

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Дополнительные вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений»**

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»  
(01.01.02)

2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дополнительные вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений

### 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

### 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02).

### 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной для освоения в 5-м семестре обучения.

### 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и ана-

	<p>лиза математических моделей, возникающих при решении естественно-научных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>
<p>Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях. (УК -1)</p>	<p>У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов</p> <p>В1(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>
<p>Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)</p>	<p>З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p> <p>У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>
<p>Владение методами математического моделирования для анализа экономических и социальных процессов, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики (ПК-5)</p>	<p>З1 (ПК-5) ЗНАТЬ: современные математические модели в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методы их анализа</p> <p>У1 (ПК-5) УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p> <p>В1 (ПК-5) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики,</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## **6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 часа.

28 часов составляет контактная работа с преподавателем – 24 часа занятий лекционного типа, 4 часа занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 0 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 0 часов групповых консультаций, 0 часов мероприятий промежуточной аттестации.

80 часа составляет самостоятельная работа аспиранта.

## **7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учащиеся должны владеть основными методами математического анализа классических задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

## **8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Не используются.

## **9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Курс «Дополнительные вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений» посвящен некоторым важным разделам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, которые не затрагиваются в соответствующем стандартном курсе и которые важны как в теоретическом аспекте, так и для приложений. А именно, существование и единственность решения дифференциальных уравнений рассматриваются в рамках не классического, а обобщенного понятия решения (когда дифференцируемость требуется не всюду, а лишь почти всюду, но при этом от решения требуется абсолютная непрерывность), что важно, в частности, для задач оптимального управления. Кроме того, разбирается теорема существования аналитического решения системы для системы дифференциальных уравнений с комплексными аргу-

ментами. Далее, в курсе рассмотрены вопросы построения функции Грина и представление через эту функцию решений краевых задач, а также применения метода характеристик к решению линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего		
<b>Тема 1. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений</b>  Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.	16	6	2	-	-	8	8	-	8	
<b>Тема 2. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргу-</b>	8	4	-	-	-	4	4	-	4	

<p><b>ментами</b></p> <p>Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.</p>										
<p><b>Тема 3. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью</b></p> <p>Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.</p>	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6
<p><b>Тема 4. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка</b></p> <p>Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.</p>	18	8	2	-	-		8	8	-	8

<b>5. Устный экзамен</b>	22	0	56
<b>Итого</b>	108	28	80

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом .

### Тема 1 «Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений»

- ✓ Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
- ✓ Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
- ✓ Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
  
- ✓ Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

### Тема 2 «Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами»

- ✓ Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Издательство иностранной литературы, 1962.

### Тема 3 «Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью»

- ✓ Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. Литературы, 1985.

### Тема 4 «Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка»

- ✓ Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
- ✓ Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.
- ✓ Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.

- ✓ Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

## **11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **Основная литература**

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
2. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
3. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. Литературы, 1985.
4. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.: Издательство иностранной литературы, 1962.
5. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1995.

### **Дополнительная литература**

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971.
2. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
3. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985.

### **Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. <http://elibrary.ru>
2. [www.scopus.com](http://www.scopus.com)

### **Информационные технологии, используемые в процессе обучения**

1. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader.
2. Издательская система LaTeX.



**Активные и интерактивные формы проведения занятия**  
Соответствующих форм проведения занятий не предусмотрено.

**Материально-техническая база**

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской.

**12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

**13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

доцент, к.ф.-м.н. Рублев Илья Вадимович

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«Дополнительные вопросы теории обыкновенных дифференциальных уравнений»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом используются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен

				решения		
<p><b>УМЕТЬ:</b> применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации ал-	Устный экзамен

			решения	тодов разработки и реализации алгоритмов их решения	горитмов их решения	
УМЕТЬ критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях У1(УК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	В целом успешное, но не систематическое умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Сформированное умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Реферат
ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях Код В1 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	доклад на научном семинаре
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять	реферат

<p>ю деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)</p>		<p>деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>	
<p>ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p>	<p>реферат</p>
<p>ЗНАТЬ: современные математические модели в области экономики, со-</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Фрагментарные представления о современных математических моделях в области экономики, социоло-</p>	<p>В целом сформированные, но неполные знания о современных математических мо-</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о совре-</p>	<p>Сформированные систематические знания о современных матема-</p>	<p>устный экзамен</p>

<p>циологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методы их анализа 31 (ПК-5)</p>		<p>гии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	<p>делях в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	<p>менных математических моделях в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	<p>тических моделях в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики и методах их анализа</p>	
<p><b>УМЕТЬ:</b> применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики У1 (ПК-5)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики</p>	<p>устный экзамен</p>
<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических мо-</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов по-</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов построения и анализа математических моделей</p>	<p>устный экзамен</p>

экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики В1 (ПК-5)		бизнеса, финансовой и актуарной математики	делей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики	строения и анализа математических моделей в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики	в области экономики, социологии, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики	
--	--	--	---	---	---	--

### **Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

Список вопросов для устного экзамена.

1. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
2. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
3. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
4. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона–Якоби.

### **Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения**

#### **Особенности организации процесса обучения**

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

#### **Структура и график контрольных мероприятий**

Устный экзамен в конце семестра.