

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ВМК МГУ

Академик РАН



/И.А. Соколов/

« 20 » июля 2022 г.

ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Область науки: 1. Естественные науки

Группа научных специальностей: 1.1. Математика и механика

Отрасль науки: физико-математические науки

Москва 2022

I. Описание программы

Настоящая программа охватывает основополагающие разделы и области знания, в основе данной программы лежат следующие дисциплины: функциональный анализ, математическая физика, теория вероятностей и математическая статистика, численные методы, методы математического моделирования, компьютерные технологии.

II. Основные разделы и вопросы к экзамену

1. Функциональный анализ

1. Понятие меры и интеграла Лебега.
2. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций.
3. Пространства Соболева.
4. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха.
5. Линейные операторы. Элементы спектральной теории.
6. Дифференциальные и интегральные операторы.
7. Линейные операторные уравнения и методы их решения.
8. Элементы нелинейного функционального анализа: дифференцируемость оператора, экстремальные задачи в евклидовых пространствах, выпуклые задачи на минимум.

2. Математическая физика

1. Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи.
2. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Обобщенное решение первой краевой задачи для уравнения Пуассона.
3. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа.
4. Задача Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний (в одномерном и многомерном случаях).
5. Фундаментальные решения. Характеристики.
6. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи.
7. Теорема Стеклова о разложении в ряд Фурье по собственным функциям задачи Штурма-Лиувилля.

3. Теория вероятностей и математическая статистика

1. Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы.
2. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов.
3. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения.
4. Элементы теории проверки статистических гипотез.
5. Элементы многомерного статистического анализа.

4. Численные методы

1. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
2. Численное дифференцирование и интегрирование.
3. Численные методы поиска экстремума.
4. Вычислительные методы линейной алгебры. Прямые методы, итерационные методы.
5. Численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
6. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, приближение функций.
7. Численные методы решений уравнений математической физики, разностные методы, методы конечных объемов, метод конечных элементов.
8. Построение сеток в многомерных областях.
9. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.
10. Численные методы решения обратных и некорректно поставленных задач.

5. Методы математического моделирования

1. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике, экономике, биологии, медицине, социальных науках.
2. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
3. Вариационные принципы построения математических моделей
4. Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.
5. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.
6. Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.
7. Иерархические модели, многомасштабное моделирование.

6. Компьютерные технологии

1. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

2. Суперкомпьютерные технологии.
3. Облачные технологии и распределенные вычисления.
4. Искусственный интеллект, основные понятия. Машинное обучение, нейронные сети, распознавание образов.

III. Основная литература

1. А.Н. Колмогоров, С.В.Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2004 г.
2. В. А. Треногин. Функциональный анализ. Москва: Физматлит, 2002.
3. Ф.П. Васильев. Численные методы решения экстремальных задач. М.:Наука. 1988 г.
4. А.А. Боровков. Теория вероятностей. М.:УРСС, 2009 г.
5. А.А. Боровков. Математическая статистика. М.:УРСС, 2010 г.
6. Н.Н. Калиткин. Численные методы. Санкт-Петербург:БХВ-Петербург, 2014 г.
7. Н.Н. Калиткин, Е.А. Альшина. Численные методы, Книга 1, Численный анализ. М.: Академия, 2013.
8. Н.Н. Калиткин, П.В. Карякин. Численные методы. Книга 2. Методы математической физики. М.: Академия, 2013.
9. А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Математическое моделирование: Идеи, Методы, Примеры. М.:ФИЗМАТЛИТ. 2001 г.
10. Математическое моделирование. – Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовниченко и др. М.: Издательство МГУ, 1993 г.
11. А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин. Опыт математического моделирования экономики. М.:Энергоатомиздат. 1996 г.

IV. Дополнительная литература

1. А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. Методы решения некорректных задач. М.:Наука. 1986 г.
2. Ю.П. Пытьев Математические методы анализа эксперимента. М.:Высшая школа, 1989 г.
3. А.И. Чуличков. Математические модели нелинейной динамики. М.:ФИЗМАТГИЗ, 2000 г.
4. В.Ф. Демьянов, В.Н. Малоземов. Введение в минимакс. М.: Наука, 1972 г.
5. П.С. Краснощеков, А.А. Петров. Принципы построения моделей. М.:Фазис, 2000 г.
6. Е.С. Николаев, А.А. Самарский. Методы решения сеточных уравнений. М.:Наука, 1978 г.
7. Е.С. Николаев. Методы решения сеточных уравнений. М.:Макс-Пресс, 2018 г.
8. А.А. Самарский. Теория разностных схем. 3 изд. М.:Наука, 1989 г.

V. Автор программы

1. д. ф.-м. н., профессор Разгулин А. В.,
2. д. ф.-м. н., профессор Фомичев В.В.,
3. д. ф.-м. н., профессор Мухин С.И.

VI. Критерии оценивания

Критерии и показатели оценивания ответа на экзамене			
2	3	4	5
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Фрагментарные знания актуальных проблем и тенденций математического моделирования, численных методов и комплексов программ	Неполные знания актуальных проблем и тенденций математического моделирования, численных методов и комплексов программ	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания актуальных проблем и тенденций математического моделирования, численных методов и комплексов программ	Сформированные и систематические знания актуальных проблем и тенденций математического моделирования, численных методов и комплексов программ