

Т.Г.Елизарова, И.С.Калачинская, О.Ю.Милюкова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОЙ КОНВЕКЦИИ В 3D МОДЕЛИ ДАТЧИКА КОНВЕКЦИИ «ДАКОН»¹.

Введение.

При выполнении технологических экспериментов на автоматических и пилотируемых космических аппаратах (КА) обнаружена высокая чувствительность рабочих процессов к остаточным микроускорениям (т.н. гравитационная чувствительность).

Обычно полагают, что находящиеся на борту искусственного спутника Земли предметы находятся в состоянии полной невесомости, но это не так. Жестко закрепленные на корпусе спутника научные приборы испытывают остаточные микроускорения, которые в ряде случаев существенно влияют на изучаемые с помощью этих приборов процессы. В связи с этим выделяют класс так называемых гравитационно-чувствительных процессов и систем, на которые микроускорения влияют достаточно сильно. Примерами таких процессов могут служить выращивание полупроводникового кристалла из расплава и некоторые другие процессы космического материаловедения. Изучение гравитационно-чувствительных систем и процессов составляет предмет микрогравитационной науки, которая выработала свои специфические методы исследования, обеспечивает примерно четвертую часть полезной нагрузки космических аппаратов и по которой регулярно проводятся научные конференции, публикуется большое число статей.

Проведение научных экспериментов требует тщательного контроля среды, в которой протекают изучаемые процессы. Среда контролируется, как правило, по нескольким параметрам, и в микрогравитационной науке одним из таких параметров является уровень остаточных микроускорений. На научных спутниках этот уровень измеряется, и принимаются меры по его снижению. Кроме того, проводятся эксперименты с относительно простыми гравитационно-чувствительными системами для изучения механизмов гравитационной чувствительности. Регулярное выполнение таких экспериментов следует рассматривать как важную часть мониторинга микрогравитационной среды на спутнике. Примером относительно простой гравитационно-чувствительной

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 10-01-00136.

системы, практически идеально подходящей для решения перечисленных задач может служить Датчик КОНвекции («Дакон»).

Датчиком конвекции будем называть прибор для измерения разностей температур в некоторых точках замкнутой подогреваемой полости, заполненной вязкой несжимаемой жидкостью. Если такой датчик установить на спутнике Земли, то указанные разности температур будут зависеть от микроускорений на борту спутника. Это свойство легло в основу датчика конвекции «Дакон», который был изготовлен в Пермском государственном университете и в течение двух лет испытывался на станции Мир

Цель космических экспериментов с «Дакон» состояла в проверке математических моделей тепловой конвекции, изучении влияния на конвекцию микроускорений, а также в оценке уровня микроускорений по данным температурных измерений. Однако чувствительность летавшего прибора оказалась невысокой, и он не регистрировал типичные микроускорения на борту станции. Вопросу об интерпретации показаний прибора как индикатора микроускорений посвящена серия работ [1-3]. В работе [2] предложена упрощенная модель датчика, позволяющая свести 3-х мерную задачу к решению нескольких одномерных задач.

В настоящей работе излагаются вопросы математического моделирования 3-х мерной тепловой конвекции в датчике «Дакон».

Математическая модель датчика конвекции ДАКОН

Рассмотрим замкнутую полость в виде куба, закрепленную на корпусе искусственного спутника Земли и целиком заполненную вязкой несжимаемой жидкостью. Корпус спутника и стенки полости представляют собой единое твердое тело. Размеры полости и масса жидкости существенно меньше размеров и массы спутника. С полостью свяжем систему координат $Oxyz$, начало которой будем считать точку O . В этой системе полость задается соотношениями $0 \leq x, y, z \leq L$. На гранях куба $z = 0$ и $z = L$ поддерживаются постоянные не равные между собой значения температуры T_0 и T_1 соответственно, на остальных гранях температура линейно зависит от координаты z – материал стенок идеально проводит тепло. Внутри полости крестообразно расположены две дифференциальные термопары. Одна термопара измеряет разность температур в точках $A_1 = (L/4, L/2, L/2)$ и $A_2 = (3L/4, L/2, L/2)$, другая – в точках $A_3 = (L/2, L/4, L/2)$ и $A_4 = (L/2, 3L/4, L/2)$ (Рис.1). Описанный прибор представляет собой несколько идеализированный вариант реального датчика конвекции. Идеализация состоит, в основном, в предположении об идеальной теплопроводности стенок полости. Это

предположение упрощает исследование, но, как показывает анализ расчетов [1], не влияет на получаемые результаты.

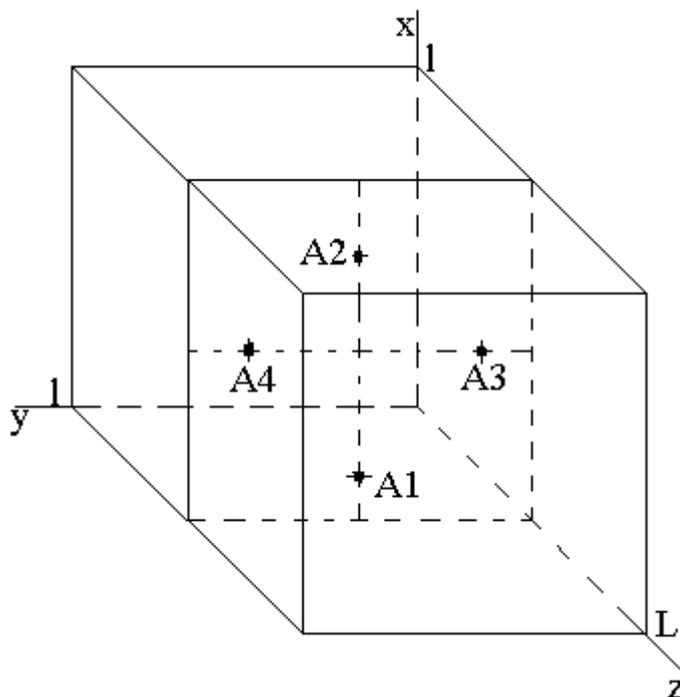


Рис.1. Схема датчика « ДАКОН »

Систему уравнений, описывающую конвекцию жидкости в полости, запишем на основе нестационарных уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} &= \nu \Delta \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{r} \times \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \beta(T - T_0) \mathbf{b}_0, \\ \nabla \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T &= a \Delta T \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ – скорость жидкости относительно полости в точке $\mathbf{r} = (x, y, z)$ в момент времени t , $T = T(\mathbf{r}, t)$ и $p = p(\mathbf{r}, t)$ – аналогичные значения температуры и давления, ρ , ν , a и β – плотность и коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и теплового расширения жидкости. Параметры жидкости полагаем постоянными, а векторы \mathbf{b}_0 микроускорения в точке O и $\boldsymbol{\omega}$ угловой скорости спутника – заданными функциями времени.

Для численного решения системы уравнений (1) будем использовать квазигидродинамическую (КГД) модель Шеретова [4-5].

Для рассматриваемой задачи эта система имеет вид

$$\operatorname{div} \vec{u} = \operatorname{div} \vec{w}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \operatorname{div} (\vec{u} \otimes \vec{u}) + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = \vec{F}^{ext} + \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \Pi_{NS} + \operatorname{div} [(\vec{w} \otimes \vec{u}) + (\vec{u} \otimes \vec{w})], \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div} (\vec{u} T) = \operatorname{div} (\vec{w} T) + \alpha \Delta T. \quad (4)$$

При этом величины Π_{NS} и \vec{w} вычисляются по формулам

$$\Pi_{NS} = \eta \left[(\vec{\nabla} \otimes \vec{u}) + (\vec{\nabla} \otimes \vec{u})^T \right], \quad \vec{w} = \tau \left((\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \vec{F}^{ext} \right) \quad (5)$$

Здесь $\vec{F}^{ext} = -\beta \vec{b}_0 T - 2\vec{\omega} \times (\vec{u} - \vec{w}) + \vec{r} \times \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}$, $\rho = \text{const} > 0$ – среднее

значение плотности, $\vec{u} = \vec{u}(\vec{x}, t)$ – вектор гидродинамической скорости, $p = p(\vec{x}, t)$ – давление, отсчитываемое от гидростатического, $T = T(\vec{x}, t)$ – отклонение температуры от ее среднего значения $T_0 = \text{const}$, Δ – оператор Лапласа в пространстве R^3 . Температурный коэффициент расширения жидкости β , динамическая вязкость η , теплопроводность α и характерное время τ считаются заданными положительными постоянными.

Система уравнений (2-5) отличается от системы (1) введением дополнительных диссипативных слагаемых, пропорциональных малому параметру τ . Эти слагаемые рассматриваются как регуляризаторы.

Параметр τ может быть вычислен по формуле $\tau = \eta / (\rho c_s^2)$, где c_s – скорость звука в жидкости при температуре T_0 . величина $\rho \vec{u}$ интерпретируется как пространственно-временной средний импульс единицы объема.

В записи системы (2) - (5) использованы стандартные обозначения тензорного анализа. При вычислении дивергенции от несимметричного тензора Π свертка осуществляется по его первому индексу.

Система дополняется граничными условиями прилипания для скорости $\vec{u} = 0$, условиями непротекания для потока массы $\vec{u} - \vec{w} = 0$, и условиями на границах для температуры T . Учитывая условия прилипания для скорости, получим, что условие непротекания для потока массы вырождается в условие для давления на границе вида

$$(\nabla p, \vec{n}) = -(\vec{F}^{ext}, \vec{n}),$$

где \vec{n} – вектор единичной внешней нормали к поверхности.

Введение безразмерных переменных.

Система уравнений (2-5) приводится к безразмерному виду с помощью стандартных соотношений

$$\begin{aligned} x &= \tilde{x}L, & y &= \tilde{y}L, & z &= \tilde{z}L, \\ u_x &= \tilde{u}_x \frac{V}{L}, & u_y &= \tilde{u}_y \frac{V}{L}, & u_z &= \tilde{u}_z \frac{V}{L}, & t &= \tilde{t} \frac{L^2}{\nu}, \\ p &= \tilde{p} \rho \left(\frac{V}{L}\right)^2, & T &= \tilde{T} \Delta T, & \omega &= \tilde{\omega} \frac{V}{L^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь L – ребро куба, в котором рассматривается течение жидкости, ν – коэффициент кинематической вязкости, $\Delta T = T_1 - T_2$ – разность температур между стенками кубической полости.

При использовании этого обезразмеривания вид исходных уравнений не меняется, но в уравнения включаются безразмерные величины – коэффициент βb_0 заменится на величину

$$Gr_0 = \frac{\beta b_0 \Delta T L^3}{\nu^2}.$$

Коэффициент температуропроводности α заменится на величину обратную числу Прандтля, а коэффициент кинематической вязкости в безразмерном виде будет равен единице.

В безразмерном виде параметр сглаживания вычисляется как

$$\tau = \frac{\nu^2}{L^2 c^2} = Ma_c^2, \text{ где } Ma_c = \frac{V}{Lc}. \quad (7)$$

Для изучаемого течения вычисленное согласно (7) значение оказывается очень малым. Поэтому при проведении расчетов слагаемые с этим малым параметром будут рассматриваться как искусственные регуляризаторы, и их величина будет выбираться из условий устойчивости и точности разностной схемы.

В дальнейшем при записи уравнений в безразмерном виде для упрощения вида формул знак «тильда» над переменными будем опускать.

Покоординатная запись системы и условий на границах.

В декартовой системе координат уравнения (2-5) записываются в безразмерном виде в следующей форме

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial(u_x^2)}{\partial x} + \frac{\partial(u_x u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(u_x u_z)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} = \\ & = 2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \\ & + 2 \frac{\partial(u_x w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y w_x)}{\partial y} + \frac{\partial(u_x w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z w_x)}{\partial z} + \frac{\partial(u_x w_z)}{\partial z} + F_x, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial(u_x u_y)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y^2)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z u_y)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} = \\ & = 2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial(u_x w_y)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y w_x)}{\partial x} + 2 \frac{\partial(u_y w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z w_y)}{\partial z} + \frac{\partial(u_y w_z)}{\partial z} + F_y, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial(u_x u_z)}{\partial x} + \frac{\partial(u_z u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z^2)}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \\ & + \frac{\partial(u_x w_z)}{\partial x} + \frac{\partial(u_z w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y w_z)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z w_y)}{\partial y} + 2 \frac{\partial(u_z w_z)}{\partial z} + F_z, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(u_x T)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y T)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z T)}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \\ & + \frac{\partial(w_x T)}{\partial x} + \frac{\partial(w_y T)}{\partial y} + \frac{\partial(w_z T)}{\partial z}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$w_x = \tau \left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} - F_x^{ext} \right),$$

$$w_y = \tau \left(u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} - F_y^{ext} \right),$$

$$w_z = \tau(u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} - F_z^{ext}).$$

Компоненты внешней силы вычисляются согласно следующим выражениям

$$F_x = -Gr_x T - 2[\omega_y(u_z - w_z) - \omega_z(u_y - w_y)] + (y \frac{\partial \omega_z}{\partial t} - z \frac{\partial \omega_y}{\partial t}),$$

$$F_y = -Gr_y T - 2[\omega_z(u_x - w_x) - \omega_x(u_z - w_z)] + (z \frac{\partial \omega_x}{\partial t} - x \frac{\partial \omega_z}{\partial t}),$$

$$F_z = -Gr_z T - 2[\omega_x(u_y - w_y) - \omega_y(u_x - w_x)] + (x \frac{\partial \omega_y}{\partial t} - y \frac{\partial \omega_x}{\partial t}),$$

$$F_x^{ext} = -Gr_x T - 2(\omega_y u_z - \omega_z u_y) + (y \frac{\partial \omega_z}{\partial t} - z \frac{\partial \omega_y}{\partial t}),$$

$$F_y^{ext} = -Gr_y T - 2(\omega_z u_x - \omega_x u_z) + (z \frac{\partial \omega_x}{\partial t} - x \frac{\partial \omega_z}{\partial t}),$$

$$F_z^{ext} = -Gr_z T - 2(\omega_x u_y - \omega_y u_x) + (x \frac{\partial \omega_y}{\partial t} - y \frac{\partial \omega_x}{\partial t}).$$

Неизвестными величинами являются компоненты вектора скорости $u_x = u_x(x, y, z, t)$, $u_y = u_y(x, y, z, t)$, $u_z = u_z(x, y, z, t)$, давление $p = p(x, y, z, t)$, и температура $T = T(x, y, z, t)$.

Граничные условия для скорости и температуры на границе γ имеют вид:

$$\vec{u}|_\gamma = 0,$$

$$T(x, y, 0) = 0, \quad T(x, y, 1) = 1, \quad T(0, y, z) = z,$$

$$T(1, y, z) = z, \quad T(x, 0, z) = z, \quad T(x, 1, z) = z.$$

Граничные условия для давления:

$$\frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=0} = F_z^{ext}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=1} = -F_z^{ext},$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = F_x^{ext}, \quad \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=1} = -F_x^{ext},$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} = F_y^{ext}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=1} = -F_y^{ext}.$$
(13)

Поле давления находится по известному полю скорости и температуры путем решения уравнения Пуассона, которое является следствием уравнения неразрывности (8) и дополняется граничными условиями (13)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{\tau} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} - F_x^{ext} \right) \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left(u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} - F_y^{ext} \right) \\ - \frac{\partial}{\partial z} \left(u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} - F_z^{ext} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

где $\tau = const$.

Вычислительный алгоритм.

Для численного решения системы уравнений (9)-(12), (14) используется метод конечных разностей. Вводится равномерная сетка по всем пространственным направлениям с шагом h . Все величины вычисляются в узлах разностной сетки. Граница пространственной области располагается в полуцелых узлах сетки, т. е. шаг по пространству вблизи границы равен $h/2$. Для аппроксимации уравнений (9)-(12) используется явная схема. Пространственные производные аппроксимируются центральными разностями. Подробнее способ аппроксимации уравнений изложен в работах [6], [7]. Аппроксимация граничных условий для скорости и температуры осуществляется со вторым порядком точности благодаря введению фиктивных узлов по внешним границам области. Граничные условия для давления аппроксимируются со вторым порядком точности с помощью экстраполяции уравнения Пуассона на границу области [6], [7]. В расчетах задачи использовались значения $N_h = 82$ – число узлов сетки по одному пространственному направлению, шаг по времени был равен $t = h/GR_0$.

Для параллельной реализации решения разностных уравнений, аппроксимирующих систему (9)-(12), (14) использовался подход, называемый декомпозицией области расчета без налегания. Трехмерная область расчета разбивалась на $p_1 \times p_2$ подобластей плоскостями,

параллельными OYZ и OXZ. Каждый процессор осуществлял вычисления в своей геометрической подобласти. Алгоритм параллельной реализации решения уравнений (9)-(12) аналогичен изложенному в работе [8].

Для решения трехмерного разностного уравнения для давления, которое имеет вид $Au = f$ используется параллельный вариант [7] метода MICCG(0) (модифицированного неполного разложения Холецкого без заполнения) [8], созданный на основе упорядочения узлов сетки, согласованного с разбиением области расчета. Параллельный вариант [7] метода MICCG(0) требует для сходимости $O(\varepsilon_1 \sqrt{N_h})$ итераций при фиксированном разбиении области расчета, где ε_1 – требуемая относительная точность. Итерации прекращались при выполнении условия:

$$\|Ay^l - f\|_{L_2} < \varepsilon \|Ay^0 - f\|_{L_2},$$

где $\varepsilon = 10^{-7}$, l - номер итерации. Программы были написаны на языке FORTRAN 77, использовалась библиотека MPI. Расчеты производились на 25 ядрах многопроцессорной вычислительной системы MVS 100K, причем $p_1 = p_2 = 5$.

Результаты расчетов.

Были проведены расчеты 3D конвекции при внешних воздействиях простого вида. В уравнениях (2-5) принималось $\omega(t) = 0$, $\vec{b}_o(t) = \vec{g}_o \chi(t)$, где $\vec{g}_o = (g_{ox}, g_{oy}, g_{oz})$, $g_{ox} : g_{oy} : g_{oz} = 2:1:2$, $\chi(t)$ – безразмерная функция времени, $\max|\chi(t)| = 1$. В данной работе рассматривалась функция $\chi(t) = \sin(2\pi ft)$, здесь f – безразмерная циклическая частота. Соответствующая размерная частота равна $\frac{f\eta}{L^2}$. Расчеты проведены при следующих безразмерных параметрах задачи $Pr=0.7$, $GR_o = (100, 200, 800)$, $f = (0,4; 3;9;12)$. Данные безразмерные параметры соответствуют диапазону реальных микроускорений, при которых $|\vec{g}_o| = 10^{-4} \text{ м/с}^2 - 10^{-5} \text{ м/с}^2$, а частота колебаний может меняться в пределах 0,0001-0,003 герца. В результате численных расчетов получены структуры течения и поля температуры в модели датчика. Поскольку числа Грасгофа достаточно малы картина течения имеет диффузионный характер, конвективное движение слабо влияет на распределение температуры в полости датчика. Характерные изотермы и мгновенные линии тока в сечениях полости представлены на рис.2. (а,б,в).

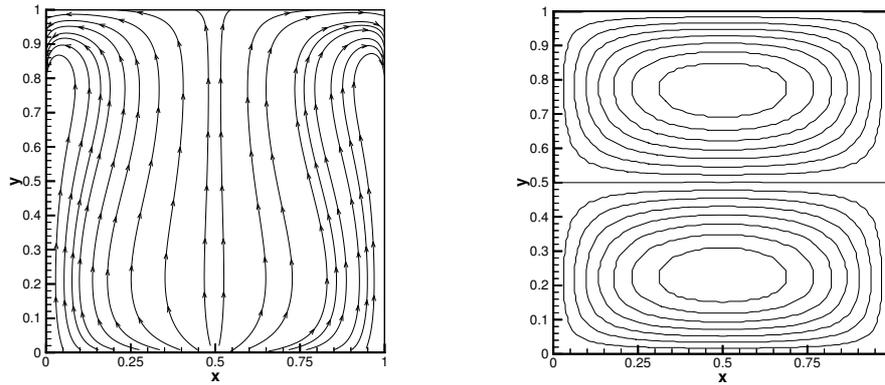


Рис. 2 а. Мгновенные линии тока (слева) и изотермы (справа) в сечении XY при $Z=0.5$, $GR_0 = 200$.

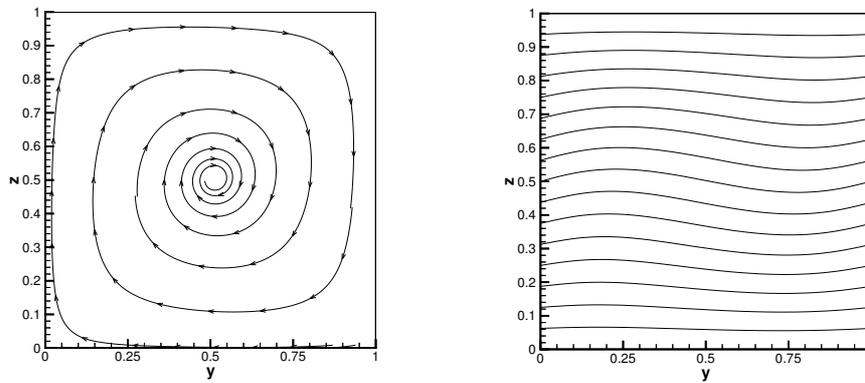


Рис. 2 б. Мгновенные линии тока (слева) и изотермы (справа) в сечении YZ при $X=0.5$, $GR_0 = 200$.

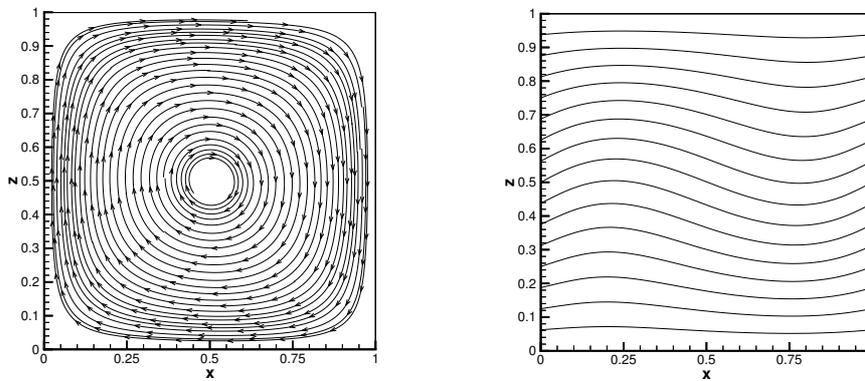


Рис. 2 в. Мгновенные линии тока (слева) и изотермы (справа) в сечении XZ при $Y=0.5$, $GR_0 = 200$.

Исследования структуры течения показали, что в данной постановке в заданном диапазоне параметров скорости движения жидкости в центральных сечениях XZ (рис.2) и YZ (рис.3) существенно выше, чем в сечении XY(рис.1) и линейно зависят от величины соответствующей компоненты вектора микроускорения. В сечении XY скорости практически равны нулю. Это связано с отсутствием градиента температуры на границах в направлениях X и Y, а градиенты температуры возникающие в процессе конвективного движения в полости настолько малы, что не оказывают существенного влияния на движение жидкости в третьем направлении в центре полости. Учет третьей компоненты в данной модели сказывается на распределении скоростей вблизи границ полости, однако на поле температуры это не влияет.

Исследовались колебания разности температур в контрольных точках датчика $\Delta T_x = T(3/4, 1/2, 1/2) - T(1/4, 1/2, 1/2)$, $\Delta T_y = T(1/2, 3/4, 1/2) - T(1/2, 1/4, 1/2)$ на отрезке времени в 10 периодов $\Delta t = 10/f$.

Зависимость максимального значения $\Delta T_x = A$ от частоты вынуждающей силы f представлена на рис.3.

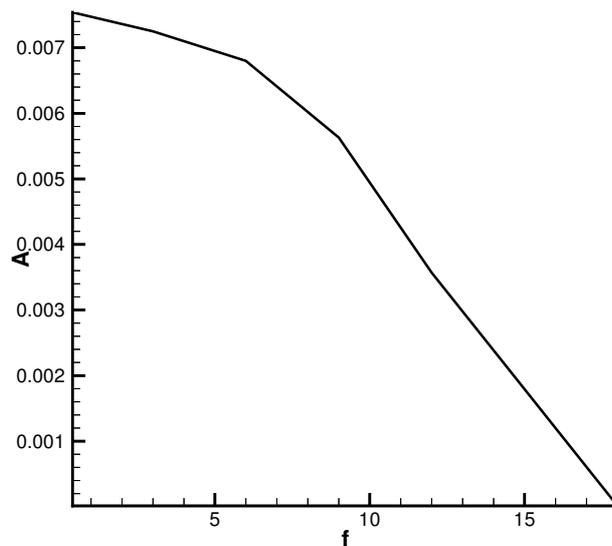


Рис.3. Зависимость A - максимального значения разности температур по оси X в контрольных точках датчика от частоты внешних воздействий f при $GR_0 = 100$.

Этот график получен при $GR_0 = 100$. Из графика следует, что отклик датчика существенно зависит от частоты изменения микроускорений и сильнее реагирует на низкочастотные возмущения. Другими словами датчик является фильтром низких частот с полосой пропускания $0 \leq f \leq 10$.

Следует отметить, что в выбранном диапазоне параметров модель датчика обладает хорошей реактивностью. Фазы регистрируемых колебаний температуры и заданных колебаний компонент ускорения полностью совпадают. Запаздывание не определяется. На рис.4 представлена типичная картина зависимости ΔT_x от времени.

В численном эксперименте изучалось перекрестное влияние компонент ускорения GR_x , GR_y , GR_z на регистрируемые величины $\Delta T_x, \Delta T_y$. Основные расчеты проводились при $GR_x / GR_y = 2$, при этом для любых частот и чисел Грасгофа получалось $\Delta T_x / \Delta T_y = 2$. Для исследования влияния z компоненты ускорения был проведен расчет при $GR_x = 0$, $GR_y = 0$, $GR_z = 100$. Максимальные значения $\Delta T_x, \Delta T_y$ при этом оказались порядка 10^{-6} , т.е. составило менее 0,1% от соответствующих значений при аналогичных числах Грасгофа, если компоненты ускорения относятся как 2:1:2. Отсюда можно сделать вывод, что возмущения практически не передаются по направлениям.

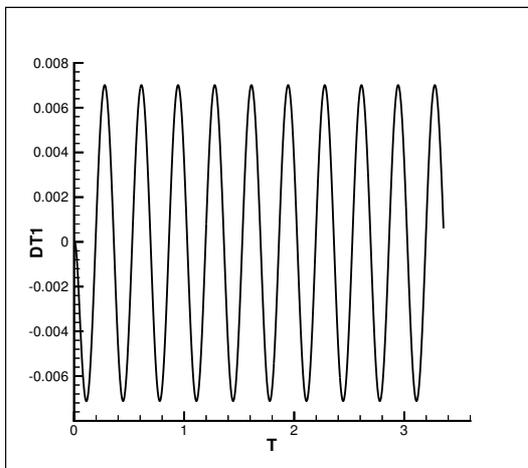


Рис.4. Зависимость ΔT_x от времени T

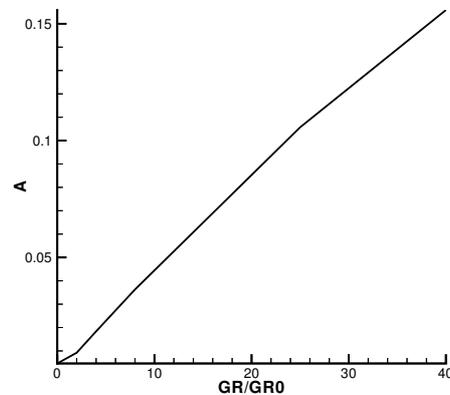


Рис.5. Зависимость регистрируемого максимального перепада температур от числа Грасгофа.

Для возмущения с безразмерной частотой $f = 9$ была исследована зависимость регистрируемого максимального перепада температур от числа Грасгофа в диапазоне $GR_0(100-4000)$. Результаты представлены на

рис.5, из которого следует, что при малых числах Грасгофа зависимость линейная.

Заключение

Разработана трехмерная нестационарная математическая модель тепловой конвекции в кубическом датчике конвекции. Создан эффективный численный алгоритм для расчета конвективных течений на основе квазигидродинамических уравнений. Анализ результатов расчета позволяет сделать вывод о том, что в диапазоне реальных микроускорений 3D модель не вносит новых эффектов в структуру конвективного движения по сравнению с упрощенными двумерными моделями. Следовательно для интерпретации измерений, выполняемых с помощью датчика ДАКОН целесообразно пользоваться упрощенными моделями [2].

Литература.

1. Полежаев В.И., Бессонов О.А. Математическое моделирование датчика конвекции «ДАКОН» в условиях реального космического полета. //Космич. Исследования 2001. Т.39.№2,С.170-178.
2. Никитин С.А., Полежаев В.И., Сазонов В.В. Об измерении квазистатической компоненты микроускорения на борту ИСЗ с помощью датчика конвекции. //Космич. Исследования 2001. Т.39.№2,С.179-187.
3. Путин Г.Ф., Глухов А.Ф. и др. Результаты летно-космических испытаний датчика конвекции «ДАКОН» //Космич. Исследования 2001. Т.39.№2,С.170-178.
4. Шеретов Ю.В. Динамика сплошных сред при пространственно-временном осреднении. М.- Ижевск.2009-400с.
5. Елизарова Т.Г., Калачинская И.С., Ключникова А.В., Шеретов Ю.В. Использование квазигидродинамических уравнений для моделирования тепловой конвекции при малых числах Прандтля. Журн. Вычисл. Математики и мат. Физики. 1998. Т.38, №10, с.1732-1742.
6. Елизарова Т.Г., Милюкова О.Ю. Численное моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости в кубической каверне. ЖВМиМФ. 2003. т.43. N 3.с.453-466.
7. Gustafsson, A Class of First Order Factorization Methods, BIT, 18, 142-156 (1978).
8. Четверушкин Б.Н. Кинетически-согласованные схемы в газовой динамике // М.:Изд-во МГУ. 1999. 231С.