Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**

декан факультета вычислительной математики и кибернетики

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А. Соколов /**

**«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Современная теория динамических систем**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (3++)**

**Направленность (профиль):**

**Математические методы обработки информации и принятия решений**

**Форма обучения:**

**очная**

**Москва 2023**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02, 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы бакалавриата Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказов МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109, от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 2 ноября 2022 года № 1299)

**1.** Дисциплина относится *к вариативной части ОПОП ВО*

**2.** Входные требования для освоения дисциплины (модуля): учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу и линейной алгебре в объеме, соответствующем программе первого года обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки» (или отсутствуют).

**3.** Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

* **ОПК-1.Б** Способность применять и адаптировать существующие математические и компьютерные методы для разработки и реализации алгоритмов решения актуальных задач в области фундаментальной и прикладной математики
* **ОПК-2.Б** Способность применять и модифицировать математические модели, а также интерпретировать полученные математические результаты при решения задач в области профессиональной деятельности
* **ПК-2.Б** Способность понимать и применять в научно-исследовательской деятельности современный математический аппарат

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. методологию вывода и анализа основных моделей, приводящих к автономным обыкновенным дифференциальным уравнениям;
2. основные типы однопараметрических групп и обыковенные дифференциальные уравнения, которые их порождают;
3. основы теории существования, единственности и зависимости от параметров решений задачи Коши;
4. основы теории устойчивости по Ляпунову и методы исследования устойчивости;
5. классификацию положений равновесия автономных систем на плоскости;
6. интегрирования уравнений основы теории и классические методы в частных производных первого порядка;

**Уметь:**

1. применять на практике общую теорию и методы решения линейных ОДУ и систем ОДУ, в том числе, метод вариации постоянных, а также находить частное решение в виде квазимногочлена;
2. применять первый метод Ляпунова для исследования устойчивости решений систем ОДУ;
3. классифицировать положения равновесия автономных систем ОДУ на плоскости, исследовать поведение фазовых траекторий в окрестности положений равновесия и изображать эскизы типичных фазовых портретов;
4. решать краевые задачи для линейных ОДУ (в том числе с использованием функции Грина), а также задачи Штурма-Лиувилля для линейных ОДУ;
5. формулировать простейшие прикладные задачи теории управления, применять на практике необходимые и достаточные условия управляемости для поиска подходящих траекторий и соответствующих управлений.

**Владеть:**

1. навыками применения дифференциально-геометрических методов в теории управляемых динамических систем;
2. навыками применения теорем о существовании и единственности решения задачи Коши для качественного исследования ОДУ;

**4.** Формат обучения: лекции и семинарские занятия проводятся с использованием меловой доски, при проведении контрольных работ применяется компьютерная диалоговая система контроля знаний «Наставник».

**5.** Объем дисциплины (модуля) составляет 4 з.е., в том числе 52 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 92 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),****Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего****(часы**) | В том числе |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)****Виды контактной работы, часы** | **Самостоятельная работа обучающегося,** **часы**  |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| 1. Нелинейные гладкие отображения. Матрица Якоби.
 | **6** | 2 | - | **2** | **4** |
| 1. Диффеомофизмы. Нелинейная замена координат.
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Векторы. Котравариантные и ковариантные векторы.
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Векторные поля. Автономная система обыкновенных дифференциальных уравнений как контравариантное векторное поле.
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Однопараметрические группы диффеоморфизмов. Трактовка решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений как действие однопараметрической группы диффеоморфизмов.
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Классические однопараметрические группы (сдвигов, растяжений, вращений)
 | **6** | 0 | 2 | **2** | **4** |
| 1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений, порождающие классические однопараметрические группы.
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Теорема о выпрямлении контравариантного векторного поля
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Первые интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений
 | **6** | 0 | 2 | **2** | **4** |
| 1. Теорема о “количестве” первых интегралов в окрестности неособой точки. Доказательство теоремы с помощью теоремы о выпрямлении векторного поля.
 | **12** | 4 | 2 | **6** | **6** |
| 1. Многообразия. Элементарные многообразия. Многообразия, заданные неявно. Касательное пространство многообразия.
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Основные понятия теории управляемых динамических систем (фазовые переменные-состояния, внешние воздействия- управления, понятие управляемости, наблюдаемости, оптимального управления)
 | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
| 1. Ассоциированная группа и ассоциированная алгебра Ли управляемой динамической системы
 | **6** | 0 | 2 | **2** | **4** |
| 14.Управляемость как транзитивность ассоциированной группы | **6** | 2 | 0 | **2** | **4** |
| 15.Декомпозиция как импримитивность ассоциированной группы ассоциированной группы | **10** | 2 | 2 | **4** | **6** |
|  16. Экзамен | **12** | 0 | 0 | **0** | **12** |
| **Итого** | **144** | 26 | 26 | **52** | **92** |

Вопросы к экзамену.

1.Чем зарактеризуется матрица Якоби для диффеоморфизма.

2.В чем отличие контраварианного вектора от ковариантного. Привести примеры векторов разного типа

3.Является ли окружность элемнтарным многообразием?

4. Какие виды управляемости существуют?

5. Доказать, что для симметрических систем понятия сильной и слабой управляемости совпадают.

6. Как связаны понятия управляемости и первого интеграла, не зависящего от управлений?

7. Какова связь между понятиями декомпозиции и наблюдаемости?

8. Как строится наблюдаемая реализация для управляемой системы с выходным отображением?

9. Какая связь между понятиями декомпозиции и инвариантности по возмущениям?

10. Какая подалгебра ассоциированной алгебры управляемой системы ответственна за существование инвариантных функций? Будет ли эта алгебра идеалом?

11. Как алгоритм построения наблюдаемой реализации может быть использован для проверки на инвариантность выходных функций?

12. Как алгоритм построения минимальной реализации может быть использован для проверки на инвариантность выходных функции, если задана начальная точка?

 13. Если система обладает слабой управляемостью, то как проверяется возможность для системы допускать декомпозицию?

14. . Какой вид декомпозиции определяют первые интегралы, не зависящие от управлений?

Типовые задачи для экзамена.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Найти однопараметрические группы диффеоморфизмов, порождаемые дифференциальныими уравнениями $y'=y, y'=1$ и системой дифференциальных уравнений$$\left\{\begin{matrix}y'=x, ,\\x'=-y.\end{matrix}\right.$$2. Найти первые интегралы систем дифференциальных уравнений$\left\{\begin{matrix}y'=x, ,\\x'=-y.\end{matrix}\right.$ и $\left\{\begin{matrix}y'=y ,\\x'=x.\end{matrix}\right.$ |  |

Экзаменационный билет состоит из двух вопросов и задачи, например

1. Теорема о выпрямлении контравариантного векторного поля .
2. Теорема о количестве первых интеграло системы дифференциальных уравнений в окрестности неособой точки..
3. Построить касательное пространство многообразия, заданного в неявном виде:$\left\{ φ\left(x\right)=0.\begin{matrix}ψ(x)=0,\\\end{matrix}\right.$

|  |
| --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)**  |
| ОценкаРО исоответствующие виды оценочных средств  | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания***Экзамен* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Навыки (владения, опыт деятельности)***Экзамен* | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

|  |
| --- |
| **Соответствие результатов обучения и компетенций, в развитии которых участвует дисциплина (модуль)** |
| Результаты обучения | Компетенция, с частичным формированием которой связано достижение результата обучения |
| **Знать:**1. Основные дифференциально-геометрические и теоретико-групповые методы в теории динамических систем, в частности;2. Бинарные отношения. Отношения эквивалентности и частичного порядка. 3. Однопараметрические группы диффеоморфизмов и векторные поля. Ковариантные и контравариантные векторные поля. Однопараметрические группы диффеоморфизмов, порождаемые котравариантными векторными полями. Трактовка автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений как конравриантного векторного поля. Трактовка множества решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений как однопараметрической группы диффеоморфизмов.4. Многообразия. Параметрическое и неявное задание многообразий. Примеры многообразий (элементарные многообразия, поверхности в евклидовом пространстве, группы преобразований как многообразия). Дифференциал отображения. Касательное пространство многообразия. Примеры вычисления касательных пространств. 5. Семейства векторных полей. Интегралы семейства векторных полей Полные семейства и алгебры Ли векторных полей. Теорема Томаса-Веблена о существовании интегралов полного семейства векторных полей. Алгоритмы нахождения интегралов.6. Группы диффеоморфизмов, порождаемые семействами векторных полей. Транзитивность и примитивность групп диффеоморфизмов. Теорема Чжоу-Рашевского. Основы применени яэтих методов в теории управляемых динамических системю , в частности , знатьь следующие понятия:**7.** Ассоциированная группа и ассоциированная алгебра управляемой динамической системы.8. Понятие управляемой динамической системы как модели управляемого объекта. Типичные задачи управления. Геометрические и алгебраические объекты, ассоциируемые с управляемыми динамическими системами. Интерпретация управляемой системы как группы диффеоморфизмов.**Уметь:**1. Решать задачи управляемости на основе теоремы Чжоу-Рашевского. Использовать роль интегралов, не зависящих от управлений, в задаче управляемости.2. Применять понятиее ассоциированной алгебры Ли для исследования управляемости..  **Владеть:** **1.** навыками использования алгебраических методов в теории управлени | ОПК-1.Б |
| **Знать:**1. методологию вывода и анализа основных моделей, приводящих к управляемым динамическим системам (2. основы дифференциально-геометрической теории нелинейных управляемых динамических систем;**Уметь:** 1. решать задачи теории управления с помощью алгебраических методов;2. исследовать декомпозицию как импримитивность ассоциированной группы. 3. решать задачи управления (наблюдаемость, инвариантность по возмущениям и др.) на основе свойства управляемой системы допускать определенную декомпозицию **Владеть:** 1. навыками использования дифференциально-геометрических методов в теории управления**Знать:**1. основы теории однопарасетрических групп диффеоморфизмов;2. классификацию систем обыкновенных дифференциальных уравнений в окрестности положения равновесия автономных систем;**Уметь:** 1. решать задачи теории управления с помощью дифференциально-геометрических методов; | ОПК-2.Б |

8. Ресурсное обеспечение:

Основная литература:

1. В.И.Елкин. Редукция нелинейных управляемых систем. Декомпозиция и инвариантность по возмущениям. М.:Фазис, 2003.

2. В.И.Елкин. Введение в дифференциально-геометрическую теорию управляемых динамических систем. Макс Пресс. 2006.

Дополнительная литература:

1. В.И.Арнольд. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1968.
2. Б.А.Дубровин, С.П.Новиков, А.Т.Фоменко. Современная геометрия. М.: Наука. 1979.
3. В.И.Арнольд. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука. 1978.
4. М.М.Постников. Лекции по геометрии. Семестр III. Гладкие многообразия. М.: Наука. 1987..
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982.

Информационные справочные системы: https://eqworld.ipmnet.ru/

Материально-техническое обеспечение: аудитория с партами и меловой доской.

9. Язык преподавания - русский.

10. Преподаватели: профессор факультета ВМК МГУ В.И.Елкин

11. Автор программы: профессор факультета ВМК МГУ В.И.Елкин