

**Список вопросов к госэкзамену по математике  
для выпускников магистерской программы  
«Дискретные структуры и алгоритмы»  
(выпуск 2020 года)**

1. Замкнутые классы алгебры логики. Теорема Поста о замкнутых классах алгебры логики. Структура доказательства теоремы Поста. Конечная порождаемость замкнутых классов. Решетка замкнутых классов. [1] (стр. 47-65)
2. Алгоритм распознавания полноты в  $k$ -значной логике. [2] (стр. 51-53)
3. Теорема Кузнецова о функциональной полноте. [2] (стр. 53-56)
4. Задача обобщенной выполнимости. Слабо положительные, слабо отрицательные, биюнктивные и мультиаффинные функции, их критерии и приведенные представления. Полиномиальные случаи задачи обобщенной выполнимости. [3] (стр. 28-30), [4] (стр. 24-33)
5. Теорема Шефера о сложностной классификации задачи обобщенной выполнимости (без доказательства вспомогательных лемм). [3] (стр. 52-53), [4] (стр. 37-39)
6. Раскраски вершин графов, хроматическое число графа. Критерий двуцветности графа. Теорема Брукса о верхней оценке хроматического числа графа. [5] (стр. 235-243), [6] (стр. 359-361)
7. Раскраски ребер графов, хроматический индекс графа. Хроматический индекс двудольного графа. Теорема Визинга о верхней оценке хроматического индекса графа. [5] (стр. 248-252), [6] (стр. 451-457)
8. Числа Рамсея. Теоремы о верхней и нижней оценках чисел Рамсея. [6] (стр. 308-313)
9. Алгоритмы на графах, поиск в глубину и в ширину. Алгоритм поиска двусвязной компоненты графа. Алгоритм поиска фундаментального множества циклов графа. [5] (стр. 323-334), [7] (стр. 88-94, 98-105)
10. Вероятностный метод, примеры его применения в теории графов (нижняя оценка числа гамильтоновых путей в турнире), в теории гиперграфов (теорема об однородных гиперграфах, обладающих свойством  $B$ ) и в комбинаторной теории чисел (теорема о подмножествах, свободных от сумм). [8] (стр. 18-20, 24-25, 27, 32-33)
11. Неравенство Чебышёва, его неулучшаемость. Применение метода второго момента к решению задачи о распределении простых чисел. Модели случайных графов. Определение пороговой функции. Пороговые функции для свойств «граф свободен от треугольников» и «граф свободен от клик с четырьмя вершинами». [8] (стр. 60-63, 66-67, 178-180)
12. Вероятностные алгоритмы. Вероятностные алгоритмы проверки тождеств для матриц и для многочленов. Оценка вероятности ошибки. [9] (стр. 161-165, 184-188), [10] (стр. 129-132, 149-154)
13. Квантовые вычисления. Определение квантового компьютера, квантовой схемы и квантовых вычислений. Квантовый алгоритм Гровера для задачи поиска, его сложность. [11] (стр. 48-54, 66-71, 54-56)
14. Нейронные сети. Представимость событий в нейронных сетях. [12] (стр. 9-21)
15. Модели самовоспроизведения на однородных структурах, теорема Мура. [12] (стр. 30-41)
16. Сети Петри. Моделирование конкурирующих параллельных процессов сетями Петри. Основные свойства сетей Петри. Покрывающее дерево сети Петри. Разрешимость проблем ограниченности, безопасности и покрытия для обыкновенных сетей Петри. Неразрешимость проблемы эквивалентности для обыкновенных сетей Петри. [13] (стр. 14-32)
17. Стандартные схемы программ. Проблема функциональной эквивалентности для стандартных схем программ. Неразрешимость проблемы функциональной

эквивалентности. Логико-термальная эквивалентность стандартных схем программ. Разрешимость проблемы логико-термальной эквивалентности стандартных схем программ. [14] (стр. 67-83, 92-101)

18. Поколения архитектур компьютеров и парадигмы программирования. Архитектурные особенности современных микропроцессоров. Программно-аппаратная архитектура суперкомпьютеров Ломоносов и Blue Gene/P.
19. Последовательная и параллельная сложность алгоритмов, информационный граф и ресурс параллелизма алгоритмов.
20. Методы организация параллельных вычислений при суперкомпьютерном решении сеточных задач.
21. Архитектурные особенности графических процессоров, направленные на массивно-параллельные вычисления.
22. Методы эффективной организации параллельных вычислений на графических процессорах.

### Литература

1. Марченков С.С. Основы теории булевых функций. М.: Физматлит, 2014.
2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.
3. Creignou N., Khanna S., Sudan M. Complexity classifications of Boolean constraint satisfaction problems. 2001.
4. Горшков С.П., Тарасов А.В. Сложность решения систем булевых уравнений. М.: Курс, 2017.
5. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990.
6. Bondy J.A., Murty U.S.R. Graph theory. Springer, 2008.
7. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988.
8. Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007.
9. Кузюрин Н.Н., Фомин С.А. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений (авторское электронное издание, [discopal.ispras.ru/img\\_auth.php/f/f4/Book-advanced-algorithms.pdf](http://discopal.ispras.ru/img_auth.php/f/f4/Book-advanced-algorithms.pdf)).
10. Кузюрин Н.Н., Фомин С.А. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений: Учебное пособие. М.: МФТИ, 2007.
11. Китаев А., Шень А., Вялый М. Классические и квантовые вычисления. М.: МЦМНО, ЧеРо, 1999.
12. Козлов В.Н. Дискретный подход к моделированию в естествознании и модели в биологии. М.: Изд-во Московского университета, НИВЦ МГУ, 1990.
13. Котов В.Е. Сети Петри. М.: Наука, 1984.
14. Котов В.Е., Сабельфельд В.К. Теория схем программ. М.: Наука, 1991.