

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ  
имени М.В. Ломоносова



Е.И. Моисеев

«  » \_\_\_\_\_ 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

«Оптимизация и исследование операций»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление подготовки – 01.06.01 «Математика и механика»

Направленность (профиль) – «Дискретная математика и математическая кибернетика» (01.01.09)

2018 г.

## 1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

«Оптимизация и исследование операций»

## 2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

## 3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленность (профиль) «Дискретная математика и математическая кибернетика» (01.01.09).

## 4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к дисциплинам вариативной части образовательной программы и является обязательной для освоения в 1-м семестре.

## 5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательных программ:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и

	анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения
Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях. (УК -1)	У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов  В1(УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях
Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)	З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

## 6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет всего 108 часов, 3 зачетные единицы.

56 часов составляет контактная работа с преподавателем – 28 часов занятий лекционного типа, 20 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.) и текущий контроль, 52 часа составляет самостоятельная работа аспиранта.

## 7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненным группам направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика».

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

1. Среда разработки и язык программирования R/Python
2. Программные продукты MS Office

## 9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В том числе
---	--------------	-------------

(модулю)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа учащегося, часы			
	из них						из них			
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости: коллоквиумы, практические контрольные занятия и	<b>Всего</b>	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п..	<b>Всего</b>	
<p>Методы решения задач безусловной оптимизации</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Необходимые и достаточные условия оптимальности в задачах безусловной оптимизации</li> <li>• Понятие об итерационных методах решения задач безусловной оптимизации. Сходимость и скорость сходимости итерационных методов, критерии сходимости.</li> </ul>	<b>33</b>	10	6	-	-	-	<b>16</b>	17	-	<b>17</b>
Условия оптимальности в	<b>30</b>	6	6	-	-	2	<b>14</b>	16	-	<b>16</b>

<p>задачах условной оптимизации</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Необходимые условия оптимальности первого порядка в задаче условной оптимизации. Условия регулярности Мангасариана. Лемма Дубовицкого-Милютина.</li> <li>• Седловая точка функции Лагранжа. Связь Седловой точки функции Лагранжа и экстремума в задаче условной оптимизации. Теория двойственности.</li> </ul>										
<p>Методы решения задач условной оптимизации</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Симплекс-метод и метод внутренней точки решения задач ЛП</li> <li>• Методы решения задач нелинейного программирования</li> <li>• Задачи большой размерности со специфической структурой ограничений</li> </ul>	<b>45</b>	12	8			6	<b>26</b>	19		<b>19</b>

<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>56</b>	<b>52</b>
--------------	------------	-----------	-----------

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ**

Самостоятельная работа аспиранта состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к экзамену.

## **11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

### **Основная литература**

1. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
2. Мину М. Математическое программирование, Наука, М., 1990.
3. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М.: Наука, 1991.
4. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций — М., Наука, 1971.

### **Дополнительная литература**

1. S. Boyd, L. Vandenberghe, Convex Optimization, Cambridge University Press, 2004
2. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: АЙРИС ПРЕСС. 2002
3. Морз Ф. М., Кимбелл Дж. Е. Методы исследования операций / Пер. с англ. — М.: Советское радио, 1956.

### **Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

#### **Информационные технологии, используемые в процессе обучения**

1. Среда разработки и язык программирования R/Python

2. Программные продукты MS Office

### **Материально-техническая база**

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованной маркерной или меловой доской и проектором.

### **Активные и интерактивные формы проведения занятия**

Практические занятия в форме семинаров

### **12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ**

Русский

### **13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ**

доцент, к.ф.-м.н. Давидсон Михаил Рувимович



**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
**«Оптимизация и исследование операций»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Неудовлетворительно</b>	<b>Удовлетворительно</b>	<b>Хорошо</b>	<b>Отлично</b>	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен

			решения	решения		
УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом успешное, но не систематическое умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации	Отсутствие навыков	Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации	В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных	Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении	Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации	Устный экзамен

алгоритмов их решения В1 (ПК-1)		алгоритмов их решения	ых задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения	алгоритмов их решения	
УМЕТЬ критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях У1(УК-1)	Отсутствие умений	Фрагментарные умения критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	В целом успешное, но не систематическое умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Сформированное умение критически анализировать и оценивать современные научные достижений, генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных областях	Устный экзамен
ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях Код В1 (УК-1)	Отсутствие навыков	Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач	Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	доклад на научном семинаре
УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять	Отсутствие умений	Частично освоенное умение самостоятельно	В целом успешное, но не систематическое	В целом успешное, но содержащее	Успешное и систематическое умение	доклад на научном семинаре

научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)		осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	отдельные пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	
ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	доклад на научном семинаре

**Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения**

Список вопросов для устного экзамена.

№ вопроса	Вопрос
1	Понятие об итерационных методах решения задач безусловной оптимизации. Сходимость итерационных методов, критерии сходимости. Сходимость градиентного метода с постоянным шагом. Варианты выбора шага в градиентном методе.
2	Скорость сходимости градиентного метода в предположении условия Липшица градиента целевой функции. Скорость сходимости при дополнительном предположении о выпуклости и сильной выпуклости целевой функции. Геометрическая интерпретация скорости сходимости метода
3	Определение метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений и задач безусловной оптимизации. Скорость сходимости метода Ньютона с единичным шагом, требования к начальному приближению.
4	Глобализация метода Ньютона для выпуклых функций. Использование демпфированного шага. Доказательство перехода на единичный шаг для достаточно больших номеров итераций.
5	Метод Ньютона для само-согласованных (self-concordant) функций. Вывод скорости сходимости.
6	Необходимые условия оптимальности первого порядка в задаче условной оптимизации. Условия регулярности Мангасариана-Фромовица в задачах условной оптимизации. Конус возможных направлений и касательный конус. Лемма Дубовицкого-Милютина. Вывод необходимых условий. Геометрическая интерпретация. Необходимые и достаточные условия второго порядка в задаче условной оптимизации.
7	Понятие седловой точки. Седловая точка функции Лагранжа. Связь Седловой точки функции Лагранжа и экстремума в задаче условной оптимизации. Достаточные условия для наличия седловой точки. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
8	Теория двойственности в линейном программировании (ЛП). Прямая и двойственная задача ЛП. Взаимосвязь допустимых и оптимальных решений прямой и двойственной задач. Пример применения теории двойственности в задаче о рыночном равновесии на централизованном аукционе одного товара.
9	Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Характеристика крайних точек многогранника. Достижимость оптимального решения задачи ЛП в одной из крайних точек. Описание алгоритма симплекс-метода. Вывод критерия останова. Доказательство сходимости. Оценка вычислительной трудоемкости метода. Пример транспортной задачи.
10	Понятие о полиномиальных алгоритмах решения задач ЛП
11	Методы условного градиента, проекции градиента, последовательного квадратичного программирования для решения нелинейных задач условной оптимизации. Определение методов, обоснование сходимости и скорости сходимости, сравнительная эффективность методов.

12	Понятие о методах решения задач оптимизации большой размерности со специфической структурой ограничений. Задачи с блочно-диагональной структурой матрицы и со связывающими ограничениями. Методы декомпозиции. Релаксация Лагранжа.
13	Понятие о методах глобальной и дискретной оптимизации. Метод ветвей и границ. Метод динамического программирования.
14	Численная устойчивость методов оптимизации. Округления при использовании конечной арифметики на ЭВМ. Примеры вычислительно неустойчивых операций. Методы борьбы с численной неустойчивостью и заполнением матрицы при факторизации.