Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

**УТВЕРЖДАЮ**

декан факультета вычислительной математики и кибернетики

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/И.А. Соколов /**

**«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

**Асимптотические методы**

**Уровень высшего образования:**

**бакалавриат**

**Направление подготовки / специальность:**

**01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (3++)**

**Направленность (профиль):**

**Математические и компьютерные методы решения задач естествознания**

**Форма обучения:**

**очная**

**Москва 2023**

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 01.03.02, 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" программы бакалавриата Утвержден приказом МГУ от 30 августа 2019 года № 1041 (в редакции приказов МГУ от 11 сентября 2019 года № 1109, от 10 июня 2021 года № 609, от 7 октября 2021 года № 1048, от 21 декабря 2021 года № 1404, от 2 ноября 2022 года № 1299)

**1.** Дисциплина относится к вариативной части ОПОП ВО и является курсом по выбору, обязательным для студентов, специализирующихся по кафедрам ОМ и ФАиП.

**2.** Входные требования для освоения дисциплины (модуля): учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре и обыкновенным дифференциальным уравнениям в объеме, соответствующем программе первого и второго годов обучения основных образовательных программ бакалавриата по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки».

**3.** Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников*.*

Компетенции выпускников, частично формируемые при реализации дисциплины (модуля):

* **ОПК-2.Б** Способность применять и модифицировать математические модели, а также интерпретировать полученные математические результаты при решения задач в области профессиональной деятельности
* **ПК-2.Б** Способность понимать и применять в научно-исследовательской деятельности современный математический аппарат

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю):

**Знать:**

1. основные математические методы, понятия, идеи, используемые в теории сингулярно возмущенных уравнений;

**Уметь:**

1. применять принцип усреднения при исследовании задач на устойчивость;

**Владеть:**

1. навыками исследования на устойчивость математических моделей в рамках рассматриваемой теории.

**4.** Формат обучения: лекции проводятся с использованием меловой доски.

**5.** Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 52 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 56 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

**6.** Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | |
| **Контактная работа  (работа во взаимодействии с преподавателем)**  **Виды контактной работы, часы** | | | **Самостоятельная работа обучающегося,**  **часы** |
| Занятия лекционного типа\* | Занятия семинарского типа\* | **Всего** |  |
| 1. Сингулярно возмущенные уравнения. Уравнения с малым параметром при старшей производной. Теорема Тихонова А.Н. | **10** | 6 | 0 | **6** | **4** |
| 1. Критические ситуации в теории устойчивости Ляпунова | **6** | 4 | 0 | **4** | **2** |
| 1. Задачи, требующие усреднения. Принцип усреднения Боголюбова Н.Н. Уравнение Ван дер Поля. Быстрые и медленные переменные, редукция к системе, допускающей усреднения. | **12** | 8 | 0 | **8** | **4** |
| 1. Текущий контроль успеваемости: самостоятельная работа №1 | **4** | 2 | 0 | **2** | **2** |
| 1. Исследование на устойчивость в критических ситуациях с помощью усреднения. Теорема об устойчивости, обобщающая теорему Ляпунова за счет ослабления условия на производную. Теорема об устойчивости, не требующая положительной определенности функции Ляпунова. | **10** | 6 | 0 | **6** | **4** |
| 1. Теорема об устойчивости Солнечной системы. Переменные Пуанкаре. | **12** | 8 | 0 | **8** | **4** |
| 1. Устойчивость уединенной волны, описываемой уравнением Кортевега де Фриза | **12** | 8 | 0 | **8** | **4** |
| 1. Текущий контроль успеваемости: самостоятельная работа №2 | **4** | 2 | 0 | **2** | **2** |
| 1. Сингулярно возмущенные интегральные уравнения. | **12** | 8 | 0 | **8** | **4** |
| Промежуточная аттестация: устный экзамен | **26** | 0 | 0 | **0** | **26** |
| **Итого** | **108** | **52** | **0** | **52** | **56** |

**7.** Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

**7.1.** Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

|  |
| --- |
| **Самостоятельная работа № 1** |
| 1. Сформулировать теорему А.Н.Тихонова о сингулярно возмущенных уравнениях.  2. Привести пример критической ситуации в теории устойчивости Ляпунова.  3. Продемонстрировать на примере метод усреднения. |
| **Самостоятельная работа № 2** |
| 1. Сформулировать и доказать теорему об устойчивости для неположительной функции Ляпунова.  2. Описать роль переменных Пуанкаре.  3. Продемонстрировать устойчивость уединенной волны, описываемой уравнением Кортевега де Фриза. |

**7.2.** Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

**Вопросы к экзамену**

1. Сингулярно возмущенные уравнения.
2. Уравнения с малым параметром при старшей производной. Теорема Тихонова А.Н.
3. Теория устойчивости Ляпунова.
4. Критические ситуации в теории устойчивости.
5. Задачи, требующие усреднения.
6. Принцип усреднения Н.Н. Боголюбова.
7. Уравнение Ван дер Поля.
8. Быстрые и медленные переменные, редукция к системе, допускающей усреднения.
9. Исследование на устойчивость в критических ситуациях с помощью усреднения. Теорема об устойчивости, обобщающая теорему Ляпунова за счет ослабления условия на производную.
10. Теорема об устойчивости, не требующая положительной определенности функции Ляпунова.
11. Теорема об устойчивости Солнечной системы. Переменные Пуанкаре.
12. Устойчивость уединенной волны, описываемой уравнением Кортевега де Фриза.
13. Сингулярно возмущенные интегральные уравнения.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)** | | | | |
| Оценка  РО и соответствующие виды оценочных средств | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **Знания**  *Экзамен* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| **Умения**  *Самостоятельная работа* | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| **Навыки  (владения, опыт деятельности)**  *Экзамен* | Отсутствие навыков (владений, опыта) | Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта) | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

|  |  |
| --- | --- |
| **Соответствие результатов обучения и компетенций, в развитии которых участвует дисциплина (модуль)** | |
| Результаты обучения | Компетенция, с частичным формированием которой связано достижение результата обучения |
| **Знать:**   1. основные математические методы, понятия, идеи, используемые в теории сингулярно возмущенных уравнений.   **Уметь:**   1. применять принцип усреднения при исследовании задач на устойчивость | ОПК-2.Б |
| **Владеть:**   1. навыками исследования на устойчивость математических моделей в рамках рассматриваемой теории | ПК-2.Б |

**8.** Ресурсное обеспечение:

Основная литература:

1. Боголюбов Н.Н. Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
2. Хапаев М.М. Асимптотические методы и устойчивость в теории нелинейных колебаний. М.: Высшая школа. 1988.
3. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990.

Дополнительная литература:

1. Пуанкаре А. Избранные труды. Т.1. Новые методы небесной механики. М.: Наука. 1971.

Материально-техническкое обеспечение: аудитория с партами и меловой доской.

**9.** Язык преподавания - русский.

**10.** Преподаватели: профессор факультета ВМК МГУ М.М.Хапаев.

**11.** Авторы программы: профессор факультета ВМК МГУ М.М.Хапаев.