

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ
Академик РАН



И.А. Соколов

« 20 » июня 2022 г.

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Область науки: 1. Естественные науки

Группа научных специальностей: 1.1. Математика и механика

Отрасль науки: физико-математические науки

Москва 2022

I. Описание программы

Настоящая программа охватывает основополагающие разделы и области знания, в основе данной программы лежат следующие дисциплины: обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными, а также ряд отдельных вопросов функционального анализа и теории функциональных пространств.

II. Основные разделы и вопросы к экзамену

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля-Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Л.С. Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстрогодействия для линейных систем.
7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
8. Задача Штурма - Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона –Якоби.

2. Уравнения с частными производными, а также ряд отдельных вопросов теории функций, функционального анализа и теории функциональных пространств

1. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши - Ковалевской.
2. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
3. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.).
4. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
5. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.).
6. Обобщенные функции.
7. Линейные непрерывные функционалы.
8. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
9. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.
10. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
11. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
12. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
13. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
14. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.
15. Интегральные уравнения Фредгольма. Теоремы Фредгольма.

III. Основная литература

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004 г.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: УРСС, 2010 г.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983 г.
4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: МЦНМО, 2004 г.

5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:УРСС, 2019 г.
6. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.:Наука, 1983 г.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Издательство МГУ, Наука, 2004 г.
8. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. М.:УРСС, 2010 г.
9. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:УРСС, 2017 г.
10. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Издательство физ.-мат. литературы, 1985 г.
11. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функциональный анализ. 7-е изд. — М.: Физматлит, 2004.

IV. Дополнительная литература

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Наука, 2014 г.
2. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. В 2 томах. М.: Мир, 1951 г.
3. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2002 г.
4. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.:УРСС, 2022 г.
5. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009 г.
6. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005 г.
7. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. М.:Добросвет, 2005 г.

V. Авторы программы

1. д.ф.-м.н. профессор Ильин А.В.
2. к.ф.-м.н. доцент Точилин П.А.
3. д.ф.-м.н. профессор Ломов И.С.

VI. Критерии оценивания

Критерии и показатели оценивания ответа на экзамене			
2	3	4	5

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
<p>Фрагментарные знания основных терминов и понятий, незнание значительной части программного материала.</p>	<p>Неполные знания основных терминов и понятий, частичное владение программным материалом.</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных терминов и понятий, или неполное владение программным материалом.</p>	<p>Сформированные и систематические знания основных терминов, понятий и отличное владение программным материалом.</p>