 3 «Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью»

Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. Литературы, 1985.

Тема 4 «Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка»

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
2. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.

3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
4. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

10. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

Основная литература:

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
2. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
3. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. Литературы, 1985.
4. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Издательство иностранной литературы, 1962.
5. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.

Дополнительная литература:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
2. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
3. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

<http://elibrary.ru>

www.scopus.com

- Описание материально-технической базы.
Занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийным экраном

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

Степень, должность ФИО., e-mail, тел.: -К.ф.-м.н., доцент Востриков Иван Васильевич,
ivan_vostrikov@cs.msu.su, 4959395135

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Образцы домашних заданий:

1. Нахождение функции Грина и решение конкретных примеров краевых задач для линейного уравнения. Например, $-u'' + w^2 u = 0$, $u(0) = u(1) = 0$.
2. Решение конкретных примеров для уравнений в частных производных первого порядка. Например,
 - $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.
 - $x \frac{\partial u}{\partial x} + (x^2 + y) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$, $u(2, y) = y - 4$.
3. Доказать продолжимость решений конкретных примеров для обыкновенных дифференциальных уравнений. Например, $p' + p + p^2 = 0$.
4. Кроме того в качестве домашнего задания подразумевается изучение рекомендуемой литературы.

Вопросы для промежуточной аттестации – зачета (экзамена):

1. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина.
2. Представление решения краевой задачи для линейного уравнения или системы уравнений.
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Теорема существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
4. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Решение по Каратеодори.
5. Теорема о существовании, единственности и продолжимости решения для системы дифференциальных уравнений при условиях Каратеодори.
6. Условия на систему управления, гарантирующие существование, единственность и продолжимость траектории системы, отвечающей измеримому существенно ограниченному управлению.
7. Теорема о непрерывности и дифференцируемости траектории по начальным условиям.
8. Решение дифференциального уравнения в смысле Филлипова. Условия существования.
9. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.
10. Метод характеристик для решения линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Зачет (экзамен) проходит по билетам, включающем 2 вопроса. Уровень знаний аспиранта по каждому вопросу на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». В случае если на все вопросы был дан ответ, оцененный не ниже чем «удовлетворительно», аспирант получает общую оценку «зачтено».