

**Вопросы к государственному экзамену**  
**Магистерская программа**  
**«Спектральная теория дифференциальных операторов и управление**  
**распределенными системами»**

**Общая часть:**

1. Обобщенное решение задачи Дирихле для уравнения второго порядка эллиптического типа.
2. Метод Рунге приближенного решения эллиптического уравнения второго порядка.
3. Вариационная постановка задачи на собственные значения симметричного положительного операторного уравнения.
4. Метод Рунге в проблеме вычисления собственных значений задачи Дирихле.
5. Метод конечных элементов для обыкновенного дифференциального уравнения.
6. Метод конечных элементов для задачи об изгибе упругого бруса.
7. Матрица жесткости и матрица массы линейного конечного элемента.
8. Теорема о сходимости метода конечных элементов на линейных треугольниках в случае уравнения Пуассона.
9. Вывод уравнения Кортевега-де Фриза.
10. Групповой анализ обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка.
11. Групповой анализ для уравнения теплопроводности.
12. Уравнение Бюргера и его линеаризация.
13. Методы организации параллельных вычислений при суперкомпьютерном решении сеточных задач.
14. Суперкомпьютерное моделирование турбулентных течений.
15. Использование суперкомпьютеров для решения задач молекулярного моделирования.
16. Методы эффективной организации параллельных вычислений на графических процессорах

**Список рекомендованной литературы:**

1. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.Наука, 1970.
2. Андреев В.Б. Лекции по методу конечных элементов. М.МАКС Пресс ,2015.
3. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. М. Физматлит, 2012.
4. Сетуха А.В. Численные методы в интегральных уравнениях и их приложения. М.АРГАМАК-МЕДИА, 2014.
5. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления - СПб. БХВ-Петербург, 2002.
6. Головизнин В.М., Зайцев М.А., Карабасов С.А., Короткин И.А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов. М.: Издательство Московского университета, 2013.

### **Специальная часть:**

1. Формула среднего значения для решений уравнения Гельмгольца.
2. Оценка пачки собственных функций оператора Лапласа.
3. Свойства фундаментальной системы функций оператора Лапласа и последовательности собственных значений.
4. Вариационный принцип собственных значений и собственных функций. Неравенство Фридрихса, точное значение постоянной.
5. Самосопряженность оператора Шрёдингера. Примеры существенно самосопряженных операторов.
6. Разложение функций из класса Соболева целого порядка в ряд Фурье по собственным функциям оператора Лапласа.
7. Обоснование применимости метода Фурье для решений смешанных краевых задач для гиперболических уравнений в пространстве Соболева.
8. Краевые задачи Трикоми, Франкля и Геллерстедта для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.
9. Спектральный метод решения задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе.
10. Интеграл типа Коши, формулы Сохоцкого-Племеля.
11. Фазово-частотное представление сигнала.
12. Вейвлеты и разбиение пространств, ортогональный вейвлет-базис. Проективное разложение.
13. Точность и гладкость вейвлет-представления. Алгоритм пирамиды Маллата.
14. Задачи граничного управления для колебательных систем: постановки задач и методы решения.
15. Кривая в пространстве (кривизна, кручение).
16. Поверхность в пространстве (первая квадратичная форма, измерения на поверхности, характеристики кривизны).

### **Список рекомендованной литературы:**

1. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории. – Мир математики, 2004.
2. Чуи К. Введение в вейвлеты. – М.: Мир, 2001.
3. Mertins, Alfred/ Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications. – John Wiley, 1999.
4. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. – М., 1972.
5. Ильин В.А. Избранные труды в 2-х томах. – М.: МАКС-Пресс, 2008.
6. Радыно Я.В. Лекции о спектральной теореме: курс лекций. – Минск, БГУ, 2002.
7. Davies E.V. Spectral Theory and Differential Operators. – Cambridge University Press, 1995.
8. Ильин В.А. Спектральная теория дифференциальных операторов. – М.: Наука, 1991.
9. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. – М.: Наука, 1981.
10. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. – М.: Высшая школа, 1985.
11. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. – М.: Наука, 1977.
12. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. – М.: Изд-во МГУ, 1990.
13. Голованов Н.Н., Ильютко Д.П., Носовский Г.Н., Фоменко А.Т. Компьютерная геометрия. – М.: Академия, 2006.