Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**

декан факультета вычислительной математики и кибернетики

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А. Соколов /**

**«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Управление конфликтами и дифференциальные игры**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (3++)**

**Направленность (профиль):**

**Математические методы обработки информации и принятия решений**

**Форма обучения:**

**очная**

**Москва 2023**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02, 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы бакалавриата Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказов МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109, от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 2 ноября 2022 года № 1299)

**1.** Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО.

Дисциплина относится к вариативной части ОПОП ВО.

**2.** Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):

Освоение дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения»

**3.** Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

Компетенции выпускников, формируемые (полностью или частично) при реализации дисциплины (модуля):

**ПК-1.2**: способен проводить научные исследования по заданным методикам и (или) осуществлять разработки по отдельным разделам (этапам, заданиям) проекта или темы под руководством специалиста более высокой квалификации;

**ПК-2.4**: способен извлекать и представлять в упорядоченном виде актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и т.п.;

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. теорию конфликтов и дифференциальные игры.

**Уметь:**

1. решать по существу любые конфликтные (игровые) задачи, как статические, так и описываемые дифференциальными уравнениями, что поможет решать самые различные жизненные проблемы и использовать полученные знания во всевозможных смежных дисциплинах.

**Владеть:**

1. основными понятиями теории конфликтов.

**4.** Формат обучения очный.

**5.** Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 52 академических часа, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 56 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**Содержание дисциплины**

В излагаемом учебном курсе дается радикально отличный от классического подход к теории игр и конфликтов и предоставляется возможность студентам сравнить этот новый подход с излагаемой параллельно классической теорией игр. Предлагаемая теория позволила, в отличие от классической теории игр, находить решение любых игровых задач (некооперативных, кооперативных, антагонистических, статических и динамических), причем почти всегда единственное, что было совершенно невозможно в рамках классической теории.

**История теории игр и конфликтов**

Излагается история зарождения теории игр и конфликтов как математической дисциплины, первые серьезные математические результаты которой относятся к началу 20-го века.

**Ограниченность классической теории игр и альтернативный подход к теории конфликтов**

Показывается, что классическая теория игр обладает множеством существенных недостатков, что требовало разработки новой теории, которая была предложена автором. Классическая теория не позволила обеспечить не только единственности, но даже существования игрового равновесия хотя бы для одного какого-нибудь конкретного класса игровых задач (среди множества конфликтных задач – антагонистических, некооперативных, кооперативных, статических и динамических). Предлагаемый же подход к изучению игровых задач, основанный на поиске новых понятий конфликтного равновесия, не содержащих в своем определении никаких искусственных норм поведения участников, позволил построить теорию, обеспечивающую существование и почти всегда единственность решения любых игровых (конфликтны) задач.

**Понятие всегда существующего А-равновесия и итерационная процедура поиска иерархически усиливающихся конфликтных равновесий**

Основу для создания новой теории игр составило понятие -равновесия, наиболее слабого из возможных равновесий, существующего в любых задачах независимо от класса используемых в них множеств и функций, а также итерационная процедура усиления этого понятия равновесия за счет лишь последовательного его применения к множеству вложенных друг в друга игр, в -ой из которых исходным игровым множеством является множество ситуаций, состоящих только из ситуаций -равновесия.

**Конфликтные задачи с двумя участниками и построение базовой системы конфликтных равновесий**

С целью облегчения понимания излагаемой теории конфликтных задач сначала изучаются только матричные игровые задачи с двумя участниками. Поскольку множество -равновесий, как правило, состоит не из единственного элемента, а явлется множеством элементов (слабого равновесия), то это потребовало от автора разработки иерархической системы попарно вложенных друг в друга последовательно усиливающихся равновесий, определенных на множестве -равновесий, каждое из которых ищется на всех множествах .

**Методы поиска наисильнейшего равновесия в конфликтных системах с двумя участниками**

На основе множества введенных новых понятий конфликтного равновесия … и многих других автором предложены методики поиска наисильнейшего равновесия.

**Понятия несимметричных равновесий в конфликтных задачах**

Поскольку даже довольно обширное семейство базовых конфликтных равновесий не всегда обеспечивает нахождение единственного наисильнейшего равновесия в конфликтной задаче, то потребовалось ввести еще и новые понятия равновесий - несимметричных конфликтных равновесий - и иерархические цепи из этих равновесий, позволившие увеличить возможности поиска единственного наисильнейшего равновесия . Следует однако отметить, что наисильнейшее равновесие может не быть единственным, когда исходная конфликтная задача обладает какой-либо формой симметрии.

**Понятия конфликтных равновесий для многозначных игровых задач**

В классической теории никогда не рассматривались игровые задачи с многозначными платежными функциями. Однако в предлагаемой теории многозначные игры допускаются, и это потребовало модификации всех типов равновесий на случай учета многозначности. Построена теория многозначных игровых задач и получены методики практического решения подобных задач.

**Парето-оптимальные и индивидуально паретовские равновесия**

Изучается связь между множеством Парето и слабыми конфликтными равновесиями. Вводятся понятия индивидуально-паретовских равновесий, позволившие расширить базовую систему конфликтных равновесий, что помогает при поиске наисильнейшего игрового равновесия.

**Теория конфликтных задач с побочными интересами участников**

В классической теории игр исследовались только задачи на едином для всех участников игровом множестве, а задачи на разных для каждого участника множествах, имеющих непустое пересечение, даже не ставились. В данном курсе для подобных задач, имеющих вполне естественные приложения в бизнесе, построена достаточно полная теория. Эта теория потребовала модификации всех уже известных понятий равновесия и введения множества новых понятий равновесия и понятий сильных и слабых угроз.

**Конфликтные задачи со многими участниками**

Конфликтные задачи с тремя и более участниками оказались гораздо более сложными для изучения, чем задачи с двумя участниками, и потребовали специфического существенного усложнения всех понятий равновесия, вследствие необходимости рассмотрения любых коалиций из участников.

**Классические кооперативные игры**

Даются основы классической теории кооперативных игр и демонстрируется неудовлетворительность этой теории как с теоретической, так и с практической точек зрения.

**Теория кооперативных конфликтных задач, альтернативная классической**

Предлагается новая кооперативная теория, опирающаяся на понятия разработанных автором конфликтных равновесий, позволяющая находить единственный дележ кооперативного дохода, с которым не могут не согласиться все участники.

**Антагонистические равновесия и разновидности седловых точек.**

Для антагонистических задач формулируется теория, альтернативная классической теории игр, основанная на введении множества иерархически связанных седловых точек.

**Антагонистические игры с дискриминацией**

Построена теория решения антагонистических игр с различной дискриминацией участников в чистых и смешанных стратегиях.

**Теория дифференциальных игр в чистых и смешанных стратегиях, альтернативная классической.**

Показывается, каким образом построенная теория конфликтных равновесий может быть перенесена на динамические задачи.

Прежде всего отметим, что динамические конфликтные задачи существенно сложнее статических. Уже сам факт наличия времени и порождаемых им процессов, описываемых дифференциальными уравнениями, вносит серьезное усложнение, связанное с тем, что в динамике мы имеем дело не с каким-то конкретным статическим объектом, в котором необходимо найти конфликтные равновесия, а с бесконечной чередой изменяющихся объектов, сами закономерности изменения которых для нас становятся объектом управления в рамках общей задачи поиска конфликтных равновесий этой динамической системы. Кроме того, используемые в статических задачах понятия чистых и смешанных стратегий не могут быть формально перенесены на динамические задачи. Например, понятие смешанной стратегии в динамических системах оказывается неизмеримо более сложным, чем в статических, поскольку определить вероятностную меру на пространстве функций не представляется возможным не только технически, но и принципиально. Правда в этом случае можно все же ограничиться определением этой меры всего лишь на множестве значений управляющих переменных. Еще одна принципиальная сложность, связанная с динамикой, касается множества A-равновесий, когда решение ищется в чистых стратегиях. . Дело в том, что формальный перенос понятия A-равновесия на динамические системы теряет смысл, так как подобное A-равновесие оказывается практически не вычисляемым (поскольку оно допускает в задаче сколь угодно длительный эффект запаздывания). Правда, если вместо A-равновесия ввести понятие -равновесия , согласно которому при любом допустимом отклонении любого i-го участника от ситуации равновесия на некотором временном интервале у остальных игроков допускаются стратегии наказания только на этом же интервале времени, а не в какое-либо иное время, то это -равновесие можно принять за -равновесие, что во многих практических задачах вполне допустимо делать.

**Дифференциальные игры в смешанных стратегиях. Необходимые условия существования равновесия.**

Для дифференциальных игр в смешанных стратегиях получены необходимые условия равновесности, типичные для вариационных задач, на основе которых можно эффективно находить равновесия в классе смешанных стратегий.

**Понятия конфликтных равновесий для дифференциальных игр в чистых стратегиях**

На основе -равновесия и на базе построенной для статических задач иерархической системы активных равновесий открылась возможность получать решение дифференциальных игр в чистых стратегиях за счет сведения их к серии статических конфликтных задач .

**Теория дифференциальных игр с побочными интересами участников**

Построена теория динамических конфликтных задач с пересекающимися игровыми множествами участников, чрезвычайно важная для практики, но до сих пор совершенно не исследованная.

Основной образовательной технологией является чтение лекций и проведение семинаров.

**6.** Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (тематический план учебной дисциплины).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименование раздела (темы) | Всего  часов | Лекции | Семинары | Всего | Самостоятельная  Работа |
| 1. История теории игр и конфликтов |  | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 2.Ограниченность классической теории игр и альтернативный подход к теории конфликтов |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 3. Понятие всегда существующего А-равновесия и итерационная процедура поиска иерархически усиливающихся конфликтных равновесий |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 4. Конфликтные задачи с двумя участниками и построение базовой системы конфликтных равновесий |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 5. Методы поиска наисильнейшего равновесия в конфликтных системах с двумя участниками |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 6. Понятия несимметричных равновесий в конфликтных задачах |  | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 7. Понятия конфликтных равновесий для многозначных игровых задач |  | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 8. Парето-оптимальные и индивидуально паретовские равновесия |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 9. Теория конфликтных задач с побочными интересами участников (на пересекающихся игровых множествах) |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 10. Новые понятия равновесий для игровых задач со многими участниками на пересекающихся множествах. |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 11. Классические кооперативные игры. |  | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 12. Теория кооперативных конфликтных задач, альтернативная классической |  | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 13. Антагонистические равновесия и разновидности седловых точек. |  | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 14. Антагонистические игры с дискриминацией |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 15. Теория дифференциальных игр в чистых и смешанных стратегиях, альтернативная классической. |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| 16. Дифференциальные игры в смешанных стратегиях. Необходимые условия существования равновесия. Теория дифференциальных игр с побочными интересами участников. |  | 2 | 2 | 4 | 2 |
| **Аттестация: экзамен** | 20 |  |  |  | 20 |
| **Итого** | **108** | 26 | 26 | **52** | **56** |

**Формы контроля знаний. Критерии оценки знаний, навыков**

В течение полугодового курса студенты должны выполнить 3 домашних задания, написать контрольную работу и сдать экзамен за 8-й семестр.

На экзамене проверяется не только знание теории, но и способность студента самостоятельно решать любые конфликтные (игровые) задачи, как статические, так и моделируемые дифференциальными уравнениями с ограничениями на управляющие и фазовые переменные.

**7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине.**

7.1. Контрольная работа и типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

7.2. Образец домашней работы

**Пример .** Найти наисильнейшее равновесие и справедливый дележ кооперативного дохода игроков в конфликтной (игровой) задаче с двумя участниками, в которой каждый из игроков максимизирует свою (матричную) платежную функцию на индивидуальном для него игровом множестве, не совпадающем с игровым множеством другого участника, т.е. игру с побочными интересами участников со следующими платежными матрицами:



Оба участника располагают четырьмя стратегиями: первый выбирает одну из четырех строк, а 2-й - один из четырех столбцов. В этой задаче игровое множество  -го участника задается теми элементами матрицы , в которых приведены возможные значения его выигрыша.  а 

**Перечень контрольных вопросов для сдачи экзамена в 8-ом семестре:**

Базовая система конфликтных равновесий (… равновесий и др.) для задач с любым числом участников. Методы поиска равновесий в играх с любым числом участников. Классическое равновесие по Нэшу, его недостатки и связанные с ним неприятности. Методы аналитического поиска наисильнейшего равновесия (решения) некооперативных игровых задач. Возможности моделирования рынков и поиск наиболее устойчивого равновесия, устраивающего всех участников. Условия существования Парето-оптимальных конфликтно устойчивых состояний. Иерархическая система равновесий для конфликтных задач с многозначными платежными функциями и методы их поиска.

Классическая теория кооперативных игр и ее серьезные недостатки. Сравнение классической теории с предлагаемой новой теорией, основанной на теории конфликтных равновесий и гарантирующей существование решения и почти всегда его единственность. Методы аналитического поиска кооперативного решения,

Понятия конфликтных равновесий в антагонистических задачах. Слабые и сильные равновесия и типы седловых точек. Базовая система антагонистических равновесий. Построение иерархического семейства активных симметричных и несимметричных антагонистических равновесий. Процедуры поиска антагонистических равновесий. Система равновесий для многозначных антагонистических игровых задач. Антагонистические игры в чистых и смешанных стратегиях с различной дискриминацией участников и конструктивные необходимые условия существования в них конфликтных равновесий. Необходимые и достаточные условия существования слабых равновесий и седловых точек. Аналитические методы поиска решений в антагонистических играх в «чистых» и «смешанных» стратегиях.

Динамические конфликтные задачи. Постановки антагонистических, некооперативных и кооперативных дифференциальных игр в чистых и смешанных стратегиях с зависимыми и независимыми множествами стратегий. Понятие наиболее слабого согласованного активного -равновесия в динамических системах. Иерархическое множество конфликтных равновесий, усиливающих в динамических задачах -равновесие, и необходимые условия их существования. Оптимальное обобщенное управление как частный случай программной дифференциальной игры в смешанных стратегиях. Теория динамических равновесий для многозначных конфликтующих систем, моделируемых дифференциальными уравнениями.

Конфликты с побочными интересами участников (на пересекающихся игровых множествах). Теория задач с побочными интересами и требуемые для ее исследования дополнительные специфические понятия конфликтного равновесия, понятия локально-паретовской оптимальности и понятия сильных и слабых угроз.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)** | | | | |
| Оценка  РО и соответствующие виды оценочных средств | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания**  *(экзамен, устные опросы)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Умения**  *(контрольные работы)* | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| **Навыки (владения, опыт деятельности)**  *(контрольные работы, решение индивидуальных задач)* | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

**8. Ресурсное обеспечение:**

Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература

1. Смольяков Э.Р. Теория антагонизмов и дифферерциальные игры. М.: Эдиториал УРСС. 2000. – 160 с.

2. Смольяков Э.Р. Теория конфликтных равновесий. - М.: Едиториал УРСС, 2005. – 304 с.

3. Смольяков Э.Р. Методы решения конфликтных задач. - М.: МГУ, 2010. – 244 с.

4. Смольяков Э.Р. Обобщенное оптимальное управление и динамические конфликтные задачи. - М.: МГУ, 2010. – 232 с.

5. Смольяков Э.Р. Управление конфликтами с побочными интересами участников. – Lap Lambert Academic Publishing, 2013.

6. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. - М.: Наука, 1984. – 496 с.

Дополнительная литература

1. Вайсборд Э.М., Жуковский В.И. Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения. - М.: Советское радио, 1980. – 304 с.
2. Смольяков Э.Р. Парето-подобные равновесия для дифференциальных игр с побочными интересами участников // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. N 12. С. 1703-1714.
3. Смольяков Э.Р. Усиленное паретовское равновесие для игр на пересекающихся множествах // Кибернетика и системный анализ. 2018, том 54, № 4, с. 45-55.
4. Нейман Дж. и Моргенштерн О. Теория игр и экономические поведение.- М.: Наука, 1970. – 708 с.

**9. Язык преподавания**: Русский

**10. Преподаватель:** ПрофессорСмольяков Э.Р.

**11. Автор программы:** Профессор Смольяков Э.Р.