

## **СУПЕРКОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ**

### **1. Введение**

До недавнего времени изучение поведения жидкостей было ограничено экспериментальными методами, но в связи с быстрым ростом производительности компьютерных систем стало возможным анализировать и рассчитывать подобные процессы даже на персональных компьютерах.

Вычислительная гидродинамика (Computational Fluid Dynamics) сегодня становится одной из составляющих процесса проектирования во множестве компаний, которые разрабатывают современное высокотехнологичное оборудование [1].

Численные методы решения задач газовой динамики активно развиваются и находят широкое применение в различных отраслях промышленности. При этом рост популярности численных методов во многом обусловлен ростом мощности компьютеров. Основная проблема, стоящая на пути вычислительной аэрогидродинамики, – это моделирование турбулентных течений. В настоящее время свое применение находят четыре основных направления решения этой проблемы:

- осредненные по Рейнольдсу или Фавру уравнения Навье-Стокса (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes equations), замкнутые с помощью алгебраических или дифференциальных моделей турбулентности. При таком подходе успех или неудача численного эксперимента во многом зависят от выбора модели турбулентности;
- метод LES (Large Eddy Simulation), который основан на решении нестационарных уравнений Навье-Стокса с моделированием влияния вихрей подсеточного масштаба;
- метод DES (Detached Eddy Simulation), который является комбинацией двух предыдущих подходов. В зоне внешнего «гладкого» течения используется RANS, а в зоне отрыва потока с крупными вихрями – LES;
- прямое численное моделирование (DNS – Direct Numerical Simulation) – решение нестационарных уравнений Навье-Стокса без каких либо замыкающих соотношений.

Естественно, что наиболее близкие к реальности результаты могут быть получены при внесении минимальных дополнительных допущений в исходную математическую модель и численный алгоритм решения. В

этом смысле наиболее привлекательным является последний подход DNS [2].

В данной работе для решения поставленной задачи был использован DNS подход, как дающий наиболее полное представление о структуре течения. Используется неклассический подход для решения поставленной задачи: уравнения Навье-Стокса дополняются уравнением энергии, уравнение же неразрывности использовалось для контроля точности вычислений. Тем не менее, выбранный метод не лишен и недостатков: прямое численное моделирование крайне требовательно к вычислительным ресурсам, поэтому алгоритм был реализован и оптимизирован для использования на многопроцессорных SMP-системах. В качестве численного метода был выбран хорошо «параллелизуемый» метод расщепления. Работа развивает методику численного моделирования течения в каналах, изложенную в статье «Суперкомпьютерное моделирование турбулентных течений на основе модели Навье-Стокса» [3].

## 2. Постановка задачи

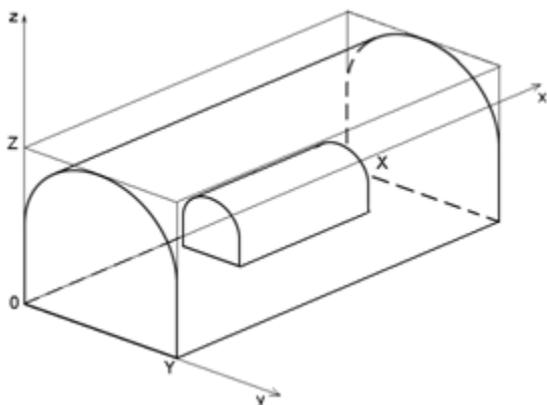


Рис. 1. Схематическое изображение расчетной области для задачи обтекания тела конечного размера в канале.

Физическая постановка рассматриваемой задачи формулируется следующим образом: производится инъекции вязкой несжимаемой жидкости в канал заданного сечения конечной длины. В канале расположено тело  $T$  заданной формы конечной длины. Предполагается, что канал находится в пространстве, затопленном той же жидкостью. На боковых стенках канала и поверхности тела задается некоторый температурный режим (поддержания температуры или теплоизоляции). На выходе из канала ставятся «мягкие» граничные условия для всех компонент скорости и температуры (условие типа линейной экстраполяции). Инжекция производится через сечение канала в плоскости  $Oxy$ . Предполагается, что инжектируемый поток параллелен оси  $Ox$ .

Целью работы является исследование структуры течения, формирующейся при обтекании тела с обтекателями определенных форм

и энергетических характеристик данного течения. Анализ получаемых данных позволяет оценить пригодность используемых обтекателей (набор исследованных обтекателей приведен далее) для уменьшения «турбулизации» течения и, в частности, энергии, приходящейся на трение среды о стенки обтекаемого тела и обтекателя.

Конфигурация области, в которой решается задача, зависит от формы канала и формы обтекаемого тела. В данной работе исследуется течение в туннелевидном канале, который схематично изображен на рисунке 1. В общем случае, обтекаемое тело состоит из основной части  $T$  и обтекателя  $T_o$ , как показано на рисунке 2. Форма обтекателя задается двумя функциями: вертикальным профилем  $f(z)$  и горизонтальным профилем  $g(x)$ . Выбирая функции  $f(z)$  и  $g(x)$  из различных классов, можно получить обтекатели различной формы и исследовать их влияние обтекателя на структуру течения. Были выбраны следующие конфигурации:

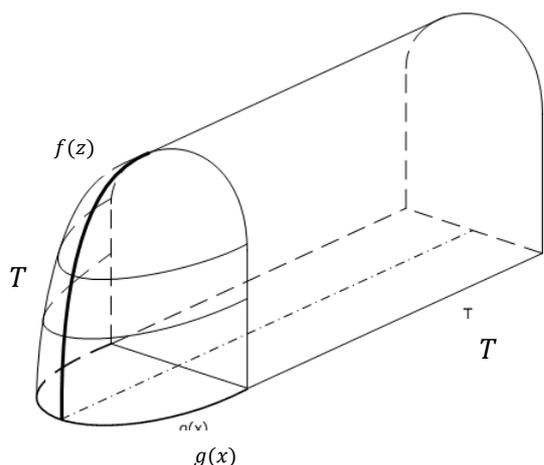


Рис. 2. Форма обтекаемого тела.

1.  $f(z)$  и  $g(x)$  – линейные функции (обтекатель-“пирамида”)
2.  $f(z)$  – линейная,  $g(x)$  – квадратичная функция
3.  $f(z)$  и  $g(x)$  – квадратичные функции (параболический обтекатель)

Для расчетов использовалась система уравнений, полученная из полной системы уравнений Навье-Стокса для вязкого, сжимаемого, теплопроводного, совершенного газа,

записанная в безразмерных величинах, где плотность, давление и температура относятся к соответствующим величинам в инжектируемом потоке [4]. При этом предполагается, что коэффициенты динамической вязкости  $\mu$  и теплопроводности  $k$  постоянны, массовые силы отсутствуют, плотность  $\rho$  постоянна и равна единице, что приводит к линейной связи температуры  $T$  и давления  $p$ . В работе использовался неклассический подход к решению поставленной задачи. Полная система уравнений в безразмерных величинах, состоящая из трех уравнений количества движения, уравнения энергии и уравнения состояния, даёт возможность определить решение поставленной задачи, используя уравнения неразрывности в качестве контрольного соотношения. Таким образом, для расчетов использовалась система уравнений:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla T + \frac{1}{Re} \Delta \vec{v},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) T = \frac{\gamma}{Re \cdot Pr} \nabla T + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{Re} \Phi,$$

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2,$$

где  $p = T$ , где  $t$  – время;  $u, v, w$  – компоненты вектора скорости  $\vec{v}$  соответственно по координатным осям  $x, y, z$ ;  $p$  – давление;  $T$  – температура;  $\Phi$  – диссипативная функция;  $Pr$  – число Прандтля;  $Re$  – число Рейнольдса;  $\gamma$  – показатель адиабаты.

Уравнение записано в безразмерных величинах. При этом высота канала  $h$  выбрана в качестве характерного размера. Параметрами подобия являются число Рейнольдса  $Re$  и число Прандтля  $Pr$ . По существу единственным изменяемым критерием подобия является число Рейнольдса  $Re$ , поскольку число Прандтля  $Pr$  постоянно и характеризует движущуюся среду.

Для расчетов были выбраны следующие характеристики задачи: высота и ширина канала приняты за безразмерную единицу. При этом отношение длины канала к его высоте равняется трем. Кубическая сетка, использовавшаяся для аппроксимации уравнений, имеет  $300 \times 100 \times 100$  узлов по осям  $Ox, Oy$  и  $Oz$  соответственно. Конфигурация основного обтекаемого тела описана в таблице 1.

На стенках обтекаемого тела и канала выполняются условия прилипания для компонент скорости и теплоизоляции для температуры. На входном сечении задается режим инжекции ( $u = 1; v = w = 0$ ), на выходе из канала – «мягкие» граничные условия для всех неизвестных, входящих в систему ( $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$ ). В качестве коэффициентов подобия были выбраны число Рейнольдса  $Re = 300$ , число Прандтля  $Pr = 0.72$ , показатель адиабаты  $\gamma = 1.4$ . Предполагается также, что до начала инжекции канал заполнен невозмущенной средой ( $u = v = w = 0$ ).

Характеристика	Значение	Комментарии
H	0.5	Продольный размер обтекаемого тела (в безразмерных единицах)
R	0.25	Поперечный размер обтекаемого тела (в безразмерных единицах)
O <sub>x</sub>	1.50	Параметр, определяющий расположение обтекаемого тела в расчетной области по оси O <sub>x</sub>
O <sub>y</sub>	0.5	Параметр, определяющий расположение обтекаемого тела в расчетной области по оси O <sub>y</sub>
O <sub>z</sub>	0.35	Параметр, определяющий расположение обтекаемого тела в расчетной области по оси O <sub>z</sub>

Таблица 1. Характеристики основного обтекаемого тела

Все расчеты проводились на многопроцессорном комплексе Regatta, поддерживающем технологию параллельного программирования OpenMP. При этом среднее время получения результатов на шестнадцати процессорной платформе сокращалось в среднем в 8-10 раз в сравнении с однопроцессорной конфигурацией.

### 3. Вычислительные эксперименты

Детально рассмотрим результаты расчетов для параболического обтекателя ( $f(z) = z^2$ ,  $g(x) = x^2$ ).

Будем представлять результаты в следующем виде:

- поверхности  $f = F_1(x, z)$ , где в качестве  $F_1(x, z)$  взята продольная компонента скорости в сечении канала при  $y = 0.5$ ;
- поверхности  $f = F_2(x, z)$ , где в качестве  $F_2(x, z)$  взяты  $u$ -,  $v$ - и  $w$ -компоненты скорости в различных поперечных сечениях канала;
- поля направлений вектора скорости в расчетной области.

Для построения приведенных здесь изображений применялась система визуализации научных расчетов [4].

Ниже представлена динамика  $f = F_1(x, z)$  с течением времени для текущей задачи:

1. Динамика  $u$ -компоненты скорости в продольном сечении канала при  $y = 0.5$

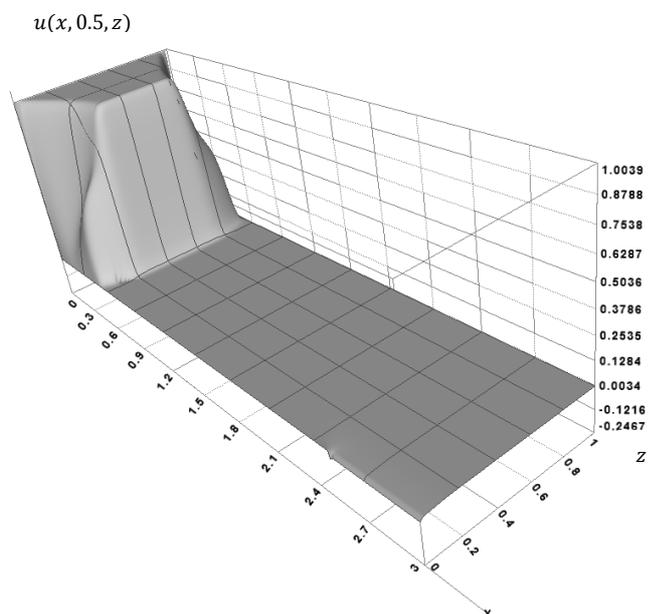


Рис. 3.1. График компоненты  $u$  вектора скорости в продольном сечении канала при  $y = 0.5$ , момент времени  $t = 1.0$

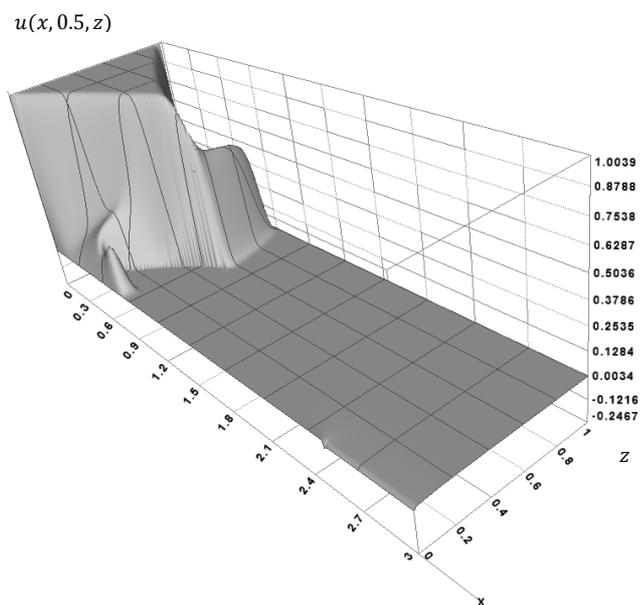


Рис. 3.2. График компоненты  $u$  вектора скорости в продольном сечении канала при  $y = 0.5$ , момент времени  $t = 2.0$

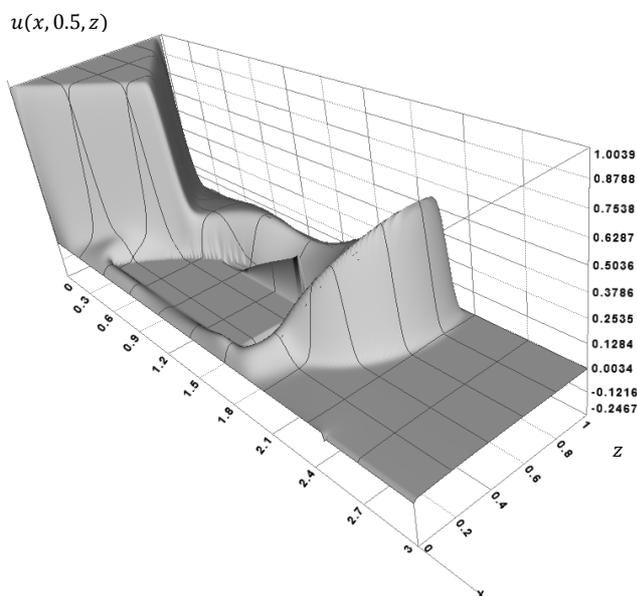


Рис. 3.3. График компоненты  $u$  вектора скорости в продольном сечении канала при  $y = 0.5$ , момент времени  $t = 6.0$

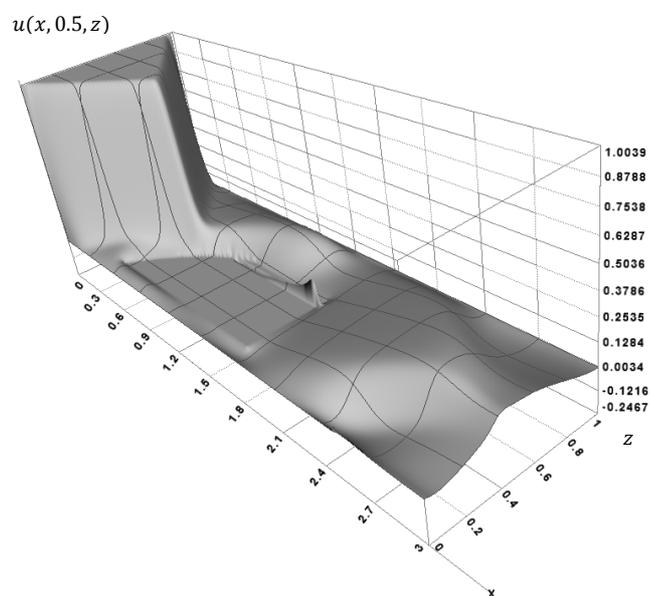


Рис. 3.1. График компоненты  $u$  вектора скорости в продольном сечении канала при  $y = 0.5$ , момент времени  $t = 10.0$

Равномерный набегающий поток внедряется в канал и, тормозясь около стенок, образует область в виде затупленного клина, заостряющегося по мере движения вдоль канала. В этой области продольная составляющая скорости равна скорости набегающего потока. Формируется двухступенчатая структура течения: первоначальная клиновидная волна и вторая отходящая волна, которая движется к границе расчетной области. После выхода второй волны из расчетной области происходит установление решения. Отметим также, что отходящая волна несимметрична относительно оси канала, что связано с положением тела в канале: расстояние от нижней границы тела до стенки канала меньше аналогичного расстояния для верхней границы, поэтому большие скорости наблюдаются над телом.

## 2. Векторные поля для $v$ - и $w$ -компонент вектора скорости в поперечных сечениях канала.

На данных рисунках изображены векторные поля в поперечном сечении канала (плоскостью  $x = \text{const}$ ) в различные моменты времени. Треугольники, элементы графика, отражают направление и величину вектора скорости в конкретной точке расчетной области. При этом максимальным скоростям соответствуют темные треугольники, минимальным – светлые. Незаполненные области на графиках соответствуют частям обтекаемого тела, попавшим в исследуемое сечение канала.

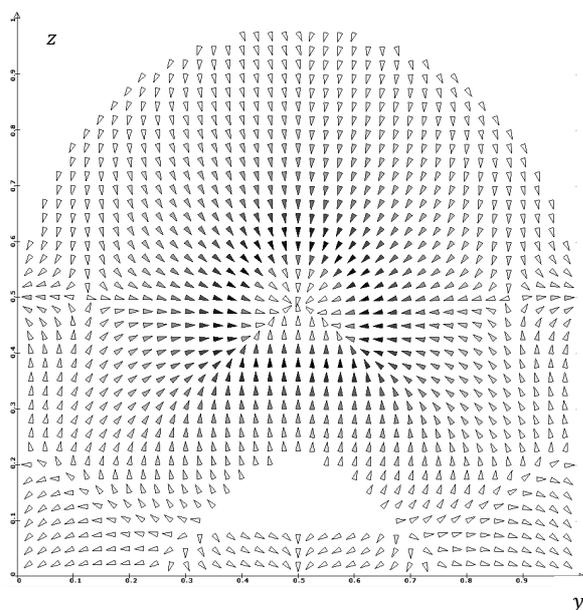


Рис. 4.1. Векторное поле для  $v$ - и  $w$ -компонент вектора скорости в

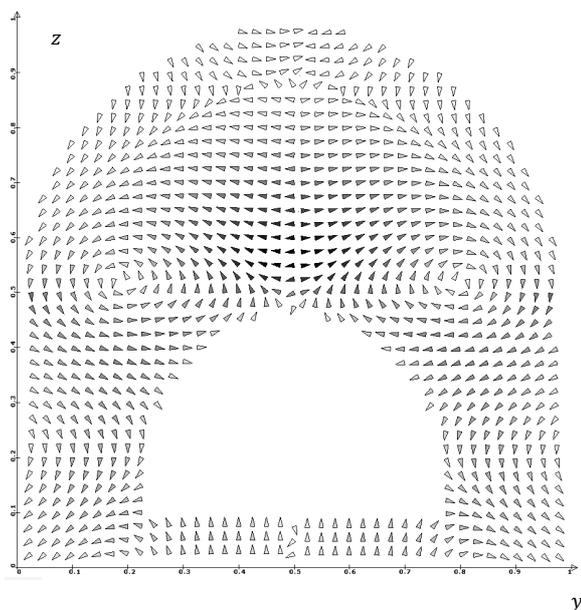


Рис. 4.2. Векторное поле для  $v$ - и  $w$ -компонент вектора скорости в

поперечном сечении канала при  
 $x = 0.5$ , момент времени  $t = 6.0$

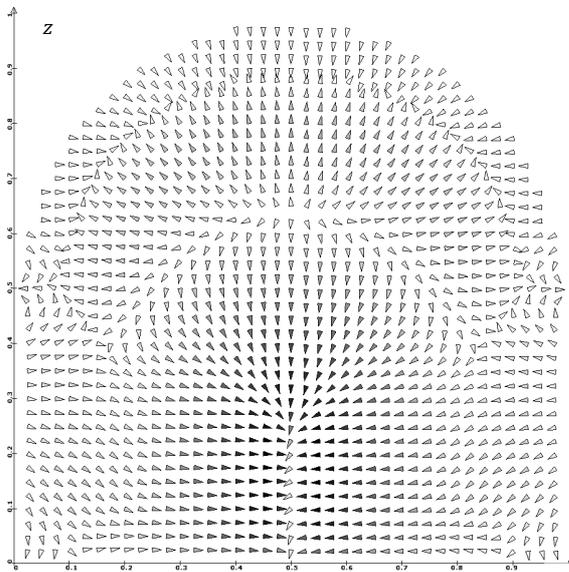


Рис. 4.3. Векторное поле для  $v$ - и  $w$ -компонент вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x = 1.5$ , момент времени  $t = 6.0$

поперечном сечении канала при  
 $x = 1.0$ , момент времени  $t = 6.0$

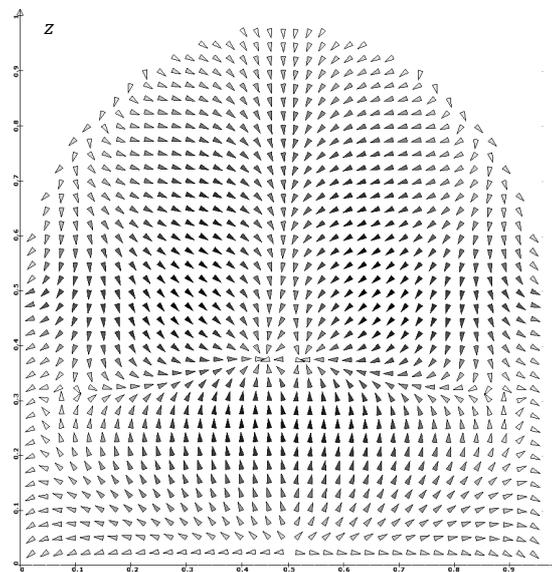


Рис. 4.4. Векторное поле для  $v$ - и  $w$ -компонент вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x = 2.0$ , момент времени  $t = 6.0$

Наблюдается симметрия поля относительно плоскости  $y = 0.5$ , что связано, очевидно, с аналогичной симметрией расчетной области и граничных условий. Отметим, что максимальные значения в части канала перед телом расположены равномерно приблизительно на одинаковом удалении от стенок канала. Далее вниз по каналу область максимальных значений смещается и приходится на верхнюю часть канала. Возмущения, создаваемые стенками канала, накладываются на возмущения от стенок обтекаемого тела, что приводит к довольно сложной структуре результирующего поля. На рисунке 4.2. заметно формирование вихревых структур, развивающихся вниз по течению, с двух сторон от обтекаемого тела. Так же обратим внимание на то, что влияние круглой части канала приводит к образованию своеобразного «купола» над обтекаемым телом (Рис. 4.3.).

### 3. Векторные поля для $u$ - и $w$ -компонент вектора скорости в продольном сечении канала при $y = 0.5$

Аналогичный подход к иллюстрации результатов использовался для построения диаграмм векторных полей в продольном сечении канала ( $y = 0.5$ ) в различные моменты времени.

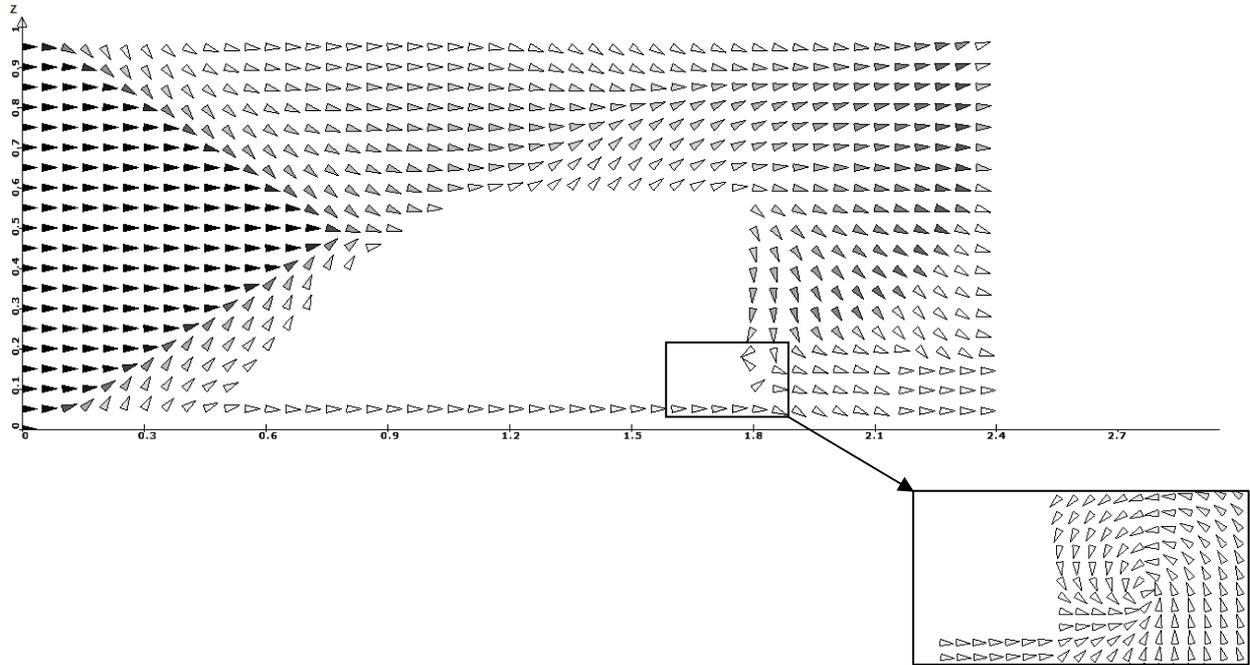


Рис. 3.1 Векторное поле для  $u$ - и  $w$ -компонент вектора скорости в сечении канала при  $y=0.5$ , момент времени  $t = 5.0$

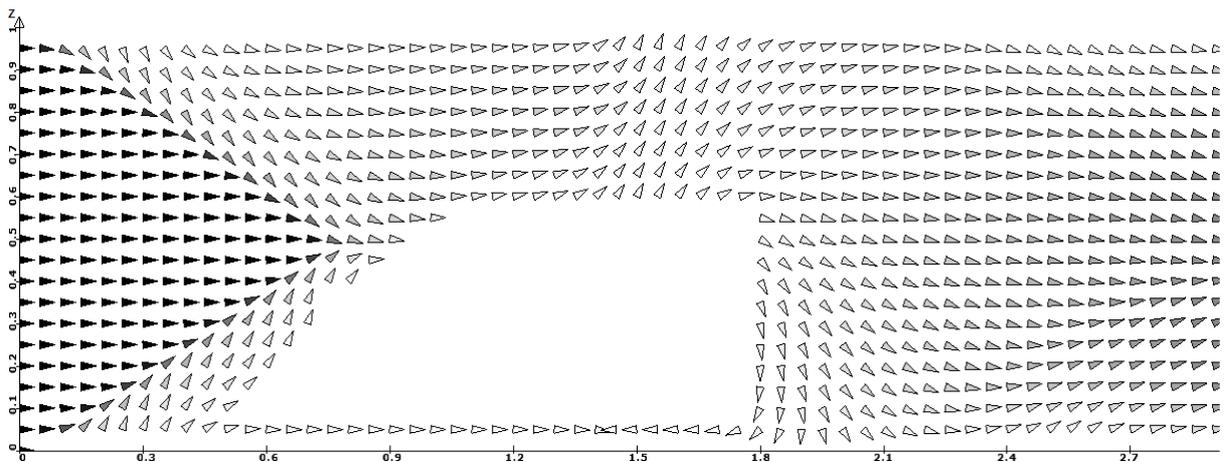


Рис. 3.2 Векторное поле для  $u$ - и  $w$ -компонент вектора скорости в сечении канала при  $y = 0.5$ , момент времени  $t = 10.0$

На рис. 3.1 и 3.2 можно проследить момент зарождения вихревых структур и процесс установления течения во времени. Возвратные течения, возникающие вследствие учета вязкости среды в математической модели, образуются за кормой обтекаемого тела. С течением времени происходит установление течения и, как следствие, исчезновение вихрей из расчетной области.

#### 4. Профили для $u$ -, $v$ - и $w$ -компонент вектора скорости в поперечных сечениях канала

Для понимания структуры течения также важным является построение поверхности  $f = F_2(y, z)$ , где в качестве  $F_2(y, z)$  взяты  $u$ -,  $v$ - и  $w$ -компоненты скорости в различных поперечных сечениях канала (были выбраны сечения, для которых ранее строились векторные поля, соответствующие тем же компонентам, то есть  $x = 0.5$ ,  $x = 1.0$ ,  $x = 2.0$ ).

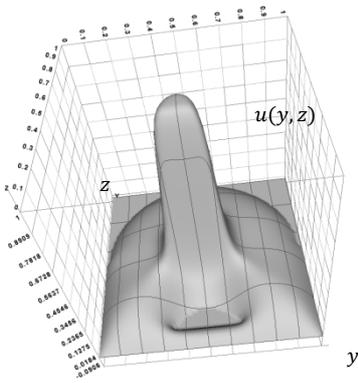


Рис. 4.1.а Профиль  $u$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x=0.5$ , момент времени  $t=0.5$

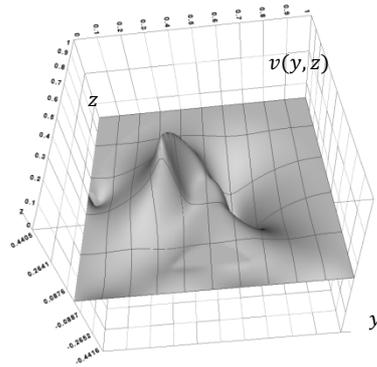


Рис. 4.1.б Профиль  $v$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x=0.5$ , момент времени  $t=5.0$

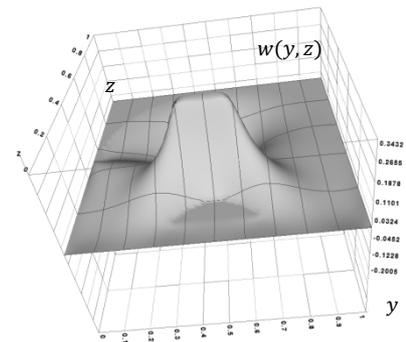


Рис. 4.1.в Профиль  $w$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x=0.5$ , момент времени  $t=5.0$

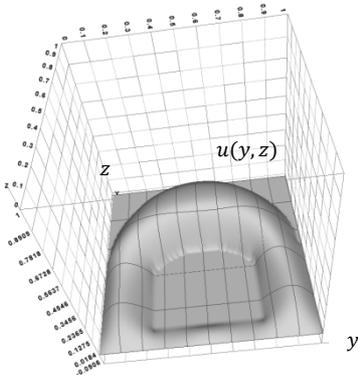


Рис. 4.2.а Профиль  $u$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x=1.0$ , момент времени  $t=0.5$

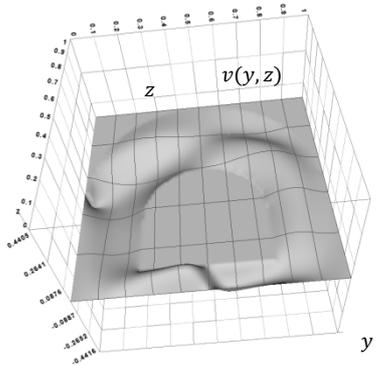


Рис. 4.2.б Профиль  $v$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x=1.0$ , момент времени  $t=5.0$

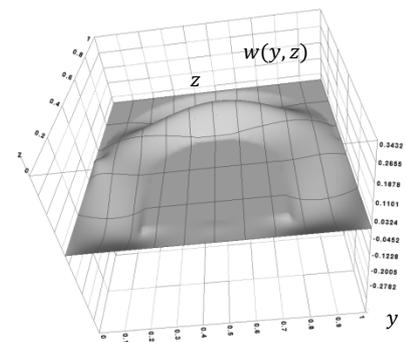


Рис. 4.2.в Профиль  $w$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x = 1.0$ , момент времени  $t = 5.0$

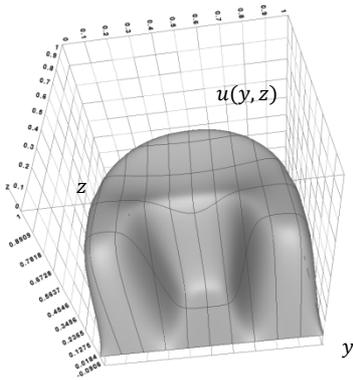


Рис. 4.3.а Профиль  $u$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x=2.0$ , момент времени  $t=0.5$

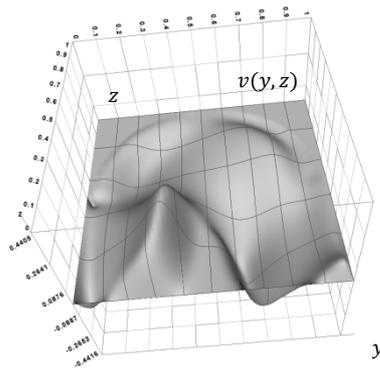


Рис. 4.3.б Профиль  $v$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x=2.0$ , момент времени  $t=5.0$

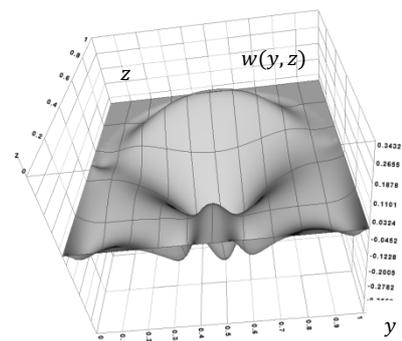


Рис. 4.3.в Профиль  $w$ -компоненты вектора скорости в поперечном сечении канала при  $x = 2.0$ , момент времени  $t = 5.0$

По построенным поверхностям можно судить о симметричности значений относительно плоскости  $y = 0.5$ , что связано, очевидно, с симметрией граничных условий относительно указанной плоскости. Так же можно оценить минимальные и максимальные значения компонент вектора скорости и их развитие во времени.

### 5. Оценка энергетических показателей

Особое внимание в работе уделено оценке энергетических показателей для различных конфигураций обтекаемых тел. Показатели вычисляются на каждом временном слое. Для каждой ячейки кубической сетки в процессе расчета вычисляется значение температуры. Параллельно находятся максимальные значения интеграла значений температуры по всей расчетной области (часть канала, заполненная средой). При этом общий интеграл содержит две части: энергия трения  $E_{тр}$  (часть интеграла по ячейкам сетки, примыкающим с границами расчетной области) и внутренняя энергия  $E_{вн}$  (часть интеграла по внутренним ячейкам сетки). Указанные расчеты проведены для следующих конфигураций:

- без обтекателя;
- пирамидальный обтекатель (линейный горизонтальный и линейный вертикальный профиль);
- смешанный обтекатель (параболический горизонтальный и линейный вертикальный профиль);
- параболический обтекатель (параболический горизонтальный и параболический вертикальный профиль).

Ниже в сводной таблице приведены результаты расчетов для перечисленных конфигураций:

Конфигурация	t	$E_{\text{общ}}$	$E_{\text{тр}}, \%$	$E_{\text{вн}}, \%$
Без обтекателя	0.5	2.5242	6.5387	93.4613
	1.0	2.5360	6.5467	93.4533
	1.5	2.5560	6.5437	93.4563
	5.0	2.7372	6.5347	93.4653
	10.0	2.8710	6.3992	93.6008
Пирамидальный обтекатель	0.5	2.4942	6.5087	93.4913
	1.0	2.5060	6.5167	93.4833
	1.5	2.5260	6.5137	93.4863
	5.0	2.6972	6.4947	93.5053
	10.0	2.7860	6.3142	93.6858
Смешанный обтекатель	0.5	2.5142	6.5287	93.4713
	1.0	2.5160	6.5267	93.4733
	1.5	2.5260	6.5137	93.4863
	5.0	2.6472	6.4447	93.5553
	10.0	2.7410	6.2692	93.7308
Параболический обтекатель	0.5	2.4742	6.4887	93.5113
	1.0	2.4810	6.4917	93.5083
	1.5	2.4910	6.4787	93.5213
	5.0	2.5872	6.3847	93.6153
	10.0	2.6610	6.1892	93.8108

Таблица 2. Энергетические показатели для различных конфигураций

Построив графики общей энергии, рассчитанной для указанных конфигураций, можно судить о влиянии формы обтекаемого тела на течение в канале с точки зрения энергетических затрат. Из полученных данных следует, что наиболее оптимальным вариантом оказался параболический обтекатель. Для пирамидального обтекателя были получены хорошие показатели в начальные моменты времени (до  $t = 2.0$ ), однако при дальнейшем развитии течения обтекатель с линейным вертикальным и параболическим горизонтальным профилями оказался более оптимален. Тело без обтекателя показало самые высокие значения общей энергии.

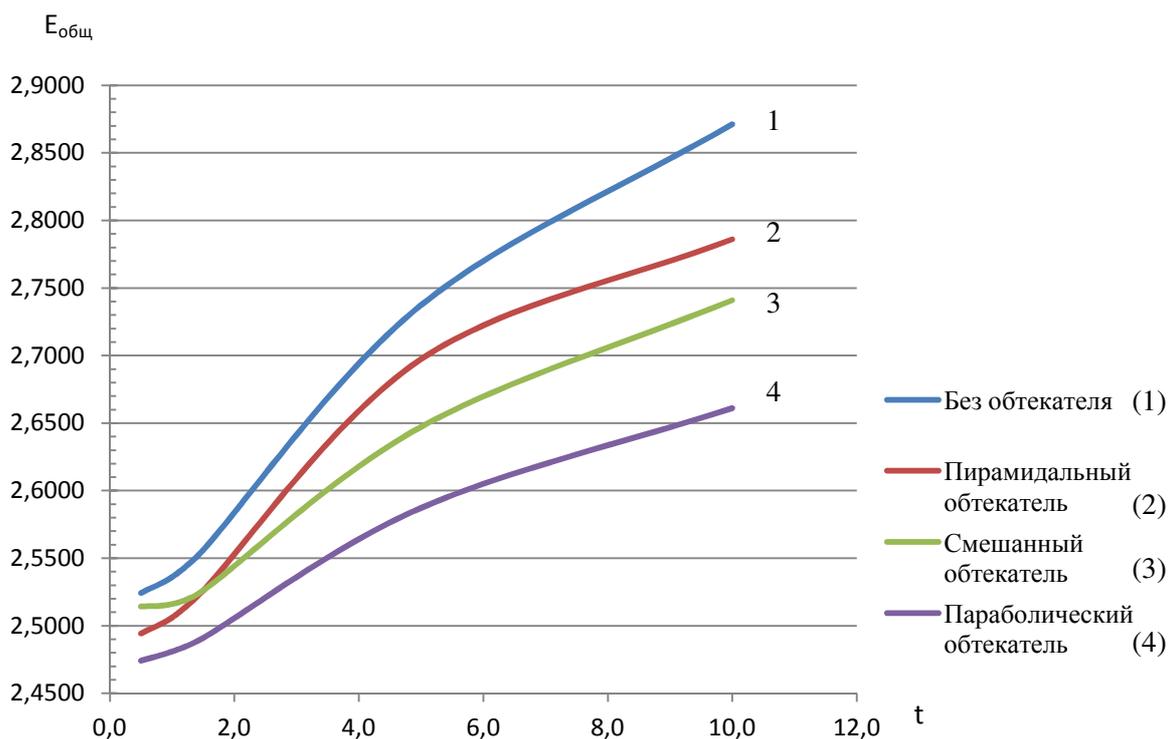


График 1. Общая энергия по различным конфигурациям обтекаемого тела

#### 4. Выводы

В данной работе была поставлена задача для обтекания тела конечного размера потоком вязкой несжимаемой жидкости в канале заданного сечения в трехмерном случае. Разработан численный метод для решения задачи обтекания тела сложной формы в канале вязкой несжимаемой жидкостью. Поставлен ряд численных экспериментов для частных задач с конкретными характеристиками потока, тела, канала. Рассмотрен набор головных обтекателей, дополняющих обтекаемое тело в целях минимизации энергетических показателей. В качестве результатов приведены графики продольной составляющей скорости в центральном сечении канала по  $y$ , векторные поля в произвольных сечениях канала плоскостями, параллельными координатным плоскостям, а так же поверхности, соответствующие компонентам вектора скорости в поперечных сечениях канала. Произведена оценка точности численного метода и проверка удовлетворения полученного решения уравнению неразрывности. При этом максимальное значение интеграла дивергенции по элементарным объемам расчетной области не превосходил по модулю

$1.0 \cdot 10^{-4}$  на сетке  $300 \times 100 \times 100$  узлов, что свидетельствует о хорошей точности решения. Также рассмотрена зависимость структуры течения в канале от формы обтекаемого тела. Структура течения в канале до момента установления довольно сложная, однако можно выделить характерные структуры, вызванные влиянием границ расчетной области. Важным результатом данной работы является так же разработка программы для численного моделирования процесса обтекания выпуклого тела в канале заданного сечения потоком вязкой несжимаемой жидкости. Программа позволяет производить расчеты газодинамических параметров не только для различных характеристик потока, но так же моделировать течения в каналах различного сечения, процесс обтекания тела при различных углах атаки и скольжения. Алгоритм реализован с использованием интерфейса OpenMP, что позволяет производить расчеты на многопроцессорных комплексах, таких как Regatta.

### ***Литература***

1. Ю.В. Лапин, А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец. Алгебраические модели турбулентности для пристенных канонических течений
2. П.И. Кудинов. Сравнительное тестирование моделей турбулентности Спаларта-Аллмараса и Ментера на задаче о трансзвуковом обтекании одиночного профиля RAЕ2822.
3. Пасконов В.М., Березин С.Б., Комарова Е.С., Сахарных Н.А., Суперкомпьютерное моделирование турбулентных течений на основе модели Навье-Стокса.
4. М.Ю. Белевич, Гидромеханика. Основы классической теории, 2007
5. Березин С.Б., Пасконов В.М. Компонентная система визуализации расчетов на многопроцессорных вычислительных системах, 2007