

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ



УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ВМК МГУ,  
Академик \_\_\_\_\_ /И.А. Соколов/  
«14» сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Оптимальное управление волновыми процессами  
Wave processes optimal control

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

102.01.00.112-фмн-кфап, 102.01.00.122-фмн-кмф, 102.01.00.122-фмн- кски,  
102.01.00.235-фмн- кски, 102.01.00.112-фмн-ком, 102.01.00.122-фмн-кани  
102.01.00.112-фмн-кса, 102.01.00.122-фмн- кса, 102.01.00.112-фмн- кндсипу,  
102.01.00.122-фмн- кндсипу, 102.01.00.114-фмн- кмс, 102.01.00.115-фмн- кммп  
102.01.00.115-фмн- кмк, 102.01.00.123-фмн- кмк, 102.01.00.116-фмн- квтм,  
102.01.00.122-фмн- квтм, 102.01.00.116-фмн- квм, 102.01.00.122-фмн- квм, 102.01.00.122-фмн- коу,  
102.01.00.112-фмн- коу, 102.01.00.123-фмн- кио, 102.01.00.122-фмн- кио, 102.01.00.235-фмн- киит,  
102.01.00.235-фмн-касвк, 102.01.00.235-фмн- ксп, 102.01.00.235-фмн- киб,  
102.01.00.236-фмн-киб, 102.01.00.235-фмн-кая

---

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

**Название дисциплины** Оптимальное управление волновыми процессами

**Цель** изучения дисциплины – Данный курс посвящен некоторым важным разделам теории обыкновенных дифференциальных уравнений, которые не затрагиваются в соответствующем стандартном курсе и которые важны как в теоретическом аспекте, так и для приложений. А именно, существование и единственность решения дифференциальных уравнений рассматриваются в рамках не классического, а обобщенного понятия решения, что важно, в частности, для задач оптимального управления. Кроме того, разбирается теорема существования аналитического решения системы для системы дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Рассматриваются вопросы построения функции Грина и представление через эту функцию решений краевых задач, а также применения метода характеристик к решению линейных и квазилинейных уравнений с частными производными.

2. Уровень высшего образования – аспирантура

3. Научная специальность *1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика»*. область науки: Физико-математические науки.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры *элективный курс*.

5. *Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетные единицы, всего 108 часов, из которых 28 часа составляет контактная работа студента с преподавателем (24 часов занятия лекционного типа, 4 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 80 часов составляет самостоятельная работа учащегося.*

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ
2. Функциональный анализ
3. Обыкновенные дифференциальные уравнения
4. Уравнения математической физики
5. Оптимальное управление..

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа обучающегося, часы		
		из них						из них		
Занятия лекционно-го типа	Занятия семинарско-го типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка к коллоквиумам	Всего		
<p><b>Тема 1. Различные постановки задач управления колебательными процессами.</b></p> <p>Общая постановка задач граничного управления колебаниями струны и мембраны, виды граничных условий, типы управления, начальных и финальных условий. Способы постановки задачи оптимального граничного управления.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6

<p><b>Тема 2. Обобщенное и слабое решение начально-краевых задач.</b></p> <p>Начально-краевая задача для волнового уравнения, способы задания её обобщённого решения. Функциональные пространства обобщенных решений. Методы построения обобщенных решений.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<p><b>Тема 3. Управляемость колебательного процесса.</b></p> <p>Примеры задач, для которых невозможно найти граничное управление. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования и единственности решения задачи граничного управления колебательными процессами.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<p><b>Тема 4. Нелокальные задачи граничного управления.</b></p> <p>Задачи граничного управления с модельными нелокальными граничными условиями, методы их исследования и качественные свойства решений.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6

<p><b>Тема 5. Оптимизация граничного управления.</b></p> <p>Понятие функционала граничной энергии, условий связи. Методы нахождения условий связи и общая схема решения задач оптимального управления.</p>	12	4	-	-	-	2	6	6	-	6
<p><b>Тема 6. Задачи граничного управления с граничными условиями типа торможения.</b></p> <p>Моделирование среды, создающей торможение для колебательного процесса. Особенность решения начально-краевых задач с граничными условиями, содержащими наклонную производную. Современные приложения..</p>	14	4	-	2	-	2	6	6	-	6
<p>Промежуточная аттестация: <i>зачет</i> (экзамен)</p>	34									
<p><b>Итого</b></p>	108									

## 8. Образовательные технологии.

Процесс обучения состоит из обсуждения теории, студенты регулярно делают доклады по изученным самостоятельно научным статьям. В конце семестра проводится устный экзамен.

## 9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

## 10. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

### Основная литература

1. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. Москва: Мир, 1972. — 416 с.
2. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. — 735 с.: ил. (и другие издания).
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. — 512 с.: ил.
4. Ильин В. А., Моисеев Е. И. Оптимизация граничных управлений колебаниями струны // Успехи математических наук. — 2005. — Т. 60, № 6. — С. 89–114.
5. Ильин В.А., Тихомиров В.В. Волновое уравнение с граничным управлением на двух концах и задача о полном успокоении колебательного процесса // Дифференциальные уравнения. — 1999. — Т. 35, № 5. — С. 692–704.
6. Ильин В.А., Моисеев Е.И. О единственности решения смешанной задачи для волнового уравнения с нелокальными граничными условиями // Дифференциальные уравнения. — 2000. — Т. 36, № 5. — С. 656–661.
7. Ильин В. А. Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференциальные уравнения. — 2000. — Т. 36, № 11. — С. 1513–1528.
8. Ильин В. А. Граничное управление на одном конце струны при наличии нелокального граничного условия одного из четырех типов и его оптимизация // Дифференциальные уравнения. — 2008. — Т. 44, № 11. — С. 1487–1498.
9. Ильин В. А. Оптимизация граничного управления на одном конце струны при наличии модельного нелокального условия // Автоматика и телемеханика. — 2009. — № 4. — С. 6–18.
10. Холмеева А. А. Оптимальное граничное управление колебаниями струны с модельным нелокальным граничным условием одного из двух типов // Доклады Академии наук. — 2011. — Т. 437, № 2. — С. 164–167.
11. Моисеев Е. И., Холмеева А. А. Об одной задаче оптимального граничного управления с динамическим граничным условием // Дифференциальные уравнения. — 2013. — Т. 49, № 5. — С. 667–671.
12. A. Smyshlyaev and M. Krstic, “Boundary control of an anti-stable wave equation with anti-damping on the uncontrolled boundary,” *Systems & Control Letters*, vol. 58, pp. 617-623, 2009.

## Дополнительная литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.:Наука, 1963 г.
2. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. М.: Фонд математического образования и просвещения. 1998.
3. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. М.:Наука, 1987.

- Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

<http://elibrary.ru>

[www.scopus.com](http://www.scopus.com)

- Описание материально-технической базы.  
Занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийным экраном

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

*Степень, должность ФИО., e-mail, тел.:* -

Акад. РАН, профессор Моисеев Евгений Иванович, [emoise@yandex.ru](mailto:emoise@yandex.ru), 4959390836

К.ф.-м.н., доцент Холомеева Анна Андреевна, [kholomeeva@cs.msu.ru](mailto:kholomeeva@cs.msu.ru), 4959390836

**Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

### Список вопросов для устного экзамена.

Общая постановка задач граничного управления колебаниями струны, виды граничных условий, типы управления, начальных и финальных условий.

Начально-краевая задача для волнового уравнения, её обобщённое решение. Схема построения обобщенного решения.

Необходимые и достаточные условия управляемости системы на примере какой-либо задачи граничного управления.

Единственность решения начально-краевой задачи с нелокальными граничными условиями.

Понятие оптимального граничного управления колебаниями струны, схема решения задачи оптимизации на примере какой-либо задачи.

Задача оптимизации граничного управления, условия связи. Схема решения на примере одной из задач граничного управления.

Нелокальные задачи граничного управления. Единственность обобщенных решений соответствующих начально-краевых задач.

Оптимизация граничного управления при наличии модельных нелокальных граничных условий.

Задачи граничного управления при наличии наклонной производной в граничном условии.

### **Материалы для мероприятий текущего контроля.**

Мероприятия текущего контроля реализуются в виде устных докладов, которые должен сделать каждый студент в течение семестра. Доклад заключается в подобном изложении решения какой-либо конкретной задачи из теории граничного управления колебательными процессами с точки зрения текущей темы, раскрывая её на более подробном уровне.

### **Система контроля и оценивания**

Окончательная оценка определяется исходя из оценки устного ответа студента, при этом отсутствие удовлетворительного доклада в течение семестра может понизить оценку на балл, а отличный доклад и работа в течение семестра может улучшить оценку студента не более, чем на один балл.