А.Г. Перевозчиков, И.А. Лесик

Нестационарная модель инвестиций в основные средства предприятия

Введение

Рассматривается простейшая модель инвестиций в основные средства компании с использованием заемного капитала. Эта модель представляет собой частный случай моделей предложенных в [1] для изучения влияния заемного капитала на рост ее стоимости в процессе инвестиций в основные и оборотные средства компании. Целью финансового менеджмента компании в долгосрочной перспективе, как известно [2],[3], является обеспечение роста ее стоимости за счет инвестиции собственных и заемных средств в основные и оборотные средства компании.

В отличие [1], где используется косвенный критерий валовой прибыли, в качестве критерия предлагается использовать прямой критерий стоимости собственного капитала компании. Эта стоимость в простейшем случае может быть получена методом прямой капитализации валовой прибыли в рамках доходного подхода [4-6], что позволяет поставить задачу исследования стоимости компании от объема заемных средств. Эту зависимость можно назвать линией финансового менеджера и изучать в различных аспектах. Она наглядно показывает потенциальные возможности по росту стоимости компании в долгосрочной перспективе в зависимости от располагаемых финансовых ресурсов.

В работе [10] было показано, что линия финансового менеджера является графиком возрастающей, вогнутой и кусочно-линейной функции и получена формула для ее обобщенного дифференциала в смысле [7],[8]. В работе [11] был построен модельный отладочный пример, а в работе [12] была рассмотрена общая модель инвестиций в основные и оборотные средства компании за счет заемных средств на долгосрочной и краткосрочной основе. Линия финансового менеджера во всех ранее выполненных работах строится исходя из стационарной модели доходов в постпрогнозный период. Поэтому в настоящей работе в дополнение к ней изучается простейшая нестационарная модель доходов в прогнозный период. На этой основе предложен инструментарий, позволяющий оценить, как соотносится реальная текущая стоимость собственного капитала компании с ее потенциальной постпрогнозной стоимостью

1. Стационарная модель доходов компании

Рассмотрим задачу построения функции валовой прибыли компании $Q = Q(V)$ без учета постоянных расходов C_0 [10]:

$$Q(V) = \max_y F(b + y), \qquad (1)$$
$$\langle e, y \rangle \le V, \; y \ge 0,$$

где

$$F(b + y) = \max_x \langle C, x \rangle, \qquad (2)$$
$$Ax \le b + y, x \ge 0.$$

Здесь A - технологическая $m \times n-$матрица производственной задачи (ПЗ), $C-$ $n-$вектор столбец цен на продукцию предприятия уменьшенных на удельные переменные расходы, $b - m-$вектор столбец производственных ресурсов выраженных в соответствующих единицах измерения, $e - m-$вектор столбец цен производственных ресурсов, $x - n-$вектор столбец выпуска продукции, $y - n-$вектор столбец дополнительно приобретенных ресурсов за счет предполагаемого объема V финансирования в виде долгосрочного займа по ставке r.

Для функции (2) можно использовать двойственное представление[10]

$$F(b + y) = \min_p \langle b + y, p \rangle, \qquad (3)$$
$$A^* p \ge C, p \ge 0.$$

Здесь A^*- сопряженная $n \times m-$матрица, $p - n-$вектор столбец двойственных переменных.

Функция минимума (3) будет вогнутой, как минимум линейных функций. Функция валового дохода (1) будет также вогнутой [10]. Стоимость собственного капитала компании может быть в простейшем случае получена методом прямой капитализации:

$$X = X(V) = \frac{q(V)}{i} \qquad (4)$$

где $i-$ стоимость собственного капитала, $q(V) = (1-c)(Q(V) - C_0 - A(V))$- величина чистой прибыли компании до уплаты процентов по займам, скорректированная на ставку c налога на прибыль, $A(V) = A_0 + aV$ амортизация, $a-$ средняя норма амортизации основных средств компании, $A_0 = a\langle e,b\rangle$ - амортизация старых основных средств (ОС) до новых капитальных вложений. Предполагается, что структура ОС не измениться и в результате капитальных вложений объемом V и среднее значение нормы амортизации a останется на прежнем уровне.

Формула (4) метода прямой капитализации применяется для стационарного постпрогнозного периода, наступающего после завершения всех предполагаемых инвестиций в ОС и возврата основной суммы займа. Поэтому проценты по займам не учитываются. Полученная зависимость наглядно показывает потенциальные возможности по росту стоимости компании в долгосрочной перспективе в зависимости от располагаемых финансовых ресурсов. Поэтому интересно сравнить эту потенциальную стоимость с реальной текущей стоимостью компании. Для этого нужно построить модель нестационарного изменения дохода компании в прогнозном периоде, охватывающем по времени все предполагаемые инвестиции и стабилизацию структуры капитала хотя бы на среднеотраслевом уровне. Прогнозный период таким образом можно разделить на период собственно инвестиций в основные средства компании и период стабилизации структуры капитала компании после завершения всех предполагаемых инвестиций, в котором доля заемного капитала в инвестированном капитале компании снижается до какого-то приемлемого уровня, который соответствует представлению о финансовой устойчивости компании. Соответствующие модели дохода компании имеют свои особенности, и поэтому имеет смысл рассмотреть их отдельно. Но сначала рассмотрим общую модель финансирования инвестиционного проекта, частными случаями которой будут указанные модели.

2. Общая модель финансирования инвестиционного проекта

Предположим, что финансирование проекта осуществляется в форме предоставления заемщиком кредитной линии на весь срок действия проекта.

Платежи p_t по кредитной линии включающую проценты и часть основного долга можно представить в виде [7]:

$$p_t = Z_{t-1}g(1-c) - Z_t + Z_{t-1} = Z_{t-1}(1+g') - Z_t, t = 0,1,...,n. \qquad (5)$$

Здесь g - средняя ставка по займам и для краткости обозначено: $g' = g(1-c)$.

Остаток долга должен находится в пределах:

$$0 \le Z_t, t = 1,...,n-1; \qquad (6)$$

$$Z_t \le S_t, t = 1,...,n-1. \qquad (7)$$

Мы предполагаем возможными переменный объем кредитной линии S_t и ненулевые начальные и конечные значения остатков, необходимых для расчета платежей по формуле (5):

$$Z_0 = Z_0^0, Z_n = Z_n^0.$$

Здесь Z_0^0 – фактический остаток долга на начало нулевого года. Он нужен для расчета платежа p_0 по формуле (5), а Z_n^0- планируемый остаток по кредитной линии на конец n – го года.

Пусть d_t- прогноз денежного потока на инвестированный капитал на конец t – го года, который получается по формуле [5]:

$$d_t = q_t - K_t - O_t \tag{8}$$

Здесь $q_t = q(z_t), z_t = \max\limits_{i=1,\ldots,t} Z_i, K_t = \Delta z_t$ - предполагаемые капитальные вложения в t – м году, $O_t = \nu\Delta Q_t, \Delta Q_t = \Delta Q(z_t)$, - соответствующее увеличение оборотного капитала компании, ν- соответствующий параметр линейной регрессии, построенный по ретроспективным данным.

Рассмотрим задачу оптимизации кредитной линии по критерию максимума текущей стоимости собственного капитала инвестора:

$$X_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{d_t - p_t}{(1+i)^t} + \frac{X_n}{(1+i)^n} \to \max \tag{9}$$

Предполагается, что выполнено условие консолидированных затрат [7]

$$p_t \le d_t. \tag{10}$$

Подставляя в (9) выражения (8), где

$$q_t = q(z_t) = (1-c)(Q(z_t) - C_0 - A_0 - az_{t-1})$$

приходим к явному выражению для критерия:

$$X_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-c)(Q(z_t) - C_0 - A_0) + (\Delta Z_t - \Delta z_t) - (g'Z_{t-1} + a'z_{t-1}) - \nu\Delta Q(z_t)}{(1+i)^t} + \frac{X_n}{(1+i)^n} \tag{11}$$

где обозначено для краткости $a' = (1-c)a$.

С учетом целей максимизации этого критерия в (9) выражение $Q(z_t)$ в (11) можно заменить на $\left\langle C, x^t \right\rangle$:

$$X_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{(1-c)(\left\langle C, x^t \right\rangle - C_0 - A_0) + (\Delta Z_t - \Delta z_t) - (g'Z_{t-1} + a'z_{t-1}) - \nu\left\langle C, x^t - x^{t-1} \right\rangle}{(1+i)^t} + \frac{X_n}{(1+i)^n} \tag{12}$$

Это следует из того, что приведенные коэффициенты при $\left\langle C, x^t \right\rangle, \left\langle C, x^{t-1} \right\rangle$ в (12) оказываются положительными при условии:

$$1 - c - \nu > 0,$$

которое обычно не является обременительным. Для эквивалентности полученной задачи максимизации (12) исходной нужно добавить дополнительные ограничения из вспомогательных задач (1),(2):

$$Ax^t \le b + y^t, x^t \ge 0, \tag{13}$$

$$\left\langle e, y^t \right\rangle \le z_t, y^t \ge 0. \tag{14}$$

Постпрогнозную стоимость собственного капитала компании X_n в (12) можно найти по формуле (4) с учетом возможного ненулевого остатка по займу:

$$X_n = X(z_n) = \{(1-c)(Q(z_n) - C_0 - A_0 - az_n) - g'Z_n^0\} / i \tag{15}$$

Для замыкания модели предположим, что справедливо неравенство:

$$z_n = \max_{i=1,\dots n,} Z_t \le V \tag{16}$$

Построенная модель максимизации критерия (12) при ограничениях (12)-(16) обобщает производственную задачу (ПЗ) на динамический случай и является, по сути, микроэкономическим аналогом макроэкономической модели динамического межотраслевого баланса В.Леонтьева [9]. При этом связь производственных задач (13) осуществляется не путем замыкания их выхода на вход: $y^{t+1} = x^t$, что в общем случае невозможно в силу различной размерности этих векторов, а при помощи нежесткой связи (14) вектора y^t с объемом финансирования z_t в ОС, произведенного до текущего момента t.

3. Нестационарная модель доходов в собственно инвестиционный период

Предположим, что все инвестиции осуществляются до момента $T < n$ и по смыслу изучаемого периода $t = 1,2,...,T$ справедливо равенство $Z_T = V$ и дополнительно выполнено условие:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} \ge 0, t = 1,2,...,T, \tag{17}$$

Тогда $z_t = Z_t, \Delta z_t = \Delta Z_t$ и критерий (11) принимает вид:

$$X_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{(1-c)(Q(Z_t) - C_0 - A_0) - (g' + a')Z_{t-1} - \nu \Delta Q(Z_t)}{(1+i)^t} + \frac{X_T}{(1+i)^T}. \tag{18}$$

Таким образом, предполагается, что последовательность $\{Z_t\}$ монотонно не убывает и выполняется конечное условие:

$$Z_T = V. \tag{19}$$

Условие консолидированных затрат (10) принимает форму:

$$(g' + a')Z_{t-1} - \nu Q(Z_{t-1}) \le (1-c-\nu)Q(Z_t) - (1-c)(C_0 + A_0). \quad (20)$$

В [10] было установлено, что функцию $Q = Q(Z)$ в (1) можно представить как минимум из конечного числа линейных функций:

$$Q(Z) = \min_{j=1,2,\ldots,m} \left(Q_j^0 + k_t Z\right) \quad (21)$$

Например, в модельном примере из [11] фактически была построена функция:

$$Q(Z) = \begin{cases} 570 + 0{,}875Z; 0 \le Z \le 80; \\ 623 + 0{,}207Z; 80 \le Z \le 1820; \\ 636 + 0{,}200Z; Z \ge 1820. \end{cases} \quad (22)$$

Рассмотрим вначале частный случай, когда $m = 1$ в (21), т.е. функция $Q(.)$ линейна:

$$Q(Z) = Q^0 + kZ \quad (23)$$

Условие консолидированных затрат (20) принимает форму:

$$(g' + a' - \nu k)Z_{t-1} \le (1-c)(Q^0 - C_0 - A_0) + (1-c-\nu)kZ_t. \quad (24)$$

Предположим, что $g' + a' > \nu k$, тогда план, построенный по формуле:

$$Z_{t-1} = \min\left(S_{t-1}; \frac{(1-c-\nu)kZ_t + (1-c)(Q^0 - C_0 - A_0)}{g' + a' - \nu k} \right), t = T,\ldots,2, \quad (25)$$

обеспечивает выполнение условия консолидированных затрат (24) и условия (7) по предельному объему кредитной линии, и при этом позволяет поддерживать остаток долга на максимальном уровне. Кроме того при условиях:

$$Q^0 - C_0 - A_0 > 0 \text{ и } 1 - c - \nu > 0, \quad (26)$$

он удовлетворяет условию (6) и поэтому является оптимальным при фиксированном T, если выполняется условие (17). В самом деле, в силу (18) критерий (9) будет эквивалентен критерию:

$$y_0 = \sum_{t=1}^{T-1} \frac{(1-c-\nu i/(1+i))(Q(Z_t) - (g' + a')Z_t/(1+i) - (1-c)(C_0 + A_0))}{(1+i)^t}, \quad (27)$$

в том смысле, что остальные слагаемые в (18) не зависят от $Z_t, t = 1,2,\ldots,T-1$.

Оптимальность последовательности (25) следует теперь из монотонности возрастания критерия (27) по $\{Z_t\}$ в случае (23) при условии:

$$(1 - c - \frac{i}{1+i}\nu)k > \frac{g' + a'}{1+i}, \quad (28)$$

которое предполагается выполненным.

Если в (25) положить $S_t = \infty$, то получится соответствующий безлимитный план $\{\tilde{Z}_t\}$. Достаточным условием (17) является условие монотонного не убывания последовательности $\{\tilde{Z}_t\}$ при условии (23):

$$\tilde{Z}_{t-1} = \left(\frac{(1-c-\nu)k\tilde{Z}_t + (1-c)(Q^0 - C_0 - A_0)}{g' + a' - \nu k} \right) \le \tilde{Z}_t, t = T,...,2,.$$

Последнее равносильно неравенству:

$$(1-c)(Q^0 - C_0 - A_0) \le (g' + a' - k(1-c))\tilde{Z}_t, \tag{29}$$

которое может выполняться только при

$$g' + a' > k(1-c) \Leftrightarrow g + a > k. \tag{30}$$

Первое неравенство в (30) в силу второго неравенства в (26) влечет условие $g' + a' > k\nu$, которое нужно для справедливости рекуррентного уравнения (25).

Предположим, что выполнено (30), тогда (29) эквивалентно условию:

$$\frac{(1-c)(Q^0 - C_0 - A_0)}{g' + a' - k(1-c)} \le \tilde{Z}_t. \tag{31}$$

Для того, чтобы расчет по формуле (25) хотя бы вначале пошел по безлимитному плану $\{\tilde{Z}_t\}$ достаточно, чтобы условие (31) выполнялось для последнего значения $\tilde{Z}_T = V$:

$$\frac{(1-c)(Q^0 - C_0 - A_0)}{g' + a' - k(1-c)} \le V \Leftrightarrow Q_0 - C_0 - A_0 \le (g + a - k)V. \tag{32}$$

Спрашивается, а совместны ли условия (28) и (30)? Ответ – совместны, и для их совместного выполнения должно выполняться неравенство:

$$(1-c)k + i(1-c-\nu)k > g' + a' > (1-c)k, \tag{33}$$

которое является совместным при выполнении второго условия в (26):

$$1 - c - \nu > 0.$$

Пример 1. Пусть, например, в случае (22) $C_0 + A_0 = 600; a' = 0{,}05; \nu = 0{,}3; i = 0{,}186; g' = 0{,}12; c = 0{,}2$, тогда неравенство (33) превращается в числовое неравенство:

$$(1-0{,}2)0{,}200 + 0{,}186(1-0{,}2-0{,}3)0{,}200 > 0{,}12 + 0{,}05 > (1-0{,}2)0{,}200, \tag{34}$$

или $0{,}179 > 0{,}170 > 0{,}160$, что верно. Условие (32) на последнем участке в (22) превращается в неравенство:

$$\frac{(1-0{,}2)36}{0{,}01} = 2880 \le V,$$

что верно при $V \ge 2880$.

Условие (32) на среднем участке в (22) превращается в неравенство:

$$\frac{(1-0{,}2)23}{0{,}0044} = 3659 \le V,$$

что не верно для среднего участка.

Обычно, заемщик наращивает займы по кредитной линии траншами по величине ΔV, например $\Delta V = 100$ в модельном примере. В этом случае $T = [V / \Delta V]$ и следует положить:

$$S_t = t\Delta V, t = T, \ldots, 1. \tag{35}$$

В общем случае, когда $m > 1$, условие консолидированных затрат (20) с учетом (21) принимает форму:

$$(g' + a)Z_{t-1} - v \min_{j=1,..,m} (Q_j^0 + k_j Z_{t-1}) \le (1 - c - v)Q(Z_t) - (1 - c)(C_0 + A_0). \tag{36}$$

Или

$$(g' + a)Z_{t-1} - v(Q_j^0 + k_j Z_{t-1}) \le (1 - c - v)Q(Z_t) - (1 - c)(C_0 + A_0), \tag{37}$$

для любого $j = 1,2,\ldots,m$.

Последнее равносильно неравенству:

$$(g' + a - vk_j)Z_{t-1} \le (1 - c - v)Q(Z_t) - (1 - c)(C_0 + A_0) + vQ_j^0. \tag{38}$$

Неравенство (38) эквивалентно неравенству:

$$Z_{t-1} \le \min_{j=1,\ldots,m} \{(1 - c - v)Q(Z_t) - (1 - c)(C_0 + A_0) + vQ_j^0\} / (g' + a - vk_j), \tag{39}$$

при условии:

$$g' + a - vk_j > 0, \tag{40}$$

которое далее предполагается выполненным.

В результате уравнение (25) в общем случае приобретает вид:

$$Z_{t-1} = \min\left(S_{t-1}; Z_t; \min_{j=1,\ldots,m} \frac{(1 - c - v)Q(Z_t) - (1 - c)(C_0 + A_0) + vQ_j^0}{g' + a - vk_j} \right), t = T, \ldots, 2. \tag{41}$$

Оно учитывает все ограничения (в том числе и условие монотонности (17)) и дает с учетом представления (24) общее оптимальное решение задачи с фиксированным количеством шагов $n = [V / \Delta V]$ при соответствующим образом скорректированных условиях (26), (40).

Другое дело, что обычно (41) приводит к тривиальному решению $Z_{t-1} = S_{t-1}$, но оно может и давать нетривиальное решение, как показывает пример 1.

4. Нестационарная модель доходов в период восстановления финансового равновесия компании

Рассмотрим оставшуюся часть прогнозного периода, целью которой является восстановление финансовой устойчивости предприятия, путем погашения основной суммы займа и возвращения структуры капитала к среднеотраслевым показателям. Предположим, что по смыслу изучаемого периода $t = T,...,n$ справедливо равенство $Z_T = V$ и дополнительно выполнено условие:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} \le 0, t = 1,2,...,n, \tag{42}$$

Тогда $z_t = Z_T = V, \Delta z_t = 0; \Delta Q(z_t) = 0$ и критерий (11) принимает вид:

$$X_T = \sum_{t=T+1}^{n} \frac{q(V) - g'Z_{t-1} + \Delta Z_t}{(1+i)^{t-T}} + \frac{X_n}{(1+i)^{n-T}}. \tag{43}$$

где $q(V)$ - ранее введенная постпрогнозная чистая прибыль после погашения займа:

$$q(V) = (1-c)(Q(V) - C_0 - A_0 - aV).$$

Таким образом, предполагается, что последовательность $\{Z_t\}$ монотонно не возрастает и выполняется конечное условие:

$$Z_n = Z_n^0. \tag{44}$$

Постпрогнозную стоимость собственного капитала компании X_n в (43) можно найти по формуле (15) с учетом $z_n = Z_T = V$:

$$X_n = X(z_n) = \{(q(V) - g'Z_n^0\}/i. \tag{45}$$

Условие консолидированных затрат (10) принимает форму:

$$(1+g')Z_{t-1} \le (1-c)(Q(V) - C_0 - A - aV) + Z_t. \tag{46}$$

План, построенный по формуле:

$$Z_{t-1} = \min\left(V; \frac{q(V) + Z_t}{1+g'}\right), t = n,...,T+1, \tag{47}$$

обеспечивает выполнение условия консолидированных затрат (46) и условия (7) с учетом $S_t = V$ по предельному объему кредитной линии, и при этом позволяет поддерживать остаток долга на максимальном уровне.

Процесс (47) по смыслу решаемой задачи следует продолжать до получения первого значения $Z_{t-1} = V$. После этого полагают: $T = t-1$.

При условиях:

$$Q(V) - C_0 - A_0 - aV > 0, \tag{48}$$

он удовлетворяет условию (6) и поэтому является оптимальным при фиксированном n, если выполняется условие (42). В самом деле, в силу (43) критерий (9) будет эквивалентен критерию [7]:

$$y_0 = \frac{1}{1+i}\sum_{t=T+1}^{n-1}\frac{(i-g')Z_t}{(1+i)^{t-T}}, \tag{49}$$

в том смысле, что остальные слагаемые в (43) не зависят от $Z_t, t = 1,2,...,T-1$.

Оптимальность последовательности (47) следует теперь из монотонности возрастания критерия (49) по $\{Z_t\}$ при дополнительном условии [7]:

$$i > g', \tag{50}$$

которое предполагается выполненным.

Если в (47) положить $S_t = \infty$, то получится соответствующий безлимитный план $\{\tilde{Z}_t\}$. Достаточным условием (42) является условие монотонного не возрастания последовательности $\{\tilde{Z}_t\}$ при условии (48):

$$\tilde{Z}_{t-1} = \left(\frac{(1-c)(Q(V)-C_0-A_0-aV)+\tilde{Z}_t}{1+g'}\right) \geq \tilde{Z}_t, t = T,...,2,.$$

Последнее равносильно неравенству:

$$q(V) = (1-c)(Q(V)-C_0-A_0-aV) \geq g'\tilde{Z}_t, \tag{51}$$

эквивалентно условию:

$$\frac{(1-c)(Q(V)-C_0-A_0-aV)}{g'} \geq \tilde{Z}_t. \tag{52}$$

Для того, чтобы расчет по формуле (47) пошел по безлимитному плану $\{\tilde{Z}_t\}$ достаточно, чтобы условие (52) выполнялось для первого значения $\tilde{Z}_T = V$:

$$\frac{(1-c)(Q(V)-C_0-A_0-aV)}{g'} \geq V. \tag{53}$$

С учетом $g' = (1-c)g$ неравенство (53) эквивалентно условию;

$$Q(V)-C_0-A_0-aV \geq gV, \tag{54}$$

означающему, что чистая прибыль до налогообложения в момент $t = T$ завершения всех предполагаемых инвестиций должна быть не меньше процентов по займу, до возврата основной суммы инвестиций, т.е. рентабельность проекта до начала восстановления финансового равновесия.

Пример 2. Проверим неравенство (54) в условиях примера 1.

На последнем участке $V \geq 1820$ неравенство (54) превращается в числовое неравенство:

$$Q(V)-C_0-A_0 = 36+0{,}2V \geq (g+a)V = 0{,}2125V \Leftrightarrow 36 \geq 0{,}0125V,$$

что верно при $2880 \geq V$, т.е. верно на части последнего участка.

На среднем участке $80 \le V \le 1820$ неравенство (54) превращается в числовое неравенство:

$$Q(V) - C_0 - A_0 = 23 + 0{,}207V \ge (g + a)V = 0{,}2125V \Leftrightarrow 23 \ge 0{,}0055V,$$

что верно при $V \le 4182$ и в частности на всем среднем участке.

На первом участке $0 \le V \le 80$ проверять неравенство (54) не имеет смысла, поскольку производство на этом участке нерентабельно при $V \le 34{,}3$, но обычно значение V достигается раньше, чем процесс окажется на первом участке в области нерентабельности.

Замечание 1. Условия искомой монотонности последовательности $\{\tilde{Z}_t\}$ в примере 2 оказались прямо противоположны условиям монотонности, полученным в примере 1. Это не случайно и является следствием того, что условия (32) и (54) противоположны при условии (23), т.е. на любом участке линейности функции $Q = Q(Z)$. Поскольку в первом случае необходимое условие монотонности на последнем участке не выполняется, то приходится выбрать второй случай, хотя при этом на первом участке решение упирается в предельный объем кредитной линии согласно (25), т.е. тривиально. Как показывает следующее замечание этот случай является основным.

Замечание 2. Достаточным условием выполнения (54) для любого $V > 0$ в случае (23) является условие: $k \ge g + a$, т.е. темп роста дохода выше стоимости займов плюс средняя норма амортизации основных средств. Тут возникает два возможных случая: $(1-c)k \le g' + a' \le k\nu$ и $(1-c)k < k\nu \le g' + a'$.

В первом случае рекуррентное уравнение (25) справедливо, но неравенство (29) не верно и, следовательно, оптимальное решение упирается в предельный объем по кредитной линии, т.е. тривиально.

Во втором случае условие консолидированных затрат выполняется всегда и не накладывает дополнительных условий на остатки по кредитной линии, что также приводит к тривиальному решению.

В то же время левое условие в (33), гарантирующее монотонность критерия относительно последовательности $\{Z_t\}$ очевидно выполняется в обоих случаях, что делает корректным оба приведенных рассуждения.

Таким образом, основным случаем является случай, когда темп роста дохода выше стоимости займов плюс средняя норма амортизации основных средств, но возможен и экзотический случай, когда выполняется противоположное неравенство $k < g + a$ и условие (54). В обоих случаях решение задачи собственно инвестиций тривиально и упирается в предельное значение кредитной линии. Таким образом, оптимальный режим убывания задолженности на втором этапе сшивается корректно только с тривиальным директивным режимом возрастания остатков на первом этапе.

Теоретически возможно, наоборот, для подходящего диапазона значений V выбрать нетривиальный оптимальный режим увеличения остатков на первом этапе, но конечное значение X_T тогда следует определять не в результате решения задачи на втором этапе, а директивно. Например, положить равным:

$$X_T = \{(q(V) - g'V\} / i,$$

по аналогии с формулой (45), что означает отсутствие этапа восстановления финансовой устойчивости. Или каким то иным директивным способом, например из условия наибыстрейшего погашения задолженности при условии соблюдения условия консолидированных затрат в виде неравенства (46) которое будет выполняться как равенство. Это решение не совпадает с оптимальным, определяемым из уравнения (47), которое нельзя использовать поскольку оно не будет удовлетворять условию консолидированных затрат в момент $t = T + 1$ при том диапазоне значений V, который обеспечивает хотя бы локальное возрастание остатков на первом этапе. При этом последовательность $\{Z_t\}$ все равно будет убывать на последнем этапе, поскольку формируется от конечного условия $Z_n = 0$, удовлетворяющего условию (51), но величина разности $\Delta Z_{T+1} = Z_{T+1} - V$ может оказаться слишком большой, чтобы погасить ее в $(T+1)-$м периоде, не нарушая условия консолидированных затрат.

Заключение

В настоящей работе предложена простейшая нестационарная модель доходов в прогнозный период. На этой основе предложен инструментарий, позволяющий оценить, как соотносится реальная текущая стоимость собственного капитала компании с ее потенциальной постпрогнозной стоимостью. Построенная модель обобщает производственную задачу (ПЗ) на динамический случай и является, по сути, микроэкономическим аналогом макроэкономической модели динамического межотраслевого баланса В.Леонтьева [9]. При этом связь производственных задач осуществляется не путем замыкания их выхода на вход, что в общем случае невозможно в силу различной размерности этих векторов, а при помощи нежесткой связи вектора ресурсов с текущим объемом финансирования в основные средства (ОС) компании.

Литература

1. Мищенко А.В., Артеменко О.А. Модели управления производственно-финансовой деятельностью предприятия в условиях привлечения заемного капитала. Финансовая аналитика, 2012, № 42 (132), с.2 - 13.
2. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. М.: ИНФРА-М, 1999.
3. Ван Хорн Дж. К. Основы финансового менеджмента. М.: Финансы и статистика, 2004.
4. Оценка бизнеса: Учебник/ Под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. — М.: Финансы и статистика. — 2002.
5. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и/или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России». - Deloitte&Touche. – декабрь 2003-март 2005.
6. Шарп У., Александер Г., Бейли Дж. ИНВЕСТИЦИИ: Пер. М. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1998. – XII, 1028 с.
7. Беляков А.В., Перевозчиков А.Г. К вычислению обобщенного дифференциала в однопараметрической задаче оптимизации инвестиционного проекта. Аудит и финансовый анализ. – 2011, № 2, с.242-247.
8. Беляков А.В., Перевозчиков А.Г. К вычислению обобщенного дифференциала в двухпараметрической задаче оптимизации инвестиционного проекта. Аудит и финансовый анализ. – 2011, № 3, с.76-84.
9. Ашманов С.А. Линейное программирование. – М.: Наука, 1981.
10. Перевозчиков А.Г.,Лесик И.А. Простейшая модель инвестиций в основные средства предприятия. Аудит и финансовый анализ. – 2014, № 2, с.233-240.
11. Перевозчиков А.Г.,Лесик И.А. Модельный пример инвестиций в основные средства компании. Аудит и финансовый анализ. – 2014, № 3, с.267-276.
12. Перевозчиков А.Г.,Лесик И.А. Общая модель инвестиций в основные средства предприятия. Аудит и финансовый анализ. – 2014, № 4 (в печати).