

*Н.Г. Ирошников, А.В. Ларичев, А.В. Разгулин,  
А.С. Старостин*

## **ОБ ОДНОМ МОДИФИЦИРОВАННОМ БИСПЕКТРАЛЬНОМ МЕТОДЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ОФТАЛЬМОЛОГИИ\***

### 1. Введение

Неинвазивная диагностика живых структур глаза человека (например, глазного дна) является одной из основных задач офтальмологии. Современные методики такой диагностики широко используют достижения адаптивной оптики для получения изображений соответствующего отдела глаза ([1], [2]). Несовершенство оптической системы человеческого глаза, как естественной, так и приобретенной в результате болезней или повреждений, не позволяет достичь высокого разрешения исходных изображений. Кроме того, специфика исследования глаза *in vivo* накладывает существенные ограничения на интенсивность зондирующего излучения и приводит к использованию некогерентного освещения для получения изображений. В результате в качестве исходных данных исследователь имеет серию изображений невысокого разрешения с искажениями, вызванными как наличием статических aberrаций в оптической системе глаза человека (дефокусировка, астигматизм, кома, сферические aberrации и др.), так и фазовыми искажениями, вызванными динамическими aberrациями. В этой связи актуальна разработка устойчивого к искажениям метода восстановления изображения глазного дна, учитывающего описанную выше априорную информацию.

Прямая задача рассеяния некогерентного света в оптической системе глаза человека в типичном для рассматриваемой ситуации изопланарном приближении описывается с помощью двумерного интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода типа свертки с передаточной функцией, которая отражает отмеченные выше особенности искажений, а также наличие зрачка. Обратная задача состоит в восстановлении (деконволюции) исходного изображения глазного дна по

---

\*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант №12-02-00677-а.

набору зашумленных изображений интенсивности зарегистрированного светового сигнала, прошедшего оптическую систему глаза человека.

В этой ситуации, во многом аналогичной типичным постановкам обратных задач восстановления астрономических изображений с зернистой структурой (спекл-изображений), хорошо зарекомендовал себя подход к решению обратных задач, основанный на использовании корреляционных функций третьего порядка и биспектров (биспектр – преобразование Фурье корреляционной функции третьего порядка) [3]. При этом существенно используются свойства сохранения тройной корреляцией комплексного Фурье-спектра сигнала (что позволяет восстановить информацию о фазовых характеристиках исходного изображения), а также инвариантность биспектра к смещению исходного сигнала.

При практическом использовании традиционного биспектрального подхода следует иметь в виду, что его эффективность основана на вещественности и положительности оптической передаточной функции (ОПФ) изображающей системы [4]. Это свойство обычно выполняется, например, для моделей изображающих систем телескоп-атмосфера, используемых в задачах восстановления реальных астрономических спекл-изображений [5]. Однако в ряде важных приложений свойство положительности ОПФ, вообще говоря, не выполняется. Например, в случае аберрации типа дефокусировки ОПФ изображающей системы глаза человека вещественна, но меняет знак. В этой связи актуальна разработка соответствующей модификации традиционного биспектрального подхода и его адаптация к решению прикладных обратных задач восстановления изображений в офтальмологии.

В данной работе предложен модифицированный биспектральный метод решения обратной задачи восстановления изображений, характерных для задач офтальмологии. Метод устойчиво работает для типичных симметричных аберраций (дефокусировка, астигматизм) изображающей системы глаза человека, приводящих к знакопеременности ОПФ, в присутствии дополнительных помех турбулентной природы.

## 2. Постановка прямой задачи

На рис. 1 представлена принципиальная схема оптической системы глаза человека для типичной ситуации регистрации изображений глазного

дна в офтальмологии.

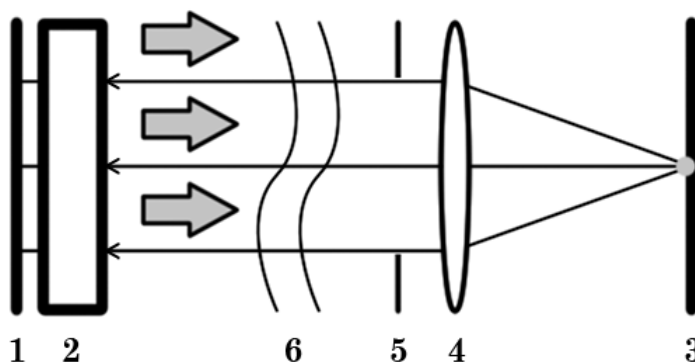


Рис. 1. Принципиальная схема оптической системы глаза человека:  
 1 – плоскость изображения  $i(x, y)$ , 2- регистратор, 3 - плоскость объекта  $o(x, y)$ ,  
 4 – хрусталик, 5 – зрачок  $M(x, y)$ , 6 – фазовые искажения  $p(x, y)$ .

В приближении полностью некогерентной изопланарной оптической системы регистрируемое изображение (интенсивности)  $i = i(x, y)$  связано с искомым объектом (изображением глазного дна)  $o = o(x, y)$  двумерным уравнением свертки

$$i = o * h. \tag{1}$$

Здесь передаточная функция  $h = h(x, y)$  изображающей системы имеет вид

$$h(x, y) = |F(M(x, y) \cdot \exp\{jp(x, y)\})|^2, \quad j^2 = -1, \tag{2}$$

где  $F$  — оператор двумерного преобразования Фурье. Отметим, что наличие зрачка в рассматриваемой оптической системе учитывается в формуле (2) соответствующей функцией зрачка  $M(x, y)$ , которая задается индикаторной функцией круга радиуса  $R$ :

$$M(x, y) = \text{ind}(x^2 + y^2 < R^2). \tag{3}$$

Функция  $p(x, y)$  в (2) описывает фазовые aberrации различной природы, возникающие при распространении световой волны в оптической системе глаза человека. В дальнейшем мы будем учитывать, во-первых, статические крупномасштабные aberrации  $p_s(x, y)$  для учета наиболее распространенных aberrаций глаза человека, связанных с дефокусировкой и астигматизмом используется квадратичная функция

$$p_s(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy, \quad a > 0, \quad b > 0. \tag{4}$$

Во-вторых, важно учесть случайные динамические искажения

турбулентного характера относительно небольшой амплитуды, вызванные как возмущениями неоднородности среды, в которой распространяется сигнал в глазу человека, так и невозможностью абсолютно неподвижно зафиксировать глаз во время эксперимента. Таким образом,  $p(x, y) = p_s(x, y) + p_n(x, y)$ , где индекс  $n = 1, 2, \dots, N$  отвечает за номер соответствующей реализации турбулентного искажения.

Если применить к (1) почленно оператор преобразования Фурье и воспользоваться теоремой о свертке, то получим аналог уравнения (1) в спектральной области

$$I(u, v) = O(u, v) \cdot H(u, v), \quad (5)$$

где  $I = F(i)$ ,  $O = F(o)$  — суть фурье-спектры регистрируемого и искомого изображений,  $H = F(h) = F(|F(M(x, y) \cdot \exp\{jp(x, y)\})|^2)$  — так называемая оптическая передаточная функция, ОПФ. Таким образом, прямая задача состоит в моделировании влияния зрачка и типичных aberrаций на распространение светового сигнала в оптической системе по формуле

$$i = F^{-1}[F(o) \cdot F(|F(M(x, y) \cdot \exp\{jp(x, y)\})|^2)]. \quad (6)$$

### 3. Прямая задача: влияние aberrаций на изображение

Одна из основных задач, с которой сталкивается практикующий врач-офтальмолог, состоит в том, чтобы по расположению и состоянию сосудов (артерий и вен) глазного дна сделать вывод о наличии или отсутствии патологии. Сосуды представляются на изображении переплетающимися кривыми разной толщины и интенсивности (вены — темнее, артерии — светлее). В результате искажений может происходить размытие изображения и частичное инвертирование интенсивности на структурах определенного пространственного масштаба (одного или нескольких), что отрицательно сказывается на адекватности диагностики состояния сосудов. Поэтому исследование влияния типичных aberrаций оптической системы на формируемое изображение будем проводить для тестовых изображений, которые позволяют наиболее полно зарегистрировать именно эффекты инвертирования цветов и размытия.

Как видно из спектрального соотношения (5), значительную информацию о характере влияния искажений на формируемое изображение можно почерпнуть из вида ОПФ. Для рассматриваемых aberrаций второго порядка (4) при  $a = b$  за счет симметрии аргументов соответствующая ОПФ  $H$  является вещественной. При этом ее знак зависит от амплитуды aberrаций: при малых амплитудах знак

положительный, при больших амплитудах несколько раз происходит смена знака. В последнем случае, как видно из уравнения (5), отвечающие отрицательным мультипликаторам  $H$  спектральные компоненты  $I$  регистрируемого изображения  $i(x, y)$  будут иметь знак, противоположный соответствующим спектральным компонентам  $O$  искомого изображения  $o(x, y)$ . В пространстве изображения это приводит к инвертированию частей регистрируемого изображения именно того пространственного масштаба, который отвечает отрицательным мультипликаторам  $H$ .

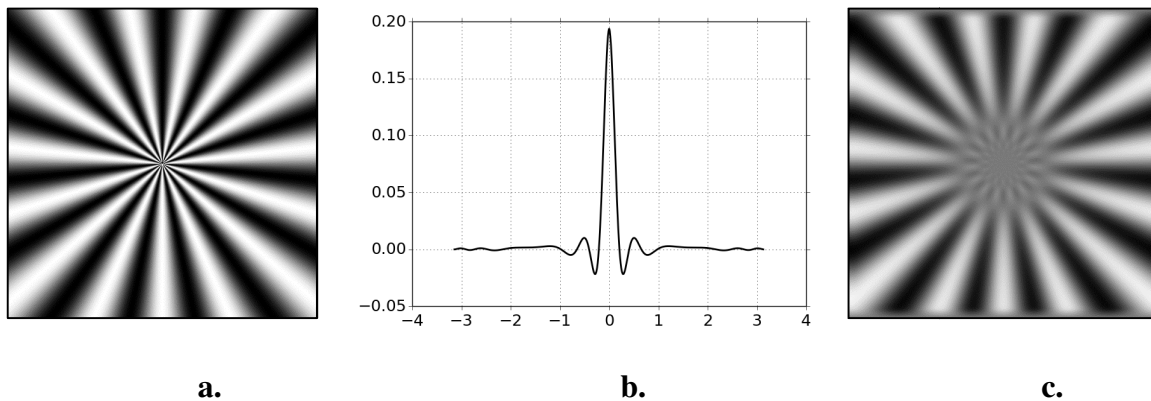


Рис. 2. Эффект инвертирования изображения «Секторы»: *a* – исходное изображение  $o(x, y)$ , *b* – профиль ОПФ по центральной оси, *c* – регистрируемое изображение  $i(x, y)$ .

Проиллюстрируем сказанное следующим примером. На рис. 2а представлено исходное изображение «Секторы» в квадрате  $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ . Его особенностью является сочетание гладких переходов интенсивности с уменьшающимся к центру пространственным масштабом. Изображающая система описывается ОПФ (Рис. 2b), отвечающей функции зрачка (3) с  $R = \pi/2$  и квадратичными aberrациями (4) достаточно большой амплитуды  $a = b = 2\pi$ , а турбулентные искажения отсутствуют. Анализ регистрируемого изображения на рис. 2с показывает, что центральному положительному пику соответствует наименее искаженная часть секторов вне ясно различимого центрального круга, внутри которого имеют место сильные искажения. Первый от центра отрицательный пик ОПФ приводит к инверсии цвета на частях секторов изображения в пределах внешнего кольца соответствующего пространственного масштаба. Следующий положительный пик приводит ко второму кольцу с правильным цветом, дальше идет очередное кольцо с инверсией, и т.д. Центральная же часть исходного изображения практически не передается, поскольку там сосредоточены мелкомасштабные детали, которые фильтруются ОПФ за счет малости ее

значений в высокочастотной области. Одновременно имеет место общее падение яркости, вызванное срезающей функцией зрачка: зрачок играет роль диафрагмы, ограничивающей световой поток.

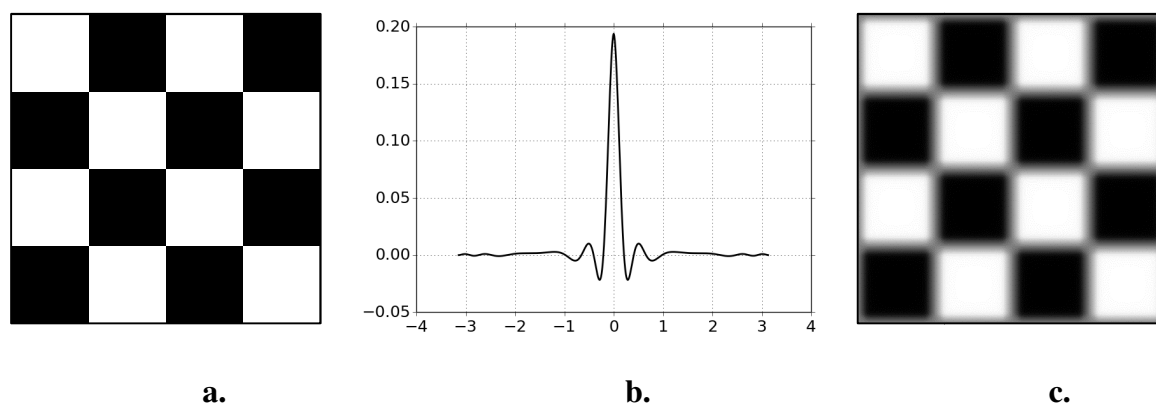


Рис. 3. Эффект размытия изображения «Шахматная доска»: *a* – исходное изображение  $o(x, y)$ , *b* – ОПФ, *c* – регистрируемое изображение  $i(x, y)$ .

Для анализа эффекта размытия в качестве эталонного изображения удобно взять изображение «Шахматная доска» (Рис. 3а). Это изображение является кусочно-постоянным, имеющим вследствие этого богатый фурье-спектр в высокочастотной области. Изображающая система описывается ОПФ (Рис. 3б), отвечающей функции зрачка (3) с  $R = \pi/2$  и квадратичными aberrациями (4) с амплитудами  $a = b = 2\pi$  (турбулентные искажения отсутствуют). Анализ регистрируемого изображения на рис. 3с показывает, что внутренние пространственно-однородные подобласти передаются без пространственно-неоднородных искажений независимо от яркости. На границах черных и белых областей имеет место существенное размытие, вызванное тем, что ОПФ (см. Рис. 3б) фильтрует высокочастотные компоненты, ответственные за контрастные переходы в исходном изображении. Одновременно имеет место аналогичное рис. 2 общее падение яркости, вызванное действие функцией зрачка.

Для учета случайных aberrаций использовалась модель искажений с колмогоровским спектром. При расчетах был использован фазовый экран размера  $512 \times 16000$ , синтезированный при помощи спектрального метода [6]. В каждый момент времени на вход системы подавался фрагмент экрана размером  $512 \times 512$  пикселей. Типичный пример фрагмента фазового экрана приведен на рис. 4а. Для моделирования динамических искажений экран сдвигался на заданное количество строк на каждом шаге по времени, амплитуда турбулентных искажений менялась в пределах отрезка  $[-2\pi, 2\pi]$ .

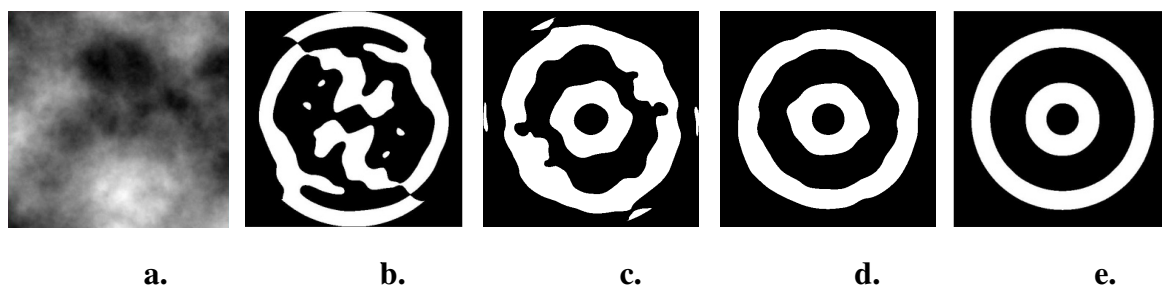


Рис. 4. Влияние случайных искажений на области знакопостоянства действительной части ОПФ: *a* – один фрагмент фазового экрана; области знакопостоянства ОПФ: *b* – при  $N = 1$ , *c* – при  $N = 30$ , *d* – при  $N = 100$ , *e* – без случайных искажений.

Был проведен расчет прямой задачи в типичных условиях зависимости ОПФ от случайных aberrаций с одновременным учетом статических aberrаций вида (4) (в примере ниже —  $a = b = \pi$ ,  $c = 0$ ). При этом следует иметь в виду, что ОПФ перестает быть вещественной, приобретая мнимую часть (в случае одного окна — порядка  $10^{-2}$  в среднем). Поскольку характерным искажением является инверсия цвета, вызванная сменой знака ОПФ, то нас интересовало расположение областей знакопостоянства вещественной части ОПФ. На рис. 4b-e белым отмечены области отрицательных значений, черным — положительных. Рис. 4b показывает, что отдельное окно приводит к существенному усложнению топологии карты уровней вещественной части ОПФ: вместо регулярного набора из концентрических колец мы видим нерегулярную структуру областей сохранения знака. Однако при усреднении по выборке из серии последовательных  $N$  экранов ситуация существенно улучшается. Качественная структура областей знакопостоянства усредненной ОПФ становится все более регулярной (см. рис. 4c-d), и на длинных сериях практически повторяет кольцевую структуру статической ОПФ из рис. 4e. Отметим, что одновременно с увеличением  $N$  уменьшается модуль мнимой части усредненной ОПФ до порядка  $10^{-3}$  в среднем уже при  $N=100$ . Это позволяет при обработке реальных изображений использовать известную статическую ОПФ

$$H_s = F(|F(M(x, y) \cdot \exp\{jp_s(x, y)\})|^2),$$

которая служит хорошей аппроксимацией усредненной случайной ОПФ для достаточно длинной серии.

Таким образом, при решении обратной задачи восстановления изображений в офтальмологии приходится иметь дело не только с компенсацией традиционного для задач обработки изображений эффекта размытия, но и с более сложной проблемой определения областей инверсии исходного изображения и их устойчивого восстановления в

условиях случайных помех. Приведенный анализ прямой задачи дает важную для решения обратной задачи априорную информацию о вкладе каждого из отмеченных типов искажений в формирование регистрируемых изображений.

#### 4. Постановка обратной задачи и модифицированный биспектральный метод ее решения

При решении обратной задачи восстановления искомого изображения  $o(x, y)$  приходится учитывать, что передаточная функция, несущая информацию как о статических, так и о турбулентных абберациях, точно неизвестна. В качестве исходных данных обратной задачи имеется серия из  $N$  зарегистрированных изображений, где каждое изображение  $i_n(x, y)$  получено из искомого изображения с помощью своей передаточной функции  $h_n(x, y)$ , причем в силу (1) имеем  $i_n = o * h_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ . В традиционном методе восстановление изображения производится в пространстве Фурье образов. Соответствующее уравнение имеет вид

$$I_n = O \cdot H_n, \quad I_n = F(i_n), \quad H_n = F(h_n). \quad (7)$$

При восстановлении астрономических спекл-изображений замечено (см., например, [4]), что простым усреднением самих спектров в (7) найти хорошую оценку спектра искомого изображения из получающегося на этом пути соотношения  $\langle I_n \rangle = O \cdot \langle H_n \rangle$ , где  $\langle I_n \rangle = N^{-1} \sum_{n=1}^N I_n$ ,  $\langle H_n \rangle = N^{-1} \sum_{n=1}^N H_n$ , не удастся из-за излишнего подавления полезных высокочастотных гармоник, ответственных за формирование деталей искомого изображения.

Однако такая информация остается доступной, если усреднять не сами спектры, а квадраты их модулей — так называемые энергетические спектры (см. [7]). В результате из соотношения

$$\langle |I_n|^2 \rangle = |O|^2 \cdot \langle |H_n|^2 \rangle \quad (8)$$

получается следующая оценка модуля спектра искомого изображения:

$$|O(u, v)|^2 = \frac{\langle |I_n(u, v)|^2 \rangle}{\langle |H_n(u, v)|^2 \rangle + \varepsilon}, \quad (9)$$

где параметр  $\varepsilon > 0$  выбирается в зависимости от разрядности арифметического устройства компьютера, чтобы избежать деления на ноль [4].

На наш взгляд, формула (9) недостаточно хорошо учитывает ситуацию, когда одновременно с малостью мультипликатора  $\langle |H_n|^2 \rangle$  левая



часть в (8) также мала. Вместо (9) предлагается использовать оценку энергетического спектра

$$|O(u, v)|^2 = \frac{\langle |I_n(u, v)|^2 \rangle \cdot \langle |H_n(u, v)|^2 \rangle}{(\langle |H_n(u, v)|^2 \rangle)^2 + \alpha}, \quad (10a)$$

которая доставляет минимум регуляризирующему функционалу Тихонова [8]  $T(z) = (z \cdot \langle |H_n|^2 \rangle - \langle |I_n|^2 \rangle)^2 + \alpha z^2$ . Параметр регуляризации  $\alpha > 0$  может выбираться как априори, так и в соответствии с принципом невязки [9] в случае известного уровня шумов при регистрации изображений.

Для практического использования формулы (10a) необходимо знать оценку неизвестной  $\langle |H_n(u, v)|^2 \rangle$ . Например (см. подробнее [4]), в астрономических приложениях для ее оценки обрабатывается серия изображений одной яркой звезды, моделирующей точечный источник. Для рассматриваемых в данной работе приложений в офтальмологии в силу проведенного в п. 3 анализа можно использовать статическую ОПФ  $H_s$  вида (4), учитывающую вклад основных аберраций типа дефокусировки и астигматизма. Окончательно получаем

$$|O(u, v)|^2 = \frac{\langle |I_n(u, v)|^2 \rangle \cdot |H_s(u, v)|^2}{|H_s(u, v)|^4 + \alpha}. \quad (10b)$$

Для полного восстановления изображения в пространстве Фурье

$$O(u, v) = |O(u, v)| \cdot \exp\{j\varphi(u, v)\} \quad (11)$$

необходимо восстановить фазу  $\varphi(u, v)$  фурье-спектра. Для этой цели используется биспектральный метод, позволяющий получить фазу  $\varphi(u, v)$  из оценок биспектров регистрируемых изображений и передаточной функции.

Сначала остановимся на традиционном варианте метода. Напомним, что тройной корреляцией функции двух переменных  $o(x, y)$  называется функция

$$\begin{aligned} o^{(3)}(x_1, y_1; x_2, y_2) \\ = \iint_{R^2} o^*(x, y) \cdot o(x + x_1, y + y_1) \cdot o(x + x_2, y + y_2) dx dy, \end{aligned}$$

где \* — знак комплексного сопряжения. Биспектром функции называется преобразование Фурье от её тройной корреляции:  $O^{(3)} = F(o^{(3)})$ . Отсюда непосредственно вытекает известное соотношение, связывающее

биспектр с фурье-спектром исходной функции:

$$O^{(3)}(u_1, v_1; u_2, v_2) = O(u_1, v_1) \cdot O(u_2, v_2) \cdot O^*(u_1 + v_1, u_2 + v_2). \quad (12)$$

С другой стороны, из (5) вытекает соотношение

$$I^{(3)}(u_1, v_1; u_2, v_2) = O^{(3)}(u_1, v_1; u_2, v_2) \cdot H^{(3)}(u_1, v_1; u_2, v_2).$$

Для серии изображений имеем

$$\langle I_n^{(3)} \rangle(u_1, v_1; u_2, v_2) = O^{(3)}(u_1, v_1; u_2, v_2) \cdot \langle H_n^{(3)} \rangle(u_1, v_1; u_2, v_2). \quad (13)$$

В традиционном биспектральном методе (см., например, [3-5]) возможность оценить фазу спектра фурье-образа искомого объекта основана на том, что

$$\text{Im} \langle H_n^{(3)} \rangle = 0, \quad \text{Re} \langle H_n^{(3)} \rangle > 0. \quad (14)$$

В этом случае усредненный биспектр передаточной функции не вносит никаких фазовых добавок в биспектр объекта, что позволяет, не вычисляя  $\langle H_n^{(3)} \rangle$ , с помощью (12) установить связь между фазой  $\beta = \beta(u_1, v_1; u_2, v_2)$  усредненного биспектра  $\langle I_n^{(3)} \rangle = \left| \langle I_n^{(3)} \rangle \right| \cdot \exp \{i\beta\}$  и искомой фазой  $\varphi$ :

$$\beta(u_1, v_1; u_2, v_2) = \varphi(u_1, v_1) + \varphi(u_2, v_2) - \varphi(u_1 + u_2, v_1 + v_2). \quad (15a)$$

Как было отмечено выше, для оптической системы глаза человека первое из условий (14) можно считать выполненным при использовании достаточно длинной серии изображений, а условие положительности, как правило, не выполнено вследствие статических аберраций. Как показано в п. 3, области знакопостоянства усредненной ОПФ при большой серии обрабатываемых изображений достаточно хорошо аппроксимируются с помощью статической ОПФ. Поэтому необходимую добавку в фазу биспектра, которая возникает в областях отрицательного знака  $\langle H_n^{(3)} \rangle$ , можно учесть на основе статической ОПФ, а соответствующую фазовую маску вычислить заранее. В результате вместо (15a) используется соотношение фаз

$$\begin{aligned} \beta(u_1, v_1; u_2, v_2) &= \varphi(u_1, v_1) + \varphi(u_2, v_2) - \varphi(u_1 + u_2, v_1 + v_2) + \psi(u_1, v_1) \\ &+ \psi(u_2, v_2) - \psi(u_1 + u_2, v_1 + v_2), \end{aligned} \quad (15b)$$

где  $\psi(u, v) = 0$  при  $H_s(u, v) \geq 0$ ,  $\psi(u, v) = \pi$  при  $H_s(u, v) < 0$ .

Таким образом, в предлагаемом модифицированном биспектральном методе (далее — МБМ) сначала восстанавливается амплитуда спектра искомого изображения по формуле (10b), а затем находится фаза спектра из уравнения (15b).

## 5. Восстановление тестовых изображений и глазного дна

Рассмотрим некоторые типичные результаты численного моделирования по восстановлению искаженных изображений с помощью МБМ. При этом нас будет интересовать работоспособность метода в следующих трех ситуациях. Во-первых, в условиях умеренных стационарных и слабых турбулентных аберраций, не приводящих к инверсии интенсивности изображения. Во-вторых, в условиях умеренных стационарных и сильных турбулентных аберраций, приводящих к инверсии интенсивности изображения. В-третьих, в случае сильных стационарных аберраций в сочетании с турбулентными искажениями, которые приводят к существенным искажениям наблюдаемого изображения.

Рассмотрим случай восстановления искомого объекта по серии из  $N$  изображений, зашумленных умеренными стационарными искажениями со значением коэффициента  $a = b = \pi/2$ ,  $c = 0$  в формуле (4) и турбулентными искажениями (см. рис. 4а) с амплитудой фазового экрана  $V = 4\pi \times 0.125$ . Поскольку амплитуда стационарных искажений невелика, то их действие ограничивается исчезновением мелких деталей изображения (см. центр рис. 5d) и общим падением контраста. Добавление турбулентных искажений рассматриваемой амплитуды не вносит новых эффектов в наблюдаемое изображение, при этом суммарной амплитуды искажений оказывается недостаточно для смены знака действительной части ОПФ и инверсии интенсивности не наблюдается. Сравнение приведенных на рис. 4а-4с результатов простого усреднения серий из  $N = 1, 10, 100$  изображений показывает, что этим методом компенсировать искажения не удастся. Применение МБМ позволило в значительной степени скомпенсировать указанные искажения. Эффект восстановления мелкомасштабного центра объекта имеет место уже при использовании серии из 10 изображений (рис. 5f), а при увеличении длины серии до 100 искомым объектом практически полностью восстанавливается (рис. 5g).

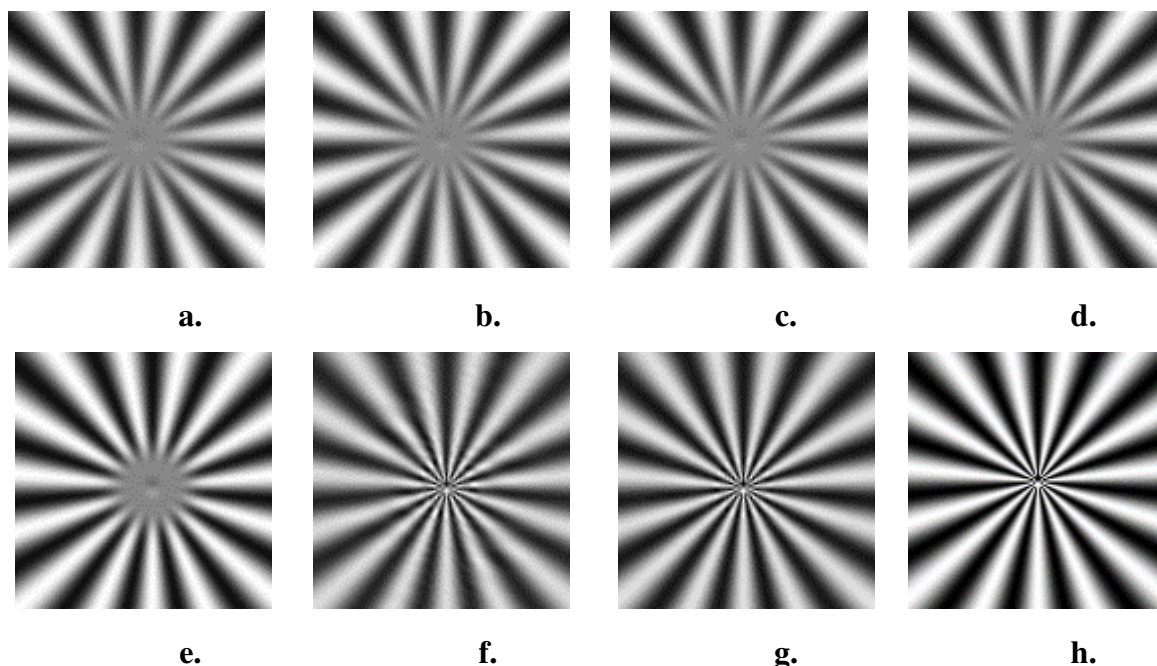


Рис. 5. Случай  $a = b = \pi/2$ ,  $c = 0$ ,  $V = 4\pi \times 0.125$ . Усреднение серии из  $N$  изображений:  $a - N = 1$ ,  $b - N = 10$ ,  $c - N = 100$ ;  $d$  – только статические aberrации. Результаты работы МБМ:  $e - N = 1$ ,  $f - N = 10$ ,  $g - N = 100$ ;  $h$  – искомое изображение объекта.

Во второй серии экспериментов стационарные aberrации оставались неизменными ( $a = b = \pi/2$ ,  $c = 0$ ), а амплитуда турбулентных искажений увеличилась в несколько раз до значения  $V = 4\pi \times 1.25$  (см. рис. 6). В этом случае имеет место эффект нерегулярной инверсии интенсивности мелкомасштабных частей изображения (рис. 6а), связанный с переходом действительной части ОПФ через ноль и нерегулярным видом соответствующих областей ее знакопостоянства. Как видно из рис. 6б-6с, усреднение изображений позволяет при  $N = 10$  частично, а при  $N = 100$  в значительной степени избавиться от эффекта инверсии, однако при этом происходит потеря детализации в центре изображения и мелкомасштабные части объекта не восстанавливаются. Применение МБМ позволяет при выборе соответствующей длины серии уже при  $N = 100$  компенсировать инверсию цвета и добиться восстановления характерных деталей в центре объекта. Вместе с тем на восстановленном изображении наблюдаются остаточные aberrации, вызванные большой амплитудой турбулентных помех, что в значительной степени удается преодолеть увеличение длины обрабатываемой серии.

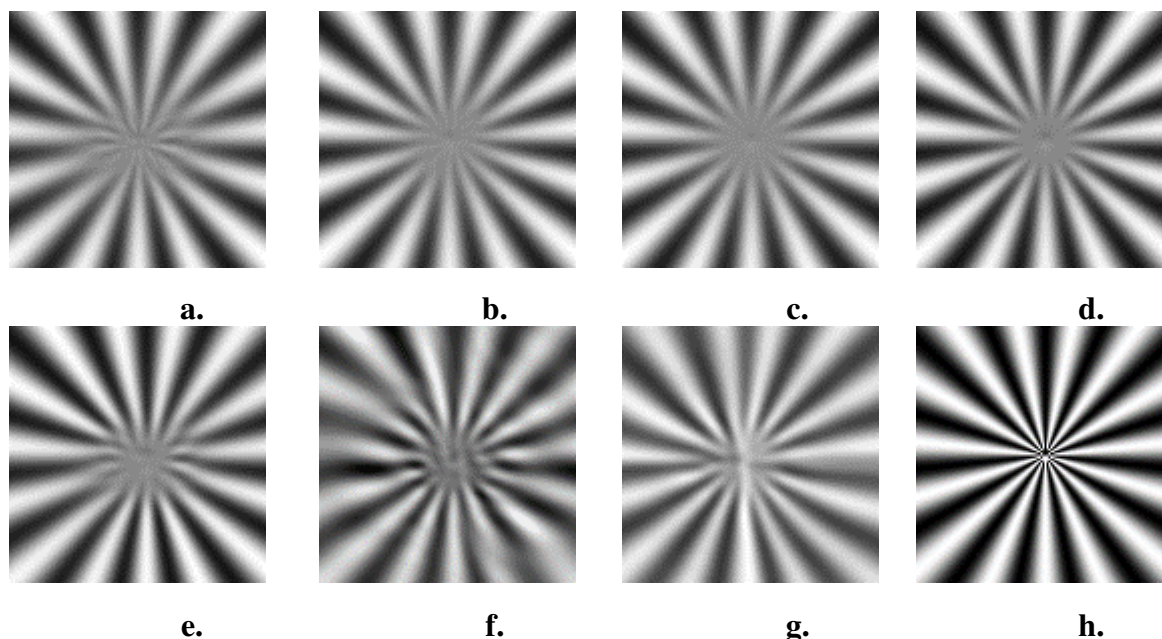


Рис. 6. Случай  $a = b = \pi/2$ ,  $c = 0$ ,  $B = 4\pi \times 1.25$ . Усреднение серии из  $N$  изображений:  $a - N = 1$ ,  $b - N = 10$ ,  $c - N = 100$ ;  $d$  – только статические aberrации. Результаты работы МБМ:  $e - N = 1$ ,  $f - N = 10$ ,  $g - N = 100$ ;  $h$  – искомое изображение объекта.

Рассмотрим случай сильных стационарных искажений ( $a = b = \pi$ ,  $c = 0$ ). Тогда даже без учета турбулентных искажений ОПФ оптической системы переходит через ноль, области знакопостоянства ОПФ представляют собой концентрические кольца, что приводит к инверсии интенсивности изображения в пределах соответствующих областей, а также потере детализации в центре изображения (рис. 7d). Добавление турбулентных искажений влияет не только на результирующую амплитуду искажений, но и, что более существенно для рассматриваемого круга задач, на искажения кольцевой структуры областей знакопостоянства ОПФ, а также приводит к ее возможной комплексификации, добавляя турбулентные неоднородности в центр изображения (рис. 7a). Ясно, что в этой ситуации трудно рассчитывать на хорошее восстановление объекта при больших амплитудах турбулентных искажений. Поэтому мы ограничились типичным для задач офтальмологии значением  $B = 4\pi \times 0.125$ . Простое усреднение, как и ожидалось, позволяет лишь частично компенсировать турбулентные детали и не затрагивает инверсию интенсивности (рис. 7b,c). Применение МБМ позволяет в значительной степени восстановить количественную и качественную структуру объекта, в частности, компенсировать инверсию

интенсивности и восстановить мелкомасштабные детали. Отметим, что в условиях сильных стационарных аберраций и турбулентных искажений для адекватной работы МБМ требуется достаточно длинная серия изображений и приемлемые результаты начинаются при  $N \geq 100$  (рис. 7e-g).

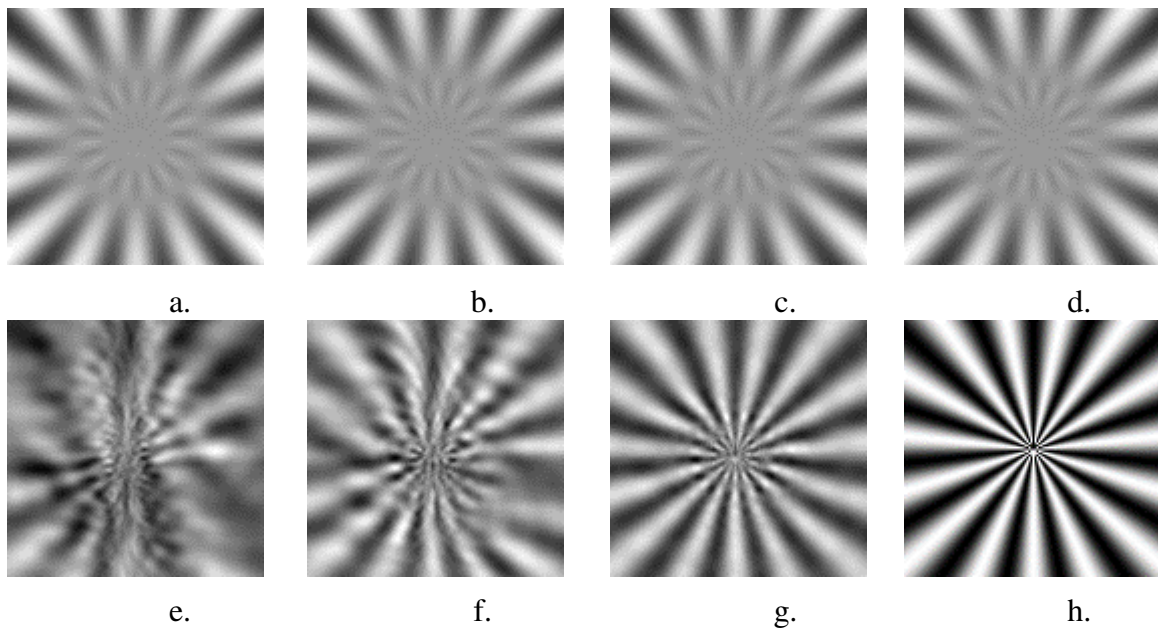


Рис. 7. Случай  $a = b = \pi$ ,  $c = 0$ ,  $B = 4\pi \times 0.125$ . Усреднение серии из  $N$  изображений:  $a - N = 1$ ,  $b - N = 10$ ,  $c - N = 100$ ;  $d$  – только статические аберрации. Результаты работы МБМ:  $e - N = 1$ ,  $f - N = 10$ ,  $g - N = 100$ ;  $h$  – искомое изображение объекта.

Рассмотрим на рис. 8 некоторые результаты восстановления объекта, представляющего собой изображение глазного дна, в условиях сильных стационарных ( $a = b = \pi$ ,  $c = 0$ ), и турбулентных искажений ( $B = 4\pi \times 0.125$ ), аналогичных рис. 7. Нетрудно видеть, что действие искажений на реальном объекте приводит к размытию изображения, а также ухудшается детализация мелких сосудов и происходит частичная инверсия интенсивности. Обычное усреднение серии зашумленных изображений не дает существенного улучшения независимо от длины серии (рис. 8a-c). Применение МБМ позволяет в значительной степени избавиться от упомянутых эффектов уже при  $N \geq 10$ , а при  $N \geq 100$  искомый объект практически полностью восстанавливается (рис. 8e-g).

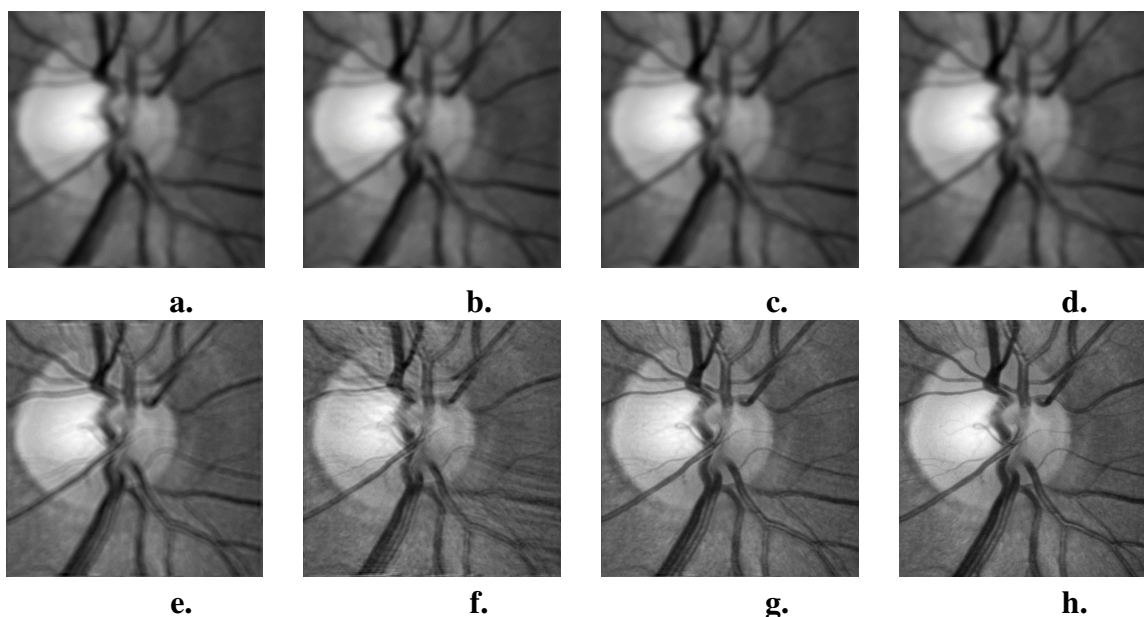


Рис. 8. Пример восстановления изображения глазного дна для  $a = b = \pi$ ,  $c = 0$ ,  $B = 4\pi \times 0.125$ . Усреднение серии из  $N$  изображений:  $a - N = 1$ ,  $b - N = 10$ ,  $c - N = 100$ ;  $d$  – только статические aberrации. Результаты работы МБМ:  $e - N = 1$ ,  $f - N = 10$ ,  $g - N = 100$ ;  $h$  – искомое изображение объекта.

Завершим обсуждение полученных результатов одним общим замечанием о том, какие тестовые объекты следует использовать для проверки эффективности того или иного метода восстановления изображений. По нашему мнению, использование стандартных тестовых изображений (типа «Lena»), кочующих из одной публикации в другую, не может дать полного представления об особенностях конкретного метода, если речь идет об эффективном решении специфического класса прикладных задач восстановления изображений, например, в офтальмологии, с типичными для этой области искажениями. В этой связи использованный нами объект «Секторы» позволяет тонко контролировать влияние типичных aberrаций оптической системы глаза человека на характерные особенности искажений наблюдаемых изображений, что дает возможность адекватно оценить рабочий диапазон параметров для эффективного применения МБМ.

## Заключение

В работе предложен модифицированный биспектральный метод решения обратной задачи восстановления изображений в офтальмологии. В рассмотренном случае обратная задача состоит в решении двумерного уравнения типа свертки по серии изображений, искаженных известными статическими и неизвестными турбулентными aberrациями оптической системы глаза человека, которые приводят к смене знака ОПФ.

Модификация традиционного метода состоит в оценке модуля спектра искомого объекта на основе статической ОПФ. Фаза спектра оценивается из анализа биспектров серии искаженных изображений с маскированием фаз гармоник, соответствующих отрицательным значениям статической ОПФ. Метод продемонстрировал свою работоспособность в случае сильных статических aberrаций типа дефокусировки в сочетании с умеренными турбулентными искажениями.

Отметим, что регуляризованный биспектральный метод использовался в [10] для близкой оптической схемы, характерной для задач микроскопии. Если ОПФ известна точно, а искажения связаны в основном с погрешностями регистрации изображений на приемном устройстве, то для решения уравнения свертки в этих условиях эффективен метод регуляризации Тихонова в сочетании с различными правилами выбора параметра регуляризации (см., например. [11]-[13]).

### Список литературы

1. Адаптивная оптика и ее практическое применение в диагностике заболеваний глазного дна. Вопросы лазерной офтальмологии, под ред. проф. А.В. Большунова / А. Большунов, Н. Ирошников, Е. Каталевская, А. Ларичев. — Апрель Москва, 2013. — С. 66-82.
2. Goncharov A., Iroshnikov N., Larichev A. Retinal Imaging: Adaptive Optics, Handbook of Coherent-Domain Optical Methods Biomedical Diagnostics, Tuchin, Valery V. (Ed.). — New York, NY, United States: New York, NY, United States, 2013. — P. 1332.
3. Bartelt H., Lohmann A.W., and Wirnitzer B. Phase and amplitude recovery from bispectra // Applied Optics. Vol. 23, pp. 3121-3129 (1984).
4. Negrete-Regagnon P. Practical aspects of image recovery by means of the bispectrum // J. Opt. Soc. Am. A. Vol. 13, No. 7, pp. 1557-1577 (1996).
5. Lohmann A.W., Weigelt G., and Wirnitzer B. Speckle masking in astronomy: triple correlation theory and applications // Applied Optics. Vol. 22, pp. 869-891 (1983).
6. Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. Метод скользящей пространственной фильтрации для моделирования турбулентной атмосферы // Оптика атмосферы и океана, т.19, №10, с. 909-914 (2006).
7. Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analyzing speckle patterns in star images // Astron. Astrophys. Vol. 6, pp. 85-87 (1970).
8. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. Solutions of ill-posed problems. John Wiley & Sons, 1977.
9. Morozov V.A. Regularization methods for ill-posed problems. New York: CRC Press, 1993.



10. Iroshnikov N., Larichev A., Potyagalova A., Razgulin A. Tikhonov-regularized bispectral variational method for optical signal reconstruction // Computational Mathematics and Modeling. Vol. 24, № 4, pp. 505-516 (2013).
11. Tikhonov A.N., Goncharsky A.V., Stepanov V.V., Yagola A.G. Numerical methods for the solution of ill-posed problems. Kluwer Academic Publishers, 1995.
12. Bakushinsky A. and Goncharsky A. Ill-posed problems: theory and applications. Kluwer Academic Publishers, 1994.
13. Denisov A.M. Elements of the theory of inverse problems. Utrecht: VSP, 1999.