

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

«Утверждаю»

Декан факультета ВМК МГУ
имени М.В. Ломоносова



академик

Е.И. Моисеев

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Основы эргодической теории»

Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направления подготовки: 01.06.01 «Математика и механика», 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленности (профили): «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02), «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05), «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18)

2015 год

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

1. НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основы эргодической теории

2. УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ, НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ПОДГОТОВКИ

Направление 01.06.01 «Математика и механика». Направленности (профили) «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» (01.01.02), «Теория вероятностей и математическая статистика» (01.01.05).

Направление 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника». Направленность (профиль) «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (05.13.18).

4. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к специальным дисциплинам образовательной программы и является элективной (дисциплиной по выбору) для освоения во 4-м семестре обучения.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательной программы:

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Владение современными методами построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных	З1 (ПК-1) Знать: современные методы построения и анализа математических моде-

<p>задач, а также методами разработки и реализации алгоритмов их решения на основе фундаментальных знаний в области математики и информатики</p>	<p>лей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p> <p>У1 (ПК-1) Уметь: применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p> <p>В1 (ПК-1) Владеть: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>
<p>Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1)</p>	<p>З1(ОПК-1) ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области</p> <p>У1(ОПК-1) УМЕТЬ: уметь самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий</p>

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении.

6. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Объем дисциплины составляет 3 зачетных единицы, всего 108 часов.

40 часов составляет контактная работа с преподавателем – 36 часов занятий лекционного типа, 0 часов занятий семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 0 часов индивидуальных консультаций, 0 часов мероприятий текущего контроля успеваемости, 2 часа групповых консультаций, 2 часа мероприятий промежуточной аттестации.

68 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. ВХОДНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учащиеся должны владеть знаниями по математическому анализу, линейной алгебре, теории вероятности, дифференциальным уравнениям в объеме, соответствующем основным образовательным программам бакалавриата и магистратуры по укрупненной группе направлений и специальностей 01.00.00 «Математика и механика».

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекционные занятия проводятся в традиционной форме с использованием доски и мела.

9. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

В курсе излагаются базовые понятия и результаты современной теории динамических систем: понятие инвариантной меры динамической системы, эргодичности, перемешивания, энтропии, теоремы Боголюбова-Крылова, Пуанкаре, Вейля-фон Неймана, Боля-Серпинского-Вейля, Биркгофа-Хинчина, Колмогорова. Рассмотрены примеры динамических систем «сдвиг на торе», сдвиг Бернулли, линейный автоморфизм тора.

Основной целью освоения курса является формирование у слушателей представления о современном состоянии теории динамических систем и её приложениях в математическом моделировании.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы					Самостоятельная работа обучающегося, часы			
		из них					из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (кол-	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего

						локвумы, прак- тические кон- трольные занятия и др)*				
<p>Тема 1. Введение. Модели популя- ций с неперекрывающимися поколениями. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Движение заряженной частицы в стационарном электромагнитном поле. Магнитная гидродинамика. Гамильтоновы системы. Отображение Гаусса</p> <p>Теорема Боголюбова- Крылова. Понятие абст- рактной динамической сис- темы. Теорема Пуанкаре о возвращении. Статистическая эргодиче- ская теорема</p>	18	8	-	-	-	-	8	10	-	10
<p>Тема 2. Максимальная эргодическая теорема. Теорема Биркгофа- Хинчина.</p> <p>Временные и пространст- венные средние. Эргодич- ность. Сдвиги на торе. Тео- рема о всюду плотных тра- екториях. Теорема Вейля- фон Неймана. Теорема Кро-</p>	22	10	-	-	-	-	10	12	-	12

некера – Вейля. Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля. Строгая эргодичность сдвига на иррациональный угол. Распределение первых цифр в десятичной записи чисел 2^n .										
Тема 3. Эргодичность динамических систем с непрерывным временем. Задача Лагранжа о среднем движении перигелия. Перемешивание. Связь с эргодичностью. Лебеговские спектры. Примеры: Линейный автоморфизм тора. К- системы. Теорема о лебеговском спектре К- системы.	18	7	-	1	-	-	8	10	-	10
Тема 4. Понятие изоморфизма абстрактных динамических систем. Изоморфизм преобразования пекаря и схемы Бернулли. Пример Мешалкина. Определение и свойства	28	11	-	1	-	-	12	16	-	16

<p>энтропии разбиения. Энтропия динамических систем. Инвариантность энтропии при изоморфизме динамических систем. Теорема Колмогорова. Примеры: энтропия сдвига на окружности, энтропия сдвига Бернулли, энтропия линейного автоморфизма тора.</p> <p>Свойства собственных чисел и собственных функций эргодических преобразований. Динамические системы с чисто точечным спектром. Теорема фон Неймана-Халмоша.</p>												
5. Промежуточная аттестация – устный экзамен	22						2					20
Итого	108						40					68

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ

Самостоятельная работа учащихся состоит в изучении лекционного материала, учебно-методической литературы, подготовки к текущему контролю и промежуточной аттестации.

11. РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Основная литература

1. Каток А.Б., Хассельблат Б. Введение в современную теорию динамических систем. М.: Факториал, 1999, 767 с.
2. Халмош П.Р. Лекции по эргодической теории. Ижевск, Регулярная и хаотическая динамика, 1999, 134 с.
3. Арнольд В.И., Авец А. Эргодические проблемы классической механики. Ижевск, Регулярная и хаотическая динамика, 1999, 282 с.
4. Синай Я.Г. Введение в эргодическую теорию. М.: Фазис, 1996, 128 с.

Дополнительная литература

1. Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории. М.: Физ. Мат. Лит., 1995, 201 с.
2. Синай Я.Г., Корнфельд И.П., Фомин С.В. Эргодическая теория. М.: Наука, 1980, 283 с.

Информационные технологии, используемые в процессе обучения

Не предусмотрено.

Материально-техническая база

Для преподавания дисциплины требуется класс, оборудованной маркерной или меловой доской.

12. ЯЗЫК ПРЕПОДАВАНИЯ

Русский

13. РАЗРАБОТЧИК ПРОГРАММЫ, ПРЕПОДАВАТЕЛИ

Автор программы: профессор д.ф.-м.н. Шананин Александр Алексеевич
лектор: профессор д.ф.-м.н. Шананин Александр Алексеевич

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Основы эргодической теории»**

Средства для оценивания планируемых результатов обучения, критерии и показатели оценивания приведены ниже.

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)	КРИТЕРИИ и ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) <i>(критерии и показатели берутся из соответствующих карт компетенций, при этом пользуются либо традиционной системой оценивания, либо БРС)</i>					ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
	1	2	3	4	5	
	Неудовлетворительно	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично	
ЗНАТЬ: современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения 31 (ПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Сформированные систематические знания о современных методах построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методах разработки и реализации алгоритмов их решения	Устный экзамен
УМЕТЬ: применять современные методы построения и анализа мате-	Отсутствие умений	Фрагментарные умения применять современные методы построения и анализа	В целом успешное, но не систематическое умение применять	Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение	Сформированное умение применять современные методы построения и анализа	Устный экзамен

<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения У1 (ПК-1)</p>		<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>применять современные методы построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современные методы разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	
<p>ВЛАДЕТЬ: навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения В1 (ПК-1)</p>	<p>Отсутствие навыков</p>	<p>Фрагментарное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>В целом успешное, но не полное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Сформированное владение навыками оптимального выбора современных методов построения и анализа математических моделей, возникающих при решении естественнонаучных задач, а также современных методов разработки и реализации алгоритмов их решения</p>	<p>Устный экзамен</p>
<p>УМЕТЬ: самостоятельно осуществлять научно-</p>	<p>Отсутствие умений</p>	<p>Частично освоенное умение самостоятельно осуществлять</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое умение</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные</p>	<p>Успешное и систематическое умение самостоятельно</p>	<p>доклад на научном семинаре</p>

исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий У1 (ОПК-1)		научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	пробелы умение самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	
ЗНАТЬ: современные методы исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области З1(ОПК-1)	Отсутствие знаний	Фрагментарные представления современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	В целом сформированные, но неполные знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	Сформированные систематические знания о современных методах исследования и информационно-коммуникационных технологий в соответствующей профессиональной области	доклад на научном семинаре

Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Список вопросов для устного экзамена.

1. Введение. Модели популяций с неперекрывающимися поколениями. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Движение заряженной частицы в стационарном электромагнитном поле. Магнитная гидродинамика. Гамильтоновы системы. Отображение Гаусса.
2. Теорема Боголюбова-Крылова. Понятие абстрактной динамической системы. Теорема Пуанкаре о возвращении.
3. Статистическая эргодическая теорема.
4. Максимальная эргодическая теорема. Теорема Биркгофа-Хинчина.
5. Временные и пространственные средние. Эргодичность. Сдвиги на торе. Теорема о всюду плотных траекториях. Теорема Вейля-фон Неймана. Теорема Кронекера – Вейля.
6. Сдвиги на окружности. Теорема Боля-Серпинского-Вейля. Строгая эргодичность сдвига на иррациональный угол. Распределение первых цифр в десятичной записи чисел 2^n .
7. Эргодичность динамических систем с непрерывным временем. Задача Лагранжа о среднем движении перигелия.
8. Перемешивание. Связь с эргодичностью. Лебеговские спектры. Примеры: Линейный автоморфизм тора.
9. К- системы. Теорема о лебеговском спектре К- системы.

10. Понятие изоморфизма абстрактных динамических систем. Изоморфизм преобразования пекаря и схемы Бернулли $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
Изоморфизм схем Бернулли

$B\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{2}\right)$ и $B\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ (пример Мешалкина).

11. Определение и свойства энтропии разбиения. Энтропия динамических систем. Инвариантность энтропии при изоморфизме динамических систем. Теорема Колмогорова. Примеры: энтропия сдвига на окружности, энтропия сдвига Бернулли, энтропия линейного автоморфизма тора.
12. Теорема Купмана о свойствах собственных чисел и собственных функций эргодических преобразований. Динамические системы с чисто точечным спектром. Теорема фон Неймана-Халмоша.

Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Особенности организации процесса обучения

Для эффективного освоения курса рекомендуется перед каждым занятием привести в порядок конспекты лекций. После каждого занятия рекомендуется найти и прочитать дополнительную литературу по теме лекции и прочитать свои конспекты.

Система контроля и оценивания

Оценка выставляется на экзамене по результатам устного ответа на вопрос экзаменационного билета и дополнительные вопросы.

Структура и график контрольных мероприятий

Устный экзамен в конце семестра.