

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Графы и их применения»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дискретная математика и математическая кибернетика» (01.01.09)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Графы и их применения

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направления 01.06.01 «Математика и механика», Направленности (профили) «Дискретная математика и математическая кибернетика» (01.01.09)

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к вариативным спецкурсам (по выбору) образовательных программ.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественно-

	научных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях. (УК -1)	У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов В1(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

42 часа составляет контактная работа с преподавателем – 36 часов занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 0 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 4 часа мероприятий промежуточной аттестации.

70 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной и общей алгебре, основам программирования и алгоритмам, дискретной математике и основам кибернетики в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В процессе обучения используются слайды с лекциями.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются основные разделы, относящиеся к теории графов, особое внимание уделяется алгоритмам на графах и их сложности. Первая часть посвящена основным свойствам графов. В ней рассматриваются виды графов и их свойства, раскраски графов, экстремальные графы и числа Рамсея. Вторая часть посвящена алгоритмам на графах и их сложности.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего

<p>Тема 1. Виды графов и их свойства</p> <p>Графы. Основные определения. Простейшие свойства графов. Пути и цепи в графах. Связность, k-связность. Деревья, корневые деревья. Остовные деревья. Точки сочленения и мосты. Связность, k-связность. Двусвязные графы. Компоненты двусвязности (блоки) графа. Дерево блоков и точек сочленения графа. Деревья. Остовные деревья. Число остовных деревьев помеченного полного графа. Достижимость промежуточного числа висячих вершин в остовном дереве. Оценка числа висячих вершин в остовном дереве.</p>	16	8	-	-	-		8	8	-	8
<p>Тема 2. Раскраски графов</p> <p>Раскраски вершин графов. Хроматическое число графа. Критерий дву-</p>	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6

<p>цветности графа. Верхние оценки хроматического числа графа. Существование графов без треугольников с произвольно большим хроматическим числом. Раскраски ребер графов. Хроматический индекс графа. Хроматический индекс двудольных графов. Верхняя и нижняя оценки хроматического индекса графа.</p>										
<p>Тема 3. Экстремальные графы и числа Рамсея</p> <p>Наследственные свойства графов. Наибольшее число ребер в графах с наследственным свойством. Наибольшее число ребер в планарных графах. Наибольшее число ребер в графах без полного подграфа с n вершинами. Числа Рамсея. Верхняя и нижняя оценки числа Рамсея.</p>	9	4	-	1	-	-	5	4	-	4

<p>Тема 4. Быстрые алгоритмы на графах</p> <p>Поиск в глубину и поиск в ширину в графе. Нахождение остовного дерева графа поиском в глубину и поиском в ширину. Отыскание фундаментального множества циклов в графе. Критерий разделяющей вершины на основе поиска в глубину. Нахождение компонент двусвязности графа. Алгоритмы поиска кратчайшего остовного дерева. Матроиды и жадные алгоритмы.</p>	12	6	-	-	-	-	6	6	-	6
<p>Тема 5. Потоки в сетях и паросочетания</p> <p>Потоки в сетях. Максимальный поток в сети. Теорема Форда-Фалкерсона о величине максимального потока в сети. Алгоритмы отыскания максимального потока в сети. Паросочетания в графах. Теорема Холла. Паросочетания в дву-</p>	16	8	-	-	-	-	8	8	-	8

<p>дольных графах. Алгоритм отыскания наибольшего паросочетания двудольного графа на основе построения максимального потока в сети. Паросочетания в графах. Теорема Куна. Теорема Эдмонса. Алгоритмы отыскания наибольших паросочетаний в двудольных графах и в произвольных графах.</p>										
<p>Тема 6. Труднорешаемые задачи и переборные алгоритмы</p> <p>Эйлеровы пути и циклы в графах. Критерий эйлеровости графа. Задача китайского почтальона. Гамильтоновы пути и циклы в графах. Достаточные условия гамильтоновости графа. Гамильтоновы циклы в графах. Задача коммивояжера с неравенством треугольника и без него. Приближенные алгоритмы. Переборные алгоритмы, дерево решений. Алгоритм перебора</p>	9	4	-	1	-	-	5	4	-	4

всех остовных деревьев графа. Изоморфизм графов. Полиномиальный алгоритм проверки изоморфизма деревьев. Построение выпуклого n-угольника на достаточно большом множестве точек.										
6. Промежуточная аттестация – устный экзамен	42	4					38			
Итого	108	42					66			

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом.

Тема 1 «Виды графов и их свойства»

Тема 2 «Раскраски графов»

Тема 3 «Экстремальные графы и числа Рамсея»

Тема 4 «Быстрые алгоритмы на графах»

Тема 5 «Потоки в сетях и паросочетания»

Тема 6 «Труднорешаемые задачи и переборные алгоритмы»

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Либроком, 2009.
2. Bondy J.A., Murty U.S.R. Graph theory. Springer, 2008.
3. Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.
4. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.

Дополнительная литература

1. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике. М.: Инфра-М, 2012.
2. Алексеев В.Б. Введение в теорию сложности алгоритмов. М.: Издательский отдел ф-та ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова, 2002.
3. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
4. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
5. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука, 1986.
6. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. М.: Мир, 1966.
7. Чашкин А.В. Лекции по дискретной математике. М.: Изд-во механико-математического ф-та МГУ имени М.В. Ломоносова, 2007.
8. Diestel R. Graph Theory. Springer, 2010.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://elibrary.ru>
2. www.scopus.com

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для подготовки слайдов лекций TeXnicCenter, LaTeX
2. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader
3. Издательская система LaTeX

Активные и интерактивные формы проведения занятия

№ п\п	Тип занятия или внеаудиторной работы	Вид и тематика (название) интерактивного занятия
1	Лекции 1-18	Активное общение вида «вопрос-ответ» со слушателями во время лекций

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный меловой или маркерной доской и проектором.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

доцент, д.ф.-м.н. Селезнева Светлана Николаевна, к.ф.-м.н. Бухман Антон Владимирович

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Графы и их приложения»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа мате-	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа	В целом успешное, но не систематическое умение применять	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа	Устный экзамен

<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>		<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>УМЕТЬ критически анализировать и оценивать современные науч-</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения критически анализировать и оценивать современные научные</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение критически анализи-</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически</p>	<p>Сформированное умение критически анализировать и оценивать современные научные</p>	<p>Устный экзамен</p>

ные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях У1(УК-1)		достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	вать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	анализировать и оценивать современные научные достижения, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	
ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях Код В1 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	доклад на научном семинаре
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных	В целом успешное, но не систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов	Успешное и систематическое умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-	доклад на научном семинаре

У1 (ОПК-1)		технологий	информационно-коммуникационных технологий	исследования и информационно-коммуникационных технологий	коммуникационных технологий	
ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	доклад на научном семинаре

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Точки сочленения и мосты в графе. Теорема о равносильных определениях точки сочленения.
2. Связность, k -связность. Двусвязные графы. Теорема о равносильных определениях двусвязного графа.
3. Компоненты двусвязности (блоки) в графе. Критерий принадлежности двух вершин графа одной компоненте двусвязности. Свойства компонент двусвязности графа. Теорема о дереве блоков и точек сочленения графа.
4. Остовные деревья в графе. Теорема о числе остовных деревьев помеченного полного графа.
5. Остовные деревья в графе. Теорема о достижимости промежуточного числа висячих вершин в остовном дереве графа.
6. Остовные деревья в графе. Теорема об оценке числа висячих вершин в остовном дереве графа.
7. Хроматическое число графа. Критерий двуцветности графа. Верхние оценки хроматического числа графа.
8. Хроматическое число графа. Теорема Брукса о хроматическом числе графа.
9. Хроматическое число графа. Теорема Зыкова о существовании графов без треугольников с произвольно большим хроматическим числом.

10. Хроматический индекс графа. Теорема о хроматическом индексе полного графа.
11. Хроматический индекс графа. Теорема о хроматическом индексе двудольного графа.
12. Хроматический индекс графа. Теорема Визинга о верхней оценке хроматического индекса графа.
13. Наследственные свойства графов. Теорема об оценке наибольшего числа ребер в графе с наследственным свойством.
14. Наследственные свойства графов. Планарные графы, теорема о наибольшем числе ребер в планарном графе.
15. Наследственные свойства графов. Теорема о наибольшем числе ребер в графе без треугольников.
16. Наследственные свойства графов. Теорема Турана о наибольшем числе ребер в графе без полного подграфа с n вершинами.
17. Числа Рамсея. Теорема о верхней оценке числа Рамсея.
18. Числа Рамсея. Теорема Эрдеша о нижней оценке числа Рамсея.
19. Обходы графов. Алгоритмы построения остовных деревьев на основе обходов графа (с оценками сложности).
20. Фундаментальное множество циклов в графе. Алгоритм построения фундаментального множества циклов в графе (с оценкой сложности).
21. Компоненты двусвязности графа. Алгоритм построения компонент двусвязности графа на основе обхода в глубину (с обоснованием и оценкой сложности).
22. Матроиды и жадные алгоритмы. Теорема Радо-Эдмонса.
23. Алгоритмы построения кратчайших остовных деревьев графа (с обоснованием и оценками сложности).
24. Переборные алгоритмы, дерево решений. Алгоритм перебора всех остовных деревьев графа.
25. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона.
26. Потоки в сетях. Алгоритм пометок построения максимального потока в сети (с оценкой сложности).
27. Паросочетания в графах. Теорема Холла.
28. Паросочетания в двудольных графах. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в двудольном графе на основе построения максимального потока в сети (с обоснованием и оценкой сложности).
29. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Куна. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в двудольном графе (с оценкой сложности).
30. Паросочетания в графах. Теорема Эдмонса. Алгоритм построения наибольшего паросочетания в произвольном графе.
31. Эйлеровы пути и циклы в графах. Критерий существования эйлерова цикла в графе. Задача китайского почтальона.
32. Гамильтоновы пути и циклы в графах. Достаточные признаки существования гамильтонова цикла в графе.
33. Гамильтоновы циклы в графах. Задача коммивояжера с неравенством треугольника и без него. Приближенные алгоритмы.
34. Изоморфизм графов. Полиномиальный алгоритм проверки изоморфизма деревьев.
35. Построение выпуклого n -угольника на достаточно большом множестве точек.

Материалы для мероприятий текущего контроля.

-

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

Система контроля и оценивания

Экзамен проходит устно. В билете - два вопроса. Подготовка к ответу в течение одного часа без источников.

Структура и график контрольных мероприятий

Устный экзамен в конце семестра.