

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ТРУДЫ ФАКУЛЬТЕТА
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

И

ИНФОРМАТИКА

№ 75

Под редакцией
проф. А.С. Крылова



МОСКВА – 2024

УДК 519.6+517.958
ББК 22.19
П75



<https://elibrary.ru/vbvxml>

*Печатается по решению Ученого Совета
факультета вычислительной математики и кибернетики
МГУ имени М. В. Ломоносова*

Рецензент:

М.В. Федотов – к.ф.-м.н., доцент, факультет ВМК
МГУ имени М. В. Ломоносова, кафедра математической физики

Прикладная математика и информатика : Труды факультета
П75 ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова / Под ред. А. С. Крылова. –
Москва : МАКС Пресс, 2024. – 116 с. – (Труды факультета ВМК
МГУ имени М. В. Ломоносова; № 75)
ISBN 978-5-317-07249-0

В труды факультета ВМК включены работы по темам:

- математическое моделирование;
- обратные задачи;
- численные методы.

В этих публикациях нашли отражение исследования ученых факультета по актуальным проблемам прикладной математики, выполненные в рамках основных научных направлений факультета. Для студентов, аспирантов и специалистов в области вычислительной математики и математической физики.

Ключевые слова: вычислительная математика, информатика, прикладная математика, математическая физика, математическое моделирование, обратные задачи, теория управления, методы обработки изображений.

УДК 519.6+517.958
ББК 22.19

The works of faculty CMC contain studies on subjects:

- mathematical modeling;
- inverse problems;
- numerical methods.

The presented publications reflect the researches of the faculty scientists in topical problems of applied mathematics. They are intended for the students, post-graduate students and specialists in the field of computational mathematics and mathematical physics.

Key words: computational mathematics, informatics, applied mathematics, mathematical physics, mathematical modeling, inverse problems, control theory, computer imaging.

ISBN 978-5-317-07249-0

© Факультет вычислительной математики
и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова, 2024
© Оформление. МАКС Пресс, 2024

Раздел I. Математическое моделирование

- Сычугов Д.Ю., Жилкин А.С., Андреев В.Ф., Мельников А.В.** Численный анализ различных вариантов подъема тока на токамаке T-15МД 4
- Баев А.В.** Об установившихся решениях уравнения Навье–Стокса для несжимаемой жидкости и газа и математическая модель торнадо 22
- Лапонин В.С., Складчиков С.А., Савенкова Н.П., Новодережкин В.В.** Исследование причин глаукомы. Математическое моделирование гидродинамики здорового глаза 33
- Барашков И.С.** Алгоритм решения обратной задачи магнитотеллурического зондирования с использованием метода интегральных уравнений для случая E-поляризации 41
- Александров А.В., Дородницын Л.В.** Численное моделирование образования отраженных акустических волн при взаимодействии турбулентного следа с прямоугольным профилем 52

Раздел II. Обратные задачи

- Денисов А.М.** Обратная задача для уравнения теплопроводности в случае малого коэффициента теплоемкости 66
- Щеглов А.Ю., Нетесов С.В.** О восстановлении двух параметров в квазилинейной модели популяционной динамики с возрастным структурированием 76

Раздел III. Численные методы

- Полюян С.В., Еришов Н.М.** Упрощенный метод струны в задаче поиска пути с минимальным перепадом энергии 87
- Никольский И.М., Фурманов К.К.** Асимптотические коэффициенты ранговой корреляции между истинными показателями неэффективности и их оценками в простой модели стохастической границы. 97

УДК 004.942

Сычугов Д.Ю., Жилкин А.С., Андреев В.Ф., Мельников А.В.

Численный анализ различных вариантов подъема тока на токамаке Т-15МД // Прикладная математика и информатика №75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

Начавшиеся эксперименты на токамаке Т-15МД потребовали, ввиду временно ограниченных возможностей энергопитания и отсутствия системы активных обратных связей, ревизии основных сценариев разряда. В первых сериях экспериментов решено ограничиться разрядами с круглыми или близкими к круглым сечениями плазменного шнура. В данной работе проведен численный анализ таких разрядов с точки зрения равновесия плазмы и ее устойчивости. Расчеты показали, что и в этом случае необходим аккуратный подбор внешних магнитных полей. Были найдены устойчивые по вертикали равновесные магнитные конфигурации, соответствующие началу разряда. Кроме того, показана возможность достигать при имеющихся ограничениях устойчивых разрядов с током в плазме вплоть до 500 кА.

Библиогр.: 23 назв., Ил.: 18.

Ключевые слова: модель объекта, виртуальные аналоги, установки токамак, сценарии разряда

УДК 532.51:517.95

Баев А.В. Об установившихся решениях уравнения Навье–Стокса для несжимаемой жидкости и газа и математическая модель торнадо // Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

Рассматриваются краевые задачи для уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости или газа в эйлеровых координатах. Введено понятие установившегося решения уравнения Навье–Стокса. Для таких решений давление в отсутствие внешних сил постоянно, что позволяет флюиду осуществлять свободное движение. В то же время векторное поле скоростей экспоненциально убывает во времени. Движение флюида носит вихревой характер и описывается линейными уравнениями эллиптического типа. Построена математическая модель торнадо и получен топологический портрет этого явления.

Библиогр.: 23 назв., Ил.: 1.

Ключевые слова: эйлеровы координаты, уравнения Навье–Стокса и эллиптического типа, тор, установившееся решение, вихри Тэйлора, торнадо.

УДК 532.529.2

**Лапонин В.С., Складчиков С.А., Савенкова Н.П.,
Новодережкин В.В.** Исследование причин глаукомы. Математическое моделирование гидродинамики здорового глаза // Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

В работе проводится математическое моделирование динамики течения жидкости внутри глаза. Демонстрируется трехмерная модель распределения жидкостных потоков с учетом изменения температурных режимов, обусловленных разностью температур окружающей среды и человеческого тела, а также с учетом перепадов внутриглазного и внешнего давлений. Численные эксперименты показывают значительную степень схожести качественной картины, наблюдаемой медками в здоровом глазе, с результатами численных экспериментов. Количественные показатели также близки к реальной картине, из чего можно сделать вывод об адекватности математической модели. Также в результате расчетов были выявлены зоны наибольшей напряженности в глазе, воздействие на которые может привести к глаукоме.

Библиогр.: 12 назв., Ил.: 6.

Ключевые слова: математическое моделирование, глаукома, глаз, вихри.

УДК 517.958

Барашков И.С. Алгоритм решения обратной задачи магнитотеллурического зондирования с использованием метода интегральных уравнений для случая E -поляризации // Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

В работе рассмотрен алгоритм решения двумерной обратной задачи магнитотеллурического зондирования Земли для случая E -поляризации. В этой обратной задаче по известным измеренным на поверхности Земли при разных частотах значениям импеданса $Z^{measured}$ надо определить распределение проводимости Земли $\sigma_H(y, z)$ в области неоднородности S_H . Эта обратная задача является некорректной. Алгоритм её решения основан на минимизации регуляризирующего функционала, включающего наряду с функционалом невязки ещё и стабилизирующий функционал $\Omega(\sigma)$.

Для минимизации регуляризирующего функционала используется итерационный градиентный метод, в котором на каждой итерации заново решается прямая задача МТЗ и заново рассчитывается градиент регуляризирующего функционала. И при решении прямой задачи и при расчёте градиента регуляризирующего функционала используется метод

интегральных уравнений, в котором интегрировать надо только по области неоднородности, что является преимуществом метода. При решении обратной задачи в разработанном алгоритме необходимо решать серию похожих однотипных интегральных уравнений, которые отличаются только правыми частями.

Библиогр.: 13 назв., Ил.: 1.

Ключевые слова: электромагнитное зондирование, метод интегральных уравнений, функция Грина, некорректная обратная задача.

УДК 519.219.2, 519.245, 532.517.45

Александров А.В., Дородницын Л.В. Численное моделирование образования отраженных акустических волн при взаимодействии турбулентного следа с прямоугольным профилем // Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

В работе представлена и исследована методика моделирования акустических волн, возникающих в результате рассеяния турбулентного следа на препятствии. Методика основана на генерации искусственных изотропных и анизотропных турбулентных полей с заданными характеристиками, включающими масштабы турбулентности. Искусственные турбулентные поля строятся с помощью оригинального метода тензорной фильтрации белого шума. На основе предложенной методики выполнен расчет рассеяния турбулентного следа с заданным соотношением продольного и поперечного масштабов турбулентности на прямоугольном препятствии.

Библиогр.: 23 назв., Ил.: 14.

Ключевые слова: акустика, синтетическая турбулентность, анизотропная турбулентность, стохастическое моделирование.

УДК 517.958

Денисов А.М. Обратная задача для уравнения теплопроводности в случае малого коэффициента теплоемкости // Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

Рассматривается начально-краевая задача для уравнения теплопроводности с малым коэффициентом теплоемкости. Ставится обратная задача, состоящая в определении граничного условия и функции, описывающей изменение интенсивности источника во времени, по дополнительной информации о решении начально-краевой задачи. Предложены методы построения приближенных решений обратной задачи, основанные на использовании разложения решения начально-краевой задачи по малому параметру. Приближенные решения определяются, как решения системы обыкновенных дифференциальных

уравнений с малым параметром при старших производных. Получены оценки погрешности приближенных решений обратной задачи в равномерной метрике.

Библиогр.: 25 назв. Ил.: 0.

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, обратная задача, приближенное решение.

УДК 519.634

Щеглов А.Ю., Нетесов С.В. О восстановлении двух параметров в квазилинейной модели популяционной динамики с возрастным структурированием //Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

Рассматривается нелинейная модель динамики популяции биологического вида, учитывающая возрастную структуру особей, составляющих популяцию. Одно из граничных условий, входящих в задаваемую моделью начально-граничную задачу, имеет интегральный вид и является нелокальным. На основе модели формулируется обратная задача одновременного восстановления двух коэффициентов, входящих в уравнение модели. Условия, обеспечивающие единственность решения обратной задачи, формулируются в виде доказываемого утверждения. Редукция дифференциального уравнения прямой задачи к системе уравнений, используемых при доказательстве единственности решения обратной задачи, является основой для построения алгоритма получения приближённого решения обратной задачи.

Библиогр.: 30 назв., Ил.: 0.

Ключевые слова: популяционная динамика, модель динамики популяции, возрастная структура, уравнение переноса, квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка, обратная задача, обратная задача популяционной динамики.

УДК 519.6

Полуян С.В., Ершов Н.М. Упрощенный метод струны в задаче поиска пути с минимальным перепадом энергии //Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

Задача поиска пути с минимальным перепадом энергии возникает при моделировании различных процессов в задачах физической и химической кинетики. В большинстве случаев указанный путь соответствует процессу перехода моделируемой молекулярной системы из одного состояния в другое. В настоящей работе приводится постановка задачи поиска пути с минимальным перепадом энергии и один из способов нахождения пути – упрощенный метод струны. Выполнена реализация метода с использованием численного дифференцирования и проведено

исследование влияния параметров на формирование путей в различных задачах.

Библиогр.: 10 назв., Ил.: 6.

Ключевые слова: путь наименьшего перепада энергии, метод струны, энергетический потенциал.

УДК 519.24

Никольский И.М., Фурманов К.К. Асимптотические коэффициенты ранговой корреляции между истинными показателями неэффективности и их оценками в простой модели стохастической границы //Прикладная математика и информатика № 75, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ; МАКС Пресс, 2024.

Рассматривается задача оценивания ранжирующей способности модели стохастической границы с экспоненциально распределённым показателем неэффективности субъектов принятия решения. Выводятся формулы для асимптотических значений коэффициентов ранговой корреляции Кендалла и Сомерса и коэффициента согласованности Харрелла между истинными значениями показателей неэффективности и их JLMS-оценками. Демонстрируется применение полученных формул для оценивания ранжирующей способности модели.

Библиогр.: 26 назв., Ил.: 1., Табл. 2.

Ключевые слова: стохастическая граница, граница производственных возможностей, ранговая корреляция, техническая эффективность.

Труды
факультета вычислительной математики и кибернетики

Научное издание

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ИНФОРМАТИКА

№ 75

Под редакцией проф. А. С. Крылова

Издательство «МАКС Пресс»
Главный редактор: *Е. М. Бугачева*

Отпечатано с готового оригинал-макета
Подписано в печать 05.09.2024 г.
Формат 60x90 1/16. Усл. печ. л. 7,25. Тираж 60 экз. Заказ 137.

Издательство ООО «МАКС Пресс»
Лицензия ИД N00510 от 01.12.99 г.
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы,
МГУ им. М. В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, 527 к.
Тел. 8(495) 939–3890/91. Тел./Факс 8(495) 939–3891.

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных материалов в ООО «Фотоэксперт»
109316, г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42,
корп. 5, эт. 1, пом. I, ком. 6.3-23Н

