С.Г. Головина[1], *Е.В. Захаров*[2], *Е.Г. Цыбров*[3]

ИССЛЕДОВАНИЕ СВЯЗИ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ И ФОРМЫ ТЕЛА

Введение

Решение многих практических задач связано с электродинамическим исследованием антенн различной формы, влиянием поверхности диэлектрического тела на электромагнитное поле, возбуждаемое магнитными диполями. Другой важной характеристикой антенн является диаграмма направленности. В работе приведены результаты исследования зависимости главного и первых боковых лепестков диаграммы направленности от формы облучаемого тела, проводится сравнение с экспериментальными данными.

Постановка задачи

Рассматривается диэлектрическое тело вращения в форме тора с радиусом образующей окружности r_t и расстоянием от оси вращения до центра окружности R_t. Тело состоит из однородного изотропного диэлектрика с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_K = \varepsilon_T + i \cdot \varepsilon \cdot tg\delta$, где ε_T - относительная диэлектрическая проницаемость в области T, расположено в однородной изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ε, $tg\delta$ - тангенс угла диэлектрических потерь. Магнитная проницаемость считается постоянной во всей среде и равна $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Г}}{\text{м}}$, удельная проводимость равна 0.

В однородной среде возбуждается гармоническое во времени электромагнитное поле расположенным в некоторой точке z_p оси Oz магнитным диполем, момент которого ориентирован вдоль оси Oz. Введем цилиндрическую систему координат (ρ, φ, z), начало координат совпадает с центром магнитного диполя, ось z направлена вдоль оси вращения тела.

[1] Факультет ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: sgolovina-msu@mail.ru
[2] Факультет ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: zspec@cs.msu.ru
[3] Факультет ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: tsybrovevgeniy@yandex.ru

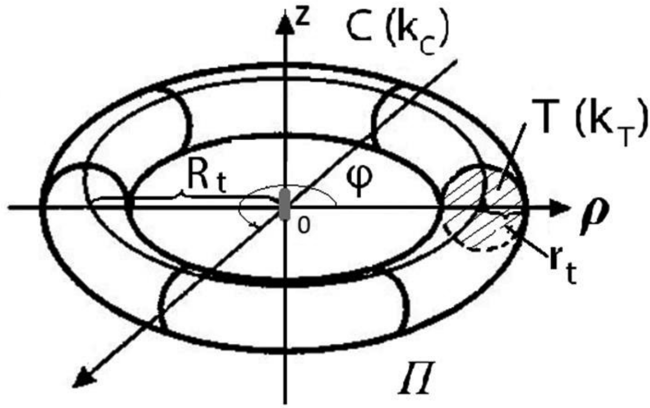

Рис.1. Схема эксперимента

Такое расположение тела и электромагнитного поля диполя обладают осевой симметрией, следовательно, исследуемое поле имеет лишь компоненты E_φ, H_ρ, H_z [1], при этом компоненты вектора напряженности магнитного поля могут быть выражены через азимутальную компоненту вектора напряженности электрического поля:

$$H_\rho = \frac{i}{\omega\mu}\ \frac{\partial E_\varphi}{\partial \rho},\ H_z = -\frac{i}{\omega\mu}\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho E_\varphi)}{\partial \rho}. \quad (1)$$

Таким образом, для решения электродинамической задачи достаточно определить азимутальную компоненту вектора напряженности электрического поля, которая в полуплоскости П$\{\rho, \varphi = 0, -\infty < z < \infty\}$ удовлетворяет уравнению и граничным условиям:

$$\Delta E_\varphi + \frac{1}{\rho}\ \frac{\partial E_\varphi}{\partial \rho} + \left(k(M)^2 - \frac{1}{\rho^2}\right) E_\varphi = 0, \quad (2)$$

$$\left[E_\varphi\right] = 0, \left[\frac{\partial E_\varphi}{\partial n}\right] = 0;$$

условиям излучения Зоммерфельда:

$$E_\varphi \sim O\left(\frac{1}{r}\right), \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - ikE_\varphi = O\left(\frac{1}{r}\right),$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $k(M)$- волновое число.

Заметим, что на оси $\{\rho = 0, -\infty < z < \infty\}$ $\lim\limits_{\rho \to 0} E_\varphi = 0$.

Электрическая напряженность поля источника:

$$E_\varphi = \frac{i\omega\mu}{4\pi}\frac{\rho}{r},$$

где $r = \sqrt{\rho^2 + (z - z_d)^2}$ - расстояние от точки $M(\rho, z)$ до диполя.

Редукция краевой задачи к интегральному уравнению

Применяя интегро-дифференциальное представление компоненты E_{φ} внутри области $T \in \Pi$, ограниченной контуром L, сведём электродинамическую задачу к решению интегрального уравнения. Для записи интегрального уравнения будем использовать значения компоненты E_{φ} и её производных на контуре L, тогда интегро-дифференциальное представление имеет вид:

$$E(M_0) =$$
$$= \frac{1}{4\pi} \oint \left(G \frac{E_{\varphi}(M)}{n} - \frac{G}{n} E_{\varphi}(M) + \frac{1}{\rho} G E_{\varphi}(M) \cos(\overline{np}) \right) dl - \frac{1}{4\pi} \iint_T \ GW(E_{\varphi}) ds, \quad (3)$$

где $W(E_{\varphi}) = \Delta E_{\varphi} + \frac{1}{\rho} \ \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial \rho} \left(k(M)^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) E_{\varphi}, G(M_0, M)$ −фундаментальное решение, имеющее особенность типа $\ln\left(\frac{1}{r}\right)$ при совпадении аргументов, удовлетворяет в точке $M_0(\rho_0, z_0)$ однородному уравнению (2), а в точке $M(\rho, z)$ сопряженному уравнению

$$\Delta E_{\varphi} - \frac{1}{\rho} \ \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial \rho} + k(M)^2 E_{\varphi} = 0.$$

Контуром L полуплоскость П разбивается на область Т (внутри тела вращения) и область C (снаружи тела вращения) (см. рис.1). Запишем (3) для функции $E_{\varphi}(M_0)$ отдельно в областях C и T, складывая два уравнения, получаем представление для $E_{\varphi}(M_0)$ во всей полуплоскости П:

$$E_{\varphi}(M_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_T \ (k_T^2 - k_c^2) G(M, M_0) E_{\varphi}(M) ds_M + E_{\varphi 0}(M_0), \quad (4)$$

$$G(M, M_0) = \rho \int_0^{2\pi} \frac{e_c^{-ikR}}{R} cos\varphi d\varphi, \quad (5)$$

где $G(M, M_0)$ −фундаментальное решение уравнения (2) для свободного пространства, $R = \sqrt{(z_0 - z)^2 + \rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 cos\varphi}$,

$$E_{\varphi 0}(M_0) = -\frac{i\omega\mu}{4\pi} \ \frac{\partial}{\partial \rho_0} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) \quad (6)$$

− поле источника, k_C, k_T − волновые числа в областях C и T соответственно (см. рис. 1).

Пусть точка M_0 расположена в области T, тогда интегральное уравнение относительно искомой функции E_{φ} примет вид:

$$E_{\varphi}(M_0) - \frac{1}{4\pi} \iint_T \ (k_T^2 - k_C^2) G(M, M_0) E_{\varphi}(M) ds_M = E_{\varphi 0}(M_0). \quad (7)$$

Численное моделирование

Для численного решения уравнения (7) использован метод интерполяции и коллокации. Разобьём область T на N элементов одинаковой площади $\Delta S_i = \Delta S = const, \{1 \ll i \leq N\}$ и проведем кусочнопостоянную интерполяцию искомой функции в точках M_j, которые являются центрами областей ΔS_j $\{1 \ll j \leq N\}$:

$$E_\varphi(M) = \sum_{i=1}^{N} E_{\varphi_i}(M)\psi_i(M)\,,\;\; \psi_i(M) = \begin{cases} 0, M \notin \Delta S_i \\ 1, M \in \Delta S_i \end{cases}. \tag{8}$$

Подставим представление функции E_φ (8) в уравнение (7), получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных переменных $E_{\varphi_i}(M)$, которую можно записать в матричном виде:

$$AU = U^0,$$

где

$U = \left\{E_{\varphi_1}(M), E_{\varphi_2}(M), \dots\ E_{\varphi_N}(M)\right\}$ – вектор-решение,

$U^0 = \left\{E^0_{\varphi_1}(M), E^0_{\varphi_2}(M), \dots\ E^0_{\varphi_N}(M)\right\}$ –вектор правой части,

A – матрица коэффициентов размером $N \times N$, которые имеют вид:

$A_{i,j} = \frac{k_C^2 - k_T^2}{4\pi}\Delta S_i \cdot G\left(M_i, M_j\right),\ i \neq j,\ i = 1\dots N,\ j = 1\dots N;$

$A_{i,j} = 1 + \frac{k_C^2 - k_T^2}{4\pi}\Delta S_i \cdot G\left(M_i, M_j\right),\ i = j,\ i = 1\dots N,\ j = 1\dots N\,.$

Вычисление $Q_{i,j}$ при $i = j$ производится интегрированием по ΔS_i с заданной точностью вне малой окрестности точки особенности. Систему уравнений решаем методом Гаусса с выбором главного элемента. Для того, чтобы снизить размерность вычисляемой матрицы A, учитываем, что диполь расположен в центре тора. Использование симметрии модели в плоскости оси вращения линзы, позволяет в два раза снизить размерность матрицы А. Полученные в результате решения системы линейных уравнений значения $E_{\varphi_i}(M)$ в области T позволяют вычислить значения E_φ в любой точке M_0 полуплоскости П и на их основании определить диаграмму направленности.

Результаты вычислительных экспериментов

Для проверки предложенного метода расчета диаграммы направленности использовались изложенные в статье [2] результаты, полученные в ходе физического эксперимента.

В качестве эталонного тела была использована антенна на основе тороидальной линзы из полиэтилена ($\varepsilon_T = 2.3; tg\delta = 4 \cdot 10^{-4}$) с диаметром образующей окружности 76.1 мм и внутренним диаметром 20.2 мм [2]. Измерения проводились на частоте 37.5 ГГц. Ширина диаграммы направленности в плоскости H равна 6.6 градусов. При проведении расчетов было взято 10 точек на длину волны. Заметим, что дальнейшее увеличение количества точек на длину волны существенно не влияло на конечный результат.

Сравнивая результаты вычислений с экспериментальной диаграммой направленности, можно сделать следующий вывод:

-ширина главных лепестков диаграммы направленности отличается на 0.1 градуса (6.5 градусов – в вычислительном эксперименте (см. рис. 2), 6.6 градусов – в физическом эксперименте);

-уровни первых боковых лепестков совпадают с точностью до 10^{-3} (-11 дБ в обоих случаях).

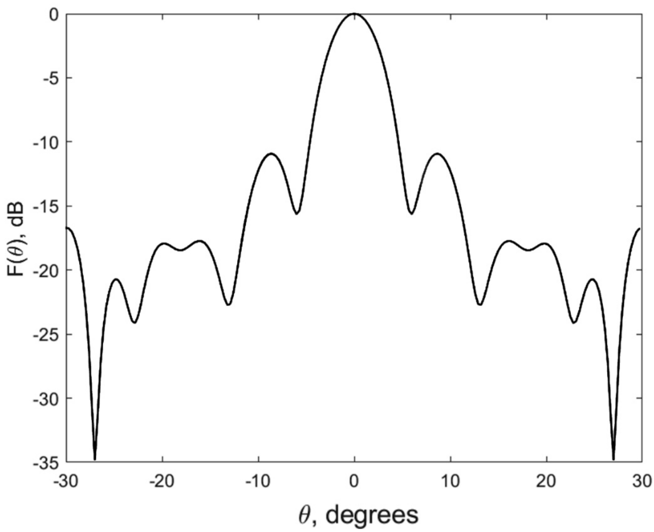

Рис.2. Диаграмма направленности для антенны

Также для исследования зависимости диаграммы направленности от размеров антенны, был проведён ряд расчётов для разных параметров радиусов образующих окружностей тора. На рис.3 показаны диаграммы направленности для разных диаметров образующих тор окружностей. Видно, что с увеличением диаметров образующих окружностей уменьшается ширина главных и первых боковых лепестков. Заметим, что зависимость изменения размеров окружностей и ширины лепестков диаграммы направленности носит линейный характер.

Предложенный численный метод будет использован для дальнейших исследований характеристик тороидальных антенн и их диаграмм направленности, вне зависимости от расположения источника излучения вдоль оси вращения. Полученные результаты дают возможность продолжить исследования решения обратной задачи восстановления формы тела по диаграмме направленности, которые имеют широкое практическое применение.

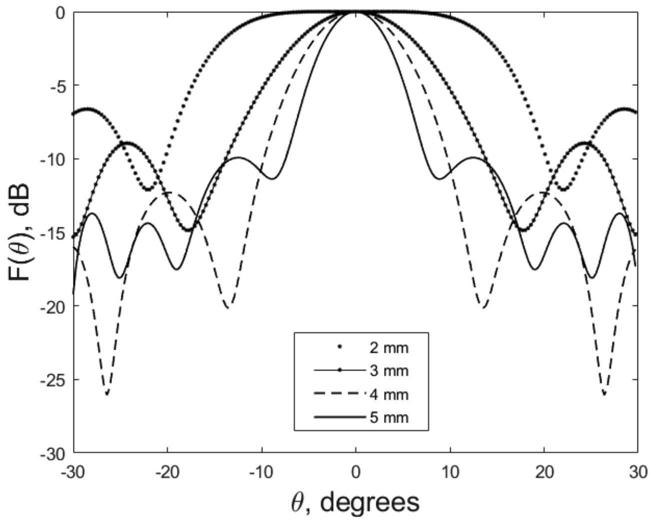

Рис.3. Диаграммы направленности для разных диаметров образующих окружностей в плоскости оси вращения, при этом центр тора не меняется. Сплошная линия – $2r_T$=5 мм, штриховая линия – $2r_T$=4 мм, штрихпунктирная линия- $2r_T$=3 мм, пунктирная линия $2r_T$=2 мм

Литература

1. *Дмитриев В.И., Захаров Е.В.* Метод интегральных уравнений в вычислительной электродинамике //МАКС Пресс Москва, 2008. — 316 с.
2. *Захаров Е.В., Левченко С.Н., Харланов Ю.Я.* Исследование и оптимизация характеристик тороидальных линзовых антенн //Радиотехника и электроника. – 1998. – Т. 43. – № 5. – С. 571–573.