# А.В. Кулагин<sup>1</sup>, Ю.И. Ожигов<sup>12</sup> ОПТИЧЕСКИЙ ОТБОР ТЕМНЫХ СОСТОЯНИЙ АНСАМБЛЕЙ МНОГОУРОВНЕВЫХ АТОМОВ\*

#### Введение

Конечномерные (КЭД) модели квантовой электродинамики являются ключем к компьютерному моделированию взаимодействия света что представляет важность для создания квантовых И вешества. компьтеров. Для двухуровневого атома в оптическом резонаторе такая модель была предложена Джейнсом и Каммингсом (см. [1]), а затем она была обобщена на ансамбли таких атомов (модель Тависа-Каммингса или Дика – см. [2]) и на несколько полостей, связанных оптическим волокном (модель Тависа-Каммингса-Хаббарда [3]). Эти модели и их модификации позволяют численно исследовать такие эффекты как DAT (dephasing assisted transport - [4,5]), квантовое бутылочное горлышко (см. [6]) и другие. На основе этих моделей можно получить описание нелинейных оптических эффектов и исследовать качество гейтов для квантовых вычислений (см. [7]). Модель ЈСН служит обобщением непрерывных квантовых блужданий (см. [8]) и оптической проводимости графов (см. [9]). Важные приложения квантовых методов представлены в работах [21], [22].

Описание собственных состояний в модели Тависа-Каммингса даже для двухуровневых атомов представляет непростую задачу, решение которой изложено в диссертации Михаэля Тависа (см. [1]); это описание весьма сложно. Однако практическую важность представляет один класс собственных состояний системы "атомы+поле", атомная часть которых является так называемыми темными состояниями. Атомный ансамбль, находящийся в темном состоянии, не может испустить фотон, несмотря на то, что он обладает ненулевой энергией. Причина темноты – интерференционное поведение атомов, которые мешают друг другу испустить фотон. Тем самым темные состояния могут служить

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра суперкомпьютеров и квантовой информатики

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Физико-технологический институт РАН, лаборатория физики квантовых компьютеров

<sup>\*</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 18-01-00695 А

энергетическим микроаккумулятором для различных наноустройств, а также применяться для хранения сложных состояний в квантовых вычислениях, предохраняя их от декогерентности, поскольку главным источником последней является именно испускание фотонов.

Внешнее, алгебраическое описание темных состояний ансамблей *d*уровневых атомов можно найти в работе [9], однако явного вида темных состояний их него извлечь нельзя. Явный вид был найден в работе [10] только для ансамблей двухуровневых атомов. Уже для трехуровневых атомов есть только гипотеза, которая была подтверждена авторами для нескольких десятков атомов.

Темные многочисленные применения. B состояния имеют организации межатомного взаимодействия частности, ИХ роль В рассмотрена в работе [11], для контроля твердотельных спинов – в работе [12], для управления макроскопическими квантовыми системами – в работе [13], один из эффектов темного состояния в фотосинтезе – в работе [14]. О некоторых методах получения темных состояний в квантовых точках можно прочесть в работах [15], [16]. Разрушение темных состояний магнитным полем или модулированной лазерной поляризацией рассматривается в работе [17].

Получение темных состояний двухуровневых атомов, описанное в работе [18], опирается на эффект Штарка-Зеемана; в данной работе мы опишем технически более простой метод оптического отбора, основанный на своеобразной томографии электромагнитного поля вне полости.

#### Многомерные синглеты

Гамильтониан Тависа-Каммингса для *n* атомов с энергиями  $g_i^J$  взаимодействия с полем выделенной моды *j* имеет вид

$$H_{TC}^{j} = \hbar \omega a_{j}^{+} a_{j} + (a_{j}^{+} + a_{j}) \sum_{i=1}^{n} g_{i}^{j} (\sigma_{ji}^{+} + \sigma_{ji}),$$
  

$$H_{TC}^{j, RWA} = \hbar \omega a_{j}^{+} a_{j} + a_{j}^{+} \bar{\sigma}_{j} + a_{j} \bar{\sigma}_{j}^{+},$$

$$\bar{\sigma}_{j} = \sum_{i=1}^{n} g_{i}^{j} \sigma_{ji}$$
(1)

где RWA-приближение справедливо при  $g_i^j/\hbar\omega \ll 1$ , верхним символом "+" обозначено сопряжение операторов. Здесь  $a_j, a_j^+$  – полевые операторы уничтожения и рождения фотона моды j,  $\sigma_{ji}, \sigma_{ji}^+$  – атомные операторы релаксации и возбуждения атома i, соответствующие моде j, которые определяются естественным образом.

Пусть для ансамбля A, состоящего из n одинаковых d-уровневых атомов, различающихся только энергиями взаимодействия с модами поля, определен граф G возможных разрешенных переходов между уровнями для каждого j-го атома, j = 1, 2, ..., n. Вершины G соответствуют уровням

энергии, ребра – разрешенным переходам между ними. Тогда G задает набор всевозможных мод  $J_G$ , с которыми может взаимодействовать каждый атом. Многомодовый гамильтониан, соответствующий графу G, имеет вид

$$H_{TC}^{G} = \sum_{j \in J_{G}} H_{TC}^{j}, \ H_{TC}^{G, \ RWA} = \sum_{j \in J_{G}} H_{TC}^{j, \ RWA}.$$
 (2)

Введем обозначение  $\bar{\sigma}_G = \sum_{j \in J_G} \bar{\sigma}_j$ . Тогда подпространство темных атомных

состояний для ансамбля с возможными переходами G есть  $Ker(\bar{\sigma}_G^+ + \bar{\sigma}_G)$ и  $Ker(\bar{\sigma}_G)$  в точной модели и в RWA-приближении соответственно. (Заметим, что некоторые моды могут допускать RWA-приближение, тогда как другие – нет; к разным атомам применимость RWA также может быть различной; соответствующие модификации определений ясны из приведенных; мы рассматриваем только случай применимости этого приближения ко всем модам и атомам одновременно.)

Через  $g^{j}(r)$  обозначим амплитуду перехода по ребру r, соединяющему пару состояний в графе G для атома j.

Сделаем граф G ориентированным, задав ориентацию любого ребра по направлению к уменьшению энергии атомного состояния. Зафиксировав номер атома  $j \in \{1, 2, ..., n\}$ , пометим в графе G ребра r числами  $g^{j}(r)$ . Получится n графов  $G^{j}$ , изоморфных G, для каждого атома – свой. Предположим, что каждой паре "атом j, состояние i" можно приписать положительный вес w(j,i) так, что для любой пары j, j' атомов отношение  $g^{j}(r)/g^{j'}(r) = w(j', i_{in})/w(j, i_{fin}) = w(j', i_{fin})/w(j, i_{fin})$  для любого ребра r с началом  $i_{in}$  и концом  $i_{fin}$ .

Рассмотрим состояние атомов

$$|D_{G,A}\rangle = \sum_{\pi \in S_d} (-1)^{\sigma(\pi)} w(1, \pi(1)) \dots w(d, \pi(d)) | \pi(1), \dots, \pi(d)\rangle$$
(3)

где  $\pi$  пробегает все перестановки на множестве атомов 1,2,...,*d*, а  $\sigma(\pi)$  обозначает четность перестановки  $\pi$ . Состояние  $|D_{G,A}\rangle$  называется G,A-мультисинглетом. Мультисинглет называется равновесным, если все веса w(j,i) равны единице. Мультисинглет всегда является темным в RWA, а равновесный мультисинглет – темным для точного гамильтониана. Чтобы показать это, рассмотрим следующий пример.

**Пример.** Для d = 2 состояние (3) примет вид

$$g^1|01\rangle - g^2|10\rangle \tag{4}$$

с точностью до нормировки; это состояние темное в RWA. Из определения весов w(j,i) следует, что сумма двух слагаемых из (3), отличающихся только перестановкой состояний одной пары атомов, будут с точностью до коэффициента иметь вид (4). С другой стороны, состояние (4) будет темным для точного гамильтониана тогда и только тогда, когда  $g^1 = g^2$ .

Подграф  $G' \subseteq G$  называется полным, если вместе с любой своей вершиной он содержит все вершины, соединенные с ней нисходящим ребром, вместе с этим ребром. Набор графов  $G_1, G_2, ..., G_r$  графа G назовем накрытием, если он состоит из полных подграфов и их объединение дает G. Накрытие точное, если любой  $G_i$ , i = 1, 2, ..., r является компонентой связности графа G.

Для ансамбля *n d*-уровневых атомов в свете работы [9] правдоподобной является следующая гипотеза о явном виде темных состояний.

## Гипотеза.

1) Любое темное состояние в гамильтониане  $H_{TC}^{G,RWA}$  есть линейная комбинация тензорных произведений  $G_i, A_i$  – мультисинглетов для некоторых накрытий  $\{G_i\}$  графа G и разбиений множества всех атомов A на подмножества  $A_i$ .

2) Темные состояния для точного гамильтониана  $H_{TC}^G$  являются в точности линейными комбинациямии равновесных  $G_i, A_i$  – мультисинглетов для точных накрытий  $\{G_i\}$  графа G и соответствующих разбиений A на подмножества  $A_i$ .

В частности, из этого следует, что при связном графе G темные состояния в точной модели бывают лишь для ансамблей с числом атомов, кратным d. Данная гипотеза строго доказана только для d = 2 в работе [10]. Уже для d = 3 данная гипотеза только проверена на суперкомпьютере до нескольких десятков атомов.

В ансамбле разнородных атомов, как правило, нет совпадающих частот переходов. Однако в квантовых точках, где "атомы" можно, фактически, формировать искусственно, можно добиться и совпадения частот некоторых переходов в спектрах неодинаковых структур. В этом случае можно исследовать получающиеся темные состояния.

Например, для трехатомного ансамбля, состоящего из двух V-атомов и одного  $\lambda$ -атома, изображенного на рисунке 1, RWA-темное подпространство будет иметь размерность 7 и один из его базисов выглядит так:

 $\begin{array}{l} |120\rangle-|102\rangle,\;|200\rangle-|101\rangle-|001\rangle,|200\rangle-|110\rangle-|002\rangle\\ |000\rangle,\;|002\rangle-|020\rangle,\;|100\rangle,\;|110\rangle-|101\rangle. \end{array}$ 

Здесь последовательность атомных состояний – как у атомов на рисунке.

## Оптический отбор темных состояний

Мы объясним метод оптического отбора на примере ансамбля, состоящего из двух двухуровневых атомов. Будем обозначать базисные состояния системы атомов и поля через  $|n\rangle_{ph}|m_1m_2\rangle_{at}$ , где n – число фотонов в резонаторе,  $m_1, m_2$  – числа возбуждения первого и второго



Рис. 1. Ансамбль трех разных атомов: два *v*-типа и один  $\lambda$ -типа. Переходы подобраны с одинаковыми для всех атомов энергиями обеих мод  $\hbar\Omega$ ,  $\hbar\omega$ .

атомов: 0 – основное состояние, 1 – возбужденное. Схема отбора состоит из последовательных шагов отбора, которая начинается с заранее приготовленного состояния поля и атомов  $|\Psi(0)\rangle = |0\rangle_{ph} |\Phi_0\rangle_{at}$ , где  $|\Phi_0\rangle_{at} = \alpha |00\rangle + \beta |s\rangle$ ,  $|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$  – двухатомный синглет,  $\alpha |00\rangle + \beta |s\rangle$  – произвольное состояние двухатомной системы, которое можно получить, выждав необходимое время для испускания фотона двухатомной системой. Например, состояние атомного ансамбля  $|01\rangle$ можно представить как  $|01\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|t\rangle + |s\rangle)$ , где  $|t\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$  – триплетное состояние, остальные два триплета имеют вид  $|00\rangle$  и  $|11\rangle$ .

Шаг процесса с номером *i* состоит в следующем. В момент времени  $\tau_i$  мы имеем состояние системы "атомы + поле"  $\rho_i$ , при этом вероятность присутствия фотонов в полости исчезающе мала. Мы запускаем в резонатор один фотон, после чего включаем ячейку Поккельса, расположенную внутри резонатора и отражающую фотон в направлении детектора (см. рисунок 2) и фиксируем время срабатывания детектора. После этого шага делаем следующий точно так же и т.д., набирая статистику времен срабатывания детектора.

Мы предполагаем, что время запуска фотона в полость мало по сравнению как с временем рабиевской осцилляции между состояниями  $|1\rangle_{ph}|00\rangle_{at}$  и  $|0\rangle_{ph}\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{at}+|10\rangle_{at})$ , так и с ожидаемым временем вылета фотона из полости, и им можно пренебречь, считая запуск практически мгновенным.

Пусть  $\rho'_i$  – априорное состояние системы в полости в момент *i*-го включения ячейки Поккельса. Поскольку фотон появляется в полости очень быстро, можно считать, что это состояние получается из  $\rho_i$  добавлением фотона в полость:  $\rho'_i = a^+ \rho_i a$ . После этого мы ждем время  $\tau_{click i}$ , когда в детектор попадет фотон, вылетевший из полости.

Время срабатывания детектора  $\tau_{click_i}$  на шаге *i* является случайной величиной, зависящей также от шага *i*, так что решая основное уравнение, мы лишь найдем для нее верхнюю границу  $t_i$ . Функция распределения  $\tau_{click_i}$  меняется с каждым шагом и является априорной

21



Рис. 2. Оптический отбор. Линдбладовский оператор  $L_1 = a^+a - улет$  фотона и возврат его обратно в полость после прохождения через детектор. Детектор щелкает всякий раз, когда в него попадает фотон.

функцией распределения, которую мы находим по уравнению (5), не прибегая ни к каким экспериментам. Это вычисление нужно лишь для того, чтобы найти верхнюю границу  $t_i$  ожидания щелчка детектора на шаге *i*. Матрицу плотности  $\rho_{i+1}$  можно найти как решение задачи Коши для квантового основного уравнения (5), соответствующего вылету фотона из полости, для начального состояния  $\rho'_i(0) = \rho'_i$ , с тем условием, что для момента  $t_i$  это решение  $\rho'_i(t_i)$  не содержит фотонов в полости с исчезающе малой вероятностью ошибки (ошибка может произойти только когда мы прекратили ждать срабатывания детектора, а фотон все-таки остался в полости или может быть испущен позже).

Итак, верхнюю границу  $t_i$  для  $\tau_{click_i}$  на шаге *i* мы ищем численнно, решая квантовое основное уравнение. Мы полагаем  $\rho_{i+1} = \rho'_i(t_i)$ . После вылета фотона из полости состояние атомов внутри полости не меняется, поэтому мы можем произвольно увеличить время ожидания полного вылета до значения, большего найденного  $t_i$  для уменьшения вероятности ошибки.

Мы будем делать так определенные последовательные шаги, каждый раз фиксируя время срабатывания детектора на вылетающий из полости фотон. Если момент  $\tau_i - \tau_{i-1}$  щелчка детектора на шаге *i* рассматривается как случайная величина, то функция распределения этой величины находится как  $P(t) = \langle 0_{ph} 0_1 0_2 | \rho(t) | 0_{ph} 0_1 0_2 \rangle + \langle 0_{ph} s | \rho(t) | 0_{ph} s \rangle$ , то есть как вероятность того, что фотон вылетел из полости за время t, считая нулевой отметкой начало шага *i*. Плотность распределения времени срабатывания детектора есть dP(t)/dt. После достаточно большого числа последовательных шагов мы считаем среднее время  $d\tau$ срабатывания наших значениям детектора по всем  $au_{click}$  i в Далее установим факт быстрого экспериментах. ΜЫ достаточно подавления внедиагональных элементов матрицы плотности  $\rho_i$  с ростом i, так что распределение величины  $au_{click \ i}$  для разных i будет практически одинаковым для больших *i* и сойдется к распределению, характерному

22

либо для триплета  $|00\rangle$ , либо для синглета  $|s\rangle$ ; таким образом, величины времен ожидания щелчка детектора  $t_i$ , начиная с момента исчезновения недиагональных элементов, будут одинаковы. Обозначим их через dT.

Если среднее время  $d\tau$  вылета фотона меньше некоторого порога  $d\tau_{cr}$ , в полости находится темный синглет  $|s\rangle$ , в противном случае мы имеем триплет  $|00\rangle$ , состояние бракуется и вся серия экспериментов начинается заново – с выбора случайного начального состояния атомов.

Срабатывание на шаге *i* детектора, в который попадает фотон, отраженный ячейкой Поккельса, происходит с замедлением, которое меняется между нулем и  $\tau_{click_i} = \tau_i - \tau_{i-1}$ ; оно складывается из двух факторов: а) время срабатывания самой ячейки (она может не перекрывать всю полость и потому, даже если в полости есть фотон, он не отразится сразу при прохождении вдоль полости) и б) возможность поглощения фотона компонентой  $|00\rangle$  атомного состояния полости.

Если первоначальное состояние атомов  $\rho_0 = |s\rangle_{at} \langle_{at} s|$ , то мы имеем синглет и среднее время вылета  $a_s$  фотона из полости будет коротким. Если же  $\beta = 0$ , то мы имеем триплет  $\rho_0 = |00\rangle_{at} \langle_{at} 00|$  и среднее время вылета фотона  $a_t$  будет длиннее, так как за время бездействия ячейки Поккельса фотон может с ненулевой вероятностью поглотиться ансамблем атомов. Таким образом, достаточно взять статистический барьер для принятия решения  $d\tau_{cr} = (a_s + a_t)/2$ .

Считая применимым RWA-приближение, рассмотрим в качестве математической модели шага нашего процесса квантовое основное уравнение с оператором Линдблада  $A_1 = a$  – удаление фотона из полости:

$$i\hbar\dot{\rho} = [H,\rho] + i\mathscr{L}(\rho), \quad \mathscr{L}(\rho) = \gamma(a\rho a^{+} - \frac{1}{2}(\{a^{+}a,\rho\}), \quad H = H_{TC}.$$
(5)

Его решение  $\rho(t)$  можно приближенно найти, представив в виде последовательности двух шагов, из которых на первом делается один шаг в решении унитарной части (5):  $\tilde{\rho}(t+dt) = e^{-iHdt/\hbar}\rho(t)e^{iHdt/\hbar}$ , а на втором – шаг в решении уравнения (5) с удаленным коммутатором:

$$\rho(t+dt) = \tilde{\rho}(t+dt) + \frac{\gamma}{\hbar}(a\tilde{\rho}a^+ - \frac{1}{2}(\{a^+a,\tilde{\rho}\})dt.$$

Грубо оценить параметр  $\gamma$  можно так. Поскольку изменение матрицы плотности на втором шаге, отнесенное к времени dt, за которое свет преодолевает длину полости, составляет величину эффективности ячейки Поккельса  $e_p$ :  $0 < e_p \leq 1$ , мы имеем  $\frac{\gamma dt}{\hbar} = e_p$ , откуда  $\gamma = e_p \hbar/dt$ . Для атома  $Rb^{85}$  длина полости, равная половине длины волны фотона, составляет 0.7 *ст*, мы имеем  $\gamma \approx 10^{-17}e_p$  эрг.

Предположим, что мы имеем один из вариантов: а)  $|\Phi_0\rangle_{at} = |00\rangle$  или б)  $|\Phi_0\rangle_{at} = |s\rangle$ . В первом случае время срабатывания детектора, усредненное по большому числу испытаний, будет в силу центральной предельной теоремы очень близко к  $t_s$ , во втором – к  $t_t$ . Поскольку  $t_t - t_s$  – достаточно большая величина, мы сможем статистически достоверно различить эти два случая. Варианты а) или б) имеют место, например, если начальное состояние пары атомов имеет вид  $|01\rangle$ , так как в этом случае щелчок детектора при приготовлении исходного состояния для первого шага уже означает, что мы имеем состояние  $|00\rangle$ , а отсутствие щелчка в течение достаточно длительно времени – что мы имеем синглет  $|s\rangle$ .

Теперь пусть оба числа  $\alpha$ ,  $\beta$  ненулевые. Тогда в матрице плотности состояния атомов в базисе  $|00\rangle$ ,  $|s\rangle$ , получаемая в результате описанной последовательности шагов внедиагональные члены будут подавляться с числом шагов, так что в пределе матрица плотности полностью распадется на  $|00\rangle\langle 00|$  с вероятностью  $|\alpha|^2$  и  $|s\rangle\langle s|$  с вероятностью  $|\beta|^2$ , и мы придем к уже разобранному случаю двух несовместных альтернатив. Подавление внедиагональных элементов матрицы плотности установлено моделированием. Время полного численным подавления матрицы плотности внедиагональных элементов Tnon получается суммированием всех временных отрезков ожидания полного вылета фотона из полости:  $T_{non} = \sum_{i=1}^{L} t_i$  где L – минимальное значение шага, на внедиагональные котором элементы матрицы  $\rho_L$ становятся пренебрежимо График времени малыми. полного подавления внедиагональных элементов матрицы плотности T<sub>non</sub> в зависимости от энергии g взаимодействия атомов и поля приведен на рисунке 3.



Рис. 3. Время  $t = T_{non}$  полного затухания недиагональных элементов  $(abs < 10^{-3}g/\hbar\omega)$  в интервале [0.01; 0.01] с шагом 0.01, интенсивность стока:  $\gamma/\hbar\omega = 0.01$ , шаг по времени:  $dt = 0.001/\gamma$ , пороговая населенность стока, при которой происходит запуск фотона: 0.95).

На рисунке 4 изображены графики функций распределения времени

вылета фотона из полости для разных значений  $\gamma$ ; соответственно, плотности распределения будут производными от этих функций: для  $\gamma = g$  график плотности показан на рисунке 5.



Рис. 4. Наполнение стока: слева при  $\gamma = 0.01g$ , справа при  $\gamma = g$ .



Рис. 5. l = g

Моменты щелчков детектора  $d\tau_1, d\tau_2, ..., d\tau_{L_{s,t}}$  в последовательных экспериментах соответствуют независимой выборке из значения данных

величин; значения  $L_s, L_t$  для двух конкурирующих гипотез будут различаться ненамного. По центральной предельной теореме среднее арифметическое  $\xi = \sum_{i=1}^{L} d\tau_i/L$  будет иметь при больших L нормальное распределение с центрами  $a_s$  и  $a_t$  соответственно, которые представляют собой средние времена вылета фотона для двух альтернативных гипотез:  $a_s < a_t$ .

Мы провели прямое моделирование оптического отбора с помощью датчика случайных чисел, последовательностью испытаний. В каждом испытании с интервалом t<sub>click</sub> моделируется измерение стока, то есть статистическое испытание факта вылета фотона из полости, исходя из рассчитанной по уравнению (5) вероятности. При этом уравнение (5) решается методом Эйлера с шагом по времени dt, причем временные интервалы в вычислительной модели выбирались так, чтобы для любого шага по времени выполнялись бы неравенства  $dt < dt_{click} \ll \tau_{click} i \leq dT$ . Если фотон вылетел, испытание считается завершенным, мы снова запускаем его в полость, изменяя начальное условие для (5), и переходим к следующему испытанию. Число всех испытаний обозначается через N, максимальное время одного испытания  $dT = max(t_i)$ . Ниже приведены численного моделирования для следующих результаты значений параметров:

Шаг по времени решения уравнения (5): dt = 10 ns, интенсивность вылета в сток:  $\gamma = 0.01g$ , период проверки срабатывания детектора  $dt_{\text{click}} = 50$  ns, число испытаний (каждое испытание проводится до первого срабатывания детектора) N = 1000,  $a_t = 1.551$  mks,  $a_s = 1.125$  mks.

Практически можно взять  $n_{bor} = 2T_{gen}/(a_s + a_t)$  как среднее число щелчков детектора за общее время  $T_{gen}$  наблюдения,  $T_{gen} = NdT$ . Применим наш статистический критерий так: при числе щелчков  $n_{click} > n_{bor}$  мы имеем синглетное состояние  $|s\rangle$ , в противном случае – триплет  $|00\rangle$ .

Тогда ошибка первого и второго рода оценится сверху как квантиль  $\int_{n_{bor}}^{\infty} N_{0,\sigma}(x) dx$  нормального распределения с математическим ожиданием 0 и дисперсией  $1/min\{L_s, L_t\}$  и может быть сделана сколь угодно малой с увеличением  $T_{gen}$ .



Рис. 6. Плотность распределения среднего времени вылета фотона, точность моделирования dt = 1 ns

#### Многоуровневый случай

Описанный оптический отбор темных состояний применим и к ансамблям многоуровневых атомов. Здесь надо рассмотреть состояния многоуровневого синглета дополнить  $|S_D\rangle$ вида (3) И его ДО ортонормированного базиса "светлыми" состояниями. При этом отбор должен производиться по всем модам, которых в случае d уровней будет не больше  $C_n^2$  (мы учитываем переходы всех порядков). Для трехуровнего случая обозначим мультисинглет через  $|D_3\rangle$ . Мы рассмотрели несколько примеров для ансамблей трех трехуровневых атомов, проведя численное моделирование для значений параметров: dt = 1 ns,  $\gamma = g$ ,  $dt_{\text{click}} = 100 \text{ ns}$ , N = 1000. Графики функции распределения времени срабатывания детектора даны на рисунке 7, графики плотности распределения среднего времени щелчка детектора для разных состояний – на рисунке 8.

Плотность распределения среднего значения времени детектирования фотонов считалась для значений  $dt_{\rm click} = 100$  ns.

 $\begin{array}{l} a_{|10\rangle_{ph}|D_{3}\rangle} = 16.596 \text{ mks,} \\ a_{|10\rangle_{ph}|0_{1}0_{2}0_{3}\rangle_{at}} = 22.243 \text{ mks,} \\ a_{|10\rangle_{ph}|0\rangle_{2}(|0_{1}1_{3}\rangle - |1_{1}0_{3}\rangle)} = 22.423 \text{ mks,} \\ a_{|10\rangle_{ph}|0_{1}\rangle(|0_{2}1_{3}\rangle - |1_{2}0_{3}\rangle)} = 22.423 \text{ mks,} \\ a_{|10\rangle_{ph}(|0_{1}1_{2}\rangle - |1_{1}0_{2}\rangle)|0_{3}\rangle} = 22.423 \text{ mks,} \end{array}$ 



Рис. 7. Наполнение стока в зависимости от времени,  $\gamma = g$ .



Рис. 8. Плотность распределения среднего времени вылета фотона,  $dt_{click} = 100 \ ns, \ l = g.$ 

#### Заключение

Мы предложили метод генерации темных состояний двух- и трехуровневых атомов, основанный на оптическом отборе. Этот способ очень прост, но, в отличие от предложенного ранее в работе [18], не требует применения штарковского сдвига уровней. Здесь используется только многократное измерение времени задержки детектирования фотонов, покидающих оптическую полость. Данный способ позволяет получить темное состояние в виде тензорного произведения синглетов в течение не более нескольких десятков микросекунд для спектра атомов  $Rb^{85}$ . Он также практически не зависит от выбора начального состояния атомов, помещенных в полость.

Оптический отбор в равной степени применим и к многоуровневым атомам, причем он может быть настроен на получение строго определенного вида темного состояния. Описанный метод, в силу его простоты и скорости, можно использовать для генерации темных состояний ансамблей из нескольких десятков атомов в одной полости, что может быть полезным для производства защищенных от декогерентности квантовых вычислений в оптических полостях.

## Благодарности

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований, грант а-18-01-00695.

## Литература

- 1. Jaynes E. T., Cummings F. W. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser, Proc. IEEE 51 (1): 89–109, (1963). doi:10.1109/PROC.1963.1664
- 2. Dicke R. Phys. Rev. 93, 99 (1954)
- 3. Angelakis D. G., Santos M. F., Bose S. Photon-blockade-induced Mott transitions and XY spin models in coupled cavity arrays, Physical Review A 76, 03 (2007)
- 4. *Huelga S., Plenio M.* Vibration, Quanta and Biology, Contemp. Phys. 54, 181 207 (2013)
- 5. *Plenio M.* Dephasing assisted transport: Quantum networks and biomolecules, New J. Phys. 10, 113019 (2008)
- 6. Ozhigov Y. I., Skovoroda N. A. Qubit model of Jaynes-Cummings-Hubbard with phonon environment for exciton transport in light-harvesting FMO complex, Proceedings of SPIE, International Conference on Micro- and Nano-Electronics, ser. 9440, Publisher: SPIE, the International Society for Optical Engineering (Bellingham, WA, United States), pp. 94401M (2014)
- 7. *Azuma H*. Quantum computation with the Jaynes-Cummings model, Prog. Theor. Phys. 126, 369-385 (2011).
- 8. *Ambainis A.*, Quantum walks and their algorithmic applications, International Journal of Quantum Information, 1:507-518 (2003)
- 9. Kulagin A. V., Ladunov V. Y., Ozhigov Y. I., Skovoroda N. A., and Victorova N. B. 11022, International Conference on Micro- and Nano-Electronics 2018, 110222C (2019); https://doi.org/10.1117/12.2521763.

- 10. *Tavis M. T.* A Study of an N Molecule Quantized-Radiation-Field Hamiltonian (dissertation), https://arxiv.org/abs/1206.0078
- 11. Kok P., Nemoto K., and Munro W. J. Properties of multi-partite dark states, e-print http://lanl.arxiv.org/abs/quant-ph/0201138 (2002)
- Ozhigov Y. I. Space of dark states in Tavis-Cummings model, Modern information technologies and IT education, vol. 15, N1, pp. 27-32, DOI: 10.2555915/SITITO.15.201901.13-26, https://arxiv.org/abs/1606.08483 (2019).
- 13. André A., Duan L. M., Lukin M. D. Coherent atom interactions mediated by dark-state polaritons, Phys Rev Lett. 17;88(24):243602 (2002).
- 14. Hansom J., Schulte C., Le Gall C., Matthiesen C., Clarke E, Hugues M., Taylor J. M., Atatüre M. Environment-assisted quantum control of a solidstate spin via coherent dark states, Nature Physics 10, 725–730 (2014)
- 15. Lee E. S., Geckeler C., Heurich J., Gupta A., Kit-Iu Cheong, Secrest S., and Meystre P. Dark states of dressed Bose-Einstein condensates, Phys. Rev. A 60, 4006, (1999)
- 16. *Kozyrev S. V., Volovich I. V.* Dark states in quantum photosynthesis, http://lanl.arxiv.org/abs/1603.07182
- 17. *Pöltl C., Emary C., Brandes T.* Spin entangled two-particle dark state in quantum transport through coupled quantum dots, Phys. Rev. B 87, 045416 (2013)
- 18. *Tanamoto T., Ono K., Nori F.* Steady-state solution for dark states using a three-level system in coupled quantum dots, Jpn. J. Appl. Phys., Part 1 51, 02BJ07 (2012)
- 19. Berkeland D.J., Boshier M.G. Destabilization of dark states and optical spectroscopy in Zeeman-degenerate atomic systems, e-print http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0111018v1.pdf
- 20. *Ozhigov Y.I.* Dark states of atomic ensembles: properties and preparation, Proc. SPIE 10224, International Conference on Micro- and Nano-Electronics 2016, 102242Y (2016); https://doi.org/10.1117/12.2264516.
- *Khrennikov A.* "Social Laser": Action Amplification by Stimulated Emission of Social Energy. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 374. 20150094. 10.1098/rsta.2015.0094
- 22. *Khrennikov A., Toffano Z. & Dubois F.* Concept of information laser: from quantum theory to behavioural dynamics. Eur. Phys. J. Spec. Top. 227, 2133–2153 (2019). https://doi.org/10.1140/epjst/e2018-800027-6