

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ



УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ВМК МГУ,
Академик *И.А. Соколов*
«14» сентября 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Оптимизация и исследование операций
Optimization and operations research

Программа (программы) подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

102.01.00.112-фмн-кфап, 102.01.00.122-фмн-кмф, 102.01.00.122-фмн- кски,
102.01.00.235-фмн- кски, 102.01.00.112-фмн-ком, 102.01.00.122-фмн-кани
102.01.00.112-фмн-кса, 102.01.00.122-фмн- кса, 102.01.00.112-фмн- кндсипу,
102.01.00.122-фмн- кндсипу, 102.01.00.114-фмн- кмс, 102.01.00.115-фмн- кммп
102.01.00.115-фмн- кмк, 102.01.00.123-фмн- кмк, 102.01.00.116-фмн- квтм,
102.01.00.122-фмн- квтм, 102.01.00.116-фмн- квм, 102.01.00.122-фмн- квм, 102.01.00.122-фмн- коу,
102.01.00.112-фмн- коу, 102.01.00.123-фмн- кио, 102.01.00.122-фмн- кио, 102.01.00.235-фмн- киит,
102.01.00.235-фмн-касвк, 102.01.00.235-фмн- ксп, 102.01.00.235-фмн- киб,
102.01.00.236-фмн-киб, 102.01.00.235-фмн-кая

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Приказом Ректора МГУ №1216 от 24 ноября 2021 года «Об утверждении Требований к основным программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, самостоятельно устанавливаемых Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова»

1. Краткая аннотация:

Название дисциплины «Оптимизация и исследование операций»

Цель изучения дисциплины – В данном курсе рассмотрены численные методы оптимизации в применении к задачам исследования операций. Дается вывод необходимых и достаточных условий оптимальности в задачах условной и безусловной оптимизации. Устанавливается связь указанных условий с наличием седловой точки функции Лагранжа (для задач условной оптимизацией) и теорией двойственности. Рассмотрены примеры экономической интерпретации множителей Лагранжа в практических приложениях. Рассматриваются современные эффективные методы решения задач ЛП и НЛП, в том числе задач большой размерности.

2. Уровень высшего образования – аспирантура

3. Научная специальность 1.2.2. «Дискретная математика и математическая кибернетика». Область науки: Физико-математические науки.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре Программы аспирантуры –элективный курс.

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единицы, всего 106 часов, из которых 28 часа составляет контактная работа студента с преподавателем (24 часов занятия лекционного типа, 4 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 80 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

6. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

На предыдущих уровнях высшего образования должны быть освоены общие курсы:

1. Математический анализ

2. Линейная алгебра

7. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	В том числе									
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы						Самостоятельная работа учащегося, часы			
	Всего	из них					Всего	из них		
Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости: коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.	Выполнение домашних заданий		Подготовка рефератов и т.п.	Всего	
Методы решения задач безусловной оптимизации <ul style="list-style-type: none"> • Необходимые и достаточные условия 	28	8		-	-	-	8	20	-	20

<p>оптимальности в задачах безусловной оптимизации</p> <ul style="list-style-type: none"> • Понятие об итерационных методах решения задач безусловной оптимизации. Сходимость и скорость сходимости итерационных методов, критерии сходимости. 										
<p>Условия оптимальности в задачах условной оптимизации</p> <ul style="list-style-type: none"> • Необходимые условия оптимальности первого порядка в задаче условной оптимизации. Условия регулярности Мангасариана. Лемма Дубовицкого-Милютин. • Седловая точка функции Лагранжа. Связь седловой точки функции Лагранжа и экстремума в задаче условной оптимизации. Теория 	32	10		-	-	2	12	20	-	20

двойственности.											
<p>Методы решения задач условной оптимизации</p> <ul style="list-style-type: none"> • Симплекс-метод и метод внутренней точки решения задач ЛП • Методы решения задач нелинейного программирования • Задачи большой размерности со специфической структурой ограничений 	48	8				2	10	38		38	
Итого	106	28						78			

8. Образовательные технологии.

При проведении лекционных занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты математических программ: MATLAB, оптимизационных солверов GUROBI, CPLEX.

9. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

Литература для самостоятельной работы студентов в соответствии с тематическим планом:

Морозов В.В, Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в задачах и упражнениях
Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М.: Наука, 1991.

10. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

Основная литература:

1. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
2. Мину М. Математическое программирование, Наука, М., 1990.
3. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций — М., Наука, 1971.

Дополнительная литература:

4. S. Boyd, L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004
5. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: АЙРИС ПРЕСС. 2002
6. Морз Ф. М., Кимбелл Дж. Е. Методы исследования операций / Пер. с англ. — М.: Советское радио, 1956.

- Описани ематериально-технической базы.
Занятия проводятся в аудитории, оснащенной мультимедийным экраном

11. Язык преподавания – русский

12. Преподаватели:

Степень, должность ФИО., e-mail, тел.: -К.ф.-м.н., доцент Давидсон Михаил Рувимович, Mikhail.davidson@gmail.com, 4959392491

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Образцы домашних заданий:

1. В качестве домашнего задания подразумевается изучение рекомендуемой литературы а также решение задач из пособий, рекомендуемых для самостоятельной работы.

Вопросы для промежуточной аттестации – зачета (экзамена):

1	Понятие об итерационных методах решения задач безусловной оптимизации. Сходимость итерационных методов, критерии сходимости. Сходимость градиентного метода с постоянным шагом. Варианты выбора шага в градиентном методе.
2	Скорость сходимости градиентного метода в предположении условия Липшица градиента целевой функции. Скорость сходимости при дополнительном предположении о выпуклости и сильной выпуклости целевой функции. Геометрическая интерпретация скорости сходимости метода
3	Определение метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений и задач безусловной оптимизации. Скорость сходимости метода Ньютона с единичным шагом, требования к начальному приближению.
4	Глобализация метода Ньютона для выпуклых функций. Использование демпфированного шага. Доказательство перехода на единичный шаг для достаточно больших номеров итераций.
5	Метод Ньютона для само-согласованных (self-concordant) функций. Вывод скорости сходимости.
6	Необходимые условия оптимальности первого порядка в задаче условной оптимизации. Условия регулярности Мангасариана-Фромовица в задачах условной оптимизации. Конус возможных направлений и касательный конус. Лемма Дубовицкого-Милютина. Вывод необходимых условий. Геометрическая интерпретация. Необходимые и достаточные условия второго порядка в задаче условной оптимизации.
7	Понятие седловой точки. Седловая точка функции Лагранжа. Связь Седловой точки функции Лагранжа и экстремума в задаче условной оптимизации. Достаточные условия для наличия седловой точки. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
8	Теория двойственности в линейном программировании (ЛП). Прямая и двойственная задача ЛП. Взаимосвязь допустимых и оптимальных решений прямой и двойственной задач. Пример применения теории двойственности в задаче о рыночном равновесии на централизованном аукционе одного товара.
9	Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Характеристика крайних точек многогранника. Достижимость оптимального решения задачи ЛП в одной из крайних точек. Описание алгоритма симплекс-метода. Вывод критерия останова. Доказательство сходимости. Оценка вычислительной трудоемкости метода. Пример транспортной задачи.
10	Понятие о полиномиальных алгоритмах решения задач ЛП
11	Методы условного градиента, проекции градиента, последовательного квадратичного программирования для решения нелинейных задач условной оптимизации. Определение методов,

	обоснование сходимости и скорости сходимости, сравнительная эффективность методов.
12	Понятие о методах решения задач оптимизации большой размерности со специфической структурой ограничений. Задачи с блочно-диагональной структурой матрицы и со связывающими ограничениями. Методы декомпозиции. Релаксация Лагранжа.
13	Понятие о методах глобальной и дискретной оптимизации. Метод ветвей и границ. Метод динамического программирования.
14	Численная устойчивость методов оптимизации. Округления при использовании конечной арифметики на ЭВМ. Примеры вычислительно неустойчивых операций. Методы борьбы с численной неустойчивостью и заполнением матрицы при факторизации.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Зачет (экзамен) проходит по билетам, включающем 1 вопрос. Уровень знаний аспиранта по каждому вопросу на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». В случае если на все вопросы был дан ответ, оцененный не ниже чем «удовлетворительно», аспирант получает общую оценку «зачтено».