

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова

академик



Е.И. Моисеев

» _____ 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Методы оптимизации и решения систем уравнений большой размерности»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (01.01.02)

2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Методы оптимизации и решения систем уравнений большой размерности

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (01.01.02)

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина является спецкурсом по выбору.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
Владением методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1)	З1 (ОПК-1) ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1) УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области

	<p>математики и информатики В1 (ОПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики</p>
<p>Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики (ПК-1)</p>	<p>З1 (ПК-1) ЗНАТЬ: Современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p> <p>У1 (ПК-1) УМЕТЬ: Применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p> <p>В1 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>
<p>Способность к реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, ориентированных на современную вычислительную технику (ПК-4)</p>	<p>З1 (ПК-4) ЗНАТЬ: современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенности современных вычислительных комплексов</p> <p>У1(ПК-4) УМЕТЬ: применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p> <p>В1 (ПК-4) ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов</p>

<p>Владение современными алгоритмами компьютерной математики, способность совершенствовать, углублять и развивать математическую теорию, лежащую в их основе (ПК-3)</p>	<p>З1 (ПК-3) ЗНАТЬ: классические алгоритмы компьютерной математики, основные факты математической теории, лежащей в их основе;</p> <p>У1 (ПК-3) УМЕТЬ: применять классические алгоритмы компьютерной математики, оперировать основными фактами математической теории, лежащей в их основе;</p> <p>В1(ПК-3) ВЛАДЕТЬ: базовыми навыками выбора алгоритмов компьютерной математики с учетом основных фактов математической теории, лежащей в их основе.</p>
---	--

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 24 часа занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 12 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по линейной алгебре, математическому анализу и обыкновенным дифференциальным уравнениям, соответствующим основным образовательным программам бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика» или 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Процесс изложения учебного материала сопровождается презентациями и демонстрацией решения задач в MATLAB'e в интерактивном режиме с использованием мультимедийного проектора. Отчетность состоит в выполнении трех заданий на любом языке программирования. По каждому заданию предполагается отчетность в форме презентации.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе рассматриваются итерационные методы решения линейных и нелинейных систем уравнений большой размерности и минимизации функций (без ограничений) большого числа переменных. Цель курса – научить использовать библиотечные программы и программное обеспечение, понимать их возможности и ограничения.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа обучающегося, часы		
		из них						из них		
Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	Всего		
Тема 1. Системы линейных уравнений. Основные определения. Метод	24	8	-	-	-	4	12	12	-	12

<p>PageRank для ранжирования веб-страниц. Стационарные методы (Якоби, Гаусса-Зейделя и др.). Предобуславливатели. Сингулярное разложение (SVD). Вырожденные системы. Линейный метод наименьших квадратов. Интерполяция функций. Метод обобщенных минимальных невязок (GMRES). Примеры: интегральные и интегро-дифференциальные уравнения, одномерные и двумерные краевые задачи. Методы сопряженных градиентов (CG), GMRES с ограниченной памятью и др. варианты метода.</p>										
<p>Тема 2. Системы нелинейных уравнений.</p> <p>Стандартные предположения. Метод Ньютона (LU-разложение). Локальная сходимость. Разностные аппроксимации производной. Методы Ньютона-Крылова. Квазиньютоновские методы, метод Бroyдена. Нелокальная сходимость: контроль шага (линейный поиск). Примеры: интегральные уравнения, и двумерные краевые задачи, задачи экономического равновесия.</p>	24	8	-	-	-	4	12	12	-	12
<p>Тема 3. Минимизация функций.</p> <p>Метод Гаусса-Ньютона. Вычисление параметров задачи по</p>	24	8	-	-	-	4	12	12	-	12

имеющимся данным. Методы Гаусса-Ньютона и Левенберга-Маркуардта. Нелинейный метод наименьших квадратов. Метод Ритца-Галеркина. Параметризация решения модели экономического роста.										
6. Презентация выполненных заданий	34	2					32			
Итого	108	40					68			

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы и решении задач.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Дж. Дэннис, Р. Шнабель, Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988.
2. Ю. Саад, Итерационные методы для разреженных линейных систем. М.: МГУ, 2014.
3. С.Т. Kelley, Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations, Philadelphia, SIAM, 1995.
4. С.Т. Kelley, Iterative Methods for Optimization, Philadelphia, SIAM, 1999.
5. С. Moler, Numerical Computing with MATLAB. Electronic edition: The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2004. <http://www.mathworks.com/moler>. Print edition: SIAM, Philadelphia, 2004.
6. W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery. Numerical Recipes. 2nd edn. Vol. 1. Cambridge Univ. Press, New York. 1992.
7. J. Fernández-Villaverde, D. Zarruk Valencia, A practical guide to parallelization in economics, NBER Working Paper 24561, 2018.

Дополнительная литература

1. Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт, Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.
2. Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш, Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 2001.

3. Д. Ортега, В. Рейнболдт, Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975.
4. Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун, Матричные вычисления. М.: Мир, 1999.
5. A.R. Conn, N.I.M. Gould, P.L. Toint, Trust-region methods, Philadelphia, SIAM, 2000.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

- 1) <http://www.mathworks.com/moler>
- 2) <https://www.mathworks.com/matlabcentral/>
- 3) https://archive.siam.org/books/textbooks/fr18_book.pdf
- 4) https://archive.siam.org/books/textbooks/fr16_book.pdf

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

В процессе обучения используется пакет прикладных программ MATLAB.

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

1. Программное обеспечение для создания и просмотра pdf-документов Adobe Reader.
2. Издательская система LaTeX.
3. Программное обеспечение MATLAB (GNU Octave).

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованный маркерной или меловой доской; ноутбук, экран и проектор.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

доцент, д.ф.-м.н. Мельников Николай Борисович

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Методы решения задач оптимизации и систем уравнений большой размерности»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные алгоритмы компьютерной математики, математическую теорию, лежащую в их основе Код 31 (ПК-3)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе	В целом сформированные, но неполные знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе	Сформированные систематические знания о современных алгоритмах компьютерной математики, о математической теории, лежащей в их основе	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе Код У1 (ПК-3)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами матема-	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные алгоритмы компьютерной математики,	Сформированное умение применять современные алгоритмы компьютерной математики, оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе	отчет

			тической теории, лежащей в их основе	оперировать фактами математической теории, лежащей в их основе		
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных алгоритмов компьютерной математики, навыками получения новых фактов математической теории, лежащей в их основе Код В1 (ПК-3)</p>	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных алгоритмов компьютерной математики, навыками получения новых фактов математической теории, лежащей в их основе	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных алгоритмов компьютерной математики, навыками получения новых фактов математической теории, лежащей в их основе	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора и создания новых современных алгоритмов компьютерной математики, навыками получения новых фактов математической теории, лежащей в их основе	Сформированное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных алгоритмов компьютерной математики, навыками получения новых фактов математической теории, лежащей в их основе	отчет
<p>ЗНАТЬ: современные математические методы, применяющиеся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий Код 31 (ОПК-1)</p>	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	В целом сформированные, но неполные знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуника-	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-	Сформированные систематические знания о современных математических методах, применяющихся для решения задач в области естественных наук, экономики, социологии и информационно-коммуникационных технологий	Устный экзамен

			ционных технологий	коммуникационных технологий		
<p>УМЕТЬ: применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики Код У1 (ОПК-1)</p>	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	Сформированное умение применять современные методы постановки и анализа задач в области математики и информатики	Устный экзамен
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики Код В1 (ОПК-1)</p>	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов и средств постановки и анализа задач в области математики и информатики	реферат
<p>ЗНАТЬ: Современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.</p>	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задачи и основанных на	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и осно-	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Устный экзамен

Код 31 (ПК-1)			дифференциальных уравнениях.	ванных на дифференциальных уравнениях.		
УМЕТЬ: Применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. Код У1 (ПК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Контрольные работы
ВЛАДЕТЬ: навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях. Код В1 (ПК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	В целом успешное, но не полное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Сформированное владение навыками выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач и основанных на дифференциальных уравнениях.	Контрольные работы, реферат
ЗНАТЬ: современные методы	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о со-	В целом сформированные, но не-	Сформированные, но содержащие	Сформированные систематические	Устный экзамен

<p>реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенности современных вычислительных комплексов</p> <p>Код 31 (ПК-4)</p>		<p>временных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	<p>полные знания о современных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	<p>отдельные пробелы знания о современных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	<p>знания о современных методах реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов, особенностях современных вычислительных комплексов</p>	
<p>УМЕТЬ: применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p> <p>Код У1 (ПК-4)</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Фрагментарные умения применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>Сформированное умение применять современные методы реализации различных математических алгоритмов в виде программных комплексов с учетом особенностей современных вычислительных комплексов</p>	<p>отчет</p>
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде программных</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде про-</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализа-</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора и создания новых современных</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора и создания новых современных методов реализации математических алгоритмов в виде про-</p>	<p>отчет</p>

комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов Код В1 (ПК-4)		граммных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов	ции математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов	методов реализации математических алгоритмов в виде программных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов	граммных комплексов, учитывающих особенности современных вычислительных комплексов	
---	--	--	--	---	--	--

Варианты самостоятельных заданий по курсу.

1. Разобрать статью К. Bryan, T. Leise, SIAM Rev., 48(3), 569–581.
2. В примере 3 лекции 4 (интегро-дифференциальное уравнение) реализовать предобуславливатель на основе методов Якоби и симметризованного Гаусса-Зейделя. Сравнить результаты с предобуславливателем на основе оператора второй производной, разобранным на лекции.
3. Задача 3.9.6 из [3]: решить краевую задачу $-u'' + u' + u = 1$, $u(0) = u(1) = 0$. методом GMRES без предобуславливателя, а затем используя в качестве предобуславливателя отображение M , заданное следующим образом: $-(Mf)'' = f$, $(Mf)(0) = (Mf)(1) = 0$. Посмотреть, что происходит с увеличением числа точек.
4. Задача 7.5.8 из [3]: сравнить результаты методов Бройдена и Ньютона-GMRES для модифицированной задачи *Bratu*:

$$-\nabla^2 u + du_x + e^u = 0$$
на множестве $(0, 1) \times (0, 1)$ с однородными краевыми условиями Дирихле.
5. Сравнить результаты работы методов квазиньютона, Гаусса-Ньютона и Левенберга-Маркуардта для тестового примера 1 из [1].

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

Структура и график контрольных мероприятий

Три самостоятельных домашних проекта.

Система контроля и оценивания

За каждый проект выставляется один балл. В конце семестра эти баллы конвертируются в итоговую оценку по формуле 2 плюс число набранных баллов за проекты.